

文章编号: 1000-4750(2017)07-0136-10

剪切型钢筋混凝土柱抗剪承载力计算的概率模型

余波^{1,2,3}, 陈冰^{1,2,3}, 吴然立^{1,2,3}

(1. 广西大学土木建筑工程学院, 广西, 南宁 530004; 2. 工程防灾与结构安全教育部重点实验室, 广西, 南宁 530004;

3. 广西防灾减灾与工程安全重点实验室, 广西, 南宁 530004)

摘 要: 现有的钢筋混凝土(RC)柱抗剪承载力计算模型大多属于确定性模型, 难以有效考虑几何尺寸、材料特性和外荷载等因素存在的不确定性, 导致计算结果的离散性较大, 且计算精度和适用性有限。鉴于此, 该文结合变角桁架-拱模型和贝叶斯理论, 研究建立了剪切型 RC 柱抗剪承载力计算的概率模型。首先基于变角桁架-拱模型理论, 并考虑轴压力对临界斜裂缝倾角的影响, 建立了剪切型 RC 柱抗剪承载力的确定性修正模型; 然后考虑主观不确定性和客观不确定性因素的影响, 结合贝叶斯理论和马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)法, 建立了剪切型 RC 柱的概率抗剪承载力计算模型; 最后通过与试验数据和现有模型的对比分析, 验证了该模型的有效性和实用性。分析结果表明, 该模型不仅可以合理描述剪切型 RC 柱抗剪承载力的概率分布特性, 而且可以校准现有确定性计算模型的置信水平, 并且可以确定不同置信水平下剪切型 RC 柱抗剪承载力的特征值。

关键词: 钢筋混凝土柱; 抗剪承载力; 变角桁架-拱模型; 临界斜裂缝倾角; 概率计算模型

中图分类号: TU375.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2016.01.0094

PROBABILISTIC MODEL FOR SHEAR STRENGTH OF SHEAR-CRITICAL REINFORCED CONCRETE COLUMNS

YU Bo^{1,2,3}, CHEN Bing^{1,2,3}, WU Ran-li^{1,2,3}

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning, Guangxi 530004, China;

2. Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural Safety of China Ministry of Education, Nanning, Guangxi 530004, China;

3. Guangxi Key Laboratory of Disaster Prevention and Engineering Safety, Nanning, Guangxi 530004, China)

Abstract: Traditional computational models for determining the shear strength of shear-critical reinforced concrete (RC) column are generally deterministic models, and exhibit large fluctuation, low computational accuracy, and poor applicability, due to the fact that they do not take into account the uncertainties of geometric conformation, material properties, and external loads. In order to overcome the above limitations, a probabilistic model for shear strength of shear-critical RC column was established based on the variable angle truss-arch model and Bayesian theory. Firstly, based on the variable angle truss-arch model, an improved deterministic computational model of the shear strength of an RC column was established by taking into consideration the influence of the axial load ratio on the critical crack angle. Then, a probabilistic computational model of shear strength for shear-critical RC columns which takes into account the influence of both epistemic and aleatory uncertainties was developed by combining the Bayesian theory and the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method. Finally, the applicability, accuracy, and efficiency of the proposed probabilistic computational model were validated by comparing with the experimental data and existing deterministic models. The results indicate that the proposed probabilistic computational model can describe the probabilistic characteristic of shear strength of shear-critical RC column reasonably. Meanwhile, the proposed probabilistic computational model provides a

收稿日期: 2016-02-18; 修改日期: 2016-06-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(51368006, 51478125); 广西重点实验室系统性研究项目(2013ZDX06)

通讯作者: 余波(1982—), 男, 四川泸州人, 副教授, 工学博士, 主要从事混凝土结构耐久性和抗震分析研究(E-mail: gxuyubo@gxu.edu.cn);

作者简介: 陈冰(1990—), 男, 江西萍乡人, 硕士生, 主要从事钢筋混凝土结构抗震性能分析研究(E-mail: chenbing1635@sina.com);

吴然立(1989—), 男, 湖南岳阳人, 硕士生, 主要从事钢筋混凝土结构承载力分析研究(E-mail: wuranli2013@hotmail.com).

benchmark to calibrate the confidence level of traditional deterministic models. Furthermore, the proposed probabilistic computational model provides an efficient way to determine the characteristic values of shear strength of shear-critical RC columns with different confidence levels.

Key words: reinforced concrete column; shear strength; variable angle truss model; critical crack angle; probabilistic computational model

钢筋混凝土(RC)柱的抗剪承载力分析对于 RC 结构的设计和安全性评估具有重要意义。由于 RC 柱的抗剪机理复杂,且影响因素较多,所以难以高效准确地计算 RC 柱的抗剪承载力^[1]。长期以来,国内外 RC 结构设计规范主要基于工程经验和试验数据拟合分析,并结合简单的力学模型来确定 RC 柱的抗剪承载力,本质上属于半经验半理论模型。例如,美国的 FEMA273^[2]和 ACI318-11^[3]、我国的 GB50010-2010《混凝土结构设计规范》^[4]、DL/T5057-2009《水工混凝土结构设计规范》^[5]和 SL191-2008《水工混凝土结构设计规范》^[6]均属于这一类模型。由于试验数据有限,且半经验半理论模型缺乏严密的理论基础,导致计算精度和适用性有限^[7-8]。近年来,新发展的理论模型基于更加严密的力学模型(如变角桁架-拱模型)^[9-10],并考虑力平衡条件、变形协调条件和边界条件等因素的影响^[11],进而通过理论推导建立 RC 柱的抗剪承载力计算模型,具有相对严密的理论基础,在一定程度上克服了半经验半理论模型的理论缺陷。然而,上述两类模型均属于确定性模型,由于忽略了 RC 柱的几何尺寸、材料特性和外荷载等因素的随机性,从而无法合理描述 RC 柱抗剪承载力的概率分布特性,导致计算结果的离散性较大、计算精度有限,且不同模型的计算结果相差较大。

鉴于此,本文结合变角桁架-拱模型和贝叶斯理论,研究建立了剪切型 RC 柱抗剪承载力计算的概率模型。该模型不仅具有严密的理论基础,而且同时考虑了主观不确定性和客观不确定性因素的影响,从而可以合理地描述剪切型 RC 柱抗剪承载力的概率分布特性,并且可以校准现有确定性模型的置信水平,还可以确定不同置信水平下剪切型 RC 柱抗剪承载力的特征值。通过与试验数据和现有模型的对比分析,验证了该模型的有效性和实用性。

1 剪切型 RC 柱抗剪承载力计算的概率模型

由变角桁架-拱模型可知,RC 柱的抗剪承载力

V_n 由三部分组成^[12-13]:

$$V_n = V_c + V_s + V_a \quad (1)$$

式中: V_c 和 V_s 分别为变角桁架模型中的混凝土压杆和横向钢筋对抗剪承载力的贡献; V_a 为拱模型提供的抗剪承载力。

如图 1(a)所示,变角桁架模型假定 RC 柱的横向钢筋沿长度方向均匀分布。从图 1(a)中选取一个微分单元来分析,如图 1(b)所示。RC 柱的剪切变形由混凝土压杆和横向钢筋拉杆所组成的桁架承担。其中,混凝土压杆对抗剪承载力的贡献 V_c 为:

$$V_c = \beta b d_v \sqrt{f'_c} \quad (2)$$

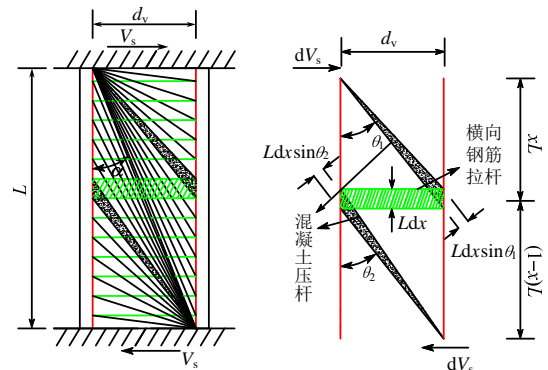
式中: b 为柱的截面宽度; d_v 为柱截面两侧纵向钢筋的中心距; f'_c 为混凝土的抗压强度; β 为混凝土抗剪承载力贡献系数^[14]:

$$\beta = \frac{0.4}{1+1500\varepsilon_x} \cdot \frac{1300}{1000+s_{ze}} \quad (3)$$

式中: ε_x 为应变效应因子,定义为 RC 柱中点处的纵向应变; s_{ze} 为尺寸效应因子,定义为钢筋混凝土构件的有效裂缝间距。对于配有横向钢筋的混凝土构件通常取 $s_{ze} = 300 \text{ mm}$ ^[15],故式(2)可以改写为:

$$V_c = \frac{0.4}{1+\alpha_1} A_v \sqrt{f'_c} \quad (4)$$

式中: $A_v = b d_v$ 为柱截面的有效抗剪面积; $\alpha_1 = 1500\varepsilon_x$ 为与应变效应因子 ε_x 相关的概率模型参数。由于 ε_x 的取值与外部荷载、截面尺寸、纵筋截面积



(a) 横向钢筋均匀离散模型 (b) 变角桁架微分单元

图 1 RC 柱的变角桁架模型

Fig.1 Variable truss model of RC column

等因素有关,且通常在 $-2.0 \times 10^{-4} \sim 3.0 \times 10^{-3}$ 取值^[15],所以可以假定 α_1 服从 $-0.3 \sim 4.5$ 的均匀分布(对应的均值和标准差分别为2.10和1.92)。

式(1)中,变角桁架模型中横向钢筋对抗剪承载力的贡献 V_s 为:

$$V_s = \frac{A_{sv} f_{yv} d_v}{s} \cot \theta \quad (5)$$

式中: A_{sv} 为箍筋面积; f_{yv} 为箍筋的抗拉强度; θ 为临界斜裂缝倾角。Kim等^[12]基于变角桁架模型,建立了RC柱的临界斜裂缝倾角模型,但是忽略了轴压比对 θ 的影响。通过实验数据分析发现,轴压比对 θ 的影响较大,且随着轴压比的增加 θ 呈现近似线性减小趋势。鉴于此,本文在变角桁架模型^[12-13]的基础上考虑轴压比的影响,将临界斜裂缝倾角模型修正为:

$$\theta = (\alpha_2 n + \alpha_3) \arctan \left(\frac{0.608 \rho_v r_E + \zeta \frac{\rho_v A_v}{\rho_{st} A_g}}{1 + 4 \rho_v r_E} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (6)$$

其中: n 为轴压比; ρ_v 为配箍率; r_E 为钢筋与混凝土之间的弹性模量比; ρ_{st} 为纵筋的配筋率; A_g 为RC柱的毛截面面积; ζ 为RC柱的边界条件系数,两端固定时取 $\zeta=0.57$,一端固定一端铰接时取 $\zeta=1.57$; α_2 和 α_3 为考虑轴压比影响的概率模型参数。结合数据分析和工程经验,本文假定 α_2 服从均值为 -0.85 、标准差为0.3的正态分布, α_3 服从均值为1.25、标准差为0.1的正态分布。

如图2所示,拱模型的抗剪承载力由RC柱顶端至底端的单一斜向对角混凝土拱压杆提供,通过考虑变形协调条件,可以得到RC柱拱模型的抗剪

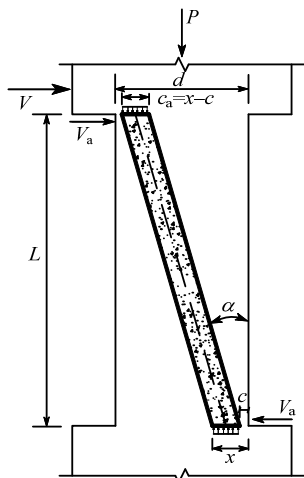


图2 RC柱的拱模型

Fig.2 Arch model of RC column

承载力贡献 V_a 为^[9,13]:

$$V_a = \frac{K_a}{K_t} V_t \quad (7)$$

式中: $V_t = V_c + V_s$ 为桁架模型的抗剪承载力贡献; K_t 和 K_a 分别为变角桁架模型和拱模型的刚度。基于变角桁架模型,并且考虑轴压比的影响,可以得到桁架模型与拱模型的刚度比为:

$$\frac{K_a}{K_t} = \frac{c_a \sin^2 2\alpha}{4\gamma_E \rho_v d_v \cot^2 \theta_m} [1 + 4\gamma_E \rho_v (1 + 0.39 \cot^2 \theta)^2] \quad (8)$$

式中: $c_a = x - c$ 为拱模型在水平方向的有效宽度; c 为混凝土保护层厚度; x 为柱截面的中性轴高度:

$$x = \left(\alpha_4 + \alpha_5 \frac{P}{f'_c A_g} \right) d \quad (9)$$

式中: P 为作用在RC柱上的轴力; d 为柱的截面高度; α_4 和 α_5 为概率模型参数。Paulay等^[16]通过对实验数据的回归分析,近似将 α_4 和 α_5 分别为选取0.25和0.85。鉴于此,本文假定 α_4 和 α_5 分别服从均值为0.25和0.85、标准差均为0.25的正态分布。

此外,由几何关系可知,拱模型中混凝土压杆的倾角 α 为:

$$\sin^2 2\alpha = \left(\frac{2 \tan \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} \right)^2 = \left[\frac{2(d-x)L'}{L^2 + (d-x)^2} \right]^2 \quad (10)$$

式中: L 为RC柱的长度;双弯型柱取 $L' = L$,单弯型柱取 $L' = 2L$ 。

将式(8)~式(10)代入式(7)可以得到:

$$V_a = D_\alpha \frac{[1 + 4\gamma_E \rho_v (1 + 0.39 \cot^2 \theta)^2]}{4\gamma_E \rho_v d_v \cot^2 \theta} V_t \quad (11)$$

式中:

$$D_\alpha = \left[\left(\alpha_4 + \alpha_5 \frac{P}{f'_c A_g} \right) d - c \right] \times \left[\frac{\left(1 - \alpha_4 - \alpha_5 \frac{P}{f'_c A_g} \right) \frac{d}{L'}}{1 + \left(1 - \alpha_4 - \alpha_5 \frac{P}{f'_c A_g} \right)^2 \left(\frac{d}{L'} \right)^2} \right]^2 \quad (12)$$

剪切型RC柱的抗剪承载力主要受两类不确定性因素的影响^[17]:一类是由于人类主观认知水平有限,无法通过现有的理论水平和知识体系考虑的不确定性因素,称为主观不确定性因素;另一类是由

于 RC 柱的几何尺寸、材料参数、外荷载等方面存在的不确定性因素，称为客观不确定性因素。将式(4)、式(5)和式(11)代入式(1)，并考虑主观不确定性因素的影响，可以建立剪切型 RC 柱抗剪承载力计算的概率模型：

$$V_n = \left(\frac{0.4}{1+\alpha_1} A_v \sqrt{f'_c} + \frac{A_{sv} f_{yv} d_v}{s} \cot \theta \right) \times \left\{ 1 + D_\alpha \frac{[1 + 4\gamma_E \rho_v (1 + 0.39 \cot^2 \theta)^2]}{4\gamma_E \rho_v d_v \cot^2 \theta} \right\} + \alpha_6 + \varepsilon \sigma \quad (13)$$

式中， α_6 为考虑主观不确定性因素影响的概率模型参数。结合数据分析和工程经验，假定 α_6 服从于均值为 1.5、标准差为 1.0 的正态分布； $\varepsilon \sigma$ 为概率模型的系统误差，其中 ε 为标准正态分布随机变量， σ 为系统误差的标准差； $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6]^T$ 为待定的概率模型参数，根据前面的分析可以确定其先验分布统计信息，见表 1。

表 1 模型参数的先验分布统计信息

Table 1 Statistical information regarding priori distribution of model parameters

参数	均值	标准差	分布类型
α_1	2.10	1.92	均匀分布
α_2	-0.85	0.30	正态分布
α_3	1.25	0.10	正态分布
α_4	0.25	0.25	正态分布
α_5	0.85	0.25	正态分布
α_6	1.50	1.00	正态分布

为了确定式(13)中的概率模型参数 α ，通常可以结合表 1 中的先验分布统计信息，利用贝叶斯公式来确定概率模型参数 α 的后验分布：

$$P(\alpha|V) = \frac{P(\alpha)P(V|\alpha)}{P(V)} \quad (14)$$

式中： $P(\alpha)$ 为 α 的先验分布的概率密度函数； $P(V|\alpha)$ 为 α 的似然函数； $P(\alpha|V)$ 为 α 的后验分布的概率密度函数； $P(V) = \int P(\alpha)P(V|\alpha)dV$ 为全

概率，也称为归一化因子。随着试验数据的增加，利用贝叶斯公式可以不断更新 α 的分布信息。然而，在运用贝叶斯公式时，由于求解归一化因子涉及多维积分问题，所以求解比较困难。为此，本文利用马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)法^[18]来确定模型参数 α 的统计信息，进而确定 RC 柱的概率抗剪承载力，计算流程如图 3 所示。

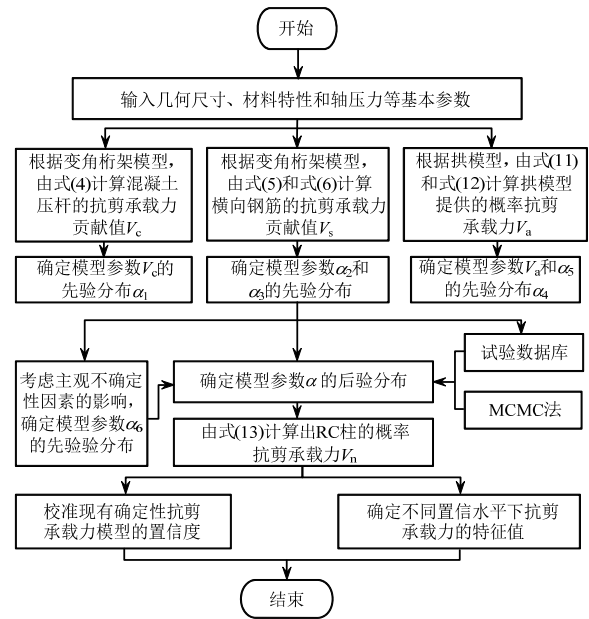


图 3 概率抗剪承载力的计算流程图

Fig.3 Flow chart of probabilistic shear strength

2 验证分析与讨论

本文从国内外文献[9, 19-30]中收集 50 组剪切型 RC 柱的抗剪承载力试验数据，见表 2。表中， b 为柱的截面宽度， d 为柱的截面高度， L 为柱长， ρ_{st} 为纵筋的配筋率， ρ_v 为配箍率， f_{yt} 为纵筋抗拉强度， f_{yv} 为箍筋抗拉强度， P 为作用在 RC 柱上的轴力， V_{test} 为抗剪承载力实测值，FF 表示两端约束，FP 表示一端约束一端铰接。

表 2 RC 柱的基本参数和抗剪承载力试验值

Table 2 Basic parameters and test shear strength of RC columns

编号	b/mm	d/mm	L/mm	$\rho_{st}/(\%)$	$\rho_v/(\%)$	f_{yt}/MPa	f_{yv}/MPa	f'_c/MPa	P/kN	V_{test}/kN	约束条件
1	400	500	1650	2.66	0.36	318.00	336.00	27.10	392.00	471.30	FF
2	230	410	910	3.01	0.28	441.28	413.70	34.90	533.76	324.00	FF
3	410	230	910	3.01	0.31	441.28	413.70	34.90	533.76	265.00	FF
4	230	410	910	3.01	0.28	441.28	413.70	42.00	1067.52	412.00	FF
5	305	305	914	2.44	0.09	462.00	414.00	29.90	288.00	214.00	FF
6	457	457	2946	3.03	0.07	330.96	399.91	26.90	503.00	271.50	FF
7	457	457	2946	3.03	0.07	330.96	399.91	27.60	1512.00	338.20	FF
8	457	457	2946	3.03	0.17	330.96	399.91	27.60	1512.00	356.00	FF

(续表)

编号	b/mm	d/mm	L/mm	$\rho_{st}/(\%)$	$\rho_v(\%)$	f_{yt}/MPa	f_{yv}/MPa	f'_c/MPa	P/kN	$V_{\text{test}}/\text{kN}$	约束条件
9	457	457	2946	3.03	0.07	330.96	399.91	26.90	503.00	267.00	FF
10	350	350	1700	2.05	0.13	408.00	392.60	22.60	553.70	218.90	FF
11	350	350	1700	2.05	0.13	408.00	392.60	24.20	1482.25	237.60	FF
12	350	350	1200	2.05	0.13	408.00	392.60	29.80	182.53	276.40	FF
13	350	350	1200	2.05	0.13	408.00	392.60	27.50	673.75	294.20	FF
14	350	350	1200	2.05	0.13	408.00	392.60	25.50	1093.31	335.50	FF
15	250	490	1700	2.05	0.18	408.00	392.60	24.50	600.25	305.50	FF
16	350	350	1200	2.05	0.13	320.00	500.00	29.20	1251.95	353.30	FF
17	300	300	1200	2.65	0.19	402.00	392.00	30.70	552.60	234.00	FF
18	300	300	1200	2.65	0.09	402.00	392.00	30.70	552.60	230.00	FF
19	300	300	1200	2.65	0.19	402.00	392.00	30.70	828.90	261.00	FF
20	300	300	900	1.69	0.08	340.00	587.00	13.50	364.50	160.40	FF
21	300	300	900	1.69	0.28	340.00	384.00	13.50	364.50	171.10	FF
22	300	300	900	1.69	0.28	340.00	384.00	13.50	243.00	203.90	FF
23	300	300	900	1.69	0.28	340.00	384.00	18.00	486.00	233.00	FF
24	300	300	900	1.69	0.28	340.00	384.00	18.00	243.00	262.10	FF
25	300	300	900	1.69	0.28	340.00	384.00	18.00	324.00	217.10	FF
26	300	300	600	1.69	0.43	447.00	398.00	27.70	540.27	341.10	FF
27	300	300	600	1.69	0.43	447.00	398.00	26.10	540.27	341.60	FF
28	300	300	900	2.26	0.14	447.00	398.00	28.15	540.27	242.80	FF
29	300	300	900	2.26	0.14	447.00	398.00	28.15	540.27	250.40	FF
30	300	300	900	2.26	0.43	447.00	398.00	26.10	540.27	266.10	FF
31	300	300	900	2.26	0.43	447.00	398.00	26.10	540.27	296.10	FF
32	300	500	1000	3.10	0.24	438.00	458.00	23.40	365.00	402.00	FF
33	300	500	1000	3.10	0.24	438.00	458.00	25.50	1094.00	460.00	FF
34	152	305	876	2.44	0.33	496.00	345.00	33.60	111.20	85.00	FP
35	550	550	1485	1.95	0.10	434.00	425.00	44.80	2086.00	578.00	FP
36	254	254	1016	2.46	0.74	510.00	449.00	86.00	1068.00	324.00	FF
37	270	300	1200	0.99	0.07	536.00	362.00	18.40	596.16	82.50	FP
38	160	160	960	3.53	0.29	370.00	273.00	31.92	367.72	77.18	FF
39	300	300	900	2.68	0.19	380.00	375.00	26.50	429.00	264.00	FF
40	300	300	900	2.68	0.19	380.00	375.00	26.50	645.00	263.00	FF
41	300	300	600	2.68	0.19	396.00	392.00	25.20	430.00	222.00	FF
42	300	300	600	2.68	0.19	396.00	392.00	25.20	657.00	264.00	FF
43	300	300	600	1.77	0.19	350.00	392.00	25.20	430.00	260.00	FF
44	152	305	876	2.44	0.33	496.00	345.00	34.70	189.00	96.00	FP
45	152	305	876	2.44	0.33	496.00	345.00	33.60	178.00	97.00	FP
46	152	305	876	2.44	0.46	496.00	345.00	26.10	178.00	95.00	FP
47	200	200	500	2.00	0.28	345.00	475.70	19.60	156.80	68.50	FP
48	200	200	400	1.00	0.13	324.00	524.00	13.10	120.50	58.30	FP
49	200	200	400	1.00	0.13	372.00	524.00	13.90	133.40	68.90	FP
50	200	200	400	1.00	0.13	372.00	524.00	13.10	125.80	67.20	FP

基于 50 组剪切型 RC 柱的抗剪承载力试验数据, 利用本文方法可以确定各概率模型参数 $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6]^T$ 的后验分布统计信息。首先利用 K-S 检验来确定模型参数 α 的经验概率分布类型。当检验水平为 0.05、样本容量为 1000 时, K-S 检验的临界值为 0.043。各模型参数 α 的 K-S 检验统计量计算结果见表 3。表中, “×”表示样本序列的取值不满足该分布类型的物理意义要求。由表 3 可知, 模型参数 α_1 不拒绝服从对数正态分布和

伽马分布, 模型参数 α_2 、 α_4 和 α_6 不拒绝服从正态分布, 模型参数 α_3 和 α_5 不拒绝服从正态分布、对数正态分布和伽马分布。进一步地, 根据 K-S 检验统计量的大小, 建议将 α_1 视为对数正态分布随机变量, 将 α_5 视为伽马分布随机变量, 将其余四个模型参数视为正态分布随机变量。

模型参数 α 的统计信息见表 4。其中, 模型参数 α_1 的均值为 0.43, 说明应变效应因子 ε_x 的均值为 2.87×10^{-4} , 位于典型的取值范围内; 模型参数

α_2 均值为负数, 说明临界斜裂缝倾角随着轴压比的增加而减小, 与实际情况相符; 模型参数 α_6 的均值

和标准差均较大, 说明主观不确定性因素的影响显著。

表 3 各模型参数的 K-S 检验结果

Table 3 Results of K-S test for different model parameters

参数	正态分布	对数正态分布	威布尔分布	指数分布	伽马分布
α_1	0.055	0.037	0.076	0.490	0.041
α_2	0.021	×	×	×	×
α_3	0.021	0.023	0.057	0.578	0.022
α_4	0.042	×	×	×	×
α_5	0.041	0.043	0.070	0.513	0.035
α_6	0.020	×	×	×	×

表 4 模型参数的后验分布统计信息

Table 4 Statistical information of posterior distribution of model parameters

参数	均值	标准差	分布类型
α_4	0.43	0.07	对数正态分布
α_2	-0.65	0.26	正态分布
α_3	1.25	0.06	正态分布
α_4	0.21	0.07	正态分布
α_5	0.75	0.10	伽马分布
α_6	2.27	1.00	正态分布

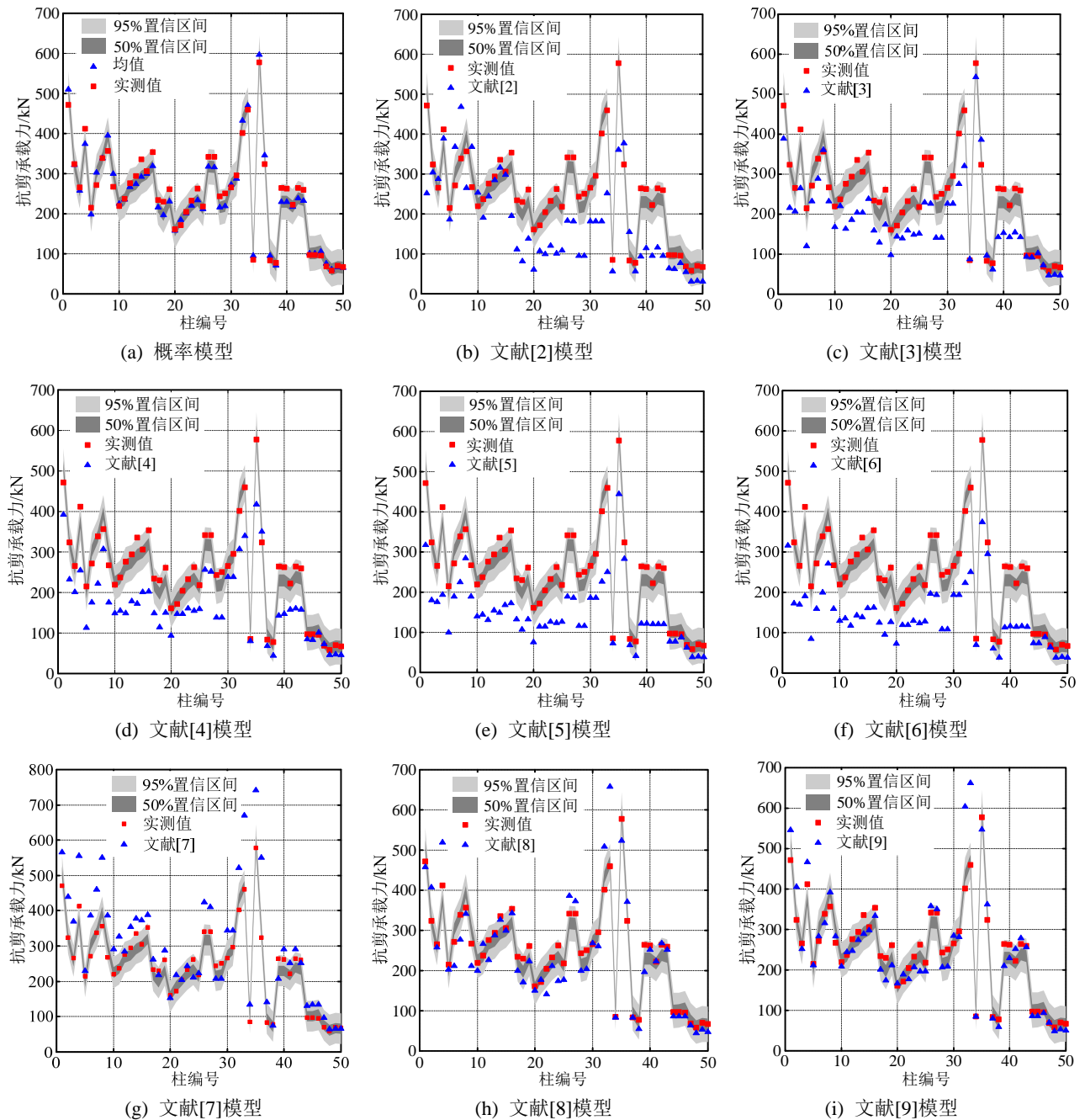


图 4 不同抗剪承载力模型的对比

Fig.4 Comparison between different models of shear strength

在确定概率模型参数 α 的统计信息的基础上,结合式(13),可以确定 RC 柱的抗剪承载力统计值(如均值和标准差)以及不同置信水平的置信区间。以 50%和 95%置信区间为例,RC 柱抗剪承载力的实测值(简称实测值)与本文概率模型的均值(简称均值)的对比分析如图 4(a)所示。由图 4(a)可知,虽然由于几何尺寸、材料参数、约束条件和外荷载等因素的不同,导致 RC 柱的抗剪承载力在 60kN~500kN 变化,波动性较大,但是将近一半的实测值位于 50%置信区间内,而几乎全部实测值均位于 95%置信区间内,说明本文概率模型可以较好地描述 RC 柱抗剪承载力的概率分布特性。同时,本文概率模型的均值不仅全部位于 95%置信区间内,而且与实测值比较接近,说明本文概率模型的预测精度较高。

下面选用国内外文献[2-9]中的抗剪承载力模型对比验证本文概率模型的有效性。文献[2-9]中的抗剪承载力模型均属于确定性模型,其计算结果与实测值的对比如图 4(b)~图 4(i)所示。

由图 4 可知,文献[2-7]中的抗剪承载力模型的计算结果偏离实测值较远,且大部分落在 95%置信区间之外,说明上述模型的计算精度不高;文献[8]和文献[9]的模型计算值虽然大部分位于 95%置信区间之内,但总体偏离实测值较远,说明离散性较大、计算精度有限。结合图 4(a)~图 4(i)可知,本文概率模型的均值与实测值总体吻合较好,说明本文模型的预测精度更高。

本文概率模型的优势之一在于可以校准现有确定性抗剪承载力模型的置信水平。不失一般性地,从表 2 中任意选取一条 RC 柱(以第 44 条为例),基于式(13)可以确定该 RC 柱的抗剪承载力的均值和标准差分别为 100.5kN 和 22.15kN,通过 K-S 检验不拒绝服从正态分布,其概率密度分布如图 5 所示。由文献[2-9]模型计算的抗剪承载力分别为 63.48kN、92.92kN、84.69kN、77.53kN、74.47kN、131.49kN、85.60kN 和 86.20kN,对应的分位数分别为 0.047、0.366、0.238、0.150、0.120、0.919、0.251 和 0.259,如图 5 所示。由图 5 可知,文献[7]模型的计算结果大于均值,实际的抗剪承载力小于该模型计算值的概率为 0.919;文献[2-6, 8-9]模型的计算结果均小于均值,实际的抗剪承载力超越上述模型计算值的概率分别为 0.953、0.634、0.762、0.850、0.880、0.749 和 0.741。由此可见,由文献[2-9]

模型计算的抗剪承载力差异性较大,且远离抗剪承载力的均值水平。

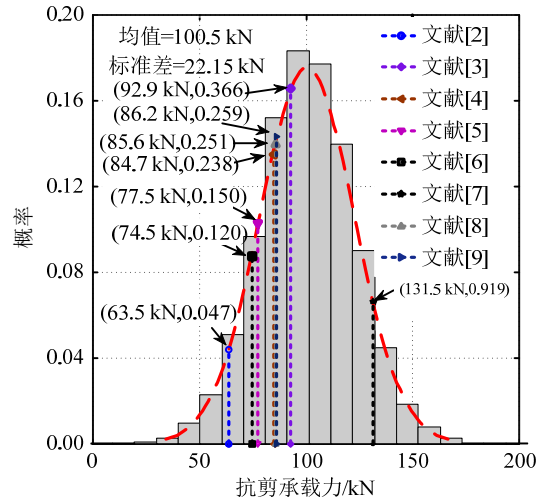


图 5 确定性抗剪承载力模型对应的分位数

Fig.5 Quantile of deterministic model for shear strength

进一步地,将文献[2-9]中各模型计算的抗剪承载力汇总于表 5 中,各模型的计算值所对应的分位数散点分布如图 6 所示。结合表 5 和图 6 可知,文献[7]模型的分位数偏离 0.5 较远,且大部分大于 0.5,说明计算结果整体偏大;文献[2-6]模型的分位数偏离 0.5 较远,且大多数小于 0.5,说明计算结果整体偏小;文献[8-9]模型的分位数偏离 0.5 较远,且分散在在 0.5 两侧,说明计算结果离散性较大。

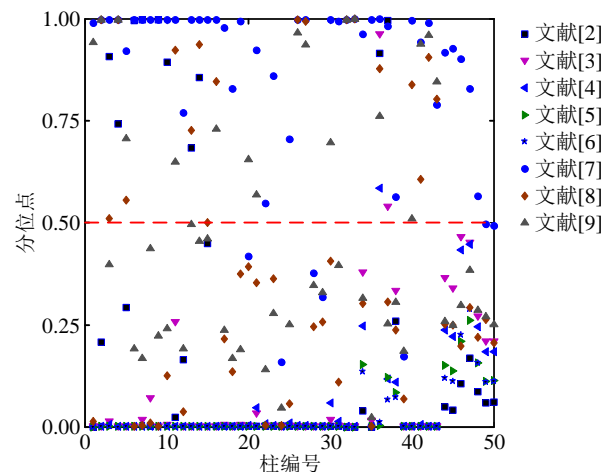


图 6 各抗剪承载力模型分位数的散点图

Fig.6 Scatterplot of quantile for different shear strength models

本文概率模型的另一个优势在于可以确定不同置信水平下 RC 柱的抗剪承载力特征值。不失一般性地,同样以表 1 中的第 44 条 RC 柱为例,利用本文方法可以确定 RC 柱抗剪承载力的累积分布函

表5 不同抗剪承载力模型的计算结果
Table 5 Calculation results of different models of shear strength

编号	抗剪承载力/kN									
	实测值	概率模型均值	文献[2]模型	文献[3]模型	文献[4]模型	文献[5]模型	文献[6]模型	文献[7]模型	文献[8]模型	文献[9]模型
1	471.3	510.6	252.3	389.2	393.1	317.2	316.3	566.0	458.7	547.2
2	324.0	322.1	303.8	216.0	232.0	180.4	172.2	439.8	407.5	405.8
3	265.0	257.5	287.3	207.1	201.0	176.1	169.7	370.3	258.1	251.8
4	412.0	374.6	389.2	264.9	255.6	194.1	190.2	555.7	519.3	467.4
5	214.0	198.9	186.7	119.7	112.7	98.9	84.8	230.6	202	211.1
6	271.5	303.1	368.3	232.4	175.7	189.5	159.4	386.5	211.3	283.3
7	338.2	338.5	468.4	289.6	222.2	225.5	199.2	460.8	277.9	316.6
8	356.0	395.6	266.1	361.6	306.9	285.5	271.1	550.9	341.2	392
9	267.0	300.6	368.3	232.4	175.7	189.5	159.4	386.5	211.3	283.3
10	218.9	225.1	253.1	168.5	149.3	139.9	129.9	292.2	199.4	209.3
11	237.6	235.5	190.5	221.0	155.3	145.0	135.0	327.7	267.4	244.2
12	276.4	267.0	244.9	163.8	149.4	130.6	117.1	283.8	226.5	247.3
13	294.2	274.5	285.2	186.9	178.3	154.9	142.2	354.0	288.1	274.3
14	335.5	292.0	316.0	204.5	173.2	148.9	138.3	378.8	326.6	289.5
15	305.5	300.5	297.7	204.3	200.7	168.4	160.6	373.8	300.5	298.3
16	353.3	320.0	195.8	239.2	202.8	172.5	162.7	388.2	343	333.9
17	234.0	216.8	111.7	158.6	149.2	132.5	125.2	262.1	199.3	200.8
18	230.0	196.2	81.7	128.7	113.9	107.5	95.2	217.5	171.6	174.7
19	261.0	230.7	139.0	174.3	150.3	132.5	126.1	287.2	223.6	211.1
20	160.4	157.1	60.7	97.6	93.1	76.1	72.9	152.5	151	166.1
21	171.1	185.3	107.2	144.0	147.7	114.9	119.4	217.3	176.9	189.2
22	203.9	201.5	99.2	139.4	147.2	114.9	119.0	204.2	141.4	177.7
23	233.0	220.1	120.3	158.8	160.1	126.1	128.7	244.4	212.3	207.0
24	262.1	234.1	101.7	148.1	154.1	123.6	123.6	211.7	173.9	196.6
25	217.1	211.9	107.9	151.7	159.4	126.1	128.1	223.9	176.6	197.0
26	341.1	317.3	183.5	229.1	256.6	189.2	196.3	425.1	386.1	358.6
27	341.6	316.3	182.0	226.2	252.3	185.8	193.4	411.8	373.4	350.6
28	242.8	215.4	94.7	140.7	138.5	115.9	108.0	208.4	199.9	206.6
29	250.4	219.0	94.7	140.7	138.5	115.9	108.0	208.4	204.4	209.2
30	266.1	273.4	182.0	226.2	238.5	185.8	193.4	344.7	268.1	285.0
31	296.1	288.4	182.0	226.2	238.5	185.8	193.4	344.7	260.8	282.6
32	402.0	432.5	181.5	275.5	306.9	226.4	224.3	522.7	509	604.5
33	460.0	470.0	252.5	320.9	340.6	251.0	251.0	670.1	659.5	662.8
34	85.0	94.6	55.3	87.8	79.4	71.8	70.0	134.4	83.1	83.9
35	578.0	596.9	361.0	544.0	417.8	444.3	374.0	742.9	524.9	548.4
36	324.0	346.0	377.0	386.2	350.9	282.7	294.8	551.1	372.3	362.1
37	82.5	94.4	155.2	96.6	67.8	68.4	60.8	141.3	83.1	79.5
38	77.2	71.01	56.7	61.5	43.9	40.5	38.7	74.6	55.2	59.8
39	264.0	229.5	94.0	142.5	143.1	121.4	112.6	208.3	196.0	209.5
40	263.0	229.2	113.8	153.8	147.3	121.4	116.1	291.8	251.4	229.8
41	222.0	217	95.5	142.8	157.9	120.7	114.1	252.5	223.1	251.6
42	264.0	239	115.9	154.4	160.4	120.7	116.2	291.4	268.4	278.3
43	260.0	233.3	95.5	142.8	157.9	120.7	114.1	251.4	252.5	256.2
44	96.0	100.5	63.5	92.9	84.7	77.5	74.5	131.5	85.6	86.2
45	97.0	100.7	62.0	91.5	83.7	76.4	73.6	133.3	85.6	85.6
46	95.0	105.1	77.2	103.2	101.4	87.2	88.3	133.8	86.3	93.3
47	68.5	75.75	54.5	73.0	72.8	61.5	63.4	97.0	63.6	69.2
48	58.3	60.94	30.5	47.3	45.5	38.5	38.4	64.6	43.7	48.4
49	68.9	66.61	31.6	48.6	46.4	39.4	39.1	66.5	52.4	53.0
50	67.2	65.5	30.8	47.5	45.5	38.5	38.4	65.1	47.2	50.6
均值	249.7	244.6	176.5	184.1	173.5	147.2	140.8	302.7	242.0	251.6

数曲线,如图7所示。以置信水平为30%、50%、80%、90%和95%为例,RC柱的抗剪承载力的特征值分别为88.7kN、100.5kN、118.8kN、128.7kN和136.6kN。由此可见,基于本文所建立的概率模型,可以根据不同的工程需求,简便地确定不同置信水平下RC柱的抗剪承载力特征值,从而为概率安全性评估和概率极限状态设计提供基础。

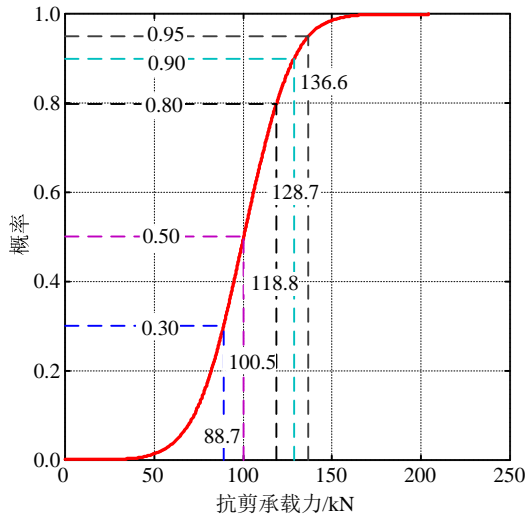


图7 不同置信水平的抗剪承载力特征值

Fig.7 Characteristic values of shear strength at different confidence levels

3 结论

结合变角桁架-拱模型和贝叶斯理论,研究建立了剪切型RC柱抗剪承载力计算的概率模型。根据分析结果,可以得出以下结论:

(1) 所建立的抗剪承载力分析概率模型不仅具有严密的理论基础,而且同时考虑了主观和客观两大类不确定性因素的影响,可以合理地描述剪切型RC柱抗剪承载力的概率分布特性。

(2) 利用所建立的抗剪承载力分析概率模型可以校准现有确定性抗剪承载力模型的计算精度和置信度水平。通过分析发现,文献[7]模型通常会高估RC柱的抗剪承载力,而文献[2-6,8-9]模型通常会低估RC柱的抗剪承载力。

(3) 利用所建立的抗剪承载力分析概率模型可以根据预定的置信水平确定RC柱的抗剪承载力特征值,从而为概率安全性评估和概率极限状态设计提供基础。

参考文献:

[1] 史庆轩,王朋,王秋维. 钢筋混凝土柱剪切粘结破坏影

响因素分析[J]. 工程力学, 2013, 30(11): 136-142.

Shi Qingxuan, Wang Peng, Wang Qiuwei. Analysis of the influencing factors for the shear-bond failure of columns [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(11): 136-142. (in Chinese)

- [2] Federal Emergency Management Agency. NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings. FEMA273 [S]. Washington, D C, 1996.
- [3] American Concrete Institute. Building code requirements of structural concrete and commentary. ACI318-11 [S]. Farmington Hills, 2011.
- [4] GB 50010-2010, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
GB 50010-2010, Code for design of concrete structures [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010. (in Chinese)
- [5] DL/T5057-2009, 水工混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国电力出版社, 2009.
DL/T5057-2009, Design code for hydraulic concrete structures [S]. Beijing: China Electric Power Press, 2009. (in Chinese)
- [6] SL191-2008, 水工混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 2008.
SL191-2008, Design code for hydraulic concrete structures [S]. Beijing: China Water & Power Press, 2008. (in Chinese)
- [7] Priestley M N, Verma R, Xiao Y. Seismic shear strength of reinforced concrete columns [J]. Journal of Structural Engineering, 1994, 120(8): 2310-2329.
- [8] Sezen H, Moehle J P. Shear strength model for lightly reinforced concrete columns [J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130(11): 1692-1703.
- [9] Pan Z, Li B. Truss-arch model for shear strength of shear-critical reinforced concrete columns [J]. Journal of Structural Engineering, 2012, 139(4): 548-560.
- [10] 魏巍巍, 贡金鑫. 钢筋混凝土构件基于修正压力场理论的受剪承载力计算[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 111-117.
Wei Weiwei, Gong Jinxin. Shear strength of reinforced concrete members based on modified compression field theory [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(2): 111-117. (in Chinese)
- [11] 李宏, 刘西拉. 基于混凝土破坏准则的抗剪强度计算[J]. 工程力学, 1993, 10(1): 52-60.
Li Hong, Liu Xila. Shear strength calculation based on concrete failure criterion [J]. Engineering Mechanics, 1993, 10(1): 52-60. (in Chinese)
- [12] Kim J H, Mander J B. Truss modeling of reinforced concrete shear-flexure behavior [R]. Technical Report MCEER-99-0005. New York: Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1999.
- [13] Kim J H, Mander J B. Influence of transverse

- reinforcement on elastic shear stiffness of cracked concrete elements [J]. *Engineering Structures*, 2007, 29(8): 1798—1807.
- [14] Bentz E C, Vecchio F J, Collins M P. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements [J]. *ACI Structural Journal*, 2006, 103(4): 614—624.
- [15] Canadian Standard Association. *Design of Concrete Structures*. CSA Standard A23.3-04 [S]. Canada, 2005.
- [16] Paulay T, Priestley M. *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings* [M]. State of New Jersey: Wiley, 1992: 273—283.
- [17] Der Kiureghian A, Ditlevsen O. Aleatory or epistemic? Does it matter? [J]. *Structural Safety*, 2009, 31(2): 105—112.
- [18] Gilks W R, Richardson S, Spiegelhalter D J. *Markov chain Monte-Carlo in practice* [M]. London: Chapman and Hall, 1996: 1—19.
- [19] Tran C T N. *Experimental and analytical studies on the Seismic behavior of reinforced concrete columns with light transverse reinforcement* [D]. Singapore: Nanyang Technological University, 2010.
- [20] Pham T P, Li B. Seismic Performance of reinforced concrete columns with plain longitudinal reinforcing bars [J]. *ACI Structural Journal*, 2014, 111(3):1—12.
- [21] Yoshimura M, Takaine Y, Nakamura T. Axial collapse of reinforced concrete columns [C]// 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, B C, Canada, 2004: No.1699: 1—11.
- [22] Bett B J, Jirsa J O, Klingner R E. Behavior of strengthened and repaired reinforced concrete columns under cyclic deformations [D]. Texas: University of Texas at Austin, 1985.
- [23] Lam S, Wu B, Wong Y, et al. Drift capacity of rectangular reinforced concrete columns with low lateral confinement and high-axial load [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2003, 129(6): 733—742.
- [24] Wibowo A, Wilson J, Lam N, et al. Drift capacity of lightly reinforced concrete columns [J]. *Australian Journal of Structural Engineering*, 2014, 15(2): 131—140.
- [25] Ousalem H, Kabeyasawa T, Tashi A. Evaluation of ultimate deformation capacity at axial load collapse of reinforced concrete column [C]// 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, B C, Canada. 2004: No.370: 1—11.
- [26] Nakamura T, Yoshimura M. Gravity load collapse of reinforced concrete columns with brittle failure modes [J]. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, 2002, 1(1): 21—27.
- [27] Li Y A, Huang Y T, Hwang S J. Seismic response of reinforced concrete short columns failed in shear [J]. *Structural Journal*, 2014, 111(4): 945—954.
- [28] Lynn A C, Moehle J P, Mahin S A, et al. Seismic evaluation of existing reinforced concrete building columns [J]. *Earthquake Spectra*, 1996, 12(4): 715—739.
- [29] Yalcin C. *Seismic evaluation and retrofit of existing reinforced concrete bridge columns* [D]. Canada: University of Ottawa, 1998.
- [30] Umehara H. *Shear strength and deterioration of short reinforced concrete columns under cyclic deformations* [D]. Texas: University of Texas at Austin, 1982.