

Lamb 波频散特性和波结构特性的有限元仿真

袁培龙,周绍骑,李学新,唐 航

(后勤工程学院 军事供油工程系,重庆 401331)

摘要:采用 ANSYS 有限元仿真软件模拟超声 Lamb 波在 4 mm 厚的钢板结构中的传播过程,计算 S0 模态和 A0 模态超声 Lamb 波的群速度和沿钢板厚度方向上的位移波结构,绘制频散曲线和波结构特性曲线,理论分析与仿真结果基本吻合;为超声 Lamb 波群速度测定和缺陷检测提供理论依据。

关键词:Lamb 波;频散;波结构;有限元;传播规律

本文引用格式:袁培龙,周绍骑,李学新,等. Lamb 波频散特性和波结构特性的有限元仿真[J]. 兵器装备工程学报, 2017(3):137-142.

Citation format:YUAN Pei-long, ZHOU Shao-qi, LI Xue-xin, et al. Finite Element Simulation of Lamb Wave Dispersion Characteristics and Wave Structure Features[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2017(3):137-142.

中图分类号:TB553

文献标识码:A

文章编号:2096-2304(2017)03-0137-06

Finite Element Simulation of Lamb Wave Dispersion Characteristics and Wave Structure Features

YUAN Pei-long, ZHOU Shao-qi, LI Xue-xin, TANG Hang

(Department of Military Petroleum Supply Engineering,
Logistical Engineering University of PLA, Chongqing 401331, China)

Abstract: The propagation process of A0 and S0 mode wave in 4 mm steel plate was simulated in finite element simulation software ANSYS, and group velocity curves and wave structure characteristic curves of S0 and A0 Lamb waves in steel plate were plotted. Simulation results are approximately agreed with the theoretical analysis. It provides theoretical basis for group velocity measurement and defect detection.

Key words: Lamb wave; dispersion; wave structure; the FE method; propagation law

超声 Lamb 波作为超声导波的一种,主要存在于平板结构中,具有易于激励、对初始损伤和微小缺陷敏感、传播距离远、检测精度不受平板表面流体影响等优点,是目前检测平板缺陷极具前景的无损检测手段之一^[1]。超声 Lamb 波是一种特殊的体波,其频散特性和多模式特点决定了其在激励、传播、接收和质点振动方式上的复杂性^[2-4]。因此,研究 Lamb 波的频散特性和波结构特点,进而依据其频散特性曲线和波结构特性曲线选取一定频厚积下合适模态的超声 Lamb 波进行缺陷检测显得尤为重要^[5-9]。目前,超声 Lamb

波频散特性和波结构特性上的研究多为理论分析,基于有限元仿真的方法分析超声 Lamb 波频散特性和波结构特性的较少。

本文首先对超声 Lamb 波的频率特性方程进行数值求解并绘制其频散特性曲线和波结构特性曲线。基于 ANSYS 有限元分析的方法在钢板模型中仿真超声 Lamb 的传播过程,提取仿真数据结果,计算不同频厚积下 A0 模态和 S0 模态的群速度,绘制有限元仿真情况下的频散曲线和波结构曲线。理论分析与仿真结果对比验证了有限元法的有效性。

收稿日期:2016-07-14;修回日期:2016-10-15

基金项目:重庆市重点科技攻关项目(cstc2012gg-sfgc00002)

作者简介:袁培龙(1992—),男,硕士研究生,主要从事超声导波检测技术方向研究。

1 超声 Lamb 波的理论分析

超声 Lamb 波在金属平板内传播过程中其质点运动位移满足 Navier 质点平衡方程:

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) = \rho \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \quad (1)$$

式(1)中 u 为质点振动位移矢量, μ, λ 为 Lamé 常数。

根据金属平板中质点的振动特点可分为对称模式(S)和反对称模式(A)。在不同相速度下的超声 Lamb 波存在不同阶次的模式,用 $S_0, S_1, S_2, S_3, S_4 \dots A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 \dots$ 表示。根据势函数求解法求解质点平衡方程,得到 Lamb 波位移场表达式:

对称模式:

$$\begin{cases} \mu = ikA_2 \cos(py) + qB_1 \cos(qy) \\ \nu = -pA_2 \sin(py) - ikB_1 \sin(qy) \end{cases} \quad (2)$$

反对称模式:

$$\begin{cases} \mu = ikA_1 \sin(py) - qB_2 \sin(qy) \\ \nu = pA_1 \sin(py) - ikB_2 \cos(qy) \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中: $p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2, k = \frac{\omega}{c_p}, c_L^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, c_T^2 =$

$$\frac{\mu}{\rho}, \lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

其中, μ 为离面位移, ν 为面内位移, ω 为角频率, c_L, c_T 分别为钢板中的纵波波速和横波波速, k 为波数, E 和 G 是钢板弹性模量和剪切模量, ν 为泊松比; ρ 为钢板密度。

根据零应力边界条件可求得 A_1, A_2, B_1, B_2 , 即可计算得出 Rayleigh-Lamb 频率方程:

对称模式:

$$\frac{\tan qd}{\tan pd} = -\frac{4k^2 pq}{(q^2 - k^2)^2} \quad (4)$$

反对称模式:

$$\frac{\tan qd}{\tan pd} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq} \quad (5)$$

2 超声 Lamb 波频散特性曲线和波结构特性

2.1 超声 Lamb 波的频散特性曲线

Rayleigh-Lamb 频散方程决定了超声 Lamb 波存在多模式和频散现象,下面以对称模式为例,求解 Rayleigh-Lamb 频散方程:

各项同性材料的金属板中 $c_l > c_t$, 当 $c_p > c_l$ 时式(4)中分子分母都在实数范围之内,当 $c_p < c_l$ 时,存在复数运算。因此,需分段对频散特性方程求解,同时引入自变量 y 。

1) 当 $0 < c_p \leq c_l$ 时,式(4)化简为

$$\frac{\tan \frac{i\sqrt{c_l^2 - c_p^2} \omega h}{c_p c_l}}{\tan \frac{i\sqrt{c_l^2 - c_p^2} \omega h}{c_p c_l}} = -\frac{4c_l^3 \sqrt{(c_l^2 - c_p^2)(c_l^2 - c_t^2)} \cdot i^2}{c_l (2c_l^2 - c_p^2)^2} \quad (5)$$

$$y = c_l (2c_p^2 - c_p^2)^2 th \frac{\sqrt{c_p^2 - c_s^2} \omega h}{c_p c_l} + 4c_l^3 \sqrt{(c_p^2 - c_l^2)(c_p^2 - c_t^2)} th \frac{\sqrt{c_p^2 - c_t^2} \omega h}{c_p c_l} \quad (6)$$

2) 当 $c_l < c_p \leq c_l$ 时,式(4)化简为

$$\frac{\tan \frac{\sqrt{c_p^2 - c_t^2} \omega h}{c_p c_l}}{\tan \frac{i\sqrt{c_l^2 - c_p^2} \omega h}{c_p c_l}} = -\frac{4c_l^3 \sqrt{(c_l^2 - c_p^2)(c_p^2 - c_t^2)} \cdot i}{c_l (2c_l^2 - c_p^2)^2} \quad (7)$$

$$y = c_l (2c_p^2 - c_p^2)^2 \tan \frac{\sqrt{c_p^2 - c_s^2} \omega h}{c_p c_l} - 4c_l^3 \sqrt{(c_p^2 - c_l^2)(c_p^2 - c_t^2)} th \frac{\sqrt{c_p^2 - c_t^2} \omega h}{c_p c_l} \quad (8)$$

3) 当 $c_l < c_p$ 时,原式(4)不变,即:

$$y = c_l (2c_p^2 - c_p^2)^2 \tan \frac{\sqrt{c_p^2 - c_s^2} \omega h}{c_p c_l} + 4c_l^3 \sqrt{(c_p^2 - c_l^2)(c_p^2 - c_t^2)} \tan \frac{\sqrt{c_p^2 - c_t^2} \omega h}{c_p c_l} \quad (9)$$

编写 Matlab 计算程序使相速度 c_p 和频厚积 fd 以一定的时间步长在分析范围内迭代求解,采用二分法通过对比 y 变量的变化计算出对应频厚积下的相速度。钢板中纵波波速 5.790 km/s,横波波速 3.180 km/s,绘制出超声 Lamb 波的频散特性曲线如图 1、图 2 所示。

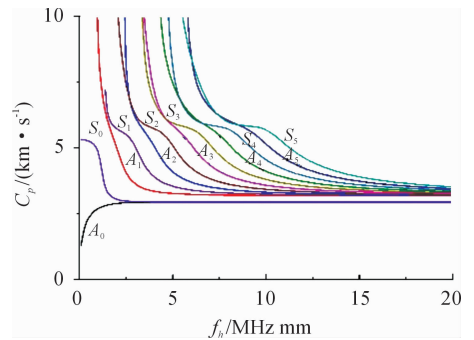


图 1 钢板中 Lamb 波的相速度曲线

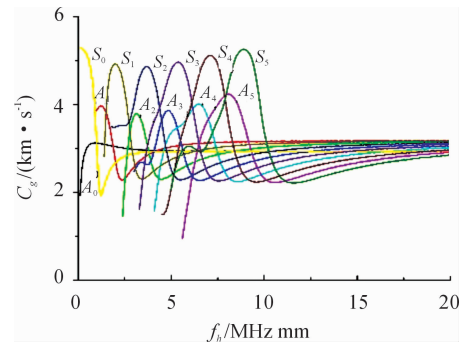


图 2 钢板中 Lamb 波群速度曲线

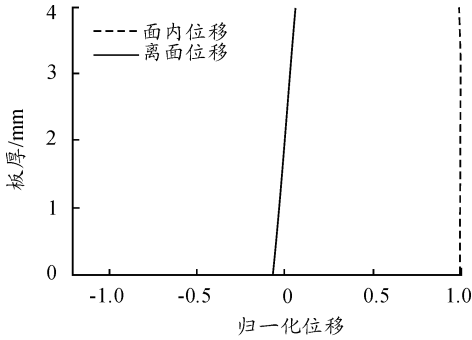
由超声 Lamb 波频散特性曲线可以看出,同一频厚积下可以产生两种或两种以上模式,且群速度不同;不同模式下

的超声 Lamb 波均存在频散现象,其相速度和群速度均随频厚积的变化而变化;除 S_0 、 A_0 模态外其余模态均存在截止频率。

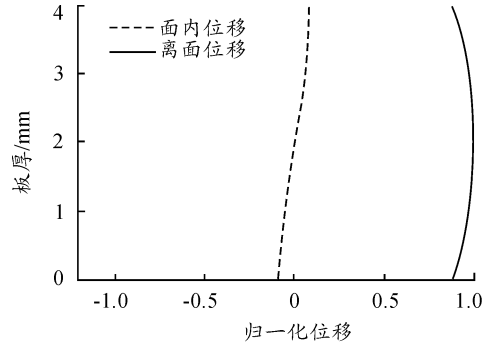
2.2 超声 Lamb 波的波结构特性曲线

在各向同性钢板中通过给定的模态 Lamb 波的频厚积和

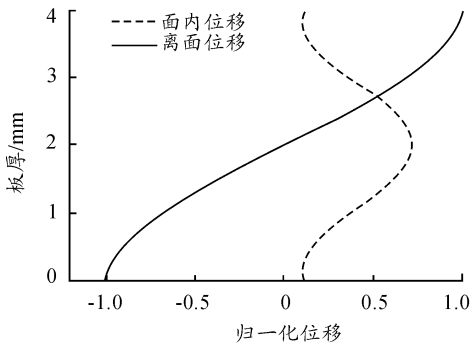
相速度,由式(2)、式(3)可推导求解计算其沿厚度方向的离面位移和面内位移,图3、图4为频厚积为0.4 MHz mm 和 2 MHz mm 时 S_0 模态和 A_0 模态超声 Lamb 波的波结构示意图。在此对其进行归一化处理。



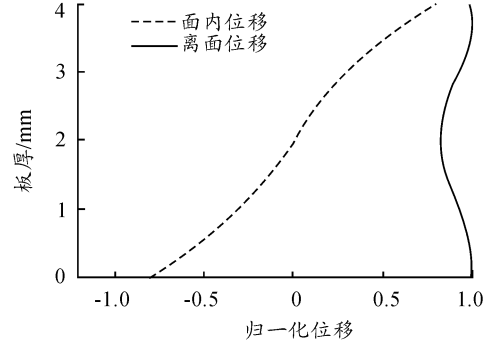
(a) 0.4 MHz mm 频厚积



(a) 0.4 MHz mm 频厚积



(b) 2 MHz mm 频厚积



(b) 2 MHz mm 频厚积

图3 S_0 模态位移波结构示意图

图4 A_0 模态位移波结构示意图

从图4可以看出,对称模态的Lamb波沿钢板厚度方向面内位移关于板中心对称,离面位移关于板中心反对称。反对称模态Lamb波,沿钢板厚度方向离面位移关于板中心对称,面内位移关于板中心反对称。在低频厚积下 S_0 模态以面内位移为主,离面位移为辅; A_0 模态以离面位移为主,以面内位移为辅。随频厚积增加,对称模态的离面位移和反对称模态的面内位移在板中逐渐增加,对称模态的面内位移和反对称模态的离面位移逐渐减小。

3 超声 Lamb 波传播规律的有限元仿真

采用有限元仿真软件 ANSYS 仿真超声 Lamb 波在 4 mm 厚、1 500 mm 长的钢板中传播,钢板模型材料特性参数如表 1 所示。

采用映射网格划分方式对有限元模型进行网格划分,网格尺寸 $\Delta x \leq \frac{\lambda}{8}$, $\lambda = \frac{c}{f}$, 时间步长 $\Delta t \leq \frac{0.8\Delta x}{c}$, 图5为有限元仿真模型示意图。

表1 有限元仿真钢板材料特性参数

参数	数值
弹性模量 E/MPa	204
泊松比 ν	0.284
材料密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7 860

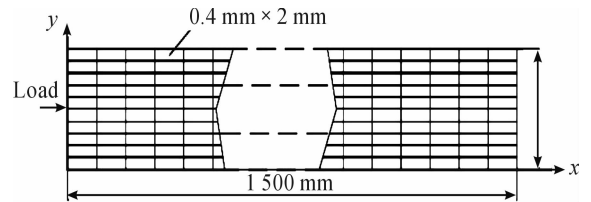


图5 有限元仿真模型示意图

3.1 激励信号选取

为减少 Lamb 波在传播过程中的能量泄漏,提高计算精度,本文采用汉宁窗加载函数调制 5 周期正弦信号作为激励信号。将激励信号中心频率从 25 kHz 逐步增加至 500 kHz, 对应频厚积从 0.1 MHz mm 增加至 2 MHz mm。图6为中心

频率为 200 kHz 的激励信号波形图,对波形幅值统一进行归一化处理。

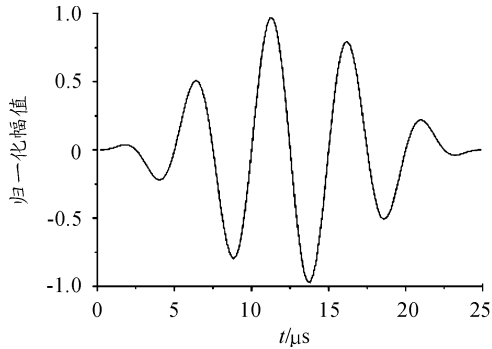


图6 中心频率 200 kHz 激励信号波形

3.2 有限元仿真结果分析

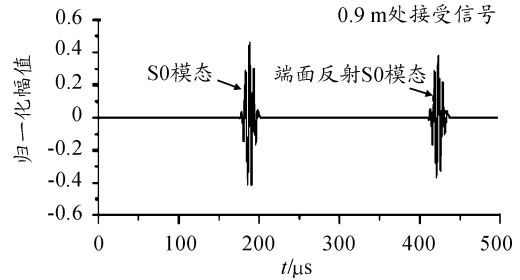
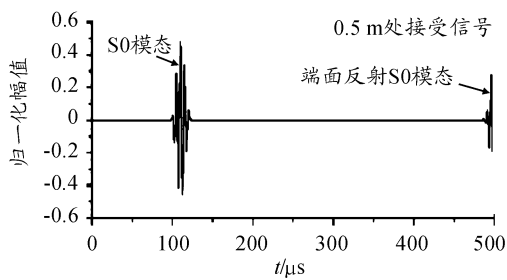
根据 Lamb 波的波结构理论分析知,在钢板一端的中间节点以一定的中心频率加载面内位移可以激励产生对称模态信号;加载离面位移可激励产生反对称模态信号。

在距离加载端面 0.5 m 和 0.9 m 处的钢板表面设置信号接收点,设置加载信号中心频率为 200 KHz。图 7(a)为加

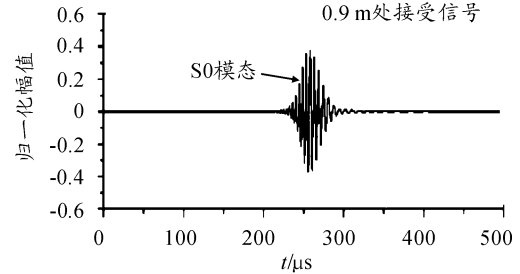
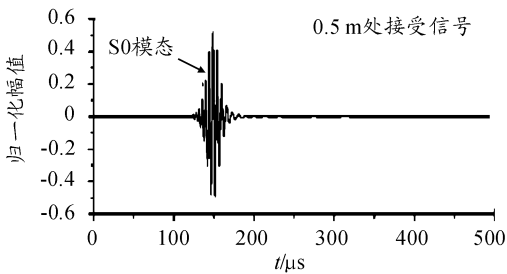
载面内位移激励产生对称模态 Lamb 波后接收点波形,根据群速度判断为 S0 模态 Lamb 波,图中接受信号的第二个波形为平板端面反射波,计算时间范围内,0.5 m 处反射波未能完整显示。图 7(b)为加载离面位移激励产生反对称模态超声 Lamb 波后接收点波形,根据群速度判断为 A0 模态 Lamb 波,由图可以看出 A0 模态在传播过程中时间扩张较为明显,在计算时间范围内接收点没有出现端面反射波信号。

理论分析可知,改变激励信号中心频率后,超声 Lamb 波的将会发生频散现象,图 8(a)为加载中心频率 500 kHz 面内位移激励产生对称模态超声 Lamb 波后接收点波形,图 8(b)为加载中心频率 500 kHz 离面位移激励产生反对称模态超声 Lamb 波后接收点波形。由图可以看出,频厚积为 2 MHzmm 时,对称模态和反对称模态 Lamb 波在传播过程中均发生频散现象,对称模态 Lamb 波比反对称模态 Lamb 波频散现象更为明显,且对称模态发生明显模态分离现象。

采用 ANSYS 有限元仿真的方法可以在钢板中激励出单一模态的超声 Lamb 波,随频厚积增加 Lamb 波在钢板中传播时会发生频散现象和模态分离现象。采用 ANSYS 有限元仿真的方法适合激励较低频厚积下的超声 Lamb 波。



(a) 激励对称模态接收点波形



(b) 激励反对称模态接收点波形

图7 加载中心频率 200 kHz 接收点波形

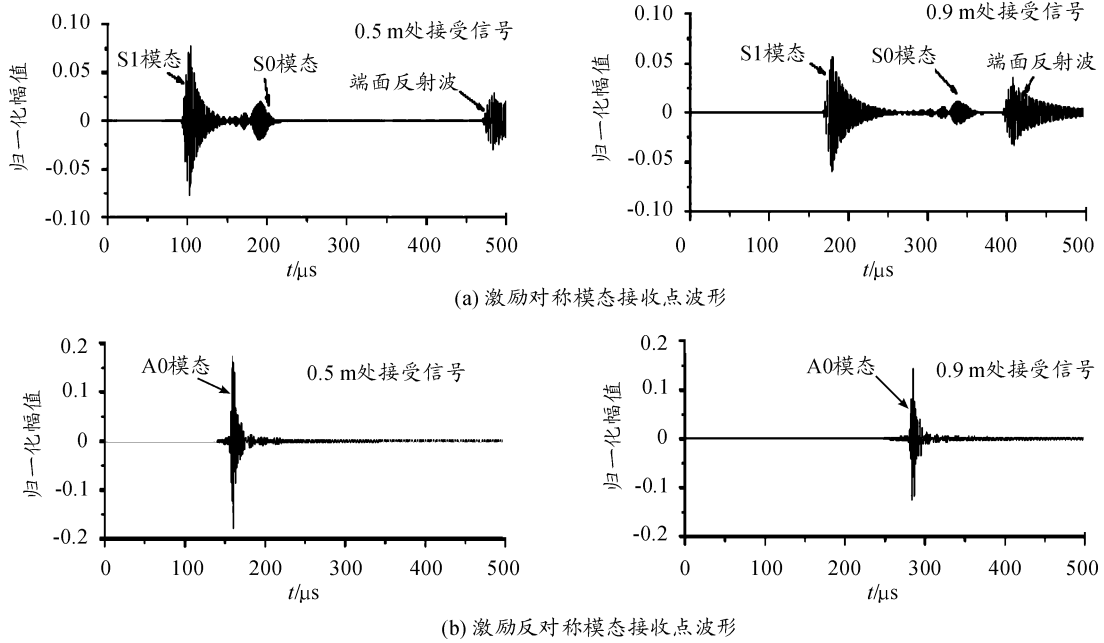


图8 加载中心频率 500 kHz 接收点波形

3.3 有限元仿真分析超声 Lamb 波的频散特性

超声 Lamb 波在钢板中向前传播时,激励信号以群速度作为能量传播的速度。通过计算相应波包峰值的前进速度可以计算出对应模式的群速度:

$$c_g = d / (t_{p2} - t_{p1}) \quad (10)$$

式(10)中 D 为选定的两个接受信号节点的距离, T_{p1} 、 T_{p2} 为采集到时域脉冲信号的对应模式波峰的时刻。

根据采集到接收点波形信号,可计算出 S0 和 A0 模式的超声 Lamb 波群速度,图 9 为理论值与仿真值对比示意图。

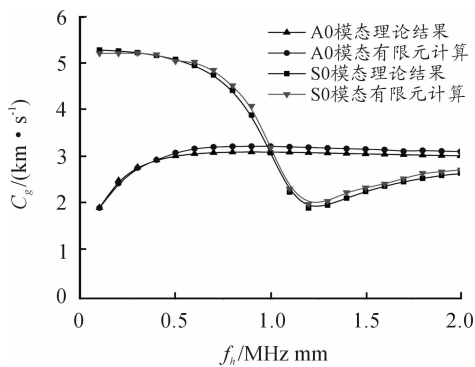


图9 群速度理论值与仿真比示意图

将有限元方法计算出的群速度值与理论群速度进行比较,计算误差均小于 5%。在误差允许范围内,利用 ANSYS 有限元仿真的方法可较精确的计算钢板中不同模式和频厚积下的群速度值。

3.4 有限元仿真分析超声 Lamb 波的波结构特性

在钢板模型中距离端面 0.5 m 处沿厚度方向每间隔 0.4

mm 设置一个信号接收点,分别得出沿厚度方向 S0 模式 A0 模式离面位移和面内位移波形变化规律,对节点处位移进行归一化处理,可得出有限元仿真时位移波结构示意图,如图 10、图 11。

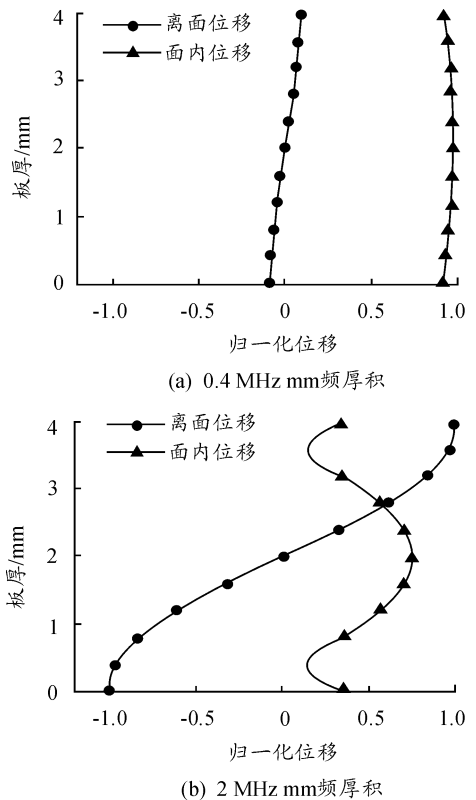
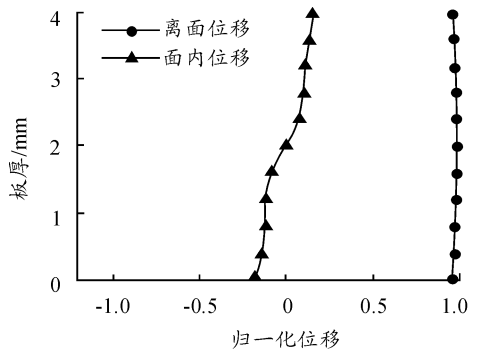
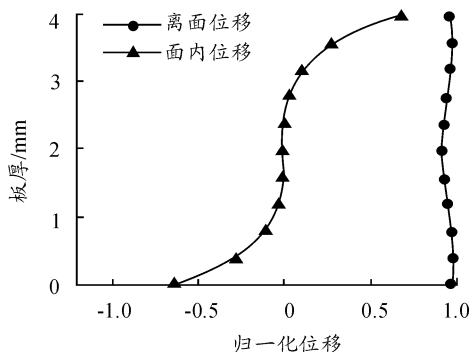


图10 S0 模式位移波结构仿真结果示意图



(a) 0.4 MHz mm频厚积



(b) 2 MHz mm频厚积

图 11 A0 模态位移波结构仿真结果示意图

图 10、图 11 可以看出,采用有限元分析的方法研究 Lamb 波在钢板厚度方向上的位移波结构变化规律与理论计算结果基本吻合,有限元仿真的方法可直观分析 Lamb 波的波结构特性,进而研究不同模态和频厚积下 Lamb 波穿透结构的能力,实现对钢板缺陷的检测。

4 结论

本文通过理论分析和有限元仿真相结合的方法对钢板结构中超声 Lamb 波的传播规律、频散现象和波结构特点进行研究,理论计算与有限元仿真基本吻合,理论分析为检测钢板厚度和波速测定提供依据,有限元仿真可以更加直观分析 Lamb 波的频散特性和波结构特性,为观察单一模态 Lamb 波在钢板结构中传播和穿透结构的能力提供有力工具。

参考文献:

- [1] 周正干,冯海伟. 超声导波检测技术的研究进展[J]. 无损检测,2006,28(2):57-63.
- [2] 张燕,龚立娇. Lamb 波频散特性的数值仿真研究[J]. 压电声光,2014,36(5):701-704.
- [3] 艾春安,工学勇,刘瑜. 薄板钢结构超声检测 Lamb 波激励与模态分析[J]. 噪声与振动控制,2012,32(1):137-140.
- [4] XU Kailiang, TA Dean, SU Zhongqing, wang Weiqi. Transmission Analysis Of Ultrasonic Lamb Mode Conversion In A Plate With Partial - thickness Notch[J]. Ultrasonics,2014,54(11):395-401.
- [5] 刘长福,牛晓光,李中伟,等. 基于 ANSYS 的超声纵/横波传播仿真计算[J]. 无损检测,2011,33(6):15-18.
- [6] 张海燕,曹亚萍,于建波,等. 采用单个压电传感器的单模式兰姆波激发频率的选择[J]. 物理学报,2011,60(11):377-385.
- [7] 李引凡. 短波车载半环天线仿真分析[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2015,32(10):63-67.
- [8] 吴斌,周伟,郑阳,等. 基于波结构的 Lamb 波单一模态激励仿真[J]. 无损检测,2011,33(7):1-4.
- [9] YOJI O, KEIJI F. Delamination Detection In Composite Laminates Using Dispersion Change Based On Mode Conversion Of Lamb Waves[J]. Smart Materials and Structures, 2010,19(11):1-11.
- [10] NG C T, VEIDT M, ROSE L R F, et al. Analytical And Finite Element Prediction Of Lamb Wave Scattering At Delaminations In Quasi-isotropic Composite Laminates [J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(5):4870-4883.
- [11] 廖肖晓,周绍骑,白金春. 三轴交流漏磁检测矩形缺陷信号特征分析[J]. 重庆理工大学学报(自然科学),2016(9):106-112.
- [12] 高望,张金,王瑾珏. 火炮身管无损检测方法[J]. 火力与指挥控制,2015(7):16-19.

(责任编辑 唐定国)