

DOI: 10.7652/xjtuxb201707018

## 锂电池分数阶建模与荷电状态研究

鲁伟, 续丹, 杨晴霞, 周阳  
(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

**摘要:** 针对锂电池荷电状态估计不准确的问题, 在对不同荷电状态的锂电池电化学阻抗谱进行了分析的基础上, 利用分数阶建模思想建立了分数阶阻抗模型, 并设计出一种分数阶卡尔曼滤波器, 同时利用混合动力脉冲能力实验对建立的分数阶模型进行了参数辨识, 从而实现了锂电池荷电状态的估算。实验及仿真结果表明: 所设计的分数阶阻抗模型与分数阶卡尔曼滤波器能准确地描述锂电池的特性, 使得荷电状态估算精度得以提高; 在城市道路循环工况下, 锂电池的电压追踪误差可以稳定在 0.05 V 之内, 在初始荷电状态未知的条件下, 电池的荷电状态估计误差可以稳定在  $\pm 1\%$ 。

**关键词:** 锂电池; 分数阶阻抗模型; 分数阶卡尔曼滤波器; 荷电状态估算

**中图分类号:** TM912.8 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)07-0124-06

## Fractional Model and State-of-Charge of Lithium Battery

LU Wei, XU Dan, YANG Qingxia, ZHOU Yang  
(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Focusing on the inaccuracy of state-of-charge estimation of lithium battery, the electrochemical impedance spectroscopy of different state-of-charge stages of lithium battery is analyzed, and a fractional impedance model and a fractional Kalman filter are then proposed following the fractional modeling idea. The parameters of the model are identified in the hybrid pulse power characteristic (HPPC) test, and the state-of-charge estimation of lithium battery is accomplished by fractional Kalman filter. The result shows that the working voltage error is below 0.05 V and the estimation of state-of-charge error is below  $\pm 1\%$ , thus the model is accurate enough to describe the characteristic of lithium battery and the fractional Kalman filter improves the accuracy of state-of-charge estimation of lithium battery.

**Keywords:** lithium-ion batteries; fractional impedance model; fractional Kalman filter; estimation of state of charge

随着城市环境污染问题的日益严峻及能源危机的爆发, 传统燃油汽车的尾气污染逐渐受到公众的关注。纯电动汽车、混合动力汽车和增程式电动汽车以污染低、消耗低的特点成为目前传统燃油汽车最有潜力的替代品, 而电动汽车的动力电池及其管理系统, 驱动电机和电控成为其发展的关键<sup>[1]</sup>。

电动汽车动力电池的性能受到众多因素的影响, 包括温度、充放电循环次数、充放电倍率以及电池老化程度等。锂电池的荷电状态(SOC)的准确估计是量化上述影响因素、估计健康状态(SOH)、性能状态(SOF)的基础<sup>[2]</sup>。本文中采用的单体电池SOC定义<sup>[3]</sup>为电池剩余容量与额定容量之比 $\xi_{SOC}$ 。

目前,估计锂电池 SOC 的方法有多种,最简单、广泛的是安时积分法<sup>[4]</sup>,但是由于测量误差和噪声,电池衰退和未知的初始状态的 SOC 的存在,致使 SOC 估计不准确。开路电压法是建立 SOC 与开路电压 (OCV) 之间一对一的对应关系,进而根据 OCV 的测量值得到 SOC 的估计值<sup>[5]</sup>。开路电压法的优点是 SOC 的估计精度高,但是由于电池内部极化电压的存在,使得在测量开路电压时要将电池放置一段时间,因此这种方法单独使用时只适合在静止状态下估计锂电池 SOC<sup>[6]</sup>。基于电池模型的 SOC 估计法是人们为了实现在线估计 SOC 提出来的,最常用的就是等效电路模型和电化学模型<sup>[7]</sup>。等效电路模型的研究比较深入,包括 Rint 模型、一阶电阻电容 (RC) 模型和二阶 RC 模型等<sup>[8]</sup>。由于电池内部的离子扩散过程的非线性特点,分数阶微积分在描述锂电池特性时相对于整数阶更准确<sup>[9]</sup>,分数阶等效电路模型开始进入人们的视野。电化学模型是建立在质量转移、化学热力学和电动力学基础上的,需要进行大量的计算,这种模型多用于电池性能分析和电池设计。电化学阻抗谱 (EIS) 方法被认为是对电化学系统建模的最准确的方法之一<sup>[10]</sup>。EIS 与等效电路相结合的方法集合了电化学建模的准确性和等效电路模型的适应性特点,极大地拓宽了 EIS 的应用范围<sup>[11]</sup>。目前,加权融合算法、卡尔曼滤波、滑模观测器<sup>[12]</sup>等与电池模型相结合的方法被大量用于锂电池 SOC 估计,较大程度地提高了估计的精度和适应性。

本文以商业 18650 型锂离子电池为研究对象,首先分析锂离子电池的阻抗性能,引入分数阶建模思想,提出了分数阶阻抗模型,然后针对所建阻抗模型设计了相应的分数阶卡尔曼滤波器,最后通过对模型参数进行辨识,和对城市道路循环 (Urban Dynamometer Driving Schedule, UDDS) 工况下电池工作电压的追踪,验证了模型的准确性,继而利用设计的分数阶卡尔曼滤波器实现了 SOC 估算。

## 1 基于阻抗谱的锂电池阻抗模型

### 1.1 电化学阻抗性能

电化学阻抗谱是一种利用实验方法获取锂电池的响应特性。本文对锂电池施加一组不同频率的小振幅正弦波 AC 电流  $X$ , 然后测得电池输出的包含同样频率的正弦波信号  $Y$ <sup>[13]</sup>,  $X$  与  $Y$  的关系如下

$$G(\omega) = Y(\omega)/X(\omega) \quad (1)$$

通过式(1)得到  $G(\omega)$  在复平面中的图像就是锂电池

的电化学阻抗谱。同一个锂电池在不同 SOC 状态下,由于内部电化学状态的差异,表现出来的阻抗谱也不尽相同<sup>[14]</sup>。

本文通过实验测得的锂电池在不同 SOC 状态下和 0.005~5 Hz 范围内的阻抗谱如图 1 所示。

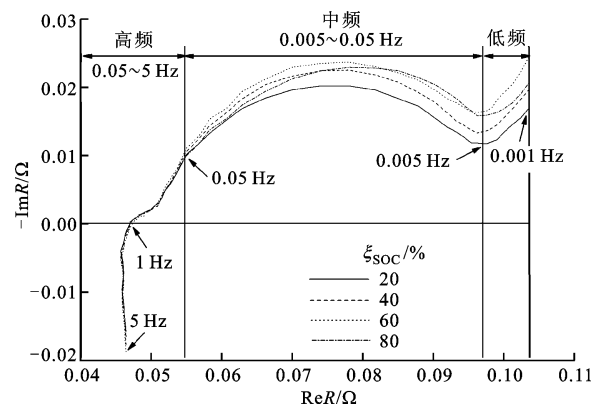


图 1 不同 SOC 状态下锂电池的阻抗谱

EIS 是研究电化学嵌入反应机制的非常有效的方法,由于锂离子嵌入反应过程中每一步的弛豫时间存在差异,所以 EIS 可以在一个比较宽的频率范围内反映出不同的嵌入反应过程<sup>[15]</sup>。由 Thomas 等提出的表面层模型<sup>[16]</sup>是目前普遍认可的电化学嵌入反应机制的模型。Thomas 认为,在正常情况下,表面层电解质会附着在嵌合物电极的表面,而表面层电解质的离子电导率比液体电解质小,离子通过表面层的扩散迁移过程可用离子嵌入电阻和表面层电解质激化电容组成的并联电路表示<sup>[15]</sup>。

锂离子在嵌合物电极中的脱出和嵌入过程的 EIS 可以分为 3 个部分 (见图 1): 在高频 ( $>0.05$  Hz) 区域,阻抗谱与实轴交点 (1 Hz 处) 表示锂电池的欧姆电阻,扁平半圆曲线段代表电荷传递过程 (锂离子通过了活性材料颗粒表面绝缘层) 的电化学阻抗,用电阻和一个常相元件并联表示;在中频 (0.005~0.05 Hz) 区域,阻抗谱复平面上的曲线段为一个扁平半圆曲线段,表示与另一个电荷传递过程相关的电化学阻抗,用电阻和一个常相元件并联表示;在低频 ( $<0.001$  Hz) 区域,阻抗谱复平面上的曲线为一个定斜率的直线段,其与锂离子在活性材料颗粒内部的固体扩散过程相关,此过程用描述扩散的 Warburg 阻抗  $Z_w$  表示

$$Z_w = (R/j\omega C)^{1/2} \coth[(Rj\omega C)^{1/2}] \quad (2)$$

在图 1 所示的阻抗谱中,不同 SOC 状态下锂电池阻抗谱存在差异,但其形状存在高度的一致性。因此,等效电路模型在不同 SOC 状态下具有通用

性,等效电路模型如图2所示。图中: $R_s$ 为锂电池的欧姆电阻,表示欧姆电阻在电池内部的分压为 $V_s$ ,对应阻抗谱中的高频段曲线与实轴的交点; $R_1$ 与常相元件CPE1并联表示锂电池的浓度(锂离子的摩尔分数)差极化,对应阻抗谱的高频段的扁平半圆曲线段; $R_2$ 与常相元件CPE2并联表示锂电池的浓度差极化,对应阻抗谱的中频段的扁平半圆曲线段; $W$ 为Warburg元件,表示锂电池活化极化,对应低频段的直线段。

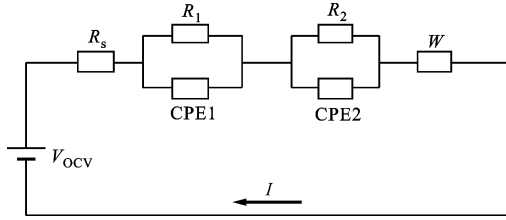


图2 锂电池等效电路模型

图2所示模型中的常相元件可以看作是一种附带容抗的电阻,其并不能简单地用电阻或电容表示。分数阶微积分在描述电池等非线性系统方面具有准确性高的特点<sup>[9]</sup>,所以本文引入分数阶模型来描述常相元件,公式如下

$$Z_{\text{fra}}(j\omega) = 1/Q(j\omega)^r \quad (3)$$

式中: $Q \in R$ ;  $r \in [-1, 1]$ 为分数阶元件的阶数。 $r = 0$ 时,分数阶元件相当于电阻; $r = 1$ 时,分数阶元件相当于电容; $r = -1$ 时,分数阶元件相当于电感。因此,3个常相元件可以用分数阶模型表示为

$$\left. \begin{aligned} Z_{\text{CPE1}}(j\omega) &= 1/C_1(j\omega)^\alpha \\ Z_{\text{CPE2}}(j\omega) &= 1/C_2(j\omega)^\beta \\ Z_W(j\omega) &= 1/W(j\omega)^\gamma \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中 $\alpha \in [-1, 1]$ ,  $\beta \in [-1, 1]$ ,  $\gamma \in [-1, 1]$ 。

根据图2所示的等价电路模型和上述分数阶定义,可以得到初始的分数阶阻抗模型

$$\left. \begin{aligned} -I &= C_1 \Delta^\alpha V_1 + V_1/R_1 \\ -I &= C_2 \Delta^\beta V_2 + V_2/R_2 \\ -I &= W \Delta^\gamma V_3 \\ V_0 &= V_{\text{OCV}} + V_s + V_1 + V_2 + V_3 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $\Delta^r = d^r/dt^r$ 。

## 1.2 基于阻抗模型的SOC估计

本文采用基于阻抗模型和分数阶卡尔曼算法相结合的方法来估计锂电池SOC。在许多研究中,锂电池的OCV都是通过基于模型的方法来估计的<sup>[17]</sup>,然后再由OCV计算出SOC<sup>[7]</sup>。本文中,SOC作为OCV的一个状态,然后采用增益调度法<sup>[18]</sup>将SOC与OCV复杂的非线性关系分解为一系列的线

性描述,如图3所示。

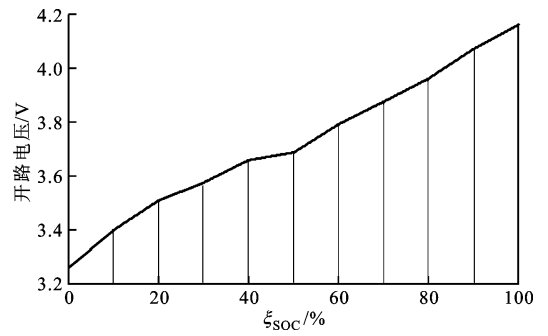


图3 锂电池OCV-SOC曲线

SOC与OCV之间的关系可以通过下式描述

$$V_{\text{OCV}} = K_i \xi_{\text{SOC}i} + b_i \quad (6)$$

式中: $(i-1)\Delta\xi_{\text{SOC}} \leq \xi_{\text{SOC}i} \leq i\Delta\xi_{\text{SOC}}$ ,  $\Delta\xi_{\text{SOC}}$ 为SOC的间隔长度,  $i \in [1, 10]$ ;  $K_i, b_i$ 值如表1所示。

表1 锂电池OCV-SOC曲线参数

$i$	1	2	3	4	5
$\xi_{\text{SOC}i}/\%$	0~10	10~20	20~30	30~40	40~50
$K_i$	0.014 0	0.010 9	0.006 5	0.005 0	0.006 5
$b_i$	3.261 7	3.293 0	3.380 4	3.426 6	3.367 4
$i$	6	7	8	9	10
$\xi_{\text{SOC}i}/\%$	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
$K_i$	0.010 1	0.008 6	0.008 3	0.011 1	0.009 0
$b_i$	3.186 4	3.275 2	3.296 5	3.074 9	3.262 1

将式(6)与1.1节中的分数阶模型(式(5))相结合,可以得到最终的分数阶模型,通过状态空间描述如下

$$\left. \begin{aligned} \Delta^N \mathbf{x} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{I} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{I} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ Z \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1/R_1 C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/R_2 C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [-1/C_1, -1/C_2, -1/W, -1/C_n]^T$$

$$\mathbf{D} = -R_s; \quad \mathbf{N} = [\alpha, \beta, \gamma, 1]^T$$

$$\mathbf{C} = [1, 1, 1, K_i]; \quad \mathbf{y} = V_0 - b_i$$

其中: $Z = \xi_{\text{SOC}}$ 。

根据随机理论将式(7)离散化可得

$$\left. \begin{aligned} \Delta^N \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{I}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{I}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: $k$ 为时间系数; $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^4$ ;  $\mathbf{I}_k \in \mathbf{R}$ 为系统的输入;

$y_k \in \mathbf{R}$  为系统的输出;  $\omega_k$  和  $v_k$  相互独立, 分别为系统的测量高斯白噪声和输出高斯白噪声。

为了构造递归算法, 需要推导出  $\mathbf{x}_{k+1}$  与  $\mathbf{x}_k$  之间的关系方程。根据式(8),  $\Delta^N \mathbf{x}_{k+1}$  应该被  $\mathbf{x}_{k+1}$  的某种形式代替, 因此本文引入分数阶微积分, Grünwald-Letnikov 分数阶定义如下

$$\Delta^N \mathbf{x}_k = \frac{1}{T_s^N} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{N}{j} \mathbf{x}_{k-j} \quad (9)$$

式中:  $T_s$  为取样时间, 本文中  $T_s = 0.1$  s;

$$\binom{N}{j} = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ N(N-1)\dots(N-j+1)/j!, & j > 0 \end{cases}$$

因此

$$\Delta^N \mathbf{x}_{k+1} = \frac{1}{T_s^N} \left[ \mathbf{x}_{k+1} + \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{N}{j} \mathbf{x}_{k+1-j} \right] \quad (10)$$

由式(8)、式(10)可得系统的离散化状态空间

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= T_s^N \mathbf{A} \mathbf{x}_k + T_s^N \mathbf{B} \mathbf{x}_k + T_s^N \omega_k - \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{N}{j} \mathbf{x}_{k+1-j} \\ y_k &= \mathbf{C} \mathbf{x}_k + D I_k + v_k \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由于上述动态系统是非线性的, 本文利用分数阶卡尔曼滤波器<sup>[19]</sup>对状态向量进行更新, 进而达到锂电池 SOC 估计的目标。卡尔曼滤波算法是一个最优化自回归数据处理算法, 它利用目标的动态信息, 设法去除噪声的影响, 最后得到一个关于目标状态的好的估计。这个估计可以是对当前状态的估计(滤波), 也可以是对将来状态的估计(预测), 也可以是对过去状态的估计(插值或平滑)。卡尔曼滤波以最小均方误差为最佳估计准则, 采用信号与噪声的状态空间模型, 利用前一时刻的估计值和当前时刻的观测值来更新状态变量的估计, 求出当前时刻的估计值, 而算法根据建立的系统方程和观测方程对需要处理的信号做出满足最小均方误差的估计。

本文构造的分数阶卡尔曼滤波器如下

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^- &= \Delta^N \hat{\mathbf{x}}_k^- - \sum_{j=0}^{k+1} (-1)^j \binom{N}{j} \hat{\mathbf{x}}_{k-j}^+ \\ \hat{\mathbf{P}}_k^- &= (T_s^N \mathbf{A} + \binom{N}{j}) \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ (T_s^N \mathbf{A} + \binom{N}{j})^T + \mathbf{Q}_{k-1} + \sum_{j=1}^k \binom{N}{j} \mathbf{P}_{k-j} \binom{N}{j}^T \\ \mathbf{K}_k &= \hat{\mathbf{P}}_k^- \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \hat{\mathbf{P}}_k^- \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (y_k - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}_k^- - D I_k) \\ \hat{\mathbf{P}}_k^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}) \hat{\mathbf{P}}_k^- \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{P}_{k-j} = E[(\hat{\mathbf{x}}_{k-j} - \mathbf{x}_{k-j})(\hat{\mathbf{x}}_{k-j} - \mathbf{x}_{k-j})^T]$ ;  $\mathbf{Q}_{k-j} = E[\omega \omega^T]$ ;  $\mathbf{R}_k = E[v v^T]$ 。初始状态  $k=0$  时,  $\mathbf{P}_0 = E[(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)^T]$ 。

通过分数阶卡尔曼滤波器估计锂电池 SOC 过程的结构图如图 4 所示, 卡尔曼增益  $\mathbf{K}_k$  的值通过式(12)计算。模型输出  $\hat{y}$  由测量电压  $V_0$  控制, 模型输出值  $\hat{y}$  和测量值  $y$  的偏差反馈给卡尔曼增益  $\mathbf{K}_k$ , 估计状态  $\hat{\mathbf{x}}_k^+$  由估计状态  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$  和最新测量信息 ( $y_k, \hat{\mathbf{x}}_k^-$ ) 共同决定。由于 SOC 是状态向量  $\hat{\mathbf{x}}_k^+$  的一个元素, 所以更加准确的 SOC 估计值也就同时更新。

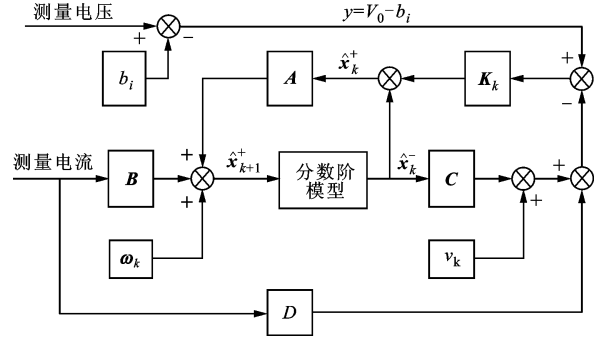


图 4 分数阶卡尔曼滤波器估计 SOC 过程的结构图

## 2 仿真实验及分析

### 2.1 参数辨识

本文在室温下对 18650 电池进行混合动力脉冲特性测试 (HPPC), 放电深度 (DOD) 每达到 10% 进行一次脉冲测试, 其电压、电流响应如图 5 所示。

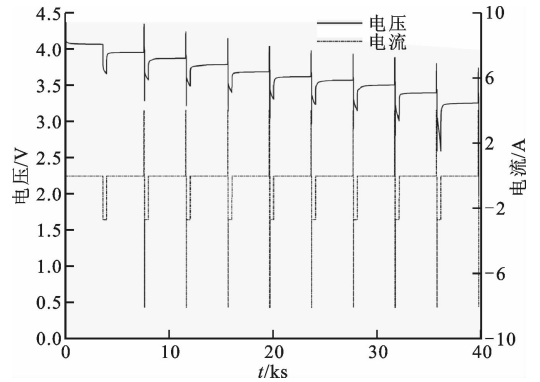


图 5 锂电池 HPPC 电压、电流响应

通过对不同 SOC 状态的锂电池阻抗谱和 HPPC 实验电压响应联合分析进行参数辨识。Warburg 元件的阶数  $\gamma$  是从阻抗谱中识别得到的, 由图 1 可知, 在低频区域, 每个 SOC 状态的锂电池阻抗谱曲线通常是一条直线, 其斜率为  $\gamma\pi/2$ 。由于在不同 SOC 阶段低频区域直线的斜率通常为  $\pi/4$ , 所以  $\gamma$  一般取 0.5<sup>[20]</sup>。在线获得电动汽车锂电池阻抗谱

是十分困难的,可以用 HPPC 实验中电压响应来代替分析其特性,如图 6 所示。电压响应曲线可以分为 4 段:电压曲线呈直线快速上升段为欧姆电阻  $R_s$  的响应;电压曲线缓慢上升分 2 段,分别为  $R_1$ 、 $C_1$  响应和  $R_2$ 、 $C_2$  响应;逐渐稳定段,为 Warburg 元件响应。本文采用最小二乘遗传算法在每 10% 的 SOC 区间进行参数辨识,得到分数阶阻抗模型在不同 SOC 区间内的参数值。

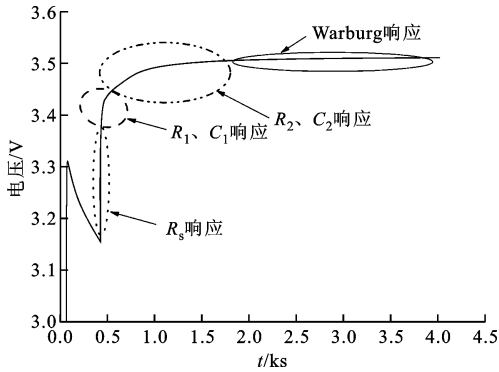


图 6  $\xi_{SOC}$  为 40% 时锂电池电压响应

## 2.2 仿真与实验

对 18650 型锂电池进行了 UDSS 循环工况实验,测量其两端电压值。根据 1.2 节中建立的分数阶模型和卡尔曼滤波器,在 Simulink 软件中进行建模仿真,并在 Simulink 中建立一个锂电池端电压估计模块,用于评估模型的精确程度。本文所建分数阶模型估计的端电压与 UDSS 实验测得的电压的误差未超过 0.05 V,如图 7 所示,这表明本文分数阶模型能够比较准确地描述锂电池的特性。

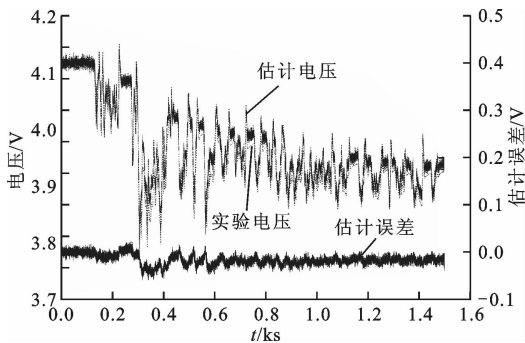


图 7 UDSS 实验电压与分数阶估计电压及其误差值

由 UDSS 实验测得的电压、电流,根据本文建立的分数阶卡尔曼滤波器在锂电池初始 SOC 未知的情况下,利用 Simulink 模型估计 SOC 值,然后将其与已知初始 SOC 值时利用安时积分法计算的 SOC 值进行对比。结果表明:由于初始的 SOC 值是未知的,所以在 380 s 之前是估计值向着参考值

追踪的过程,此时的误差值较大;380 s 之后估计值能够比较准确地收敛于参考值,误差仅有  $\pm 1\%$ ,如图 8 所示。因此,本文所建分数阶卡尔曼滤波算法能够比较准确地估计锂电池的 SOC 值。

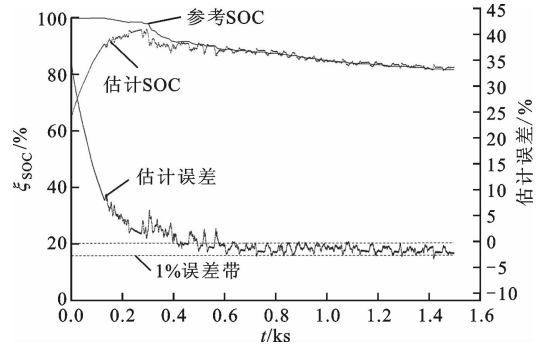


图 8 分数阶卡尔曼估计 SOC 值及误差

## 3 结论

本文以商业 18650 型锂离子电池为研究对象,分析了锂离子电池的阻抗性能,提出了分数阶阻抗模型。针对所建阻抗模型设计了相应的分数阶卡尔曼滤波器,最后通过对模型的参数进行辨识,完成了对 UDSS 工况下电池工作电压追踪,由此验证了模型的准确性,同时利用设计的分数阶卡尔曼滤波器完成了 SOC 估算,并与实际 SOC 进行了对比。结果表明,本文模型的电压追踪误差稳定在 0.05 V 之内,能够比较精确地描述锂电池的特性,所提出的分数阶卡尔曼滤波器估计的 SOC 误差值在  $\pm 1\%$  之内,能够准确地实现锂电池的 SOC 估算。

## 参考文献:

- [1] 王丹, 续丹, 曹秉刚. 电动汽车关键技术发展综述 [J]. 中国工程科学, 2013, 15(1): 68-72.  
WANG Dan, XU Dan, CAO Binggang. Overview on key technique of electric vehicle [J]. Engineering Sciences, 2013, 15(1): 68-72.
- [2] WAAG W, FLEISCHER C, SAUER D U. Adaptive online prediction of the available power of lithium-ion batteries [J]. Journal of Power Sources, 2013, 242: 548-559.
- [3] LU Languang, HAN Xuebing. A review on the key issues for lithium-ion battery management in electric vehicles [J]. Journal of Power Sources, 2013, 226: 272-288.
- [4] HU Y, YURKOVICH S, GUEZENNEC Y, et al. Electrothermal battery model identification for automotive applications [J]. Journal of Power Sources, 2011,

- 196(1): 449-457.
- [5] 欧阳佳佳, 毛良平, 张军明. 基于 SOC-OCV 曲线的卡尔曼滤波法 SOC 估计 [J]. 电力电子技术, 2016, 50(3): 98-100.  
OUYANG Jiajia, MAO Liangping, ZHANG Junming. SOC estimation with Kalman filtering based on SOC-OCV curve [J]. Power Electronics, 2016, 50(3): 98-100.
- [6] HE Hongwen, XIONG Rui, GUO Hongqiang. Online estimation of model parameters and state-of-charge of  $\text{LiFePO}_4$  batteries in electric vehicles [J]. Applied Energy, 2012, 89(1): 413-420.
- [7] CHIANG Y, SEAN W, KE Jiacheng. Online estimation of internal resistance and open-circuit voltage of lithium-ion batteries in electric vehicles [J]. Journal of Power Sources, 2011, 196(8): 3921-3932.
- [8] TSANG K M, SUN L, CHAN W L. Identification and modelling of lithium ion battery [J]. Energy Conversion and Management, 2010, 51(1): 2857-2862.
- [9] FLORES-TLACUAHUAC A. Optimization of fractional order dynamic chemical processing systems [J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2014, 53(13): 5110-5127.
- [10] RODRIGUES S, MUNICHANDRAIAH N, SHUKLA A K. A review of state-of-charge indication of batteries by means of A. C. impedance measurements [J]. Journal of Power Sources, 2000, 87(1): 12-20.
- [11] 袁翔, 张毅. 动力锂电池阻抗特性的分析与验证 [J]. 汽车工程学报, 2014, 4(6): 447-454.  
YUAN Xiang, ZHANG Yi. Analysis and verification of the power lithium battery impedance characteristics [J]. Chinese Journal of Automation Engineering, 2014, 4(6): 447-457.
- [12] VERBRUGGE M, TATE E. Adaptive state of charge algorithm for nickel metal hydride batteries including hysteresis phenomena [J]. Journal of Power Sources, 2004, 126(1): 236-249.
- [13] 张文华. 磷酸铁锂电池循环过程中电化学交流阻抗研究 [J]. 电源技术, 2015, 39(1): 54-57.  
ZHANG Wenhua. Electrochemical impedance analysis of  $\text{LiFePO}_4/\text{C}$  batteries in cycling progress [J]. Chinese Journal of Power Sources, 2015, 39(1): 54-57.
- [14] 杨晴霞. 一种锂电池充电状态的分数阶阻抗模型 [J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(8): 128-132.  
YANG Qingxia. A fractional impedance model for charge state estimation of lithium battery [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(8): 128-132.
- [15] 庄全超, 徐守冬. 锂离子电池的电化学阻抗谱分析 [J]. 化学进展, 2010, 22(6): 1044-1057.  
ZHUANG Quanchao, XU Shoudong. Diagnosis of electrochemical impedance spectroscopy in lithium ion batteries [J]. Progress in Chemistry, 2010, 22(6): 1044-1057.
- [16] THOMAS M G S R, BRUCE P G, GOODENOUGH J B. AC impedance analysis of polycrystalline insertion electrodes: application to  $\text{Li}_{1-x}\text{CoO}_2$  [J]. Journal of the Electrochemical, 1985, 132: 1521-1528.
- [17] PEI L, WANG T, LU R, et al. Development of a volt-age relaxation model for rapid open circuit voltage prediction in lithium-ion batteries [J]. Journal of Power Sources, 2014, 253: 412-418.
- [18] LEITHD J, LEITHEAD W E. Survey of gain-scheduling analysis and design [J]. International Journal of Control, 2000, 73(11): 1001-1025.
- [19] ROSCA B, KESSELS J, BERGVELD H J, et al. On-line parameter, state-of-charge and aging estimation of Li-ion batteries [C]// 2012 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2012: 1122-1127.
- [20] XU Jun, MIC C, CAO Binggang, et al. A new method to estimate the state of charge of lithium-ion batteries based on the battery impedance model [J]. Journal of Power Sources, 2013, 233: 277-284.

### [本刊相关文献链接]

- 严珍, 王斌, 徐俊, 等. 双参数组合优化的复合电源模式切换控制策略. 2016, 50(11): 129-135. [doi: 10.7652/xjtuxb201611020]
- 王斌, 徐俊, 曹秉刚, 等. 升压型电池-超级电容复合电源的自适应滑模控制. 2016, 50(10): 36-41. [doi: 10.7652/xjtuxb201610006]
- 许广灿, 徐俊, 李士盈, 等. 电动汽车振动能量回收悬架及其特性优化. 2016, 50(8): 90-95. [doi: 10.7652/xjtuxb201608015]
- 杨晴霞, 曹秉刚, 徐俊, 等. 一种估计锂电池充电状态的分数阶阻抗模型. 2015, 49(8): 128-132. [doi: 10.7652/xjtuxb201508021]
- 王斌, 徐俊, 曹秉刚, 等. 电动汽车的多模式复合电源能量管理自适应优化. 2015, 49(12): 130-136. [doi: 10.7652/xjtuxb201512021]
- 王斌, 徐俊, 曹秉刚, 等. 采用模拟退火算法的电动汽车复合电源能量管理系统优化. 2015, 49(8): 90-96. [doi: 10.7652/xjtuxb201508015]

(编辑 苗凌)