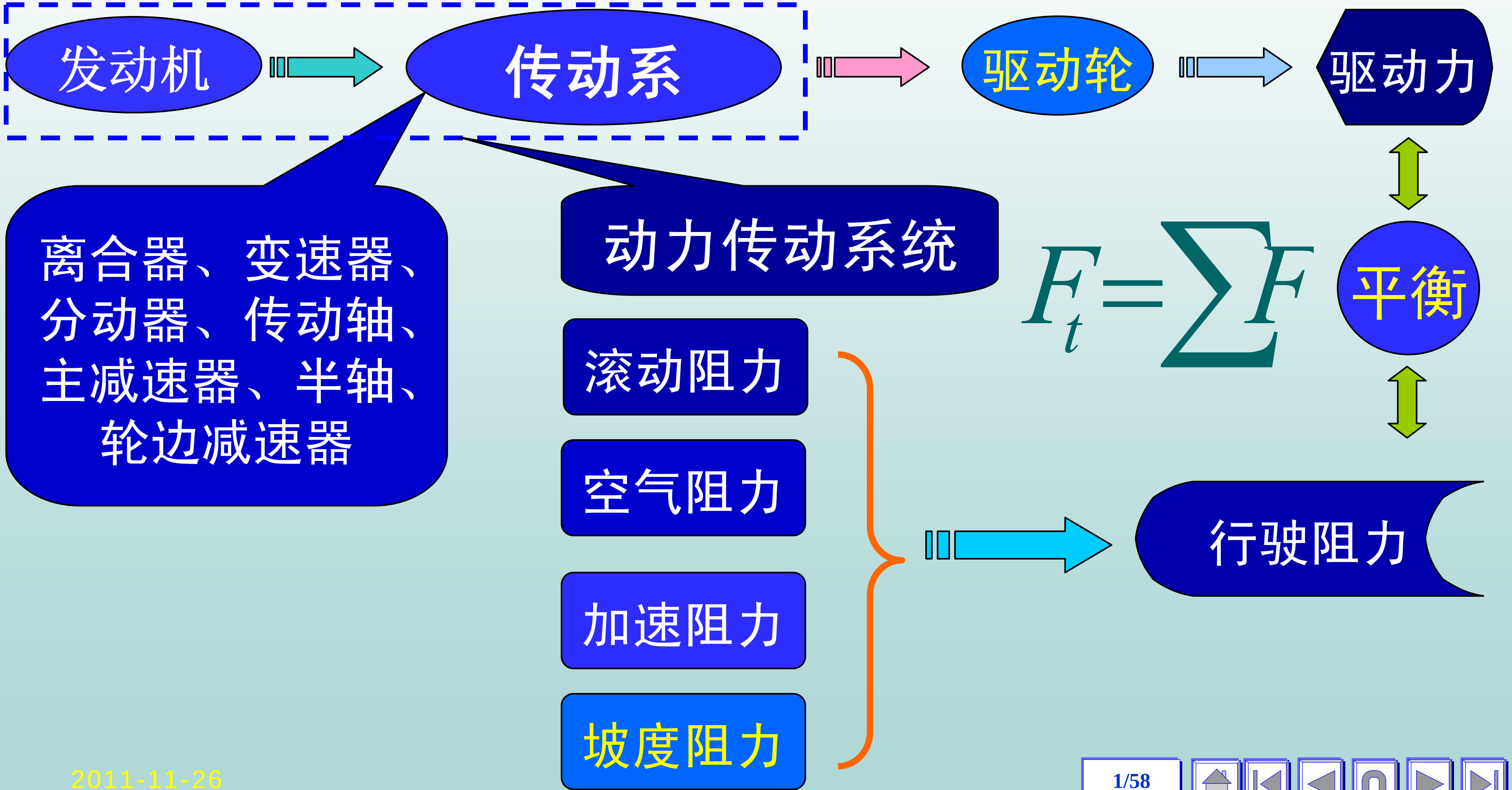
1.2 汽车驱动力和行驶阻力

1.2 Traction forces and resistances as vehicle driving

汽车动力传递路线：发动机→离合器→变速器→副变速器→传动轴→主减速器→差速器→半轴→轮边减速器→车轮



1.2　汽车驱动力和行驶阻力

Traction force and resistances as vehicle driving

驱动力　行驶阻力　滚动阻力　空气阻力

$$F_t = \sum F$$

$$\sum F = F_f + F_i + F_w + F_j$$

驱动转矩　爬坡阻力　加速阻力

$$F_t = \frac{T_t}{r}$$

发动机转矩

$$T_t = T_{tq} i_g i_0 \eta_T$$

Traction force
traction effort
driving force

$$F_t \approx F_0 = \frac{T_t}{r}$$

$$F_t = \frac{T_t}{r}$$

Torque (T_t), Radius (r)

$$F_Z = W = mg$$

$$F_t \propto F_Z$$

$$F_t \leq \varphi F_Z$$

$$\varphi \leq 1$$

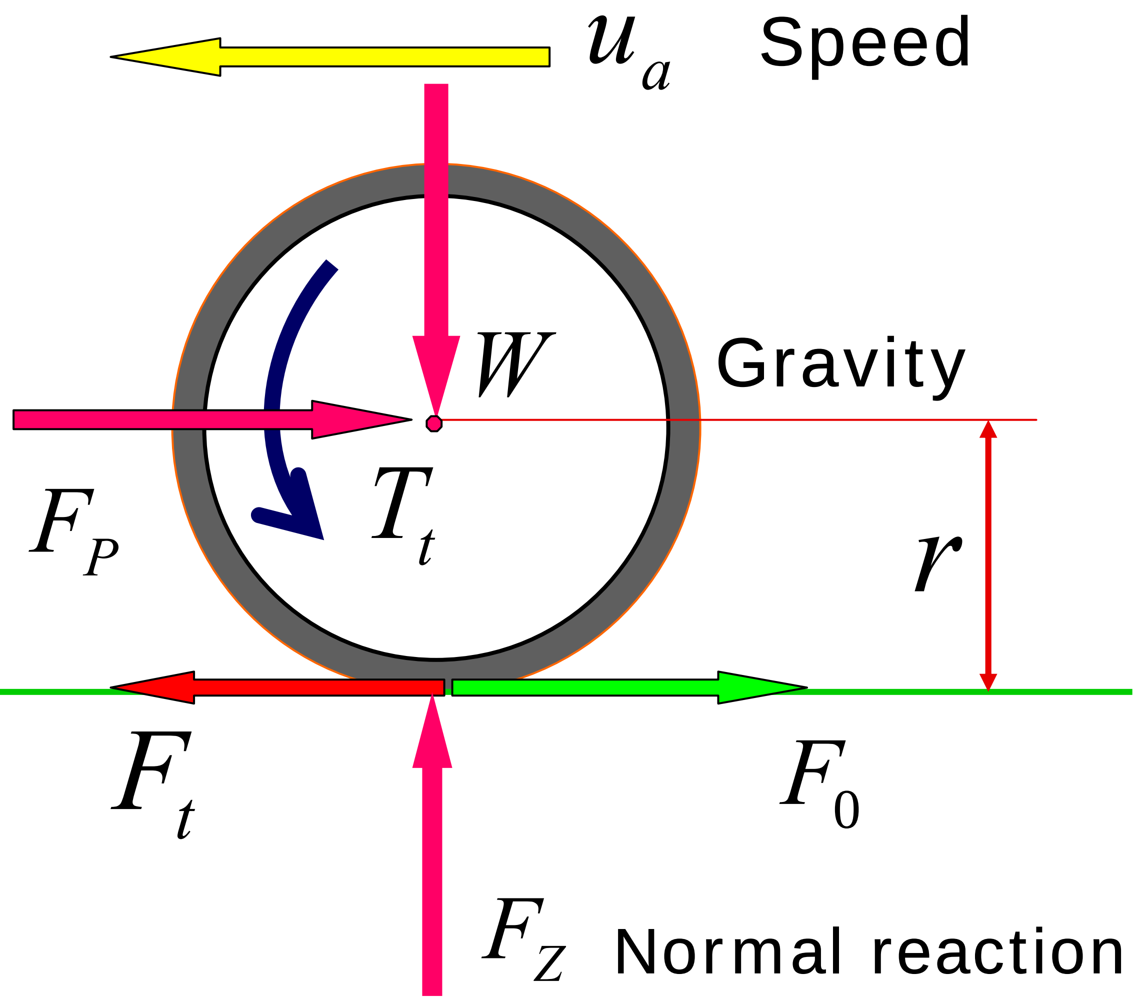


图1-2 汽车驱动力

MV Traction Force

发动机速度特性

外特性曲线（全负荷特性曲线）：节气门(油门)全开时，转矩、功率和油耗等与转速的关系曲线 full throttle/accelerator

$$T_{tq} = f(n), \mathrm{N \cdot m}$$

$$P_e = \frac{T_{tq} n}{9549}, \mathrm{kW}$$

n, r/ min

$$9549 = \frac{1000 \times 60}{2\pi}$$

r/min (rpm):

revolution per minute

部分负荷特性：节气门部分开启时，转矩或功率等与转速的关系

使用负荷特性曲线：即带有附件时的负荷特性，通常汽油机下降15%，而柴油机下降10%。

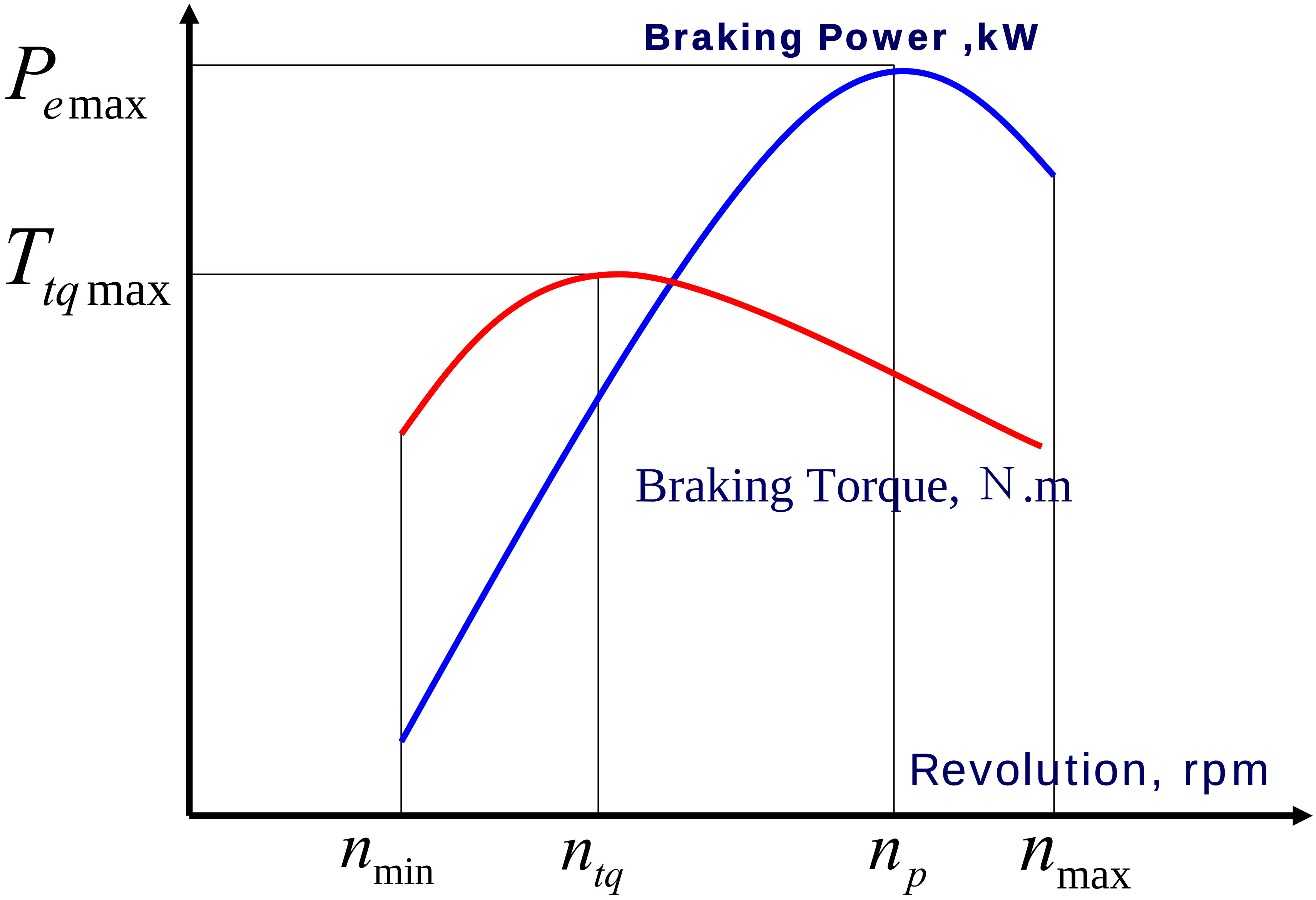


图1-3　汽油发动机外特性

Characteristic of engine speed at full throttle

发动机过渡工况的速度特性

Characteristic of the engine speed in transient condition

在过渡工况，功率和转矩约下降5%～6%。

In transient condition, power and torque all descend about 5%-6%.

$$T_{tq}=T_{tqs}-\Delta T$$

$$\Delta T=\gamma\frac{d\omega}{dt}T_{tqs}$$

$$\gamma=0.0007\sim0.0008$$

转矩下降量主要与减速度有关。

外负荷特性的使用和制作方法

Full-load characteristic diagram method

表格法（辅助插值）

曲线族法

数学模型法

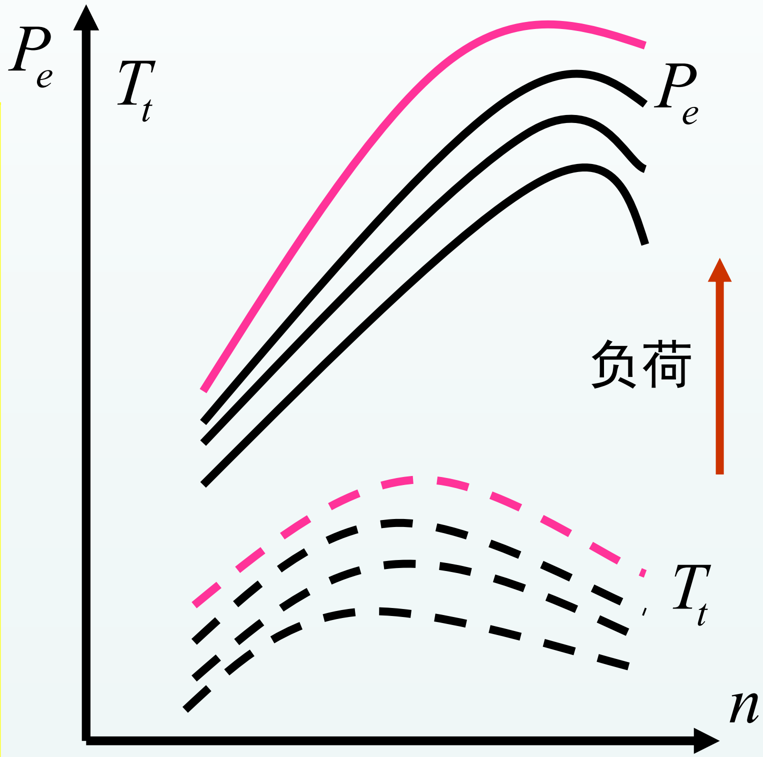
Interpolation with table

Curves

Modeling

对应某负荷（油门开度）：

n_1	n_2	n_3	…	…	n_n
P_{e1}	P_{e2}	P_{e3}	…	…	P_{en}
T_{t1}	T_{t2}	T_{t3}	…	…	T_{tn}
b_{e1}	b_{e2}	b_{e3}	…	…	b_{en}



要点:

$$T_{tq}=a_0+a_1n^1+a_2n^2+a_3n^3,\ldots\ldots,+a_mn^m$$

$$T_{tq}\Rightarrow[-1,1]\Rightarrow y$$

$$n\Rightarrow[-1,1]\Rightarrow x$$

$$y=f(x)$$

$m<7$

$m_{opt}<5$

$$b_e=f(n,T_{tq})$$

$$b_e\Rightarrow[-1,1]\Rightarrow y,T_{tq}\Rightarrow[-1,1]\Rightarrow x_1$$

$$n\Rightarrow[-1,1]\Rightarrow x_2$$

$$y=f(x_1,x_2)$$

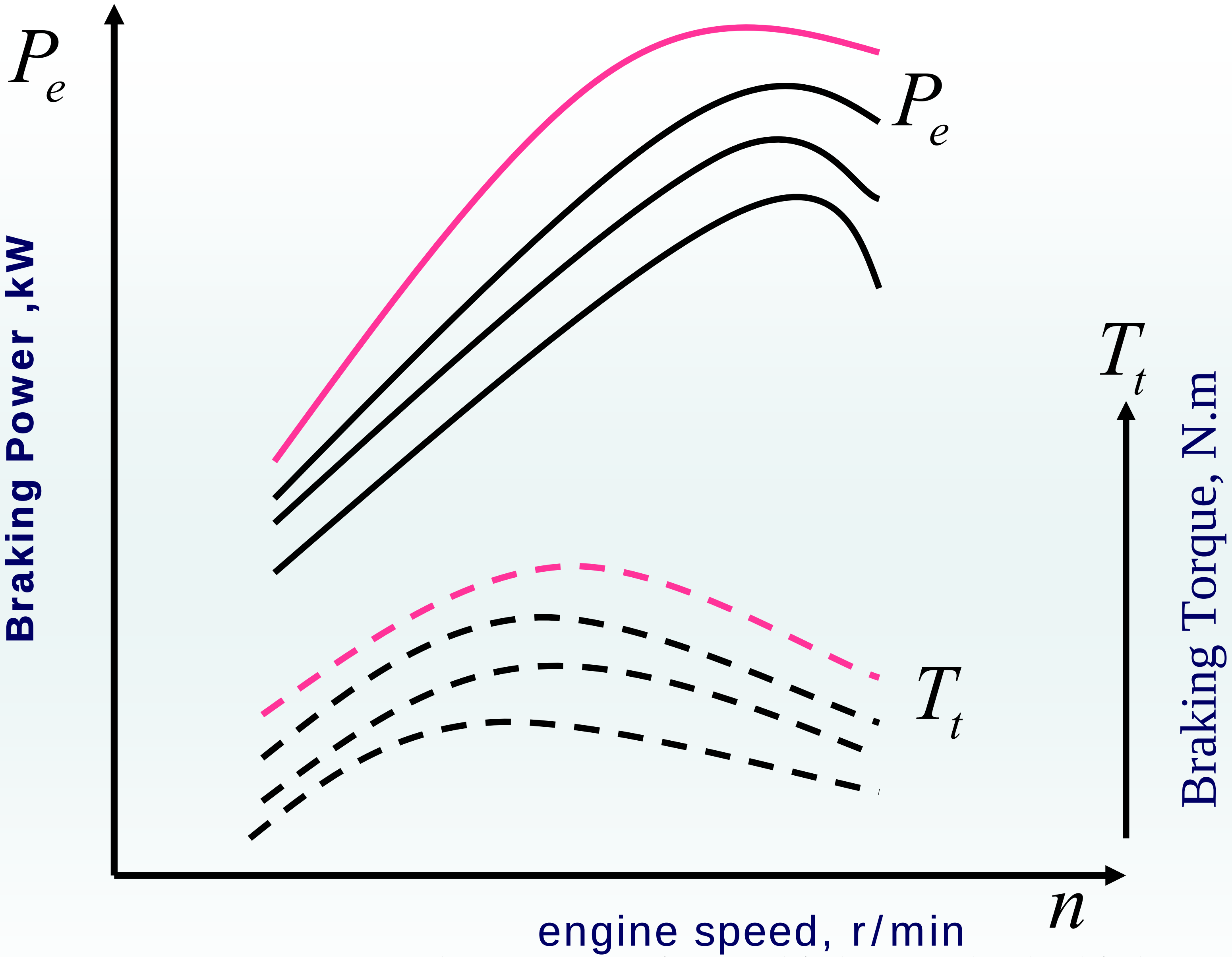


图1-4 汽油发动机外特性及负荷特性

Characteristic of engine speed at full and part load

发动机负荷特性经验公式

Approximation for Full- & part-load characteristic

$$P_e = P_{en}\left[\alpha\left(\frac{n}{n_n}\right)^3 + \beta\left(\frac{n}{n_n}\right)^2 + \gamma\left(\frac{n}{n_n}\right) + \delta\right]$$

$$\alpha = \frac{K_m\left(1+\frac{1}{K_n}\right)^{-2}}{\left(1-\frac{1}{K_n}\right)^3}$$

$$\beta = \frac{\left(1+\frac{1}{K_n}\right)\left(3-2\frac{K_m}{K_n}\right)-2K_m}{\left(1-\frac{2}{K_n}\right)^3}$$

$$\gamma = \frac{K_m\left(1+\frac{2}{K_n}\right)-\frac{2}{K_n}\left(1-\frac{2K_m}{K_n}\right)}{\left(1-\frac{1}{K_n}\right)^3}$$

$$\delta = \frac{3-\frac{1}{K_n}-2K_m}{\left(1-\frac{1}{K_n}\right)^3}$$

$$K_m = T_{max}/T_n, K_n = n_n/n_m$$

发动机简化模型：发动机外特性是发动机性能指标和运行参数的函数。有效转矩T_e可表示为：

$$T_e = T_m - \frac{T_m - T_p}{\left(n_m - n_p\right)^2}\left(n_m - n_e\right)^2$$

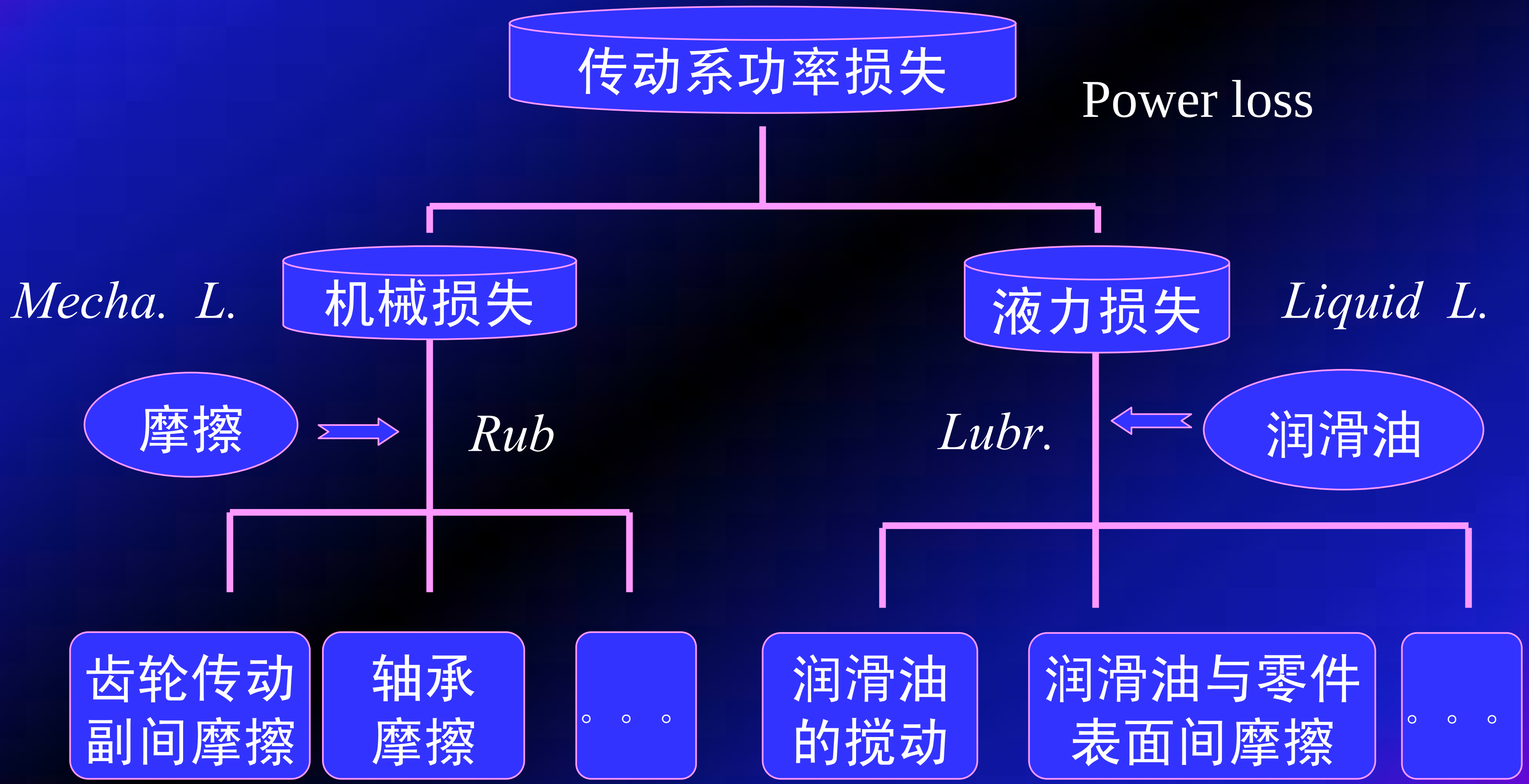
n_m最大转矩T_m的转速；n_p最大功率T_p的转速；n_e当前转矩T_e的转速。

$$G_t = n_e(a + bT_e)V_h$$

G_t发动机每分钟消耗的燃油量，g/min；V_h发动机的排量，L。

参数	a:发动机怠速时单位排量每转燃油消耗量，g/(r·L)	b:发动机单位排量单位转矩每转燃油消耗量提高系数g/(N·m·r·L)
汽油机	0.0065~0.0080	0.00035~0.00045
柴油机	0.0025~0.0040	0.00030~0.00032

传动系机械效率 η_T
Transmission's efficiency



传动系机械效率 η_T Transmission's efficiency

损失主要部件：Parts causing to lose

变速器和主减速器(含差速器)

损失主要形式：Forms causing to lose

液力损失和机械摩擦损失

Mechanical loss & liquid loss

液力损失,如搅动和磨擦。与润滑油的性能、温度、转速、油面高度等有关。

$$\eta_T = \frac{P_e - P_T}{P_e} 100\% = 1 - \frac{P_T}{P_e}$$

典型的传动系效率值 Typical drive system efficiency

4～6挡变速器 4-6 speed gearbox 0.96

6～8挡变速器 6-8 speed gearbox 0.95

传动轴 drive shaft 0. 98

离合器 Clutch 0.98

主减速器 differential 0.92~0.96

半轴 semi-shaft 0.99

汽车机械效率 MV mechanical efficiency

- 轿车 *Passenger car* η_T=0.90~0.92
- 商用车 *Commercial Veh.* η_T=0.82~0.85
- 越野车(SUV) *4W drive Veh.* η_T=0.80~0.85

某汽车变速器的机械效率

Mechanical efficiency of MV gearbox

$$\eta_T = f(T_{tq}, n, T_E, i_g) = f_1(T_{tq}) + f_2(n) + f_3(T_E) + f_4(i_g)$$

$$\eta_T = \frac{6}{n-500} + 0.938\exp(\frac{-0.443}{T_{tq}}) + \frac{130+T_{tq}}{2400} - 0.076\exp(-0.0325T_E) - f_4(i_g)$$

$$f_4(i_g) = \begin{cases} 0.00098 i_g^2 - 0.0058 i_g + 0.0236, i_g \neq 1 \\ 0, i_g = 1 \end{cases}$$

轮胎半径r *Tire radius*

自由半径 r *Unloaded radius*

静力半径 r_s *Static radius with load*

滚动半径 r_r *Dynamic radius* with load

$$r_r = r_s = r = s/(2\pi n_w)$$

S —行驶距离 trip，n — 转动圈数 revolutions

欧洲轮胎与轮辋委员会(ETRTO)推荐

$$r_r = Fd/(2\pi)$$

Circumference length

F=3.05 radial F=2.99 bias

德国橡胶工业协会推荐 $C'_R=C_R(1+\Delta u_d/1000)$,mm

C_R——周长

轮胎半径r（mm）

		大	小	中
车型	规格	自由	静力	滚动
桑塔纳2000	195/60R14	295±3	268±5	286
红旗CA7228	l85/70HRl4	312±3	285±5	301
奥迪100	195/65Rl5	317±3	291±5	308
跃进NJl061	7.00-20	452±4	430±6	448
解放CA1091	9.00-20	509±5	485±6	492
东风EQl092	9.(4)R20	509±5	476±6	493
黄河JNll81	11.00-20	542±6	517±7	525

汽车驱动力图 MV traction force diagram

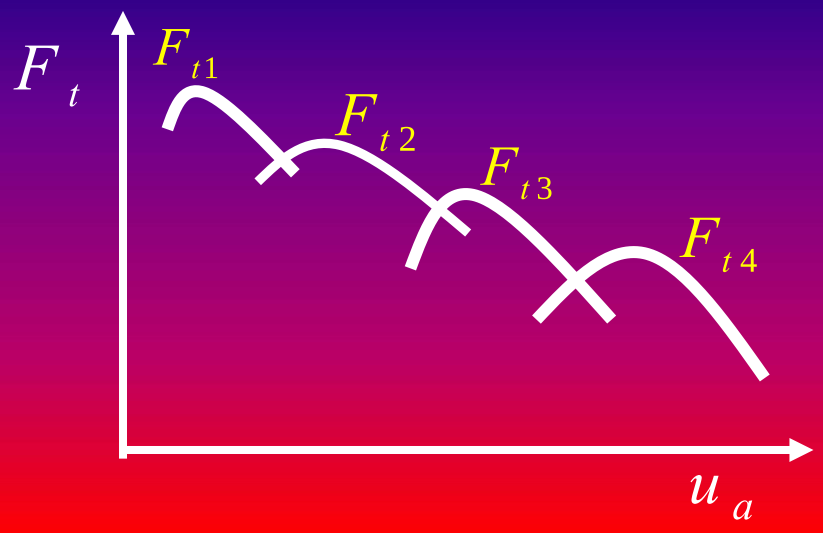
定义：

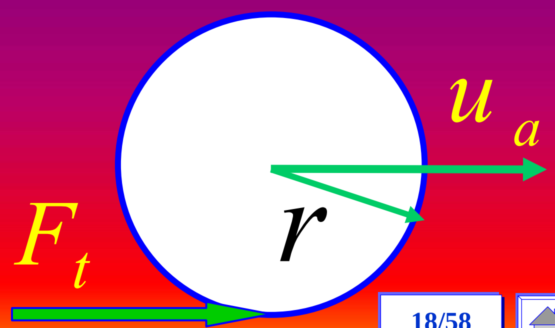
用F_t-u_a曲线图来全面地描述汽车的驱动力。

已知外特性曲线、传动系速比、传动系机械效率、车轮半径就可求计算驱动力。

Definition:

Use the F_t-u_a curves to describe completely the MV traction force. If one has already known the full load characteristic curve, transmission , system efficiency and rolling radius, one can calculates the traction forces.





$$\begin{cases} u_a = f_2(n) \\ T_{tq} = f_1(n) = f_1(u_a) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_a = f_2(n, i_g) \\ T_{tq} = f_1(n) = f_1(u_a, i_g) \end{cases}$$

转速—速度关系式(线性变换关系系式)

$$u_a = 3.6 r\omega = 3.6 r \frac{2\pi n}{60} \frac{1}{i_0 i_g} \approx 0.377 \frac{rn}{i_0 i_g}$$

转矩—驱动力关系式(线性变换关系系式)

$$F_t = \frac{T_t}{r} = \frac{T_{tq} i_0 i_g}{r} \eta_T$$

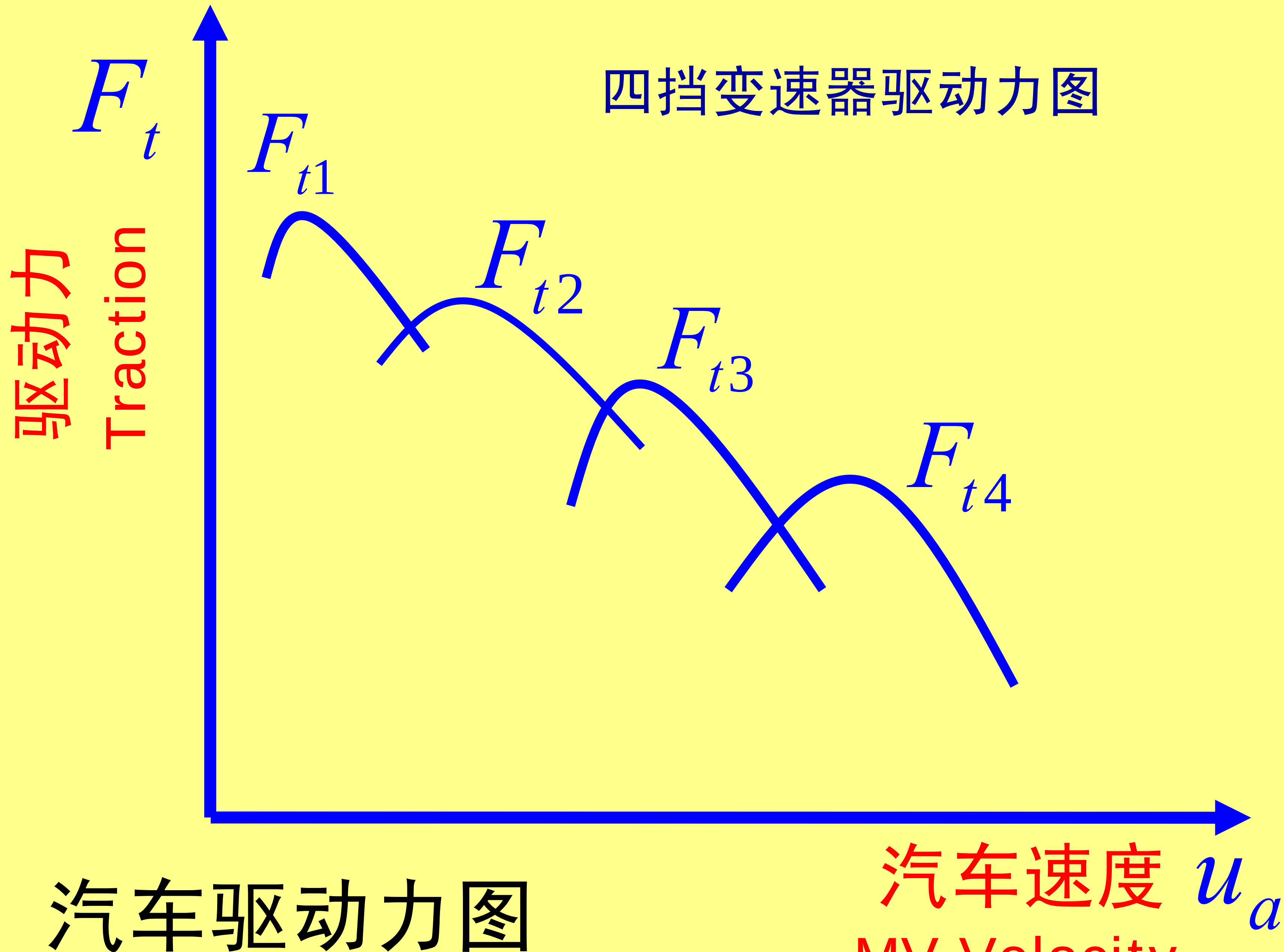
传动系具有减速增扭的作用

驱动力图制作 Drawing diagram of traction

T_{tq}	T_{tq1}	T_{tq2}	T_{tq3}		T_{tqm}	
n	n_1	n_2	n_3	…	n_{1m}	
F_t	F_{t11}	F_{t12}	F_{t13}	…	F_{t1m}	Sp I I 档
u_a	u_{a11}	u_{a12}	u_{a13}	…	u_{a1m}	
F_t	F_{t21}	F_{t22}	F_{t23}	…	F_{t2m}	Sp II II 档
u_a	u_{a21}	u_{a22}	u_{a23}	…	u_{a2m}	
F_t	F_{t31}	F_{t32}	F_{t33}	…	F_{t3m}	Sp III II 档
u_a	u_{a31}	u_{a32}	u_{a33}	…	u_{a3m}	

$$F_t = \frac{T_{tq} i_g i_0}{r} \eta_T$$

$$u_a = 0.377 \frac{rn}{i_g i_0}$$



汽车驱动力图

MV traction diagram

汽车行驶阻力

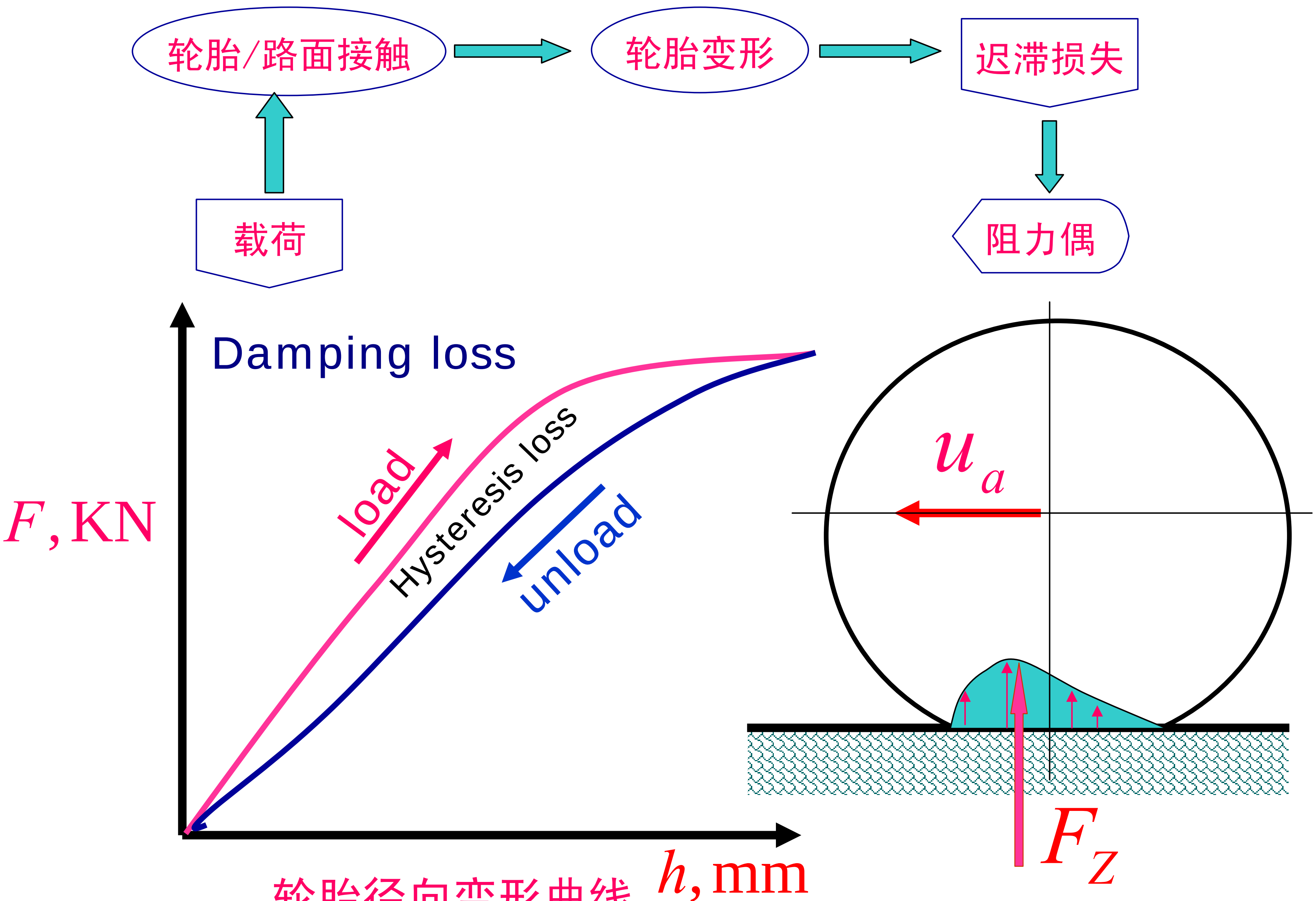
MV driving resistance

$$\sum F = F_f + F_w + F_i + F_j$$

滚动阻力F_f（条件是轮胎在硬路面上滚动）

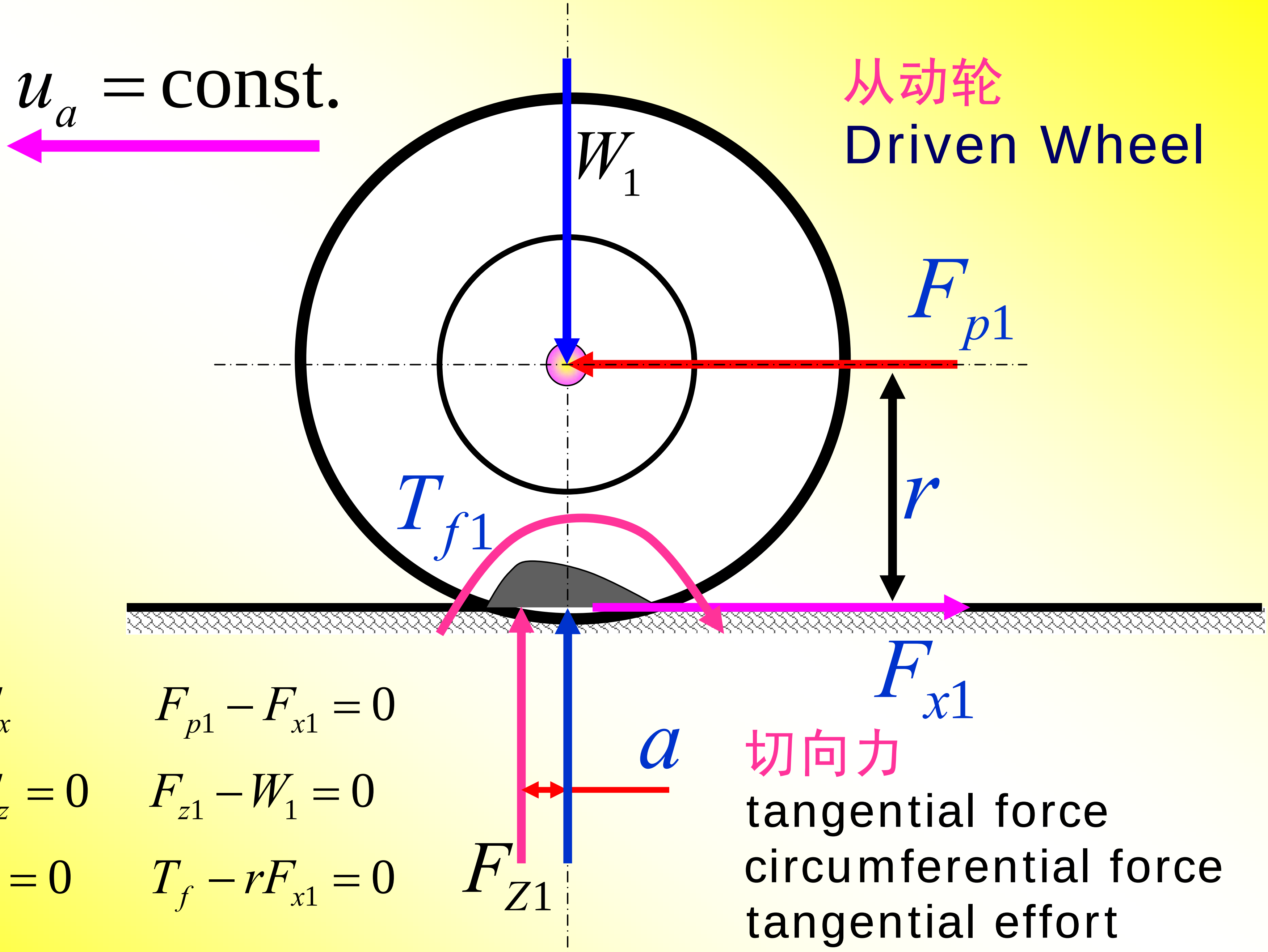
轮胎内部摩擦产生的迟滞损失。这种迟滞损失表现为阻碍车轮运动的阻力偶。

Rolling resistance F_f: Hysteresis loss caused by the tire inner part rub, this kind of lose performance shows the resistance moment of the wheel motion.



轮胎径向变形曲线

Tire radius deforming curve



$\sum F_x \qquad F_{p1} - F_{x1} = 0$

$\sum F_z = 0 \qquad F_{z1} - W_1 = 0$

$\sum T = 0 \qquad T_f - rF_{x1} = 0$

切向力

tangential force

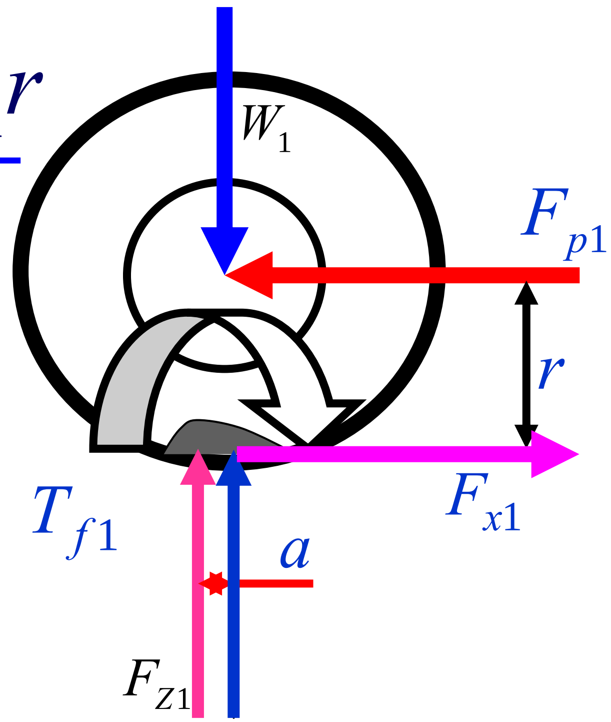
circumferential force

tangential effort

滚动阻力系数 f
rolling resistance coefficient

轮胎内部摩擦产生迟滞损失,其表现为阻碍车轮运动的阻力偶。The damping loses caused by tire inner inter-rubs are shown as the resistance moment against wheel motion

$$F_{Z1}=W_1 \rightarrow T_{f1}=F_{Z1}a=F_{x1}r=F_{p1}r$$



$$F_{p1}=\frac{a}{r}F_{z1}$$

$$\text{令} f=\frac{a}{r} \Rightarrow F_{p1}=fW_1 \Rightarrow f=\frac{F_{p1}}{W_1}$$

滚动阻力系数:

车轮在一定条件下滚动所需推力F_{p1}与负荷W_1之比，即单位重力的推力。

Rolling resistance coefficient: wheel under the certain condition rolls over with the ratio of push force Fp_1 to weight W_1, namely push force （thrust ） for the unit gravity .

$$f = F_{p1} / W_1 \qquad F_{p1} = T_{f1} / r$$

不同性质路面的滚动阻力系数

路面类型		滚动阻力系数
良好的沥青或混凝土		0.010~0.018
一般的沥青或混凝土		0.018~0.020
碎石		0.020~0.025
良好的卵石		0.025~0.030
坑洼的卵石		0.035~0.050
压实土路	干燥	0.025~0.035
	潮湿	0.050~0.150
泥泞土路（雨季或解冻期）		0.100~0.250
干沙		0.100~0.300
湿沙		0.060~0.150
结冰		0.015~0.030
压实雪		0.030~0.050

阻力偶一般用滚动阻力描述

roll resistance moment is depicted by rolling resistance.

在实际计算时可不必考虑阻力偶，而用**滚动阻力描述**。

While computing physically need not consider the resistance pair, but use to roll resistance.

$$F_{f1} = F_{p1} = fW_1 \qquad F_{x1} = F_{p1}$$

滚动阻力无法在受力图上画出。它是一个数值, 在受力图上只有切向反力。

Roll resistance can't be drawn in being subjected to the reaction diagram, It is only one value. There is a longitudinal reaction in the force diagram.

滚动阻力系数的确定方法

道路试验

室内试验

试验确定法

牵引法、滑行法和转鼓法

经验法

通过以往试验结果归纳(拟合)出经验公式

滚动阻力系数的影响因素

1. 速度 u_a 对 f 的影响

Effect of velocity u_a on resistance coefficient f.

$$u_a < 100\text{km/h} \Rightarrow f \approx \text{const.}$$

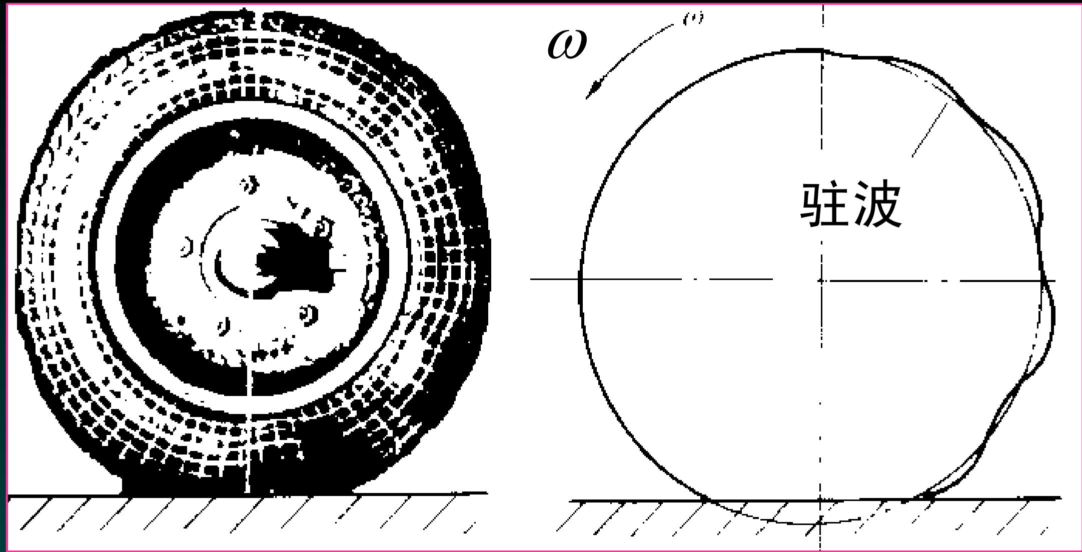
$$u_a > 200\text{km/h} \Rightarrow f \uparrow\uparrow$$

产生驻波现象，高温、脱落和爆裂。

creating a phenomenon of standing wave, heat, shed off, and burst.

驻波

Standing waves



弹性轮胎在滚动时,胎面各部分反复处于受力变形和恢复原形的过程。其中,使轮胎变形恢复到原状的力有弹力、胎压和离心力等。轮胎从接地受力变形,到离开地面后恢复原状,存在滞后时间。其长短与轮胎负荷、转速、工作温度和环境温度等有关。

负荷大或胎压过低，胎面变形大；转速高，胎面离心力大，使胎面反向变形。这样胎面就在正、反方向力的交替作用下造成胎面不同部位半径的波动。当轮胎行驶速度超过轮胎的挠屈变形极限速度后，胎面波动看上去变形移动的状态恰似停止，称作驻波。驻波常发生在胎肩与胎侧交界区。

2. 轮胎结构、材料、帘线对 f 的影响很大。子午线轮胎 f 小，天然橡胶 f 低，钢丝胎 f 低。

The tire structure, material, the influence of the lines upon the f is also very big. The meridian tire f is small, the crude rubber f is low.

3. 使用因素对滚动阻力影响也较大

$P_a \uparrow \Rightarrow f \downarrow$

但 $P_a \uparrow$ 道路受力 $\uparrow \Rightarrow$ 道路寿命 $\downarrow$

$P_a \uparrow \Rightarrow$ 参与变形 $\downarrow \Rightarrow f \downarrow$

$W \uparrow \Rightarrow f \uparrow$（稍微）

f 经验公式　　$fit\ \ for\ f$

轿车：$f = f_0(1 + u_a^2 / 19440)$
Passenger car

商用车：$f = 0.0076 + 0.000056 u_a$
Commercial veh.（Truck , Bus)

轿车 $f \propto u_a^2$，商用车 $f \propto u_a$

Passenger car　　Commercial veh.

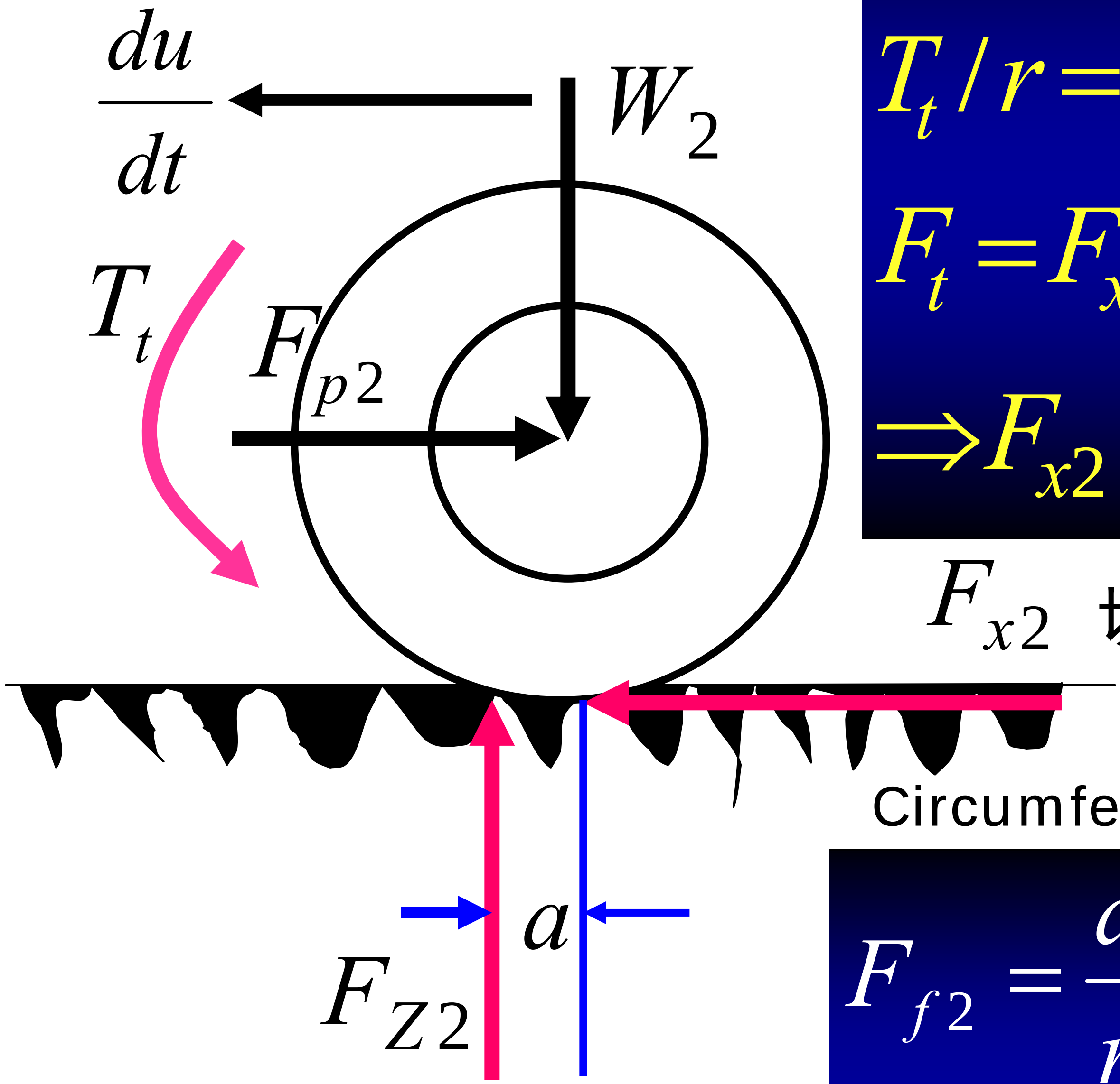
正常转弯行驶时 $f \uparrow 50 \sim 100\%$,

While turning normally

通常不考虑转弯的影响 。

Forces reacting on drive wheel

驱动轮受力图



F_{x2} 切向力

Circumferential Force

$$T_t = rF_{x2} + aF_{Z2}$$

$$T_t / r = F_{x2} + aF_{Z2} / r$$

$$F_t = F_{x2} + F_{f2}$$

$$\Rightarrow F_{x2} = F_t - F_{f2}$$

$$F_{f2} = \frac{a}{r} F_{Z2} = f\, W_2$$

驱动力与地面纵向（切向）力

真正驱动车轮前进的力是地面切向反力F_{x2}。其在数值上等于汽车驱动力F_t与滚动阻力F_f之差

$$T_{x2}=T_t-T_{f2}$$

$$F_{x2}=\frac{T_t}{r}-\frac{T_{f2}}{r}=F_t-F_{f2}$$

$$F_t>>F_{f2}\Rightarrow F_t\approx F_{x2}$$

drag or air resistance

空气阻力

$$F_w = \frac{C_D A u_r^2}{21.15}$$

相对速度

C_D对高速汽车动力性和燃料经济性影响极大！

定义：汽车直线行驶时受到的空气阻力在汽车行驶方向上的分力。

分类：压力阻力和摩擦阻力

☆压力阻力由形状阻力、扰动阻力、内循环阻力和诱导阻力组成。

汽车空气阻力系数

车　　型	迎风面积 A / m^2	空气阻力系数 C_D	$C_D A$ / m^2
典型轿车	1.7～2.1	0.30～0.41	
货车	3～7	0.6～1.0	
客车	4～7	0.5～0.8	
ЗИΛ130			
空车	4	0.941	3.764
载货用蓬布盖好	4.65	0.816	3.794
后面装有厢式车厢	5.8	0.564	3.271
油罐车	4	0.716	2.864
Fiat Uno 70i.c.	1.81	0.30	0.546
BMW 753 i	2.11	0.33	0.696
Audi 100	2.05	0.30	0.615
Honda Accord Ex2.0i-16	1.70	0.33	0.561
Lexus LS 400	2.06	0.32	0.659
Mercedes 300SE/500SE	2.10	0.34	0.714
Santana X15	1.89	0.425	0.803

☆ 形状阻力：主要与汽车形状有关，约占58％。

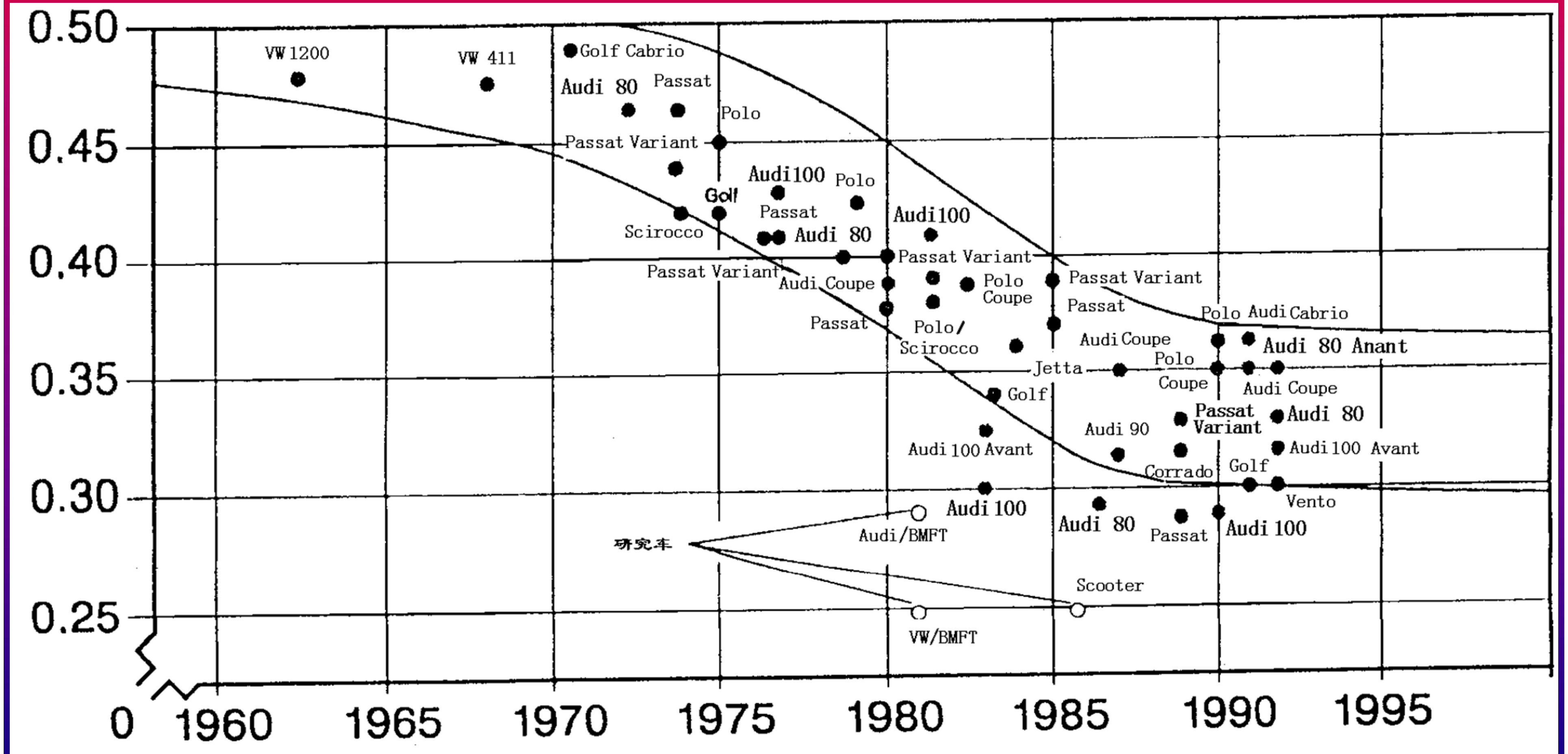
☆ 干扰阻力：汽车上的突出部件，如后视镜、门把手、导水槽、驱动轴、悬架导向杆等，约占14％。

☆ 内循环阻力：发动机冷却系、车身通风气流等流过汽车内部形成的，占12％。

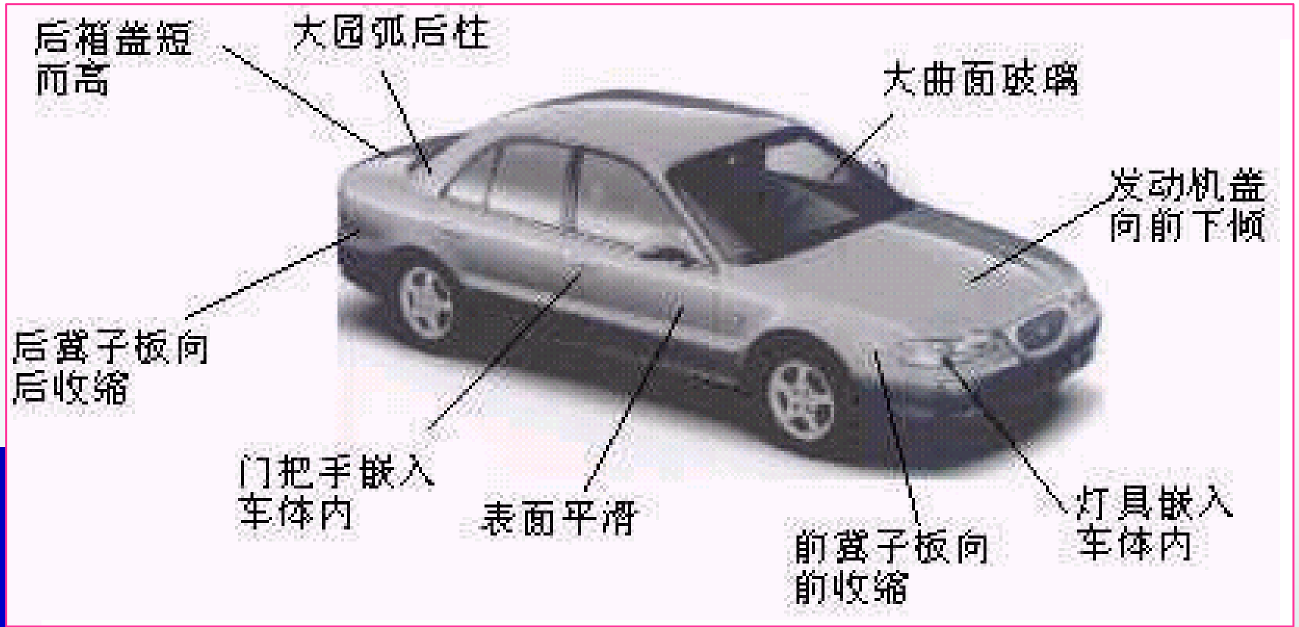
☆ 诱导阻力：空气升力在水平方向的分力，占7％。

☆ 摩擦阻力：9％。空气阻力F_w正比于气流相对运动的动压力。

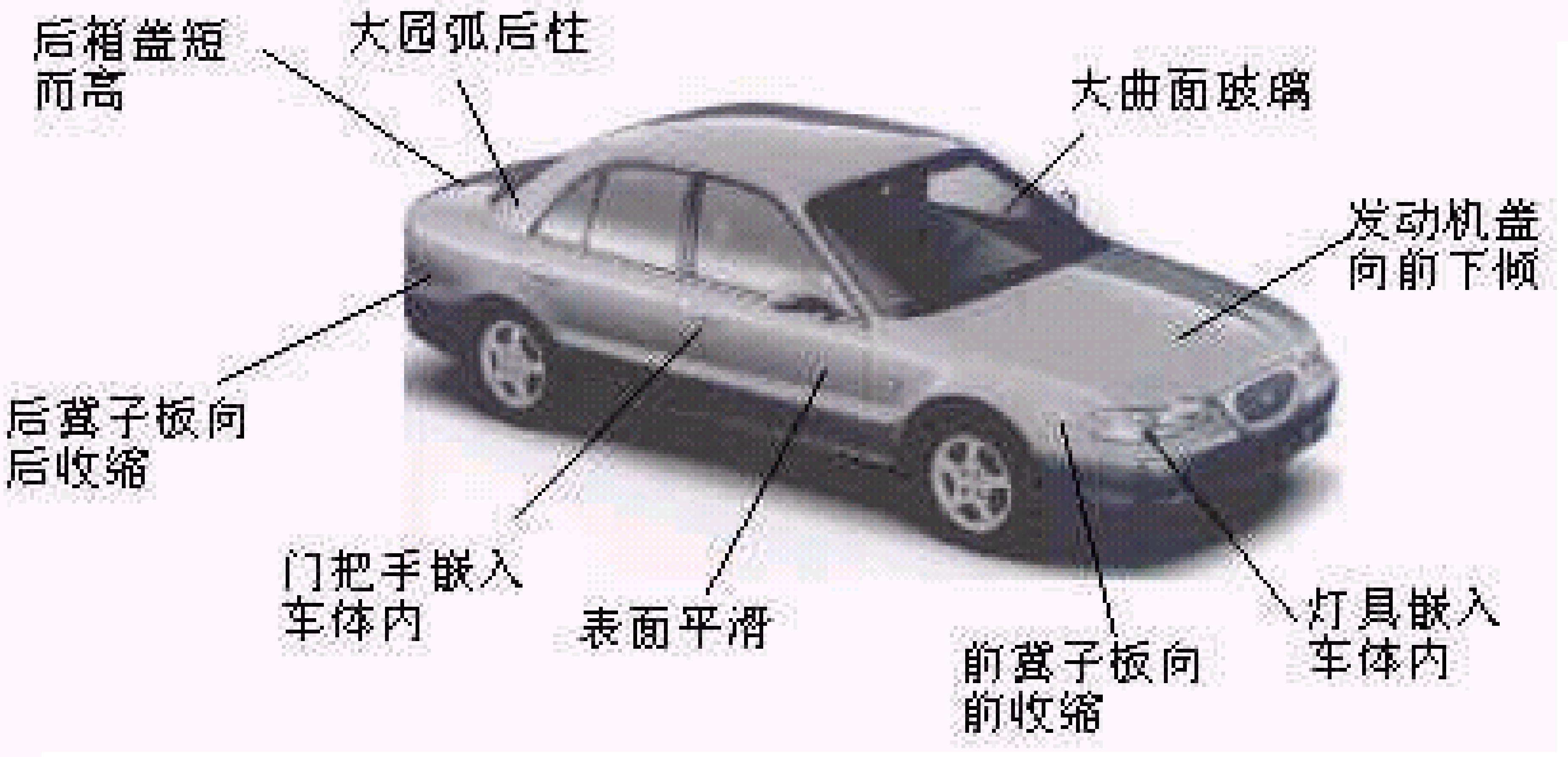
影响F_w因素：C_D和A。A由于乘坐空间的制约变化不大，C_D变化较大。1950～1970年0.4~0.6，1990年0.25~0.40，概念车约0.2，当前*Passat* 0.28。



降低C_D要点



1. 前部低；
2. 过渡平滑；
3. 后部加扰流板；
4. 尾部掠背式（鸭尾式、舱背式）；
5. 底部导流、平整化，向后应逐步升高；
6. 整车俯视形状为腰鼓式；
7. 改进气流进、出口位置；
8. 货车驾驶室顶（侧）部安装导流罩。

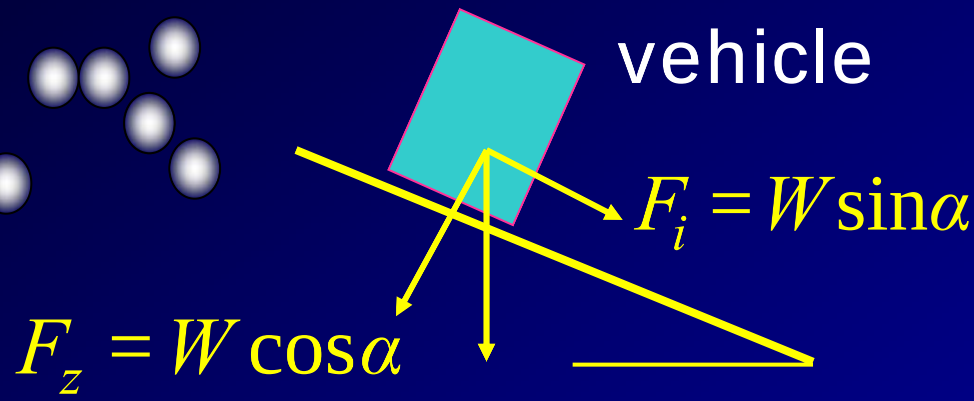


降低汽车空气阻力的基本思路

Basic thought for decreasing aerodynamic drag MV

坡道阻力

grade resistance



$$F_i = W\sin\alpha$$

$$F_i = mg\sin\alpha$$

α Grade angle

$$\alpha\downarrow\downarrow \Rightarrow \sin\alpha \approx \alpha \approx i = \tan\alpha$$

$$i = h/s = \tan\alpha,$$

道路阻力系数 Road resistance coefficient

$$\underline{\alpha\downarrow\downarrow} \Rightarrow \psi = i + f$$

汽车行驶方程式 MV motion formula

$$F_t = F_f + F_w + F_i + F_j$$

$$\frac{T_{tq} i_0 i_g \eta_T}{r} = mgf\cos\alpha + \frac{C_D A u_a^2}{21.15} + mg\sin\alpha + m\delta\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

驱动力和行驶阻力系数的关系

Correlation between drive force and driving resistance

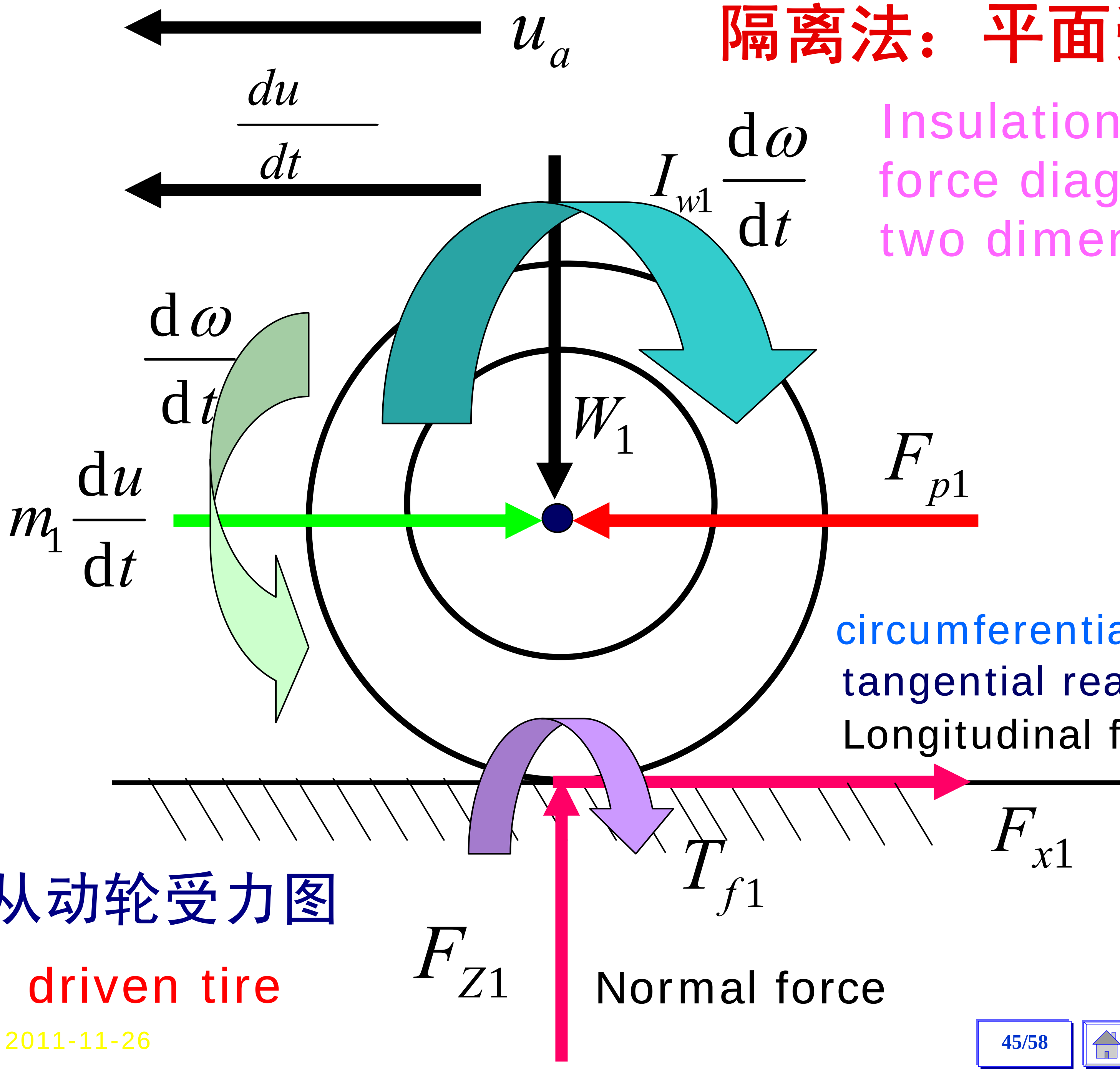
$$\cos\alpha = 1 \Leftarrow \alpha \downarrow \Rightarrow i < 5\%$$

$$\frac{T_{tq} i_0 i_g \eta_T}{r} = mgf + \frac{C_D A u_a^2}{21.15} + mgi + m\delta \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$F_t = \sum F$$

隔离法：平面受力图

Insulation method: force diagram with two dimensions



从动轮受力图

driven tire

从动轮受力分析

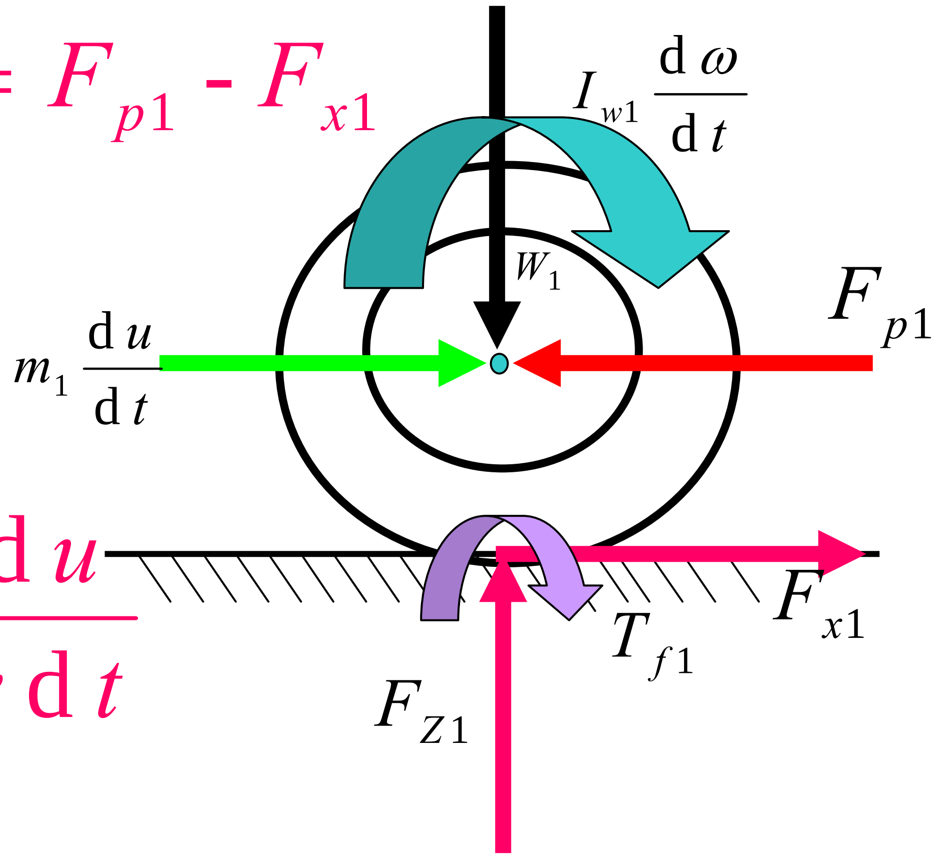
reaction analysis of the moved tire

$$W_1 = F_{Z1} \qquad \frac{W_1}{g}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = F_{p1} - F_{x1}$$

$$I_{w1}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = F_{x1}r - T_{f1} \Rightarrow$$

$$T_{f1} = fm_1gr \text{ 且 } \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}u}{r\,\mathrm{d}t}$$

$$\therefore I_{w1}\frac{\mathrm{d}u}{r\,\mathrm{d}t} = F_{x1}r - fm_1gr$$



Vertical force

Normal reaction

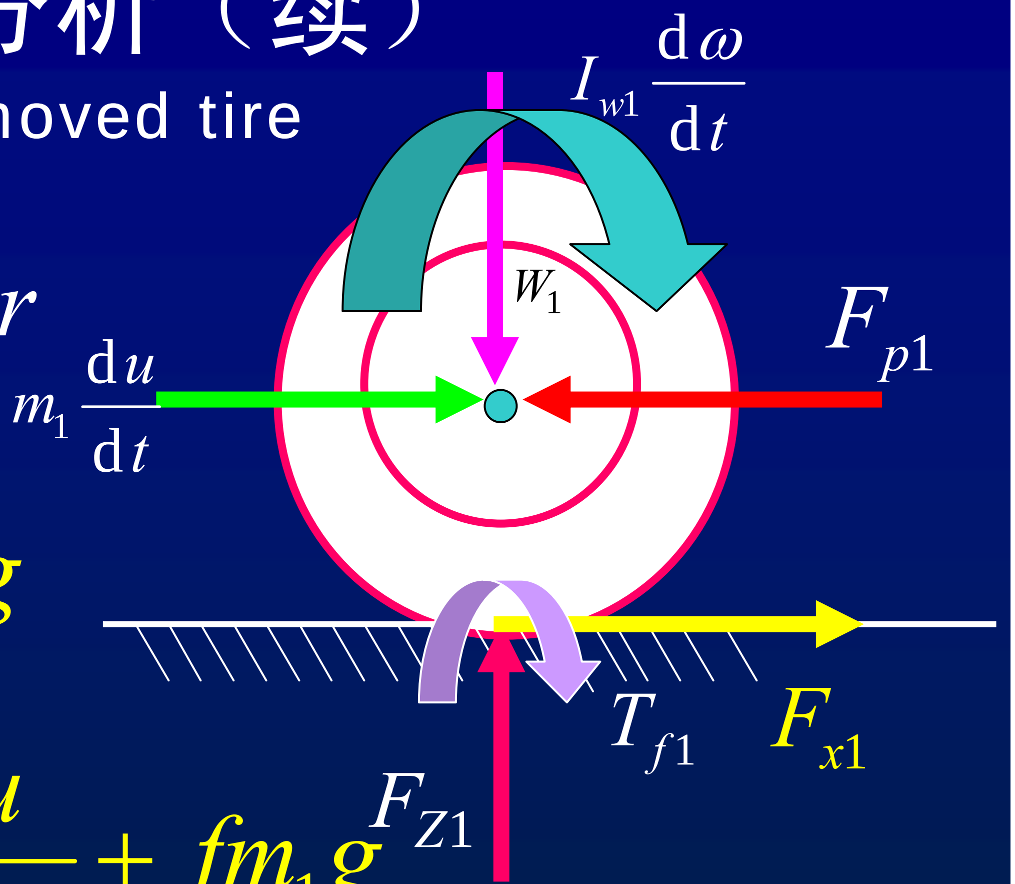
从动轮受力分析（续）

analysis of forces on the moved tire

$$I_{w1}\frac{\mathrm{d}u}{r\,\mathrm{d}t}=F_{x1}r-fm_1gr$$

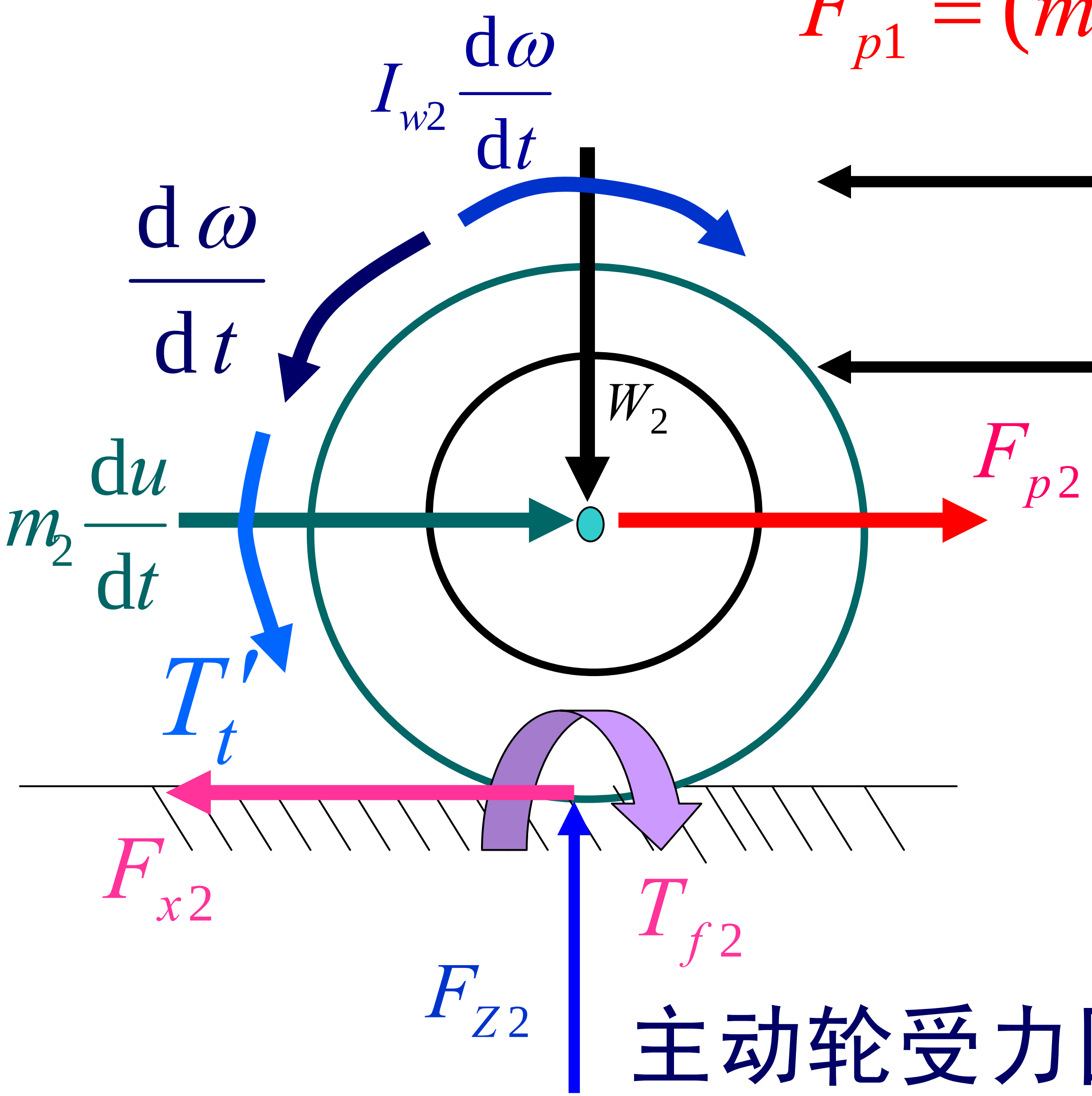
$$F_{x1}=I_{w1}\frac{\mathrm{d}u}{r^2\,\mathrm{d}t}+fm_1g$$

$$F_{p1}=m_1\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+I_{w1}\frac{\mathrm{d}u}{r^2\,\mathrm{d}t}+fm_1g$$



$$F_{p1}=(m_1+\frac{I_{w1}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+fm_1g$$

$$F_{p1}=(m_1+\frac{I_{w1}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+fm_1g$$



隔离法：受力图

Insulation method: force diagram with two dimensions

主动轮受力图

Forces reacting on drive tire

驱动轮受力分析

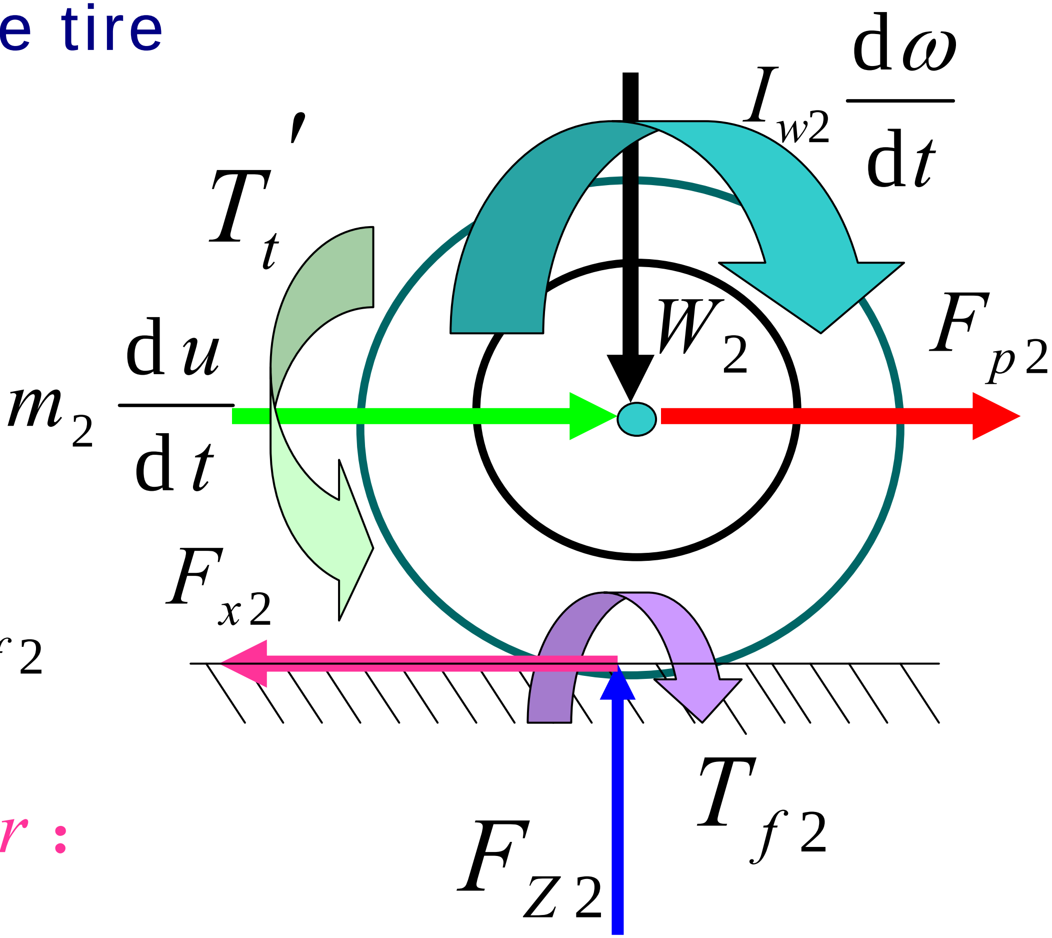
$$F_{p1}=(m_1+\frac{I_{w1}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+fm_1g$$

Forces acting on the drive tire

$$F_{Z2}=W_2$$

$$m_2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=F_{x2}-F_{p2}$$

$$I_{w2}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=T_t'-F_{x2}r-T_{f2}$$



等式两边除以车轮半径 r：

$$F_{x2}=F_t'-\frac{I_{w2}}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}-F_{f2}$$

驱动轮受力分析(续)

$$F_{p1}=(m_1+\frac{I_{w1}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+fm_1g$$

Forces on the drive tire

$$F_t'=F_{x2}+F_{f2}+\frac{I_{w2}}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$=m_2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+F_{p2}+F_{f2}+\frac{I_{w2}}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$F_{p2}=F_t'-\left[F_{f2}+(m_2+\frac{I_{w2}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right]$$

加速时车身受力图

$$F_{p1}=(m_1+\frac{I_{w1}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+fm_1g$$

$$F_{p2}=F_t'-\left[F_{f2}+(m_2+\frac{I_{w2}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right]$$

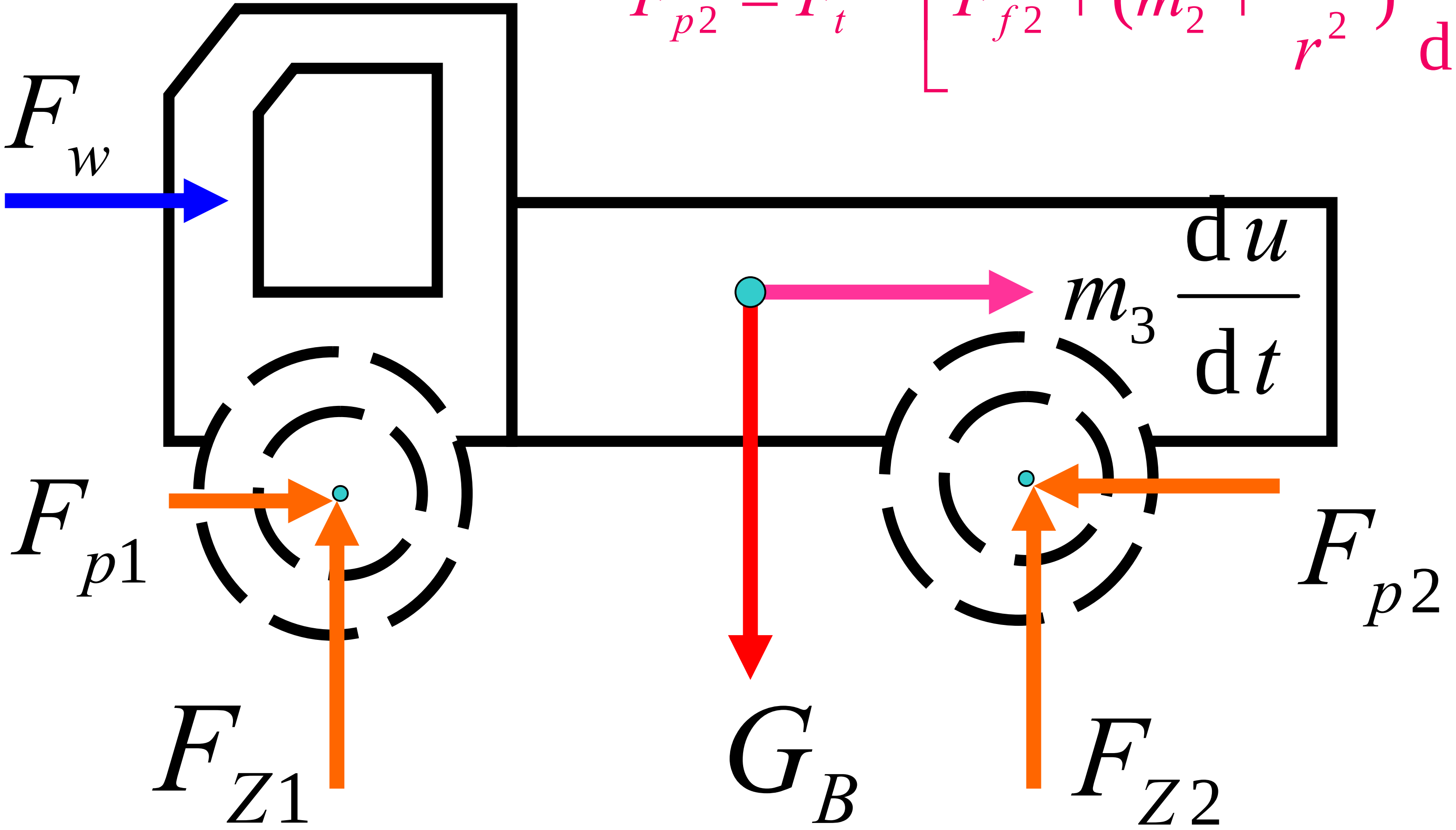


Diagram of force on the body while acceleration

$$F_{p1}=(m_1+\frac{I_{w1}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+fm_1g \quad F_{x2}=F_t'-\frac{I_{w2}}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}-F_{f2}r$$

车体受力分析 forces on the body

$$m_3\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=F_{p2}-F_{p1}-F_w$$

$$\frac{\omega_e}{i_0 i_g}r=u$$

$$\frac{\mathrm{d}\omega_e}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}i_0 i_g$$

$$T_t'=(T_{tq}-I_f\frac{\mathrm{d}\omega_e}{\mathrm{d}t})i_0 i_g\eta_T$$

飞轮惯性矩

Flywheel inertial

$$F_t'=(\frac{T_{tq}}{r}-\frac{I_f}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}i_0 i_g)i_0 i_g\eta_T$$

车体受力分析（续）
forces on the body

$$m_3 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = F_{p2} - F_{p1} - F_w$$

$$F_{p1} = (m_1 + \frac{I_{w1}}{r^2}) \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + F_{f1}$$

$$F_{p2} = F_t^{'} - \left[F_{f2} + (m_2 + \frac{I_{w2}}{r^2}) \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \right]$$

$$F_t^{'} = (\frac{T_{tq}}{r} - \frac{I_f}{r^2} \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} i_0 i_g) i_0 i_g \eta_T$$

车体受力分析（续）

forces on the body

$$m_3\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=F_t^{'}-\left[F_{f2}+(m_2+\frac{I_{w2}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right]-\left[(m_1+\frac{I_{w1}}{r^2})\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+F_{f1}\right]-F_w$$

$$m=m_1+m_2+m_3 \qquad \sum I_w=I_{w1}+I_{w2}$$

$$F_t^{'}=\frac{\Sigma I_w}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+F_f+F_w$$

$$(\frac{T_{tq}}{r}-\frac{I_f}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}i_0i_g)i_0i_g\eta_T=\frac{\Sigma I_w}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+F_f+F_w$$

车体受力分析（续）

forces pressed on the body

$$\left(\frac{T_{tq}}{r}-\frac{I_f}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}i_0 i_g\right)i_0 i_g \eta_T=\frac{\Sigma I_w}{r^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+F_f+F_w$$

$$F_t=F_f+F_w+\left(m+\frac{I_f}{r^2}i_0^2 i_g^2\eta_T+\frac{\Sigma I_w}{r^2}\right)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$=F_f+F_w+\left(1+\frac{I_f}{mr^2}i_0^2 i_g^2\eta_T+\frac{\Sigma I_w}{mr^2}\right)m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$\delta=1+\frac{I_f}{mr^2}i_0^2 i_g^2\eta_T+\frac{\Sigma I_w}{mr^2}$$

$$F_t = m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{r^2}(\sum I_w + I_f i_0{}^2 i_g^2 \eta_T)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + F_f + F_w$$

$$= \delta m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + F_f + F_w$$

$$\delta = 1 + \frac{1}{mr^2}\sum I_w + \frac{1}{mr^2} I_f i_0^2 i_g^2 \eta_T$$

$$F_t = \delta m\frac{du}{dt} + F_w + F_f$$

$$\delta_1 = \frac{1}{mr^2}\sum I_w$$

$$\delta_2 = \frac{1}{mr^2} I_f i_g^2 i_0^2 \eta_T$$

$$\delta = 1 + \delta_1 + \delta_2 i_g^2$$

$$\delta_1 \approx 0.03$$

$$\delta_2 \approx 0.03$$

$$\delta = 1.03 + 0.03 i_g^2$$

汽车行驶方程式__总结

☆ 只是表示各个物理量之间的数量关系。

☆ 有些项并不是外力。F_t不是作用于车轮上的切向反作用力，仅为了计算方便才定义为驱动力。

☆ 滚动阻力也不是作用于汽车上的阻力，而是以滚动阻力偶矩的形式作用于车轮上。

☆ 作用在汽车上的平移惯性力是mdu/dt，而不是$m\delta du/dt$。飞轮惯性力矩作用在汽车的横截面上，而不作用于车轮上。

☆ F_j代表惯性力和惯性力矩的总效应。