

文章编号: 0253-2697(2017)02-0227-07 DOI:10.7623/syxb201702010

钻柱力学三原理及定性模拟实验

李子丰 王长进 田伟超 谢健

(燕山大学石油工程研究所 河北秦皇岛 066004)

摘要:在一般力学中,系统都要遵循平衡原理、最小势能原理和最小耗散功率原理。钻柱力学也遵循这三原理。钻柱的任何一点、任何时刻,都必须满足力学平衡方程;若出现多解,先用最小势能原理判断;若还存在多解,则用最小耗散功率原理判断。用钻柱失稳问题说明了最小耗散功率原理不包含最小势能原理;不可用最小耗散功率原理取代最小势能原理。实验发现:①杆柱的转速越高,其挠度越小,越靠井筒中心。②存在涡动状态转换临界转速。当转速低于此临界转速时,随着转速的增加,耗散功率增加;当转速高于此临界转速时,随着转速的增加,耗散功率先迅速降低并且杆柱的挠度突然减小,然后随着转速的增加,耗散功率又增加。③液体的黏度越大,涡动状态转换临界转速越小;轴向载荷越大,涡动状态转换临界转速越小。钻柱力学三原理为复杂的钻柱动力学问题的多解性判别提供了新的判据。

关键词:钻柱力学;平衡;势能;耗散;模拟实验

中图分类号:TE21

文献标识码:A

Three principles of drill string mechanics and qualitative simulation experiments

Li Zifeng Wang Changjin Tian Weichao Xie Jian

(Petroleum Engineering Institute of Yanshan University, Hebei Qinhuangdao 066004, China)

Abstract:In general mechanics, the system must follow the principles of equilibrium, minimum potential energy and minimum power dissipation rate; these three principles are also followed by the drill string mechanics. Any point of drill string at any time must meet the mechanical equilibrium equation. In case of multiple solutions, initial judgment is made using the principle of minimum potential energy. If multiple solutions still exist, secondary judgment is conducted using the principle of minimum power dissipation rate. The problem of drill string instability illustrates the principle of minimum power dissipation rate excludes the principle of minimum potential energy, and the former principle is unable to be adopted to replace the latter one. It has been found from the experiments that: (1) the higher the rotating speed of the rod string is, the smaller its deflection will be, and the closer to the wellbore center it will be; (2) the transition critical speed under whirling state exists. When the rotating speed is less than this critical speed, the power dissipation rate increases with the rotating speed; when the rotating speed is higher than this critical speed, the power dissipation rate first decreases rapidly and the deflection of rod string abruptly decreases, and then power dissipation rate increases; (3) the greater the viscosity of the liquid is, the smaller the transition critical speed under whirling state will be; the greater the axial load is, the smaller the transition critical speed in whirl state will be. Three principles of drill string mechanics provide a new criterion for judging the multiple solutions of complex drill string dynamics problems.

Key words:drill string mechanics; equilibrium; potential energy; dissipation; simulation experiment

引用:李子丰,王长进,田伟超,谢健. 钻柱力学三原理及定性模拟实验[J]. 石油学报,2017,38(2):227-233.

Cite:LI Zifeng, WANG Changjin, TIAN Weichao, XIE Jian. Three principles of drill string mechanics and qualitative simulation experiments[J]. Acta Petrolei Sinica, 2017, 38(2): 227-233.

在油气井杆管柱力学中,钻柱力学最复杂。钻柱力学可分为静力学和动力学。根据是否屈曲,还可以分为稳定和屈曲。虽然人们已经对钻柱力学进行了大量的研究^[1-9],但钻柱力学基本原理认识不足是钻柱力学(特别是钻柱动力学)研究不完善^[10]的主要原因。

在力学领域,任何时候、任何地点,物体都必须遵守力学平衡方程^[11]。对于静力系统,在一定条件下,满足平衡方程的平衡状态可能有多个;有些平衡状态不随时间和坐标的变化而改变,这种状态叫随遇平衡;有些平衡状态受到微小干扰后就会向其他平衡状态转变,叫做不稳

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 51244004, No. 51374183, No. 51490653) 资助。

第一作者及通信作者:李子丰,男,1962年7月生,1983年获大庆石油学院学士学位,1992年获石油大学(北京)博士学位,现为燕山大学石油工程研究所博士生导师,主要从事油气井杆管柱力学的研究。Email:zfli@ysu.edu.cn

定平衡;有些平衡状态受到微小干扰后还会回到该平衡状态,叫做稳定平衡状态;对于一个系统,稳定平衡状态可能有一个或多个,当受到较大干扰时,系统的平衡状态可能由一个转换为另一个;在这多个稳定平衡状态中,有一个是最稳定的、系统常居的状态。确定系统最稳定状态的准则是最小势能原理^[11-13]。对于动力系统,如果运动状态可能有多种,则系统所处的状态在满足平衡方程和最小势能原理之后,还应满足系统的耗散功率最小,即最小耗散功率原理^[14-16]。即,在力学领域,系统的状态必须依次满足平衡方程、最小势能原理以及最小耗散功率原理。在石油工程领域,最小耗散功率原理已经开始得到应用^[17]。

钻柱在井下有稳定、正弦屈曲、螺旋屈曲3种稳定性状态。钻柱有自转、正向公转、反向涡动、与井壁接触和不接触等运动状态。笔者结合力学的基本原理与钻柱的具体情况,求解钻柱的力学与运动问题,同时,探讨了最小耗散功率原理的确切表述及最小耗散功率原理是否包含最小势能原理。

1 基础知识

为了用数学方法表述钻柱力学的平衡原理、最小势能原理和最小耗散功率原理,必须首先选取合适的坐标系,并给出钻柱力学的本构方程^[1,18-19]。

1.1 坐标系

采用直角坐标系 $ONED$ 和自然曲线坐标系。在 $ONED$ 中,原点 O 选在井口处; N 轴指向正北,单位矢量为 i ; E 轴指向正东,单位矢量为 j ; D 轴垂直向下,单位矢量为 k 。在自然曲线坐标系中, e_t 、 e_n 和 e_b 分别为钻柱变形线的切线方向、主法线方向和副法线方向的单位向量,如图1所示。

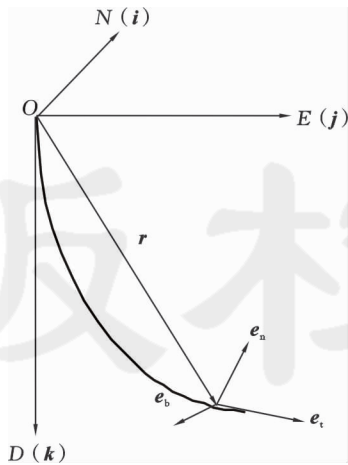


图1 坐标示意

Fig. 1 Schematic diagram of coordinate systems

1.2 几何方程

设钻柱变形线任意一点的矢径为 $r = r(l, t)$, 其中 l 和 t 分别为钻柱变形前的弧长和时间变量。若用

$s = s(l, t)$ 表示钻柱发生位移和变形后的曲线坐标,由微分几何可知:

$$\begin{cases} e_t = \frac{\partial r}{\partial s} \\ \frac{\partial e_t}{\partial s} = k_b e_n \\ \frac{\partial e_n}{\partial s} = k_n e_b - k_b e_t \\ \frac{\partial e_b}{\partial s} = -k_n e_n \end{cases} \quad (1)$$

且满足

$$\begin{cases} k_b^2 = \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} \cdot \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} \\ k_n = \left(\frac{\partial r}{\partial s}, \frac{\partial^2 r}{\partial s^2}, \frac{\partial^3 r}{\partial s^3} \right) / k_b^2 \end{cases} \quad (2)$$

1.3 本构方程

假设:①钻柱处于线弹性变形状态;②钻柱横截面为圆形或圆环形;③略去剪力对钻柱变形的影响。

设钻柱的抗弯刚度为 EI , 抗扭刚度为 Q , 忽略剪力的影响,则本构方程为:

$$\begin{cases} M = EI \left(e_t \times \frac{\partial e_t}{\partial s} \right) + Q \frac{\partial \gamma}{\partial s} e_t \\ F_t = EA \left(\frac{\partial s}{\partial l} - 1 - \epsilon T \right) \\ M_t = Q \frac{\partial \gamma}{\partial s} \\ A = \pi(R_o^2 - R_i^2) \end{cases} \quad (3)$$

2 力学平衡原理

2.1 普适力学平衡原理

普适力学平衡原理就是牛顿第二定律:

$$F = ma \quad (4)$$

2.2 钻柱力学平衡原理

体现力学平衡原理的运动平衡方程^[1,18-19]:

$$\frac{\partial F}{\partial s} + h = \frac{\partial^2 (A \rho r)}{\partial t^2} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial s} + e_t \times F + m = \frac{\partial H}{\partial t} \\ H = A \rho (r - r_o) \times [\Omega \times (r - r_o)] + I_o \omega \\ I_o = A \rho (R_o^2 + R_i^2) / 2 \end{cases} \quad (6)$$

钻柱的微元受力分析和运动状态见图2、图3。

3 最小势能原理

3.1 普适最小势能原理

弹性力学最小势能原理:处于稳定的平衡状态的弹性体,在所有可能的几何位移中,真实位移使得总势能取最小值^[11-12]。

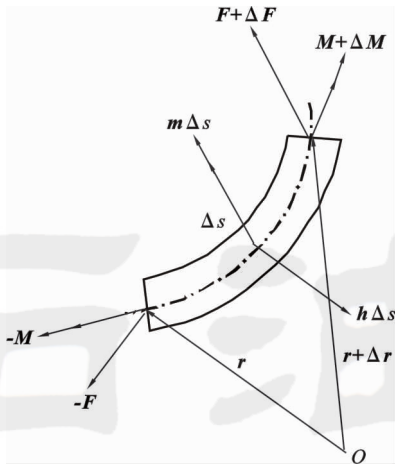


图 2 微元受力分析

Fig. 2 Micro-element force analysis

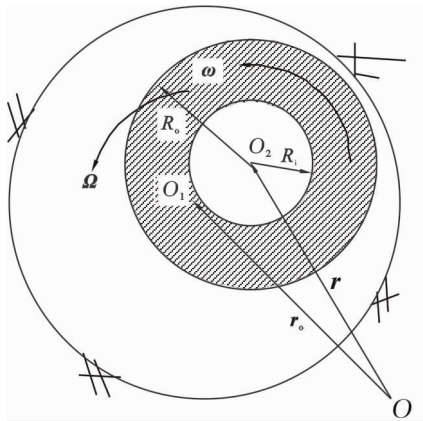


图 3 钻柱的运动状态

Fig. 3 Drill string moving state

3.2 钻柱力学中的最小势能原理

对于钻柱静力学问题, 在所有满足平衡方程的可能的钻柱变形线中, 真实的钻柱变形线使得总势能取得最小值。设 U_s 为钻柱总势能函数, 满足 $\frac{\partial U_s}{\partial r} = 0$ 的点共有 m 个, 分别为 $r_{s1}, r_{s2}, \dots, r_{sm}$, 则真实的钻柱变形线 r_s 是这 m 个解之一, 满足:

$$U_s(r_s) = \min[U_s(r_{s1}), U_s(r_{s2}), \dots, U_s(r_{sm})] \quad (7)$$

其中, U_s 和 r_s 都不是时间 t 的函数。

一般情况下, 井筒内旋转钻柱的力学问题是一个周期性的动力学问题; 在特殊情况下, 退化为可按静力学处理的稳态力学问题; 所谓的稳态是指虽然还在运动, 但其运动参数(速率、加速度等)与时间无关, 其力学分析可以按静力学处理。

对于钻柱动力学问题, 在所有满足平衡方程可能的钻柱变形线中, 真实的钻柱变形线首先使得总势能取得最小值。

设 U_d 为钻柱总势能函数, 满足 $\frac{\partial U_d}{\partial r} = 0$ 的点共有 n 个, 分别为 r_1, r_2, \dots, r_n , 则真实的钻柱变形线 r_d 是这 n 个解之一, 满足:

$$U_d(r_d) = \min[U_d(r_1), U_d(r_2), \dots, U_d(r_n)] \quad (8)$$

其中, U_d 和 r_d 都是时间的函数。

4 最小耗散功率原理

4.1 普适最小耗散功率原理

文献[16]指出“一个具有新内涵的最小耗能原理”: “任何耗能过程都将在与其相应的约束条件下, 以最小耗能的方式进行; 这里‘以最小耗能的方式进行’的含义, 是指在耗能过程中的任意瞬时、系统的耗能率都取当时所有可能耗能率中的最小值”; 这里的耗能率, 应该是系统向外界输出能量的速率, 即耗散功率。并介绍了“最小功耗原理”: “任何作用于系统的外力功消耗过程, 都将在与其相应的约束条件下, 以消耗外力功最小的方式进行; 这里的‘外力功消耗’(或‘消耗外力功’), 是指作用于系统的外力功被转换成系统的势能、动能及耗散能; ‘以消耗外力功最小的方式进行’, 是指外力功消耗过程中的任意瞬时, 其外力功的消耗率(即功耗率)都取当时所有可能外力功消耗率中的最小值”; 这里的外力功应该是输入功; 这里的外力功消耗率应该是系统的输入功率。从“一个具有新内涵的最小耗能原理”(系统输出功率最小)推导出“最小功耗原理”(系统输入功率最小)的过程中, 必须有一个前提——系统的内能(势能+动能等)为常量; 这在动力系统不是总满足的。为此“最小功耗原理”值得商榷。

为了避免歧义, 将“一个具有新内涵的最小耗能原理”重新定义为最小耗散功率原理: 任何耗能(系统向外界输出能量)过程都将在与其相应的约束条件下, 以最小耗散能的方式进行。“以最小耗散能的方式进行”的含义, 是指在耗能过程中的任意瞬时, 系统的耗散功率都取当时所有可能耗散功率中的最小值。该原理适合于任何热力学系统的任何耗能过程中的任意瞬时, 没有“平衡态附近的线性区”和“稳态”的约束。

在静力学中, 由于静止状态的耗散功率为零, 总处于最小状态, 符合最小耗散功率原理。

4.2 钻柱力学最小耗散功率原理

(1) 钻柱静力学最小耗散功率原理。钻柱处于静止状态, 耗散功率为零, 总处于最小状态, 符合最小耗散功率原理。

(2) 钻柱动力学最小耗散功率原理。在井筒内旋转的钻柱, 与井壁有摩擦力, 与钻井液有相互作用力,

伴随着能量的耗散,为此,在井筒内旋转的钻柱是一个能量耗散结构。

这个能量耗散结构首先要满足运动平衡方程;其次,若存在多解,则真实状态应该满足最小势能原理;最后,若还存在多解,则真实状态应该满足最小耗散功率原理。

若满足式(8)的解同时有 k 个,分别为 $r_{d1}, r_{d2}, \dots, r_{dk}$, 则真实的钻柱变形线 r_d 满足:

$$V(r_d) = \min[V(r_{d1}), V(r_{d2}), \dots, V_s(r_{dk})] \quad (9)$$

5 最小耗散功率原理不包含最小势能原理

文献[15]以“最小功耗原理”为理论基础,导出了线弹性动力学中的最小势能原理和最小余能原理;但其含义与静力学中的最小势能原理和最小余能原理并不完全相同;其主要区别在于:动力学中的原理适用于不稳定过程之任一瞬时,其“最小”是指“当时(即该瞬时)所有可能值的最小”;而静力学中的最小势能原理则只适用于稳定平衡状态,其“最小”是指系统从不稳定达到最终稳定平衡的整个过程中所有“真实值中的最小”;即前者是“当时的最小”,后者则是“全过程中的最小”。从“最小功耗原理”可以导出线弹性动力学中的最小势能原理和最小余能原理,动力学中的原理适用于不稳定过程之任一瞬时,而静力学中的最小势能原理则只适用于稳定平衡状态;因此,“最小功耗率原理”应该包含最小势能原理。

以图4所示旋转的受压钻柱为例。井筒内盛满水(蓝色),钻柱下端铰支在井底中心,上端导向并居中,承受压力 F 的作用,同时绕井筒中心旋转。当 F 大于临界载荷时,钻柱可能处于未屈曲状态[图4(a)],也可能处于已螺旋屈曲状态[图4(b)]。在螺旋屈曲状态中,钻柱可能绕井筒中心公转。

根据最小势能原理,未屈曲时不稳定,已螺旋屈曲稳定,因此应该处于后者的状态。而根据“最小功耗率原理”(或“一个具有新内涵的最小耗能原理”或最小耗散功率原理),由于图4(a)状态的功耗率(或耗散功率)小于图4(b)状态的功耗率(或耗散功率),因此钻柱应该取图4(a)状态。显然,最小势能原理判定正确,而“最小功耗率原理”(或“一个具有新内涵的最小耗能原理”或最小耗散功率原理)判定错误。另外,如果转速等于零,则2种状态的功耗率(或耗散功率)都是零。利用“最小功耗率原理”(或“一个具有新内涵的最小耗能原理”或最小耗散功率原理)将无法判定。而利用最小势能原理,则可以判定。

为此,“最小功耗率原理”(或“一个具有新内涵的

最小耗能原理”或最小耗散功率原理)没有包含最小势能原理,不能用“最小功耗率原理”(或“一个具有新内涵的最小耗能原理”或最小耗散功率原理)取代最小势能原理。文献[15]以“最小功耗原理”为理论基础,导出的线弹性动力学中的最小势能原理和最小余能原理,值得商榷。

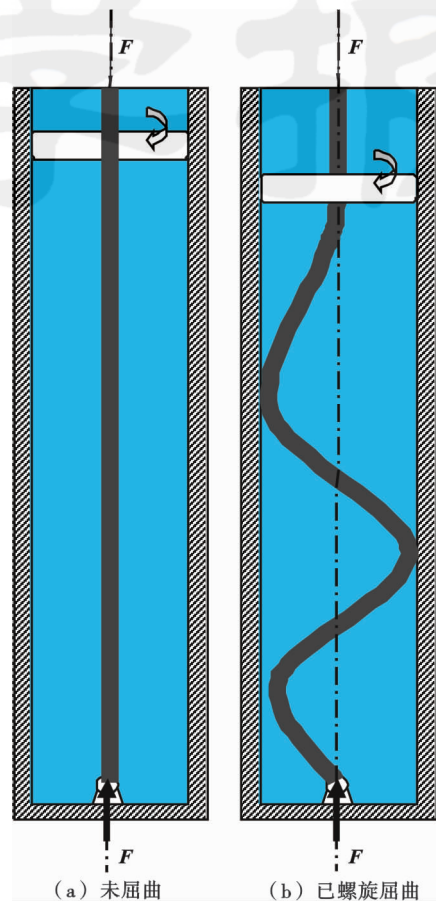


图4 旋转钻柱的未屈曲和已螺旋屈曲状态

Fig. 4 Unbuckling and helical buckling conditions of rotating drill string

6 钻柱涡动模拟实验

6.1 实验方法及步骤

钻柱在井筒中旋转运动时,钻井液对钻柱的运动状态有较大的影响,为了研究钻柱运动与钻井液之间的相互作用,研制了钻柱涡动定性模拟实验台。试验台可以模拟钻柱在井筒中的自转、公转、公转与自转结合。钻井液可以选用清水、油、聚合物溶液等液体。对模拟井筒中的圆杆施加轴向载荷,使其发生屈曲。通过电机带动圆杆旋转研究受压旋转圆杆在不同液体中的运动状态(图5)。由于条件限制,比文献[20]的简单。

当转速从零逐渐增大时,杆柱的摆动幅度较大,当转速达到或超过某一数值时,杆柱摆动的幅度突然缩小,且旋转中心向井筒中心靠拢,如图6和图7所示。

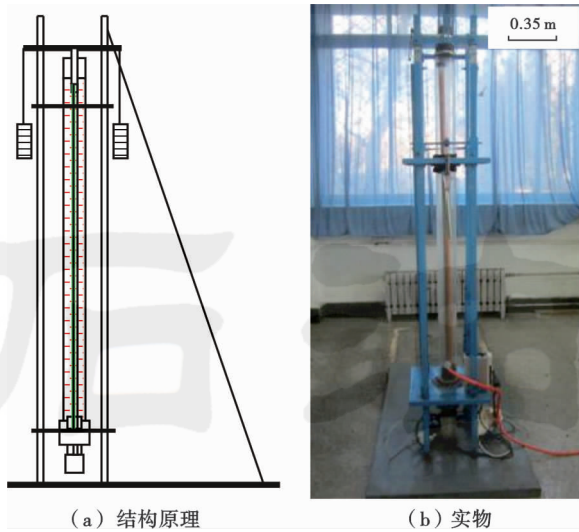


图 5 钻柱涡动定性模拟实验台

Fig. 5 Qualitative simulation platform of drill string whirling

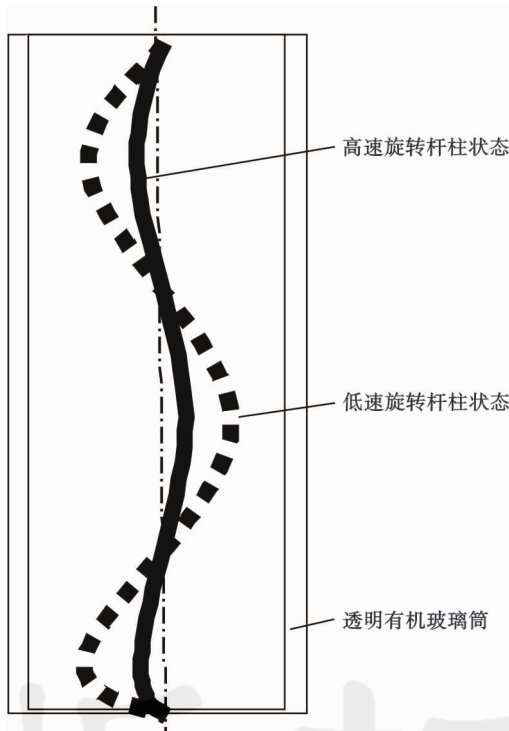


图 6 转速对杆柱弯曲状态的影响

Fig. 6 The effect of rotating speed on rod buckling state

为了研究涡动与能量消耗的影响,对不同转速下驱动电机的电流进行了测量。为了消除设备系统的能耗,测量了没有安装杆件时设备自身消耗电流随转速变化规律。图 8 曲线 1 为设备自身消耗电流与转速关系,消耗电流与转速基本呈直线关系。

观察发现,图 7 中的 A 点的转速和 a 点的转速与图 8 中的曲线 2 中的 A 点的转速一致,图 7 中的 B 点的转速和 b 点的转速与图 8 中的曲线 2 中的 B 点的转

速一致。图 7 中,从 A 点开始,弯曲幅度迅速减小,到 B 点结束;从 a 点开始,偏心距迅速减小,到 b 点结束。在图 8 曲线 2 中,从 A 点开始,电机电流迅速减小,可知 B 点结束。A 点(或 a 点)是涡动状态的转换点。将 A 点的转速定义为涡动状态转换临界转速。实验观察到该转速是杆公转幅值最大的时刻,超过该转速,杆公转幅值减小直至稳定自转。

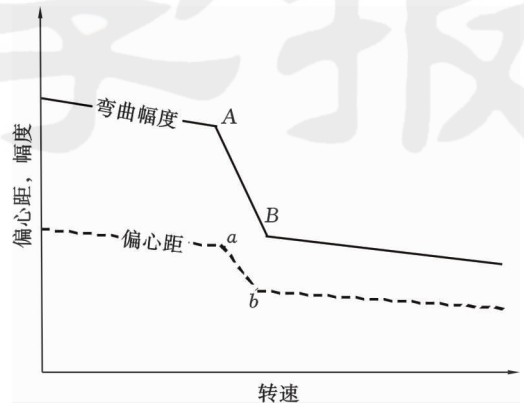


图 7 转速对杆柱弯曲幅度和偏心距的影响

Fig. 7 The effect of rotating speed on rod buckling amplitude and eccentricity

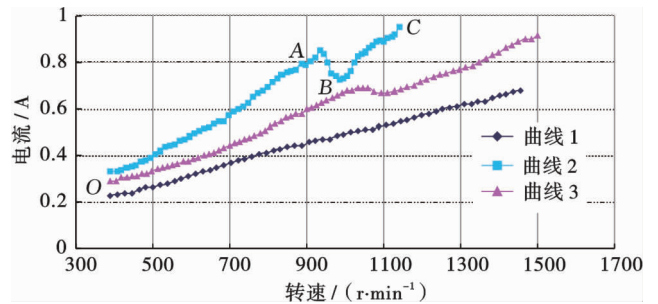


图 8 消耗电流与转速关系

Fig. 8 The relationship between current and rotating speed

图 8 中曲线 2 为直径 20 mm、长度为 1.5 m 的有机玻璃杆浸泡在水中,施加轴向载荷 320 N 条件下的消耗电流与转速变化规律;曲线 3 为直径 25 mm、长度为 1.5 m 的有机玻璃杆浸泡在 5 mPa·s CMC 溶液中,施加轴向载荷 220 N 条件下的消耗电流与转速变化规律。曲线 2 实验条件下的杆柱屈曲挠度大于曲线 3,消耗的电流较高,变稳定时的电流降低幅值也大于曲线 3。在曲线 2 中,随着转速的增加,驱动电机电流增加(OA 段);在 A 点后,随着转速的增加,驱动电机电流迅速下降(AB 段)。在 B 点后,随着转速的增加,驱动电机电流继续增加。

从图 8 曲线 3 中可以看出,在同一个状态段,电机电流随转速的变化曲线规律均呈上凹状。由于电机输入功率等于杆柱扭矩与转速的乘积加上设备自身消耗

功率,设备自身消耗电流与转速基本呈直线关系,由此可知杆柱耗散功率随转速增大而增大,杆柱扭矩随转速的增大也增大。

表 1 给出了在不同载荷下直径为 20 mm、长度为 1.5 m 的有机玻璃杆涡动状态转换临界转速。轴向载荷越大,涡动状态转换临界转速越小。

表 1 液体黏度和轴向压缩负荷对涡动状态转换临界转速影响
Table 1 Effect of fluid viscosity and axis load on the whirling state transition critical speed

溶液	转换临界转速/($r \cdot \min^{-1}$)				
	载荷 220 N	载荷 280 N	载荷 320 N	载荷 380 N	载荷 440 N
1 mPa·s 水	1130	1090	1073	1030	970
5 mPa·s CMC 溶液	1060	1031	1009	1000	961
13 mPa·s CMC 溶液	960	950	930	920	890

表 1 还给出了在不同液体黏度下的涡动状态转换临界转速。液体黏度越大,涡动状态转换临界转速越小。

6.2 实验结果及分析

(1) 随着转速的增加,杆柱的摆动幅度逐渐减小并居中;当转速达到某一临界值时及以后,摆动幅度迅速减小并迅速居中。在涡动状态转换临界转速值点,驱动电机的电流达到局部极值。

(2) 在同一个状态段,电机电流随转速的变化曲线均是上凹的。

(3) 液体的黏度越大,液体阻力越大,耗散功率越大,涡动状态转换临界转速越小。

(4) 轴向载荷越大,杆柱屈曲挠度越大,耗散功率越大,涡动状态转换临界转速越小。

(5) 当环形空间充满液体时,不存在杆柱撞击有机玻璃筒(井壁)的现象。

本实验是在简单条件下进行的,存在一定缺陷:①实验装置过于简单;②对杆柱的材料性能和杆柱材料的均匀性了解不足;③只能目视观察旋转钻柱的涡动状态;④由于转速较高,测量的电机电流与转速的变化不是瞬时值,而是周期平均值。

7 结 论

(1) 物体(含钻柱)的运动和变形状态必须依次满足力学平衡原理、最小势能原理和最小耗散功率原理。

(2) 最小耗散功率原理不包含最小势能原理,不可以用最小耗散功率原理取代最小势能原理。

(3) 杆柱的转速越高,其挠度越小,越靠近有机玻璃筒(井筒)中心。

(4) 存在涡动状态转换临界转速;当转速低于此

临界转速时,随着转速的增加,耗散功率增加;当转速高于此临界转速时,随着转速的增加,耗散功率先迅速降低并且杆柱的挠度突然减小,然后再增加。

(5) 液体的黏度越大,涡动状态转换临界转速越小;轴向载荷越大,涡动状态转换临界转速越小。

符号注释: A —钻柱截面积, m^2 ; a —加速度, m/s^2 ; E —弹性模量, Pa ; EI —抗弯刚度, $N \cdot m^2$; e_t, e_n, e_b —分别为钻柱变形线的切线方向、主法线方向和副法线方向的单位向量; F —合力, N ; F_t —轴向拉力, N ; Q —抗扭刚度, $N \cdot m^2$; H —单位长度钻柱对井眼中心的动量矩, $kg \cdot m^2 / (s \cdot m)$; h —单位长度钻柱上的外力, N/m ; I —截面惯性矩, m^4 ; I_o —单位长度钻柱绕自身轴线的转动惯量, $kg \cdot m^2 / m$; k_b —曲率, rad/m ; k_n —挠率, rad/m ; l —钻柱变形前的弧长, m ; M —钻柱内力矩, $N \cdot m$; M_t —钻柱扭矩, $N \cdot m$; m —质量, kg ; m —单位长度钻柱上的外力对钻柱中心的矩, $N \cdot m/m$; R_i —钻柱内半径, m ; R_o —钻柱外半径, m ; r —钻柱变形线任一点矢径, m ; r_o —井眼中心矢径, m ; s —钻柱发生位移和变形后的曲线坐标, m ; T —温度增量, $^{\circ}C$; t —时间, s ; U_d —动力学中的钻柱总势能函数, J ; U_s —静力学中的钻柱总势能函数, J ; V —耗散功率, W ; γ —钻柱扭转角, rad ; ϵ —线膨胀系数, $1/^{\circ}C$; ω —钻柱自转角速度矢量, rad/s ; Ω —钻柱绕井眼中心公转角速度矢量, rad/s ; ρ —钻柱材料密度, kg/m^3 。

参 考 文 献

- [1] 李子丰. 油气井杆管柱力学及应用[M]. 北京:石油工业出版社, 2008:1-165.
LI Zifeng. Tubular mechanics in oil-gas wells and its applications [M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2008:1-165.
- [2] 李子丰. 油气井杆管柱力学研究进展与争论[J]. 石油学报, 2016, 37(4): 531-556.
LI Zifeng. Research advances and debates on tubular mechanics in oil and gas wells[J]. Acta Petrolei Sinica, 2016, 37(4): 531-556.
- [3] 王明杰, 狄勤丰, 王文昌, 等. 气体钻井钻柱动态应力特征[J]. 石油学报, 2014, 35(1): 159-165.
WANG Mingjie, DI Qinfeng, WANG Wenchang, et al. Dynamic stress analysis of drill string in gas drilling[J]. Acta Petrolei Sinica, 2014, 35(1): 159-165.
- [4] 洪迪峰, 唐雪平, 苏义脑, 等. 非连续性旋转向导钻具组合的广义纵横弯曲法[J]. 石油学报, 2014, 35(3): 543-550.
HONG Difeng, TANG Xueping, SU Yinao, et al. Generalized beam-column method for non-continuous rotary steering drilling of bottom-hole assembly[J]. Acta Petrolei Sinica, 2014, 35(3): 543-550.
- [5] LIAO C M, VLAJIC N, KARK H, et al. Parametric studies on drill-string motions[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2012, 54(1): 260-268.

- [6] LIANG Erguo, LI Zifeng, HAN Yong, et al. Analysis on collapse strength of casing wear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2013, 26(3): 613-619.
- [7] NANDAKUMAR K, WIERCIGROCH M. Stability analysis of a state dependent delayed, coupled two DOF model of drill-string vibration[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(10): 2575-2592.
- [8] CHATJIGEORGIOU I K. Numerical simulation of the chaotic lateral vibrations of long rotating beams[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(10): 5592-5612.
- [9] THOMPSON J M T, VAN DER HEIJDEN G H M. A graphical criterion for the instability of elastic equilibria under multiple loads: with applications to drill-strings[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2013, 68: 160-170.
- [10] 李子丰. 钻柱涡动理论研究的必由之路——钻井液动力润滑学与钻柱动力学相结合[J]. 石油学报, 2013, 34(3): 607-610.
LI Zifeng. An inevitable way in drill-string whirling research: combination of drilling fluid power lubrication with drill string dynamics[J]. Acta Petrolei Sinica, 2013, 34(3): 607-610.
- [11] 刘士光, 张涛. 弹塑性力学基础理论[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2008: 193-196.
LIU Shiguang, ZHANG Tao. Basic theory of elasticity and plasticity[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2008: 193-196.
- [12] 魏淑强. 弹性力学最小势能原理[J]. 清远职业技术学院学报, 2008, 1(2): 116-117.
WEI Shuqiang. Principle of minimum potential energy in theory of elasticity[J]. Journal of Qingyuan Polytechnic, 2008, 1(2): 116-117.
- [13] 杨桂通. 构建和谐社会的理论基础探讨—系统辩证学原理的应用[J]. 系统科学学报, 2008, 16(1): 1-8.
YANG Guitong. The theoretical foundation of harmonic society [J]. Chinese Journal of Systems Science, 2008, 16(1): 1-8.
- [14] 罗迎社, 唐松花, 刘长文, 等. 关于最小耗能原理及其应用的新进展[J]. 铁道科学与工程学报, 2009, 6(2): 79-86.
LUO Yingshe, TANG Songhua, LIU Changwen, et al. Advances on the least energy consumption principle and its application[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2009, 6(2): 79-86.
- [15] 唐松花, 罗迎社, 周筑宝. 线弹性动力学中的最小势能原理(含最小余能原理)[J]. 动力学与控制学报, 2005, 3(1): 34-38.
TANG Songhua, LUO Yingshe, ZHOU Zhubao. The least potential principle and the least remaining principle in linear elastodynamics[J]. Journal of Dynamics and Control, 2005, 3(1): 34-38.
- [16] 周筑宝, 唐松花. 功耗率最小与工程力学中的各类变分原理[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 12, 29-42.
ZHOU Zhubao, TANG Songhua. Minimum power consumption rate and variational principles in engineering mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2007: 12, 29-42.
- [17] 李正军. 基于最小耗能原理水力压裂裂缝启裂及扩展规律研究[D]. 大庆: 东北石油大学, 2011: 26-40.
LI Zhengjun. Research on the law of fracture initiation and propagation based on principle of minimum consume energy [D]. Daqing: Northeast Petroleum University, 2011: 26-40.
- [18] 李子丰, 马兴瑞, 黄文虎. 钻柱力学基本方程及其应用[J]. 力学学报, 1995, 27(4): 406-414.
LI Zifeng, MA Xingrui, HUANG Wenhui. A general formulation of drill stem mechanics and its applications[J]. Acta Mechanica Sinica, 1995, 27(4): 406-414.
- [19] LI Zifeng, LI Jingyuan. Fundamental equations for dynamic analysis of rod and pipe string in oil-gas wells and application in static buckling analysis[J]. Journal of Canadian Petroleum Technology, 2002, 41(5): 44-53.
- [20] 管志川, 靳彦欣, 王以法. 直井底部钻柱运动状态的实验研究[J]. 石油学报, 2003, 24(6): 102-106.
GUAN Zhichuan, JIN Yanxin, WANG Yifa. Experimental research on motion behavior of bottom drill string in straight hole [J]. Acta Petrolei Sinica, 2003, 24(6): 102-106.

(收稿日期 2016-09-17 改回日期 2016-11-09 编辑 宋宁)

版权所有