

新疆农业大学  
二〇一五年硕士研究生入学考试初试试题(A)

考试科目代码: 601 考试科目名称: 大学数学I  
注意: 1. 考试时间为 3 小时, 满分为 150 分;

2. 答案必须写在答题纸上, 写在试题上无效。

一、填空 (每题 5 分, 共 30 分)

1、 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , 则  $X =$  \_\_\_\_\_。

2、设  $A$  是  $4 \times 3$  矩阵, 且  $A$  的秩  $r(A) = 2$ , 而  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ , 则  $r(AB) =$  \_\_\_\_\_。

3、设  $f(x, y) = x^2 y^3 + (y-2) \frac{\arcsin \frac{1}{xy}}{3 + \sin x + \sin y}$ , 则  $f'_x(1, 2) =$  \_\_\_\_\_。

4、设  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2a}{x-a} \right)^x = 8$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_。

5、设  $\int x f'(x) dx = \arcsin x + c$ , 则  $\int \frac{1}{f(x)} dx =$  \_\_\_\_\_。

6、设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^3} \int_0^x \sin t^2 dt, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_。

二、单项选择题 (每题 5 分, 共 30 分)

7、设函数  $f(x) = \int_0^{x^2} \ln(2+t) dt$ , 则  $f'(x)$  的零点个数为 ( )

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

8、当  $x \rightarrow 0$  时, 下列四个无穷小量中, 哪一个是比较其它三个较低阶的无穷小量? ( )

(A)  $x^3$  (B)  $1 - \cos x$  (C)  $x - \sin x$  (D)  $\tan x - x$

9、若  $f(x)$  的导函数是  $e^{-x} + \cos x$ , 则  $f(x)$  的一个原函数是 ( )

(A)  $-e^{-x} + \sin x$ ; (B)  $e^{-x} - \cos x$ ; (C)  $-e^{-x} - \cos x$ ; (D)  $e^{-x} + \sin x$ 。

10、设  $f(x, y)$  连续, 且  $f(x, y) = xy + \iint_D f(u, v) du dv$ , 其中  $D$  是由  $y=0$ ,  $y=x^2$ ,  $x=1$  所围成的区域, 则  $f(x, y) =$  ( )

(A)  $xy$  (B)  $2xy$  (C)  $xy + \frac{1}{8}$  (D)  $xy + 1$

11、设  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是四元非齐次线性方程组  $Ax = b$  的三个解向量, 且秩  $R(A) = 3$ ,

$\alpha_1 = (1, 2, 3, 4)^T, \alpha_2 + \alpha_3 = (0, 1, 2, 3)^T, C$  为任意常数, 则线性方程组  $Ax = b$  的通解  $x =$  ( )

$$(A) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, (B) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, (C) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, (D) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

12 设  $n(n \geq 3)$  阶矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ a & 1 & a & \cdots & a \\ a & a & 1 & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & a & \cdots & 1 \end{bmatrix}$ , 若矩阵  $A$  的秩为  $n-1$ , 则  $a$  必为 ( )

(A) 1      (B)  $\frac{1}{1-n}$       (C) -1      (D)  $\frac{1}{n-1}$

三、解答题。(每题 8 分, 共 40 分)

13、求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \cos x}{\sin^2 \frac{x}{2}}$ .

14、设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = 2t^2 - 1, \\ y = \int_t e^t dt, \end{cases} (t > 1)$  所确定, 求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

15、讨论函数  $y = xe^{-x}$  的单调性与极值、凸凹性与拐点.

16、证明, 当  $x > 0$  时,  $\ln(1+x) > x - \frac{x^2}{2}$ .

17、边长为 96 厘米的正方形纸板, 将其四角各剪去一个大小相同的小正方形, 折起做成无盖纸箱, 问剪去的小正方形边长为多少时做成的无盖纸箱容积最大?

四、求解下列各题 (每题 10 分, 共 20 分)

18、求微分方程  $y' - \frac{2xy}{x^2+1} = \frac{4x^2}{x^2+1}$  的通解.

19、计算  $\iint_D \arctan \frac{y}{x} dx dy$ , 其中  $D$  由圆周  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ , 直线  $y = x$  及  $y$  轴围成的位于第一象限内的闭区域.

五、解答下列各题 (每题 10 分, 共 30 分)

20、设有向量组  $\vec{\alpha}_1 = (1, -2, 1), \vec{\alpha}_2 = (2, -2, 0), \vec{\alpha}_3 = (1, 3, 2), \vec{\alpha}_4 = (4, 3, 5)$ , 求向量组的秩和向量组一个最大线性无关组. 并用最大线性无关组表示出其余向量

21、设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B$  是三阶矩阵, 满足  $A^2 - BA + 2A - B = O$ , 证明  $A - B$ , 并求  $(A - B)^{-1}$ .

22、求方阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  的特征值和特征向量.

(完)