

城市非岩溶环境地面塌陷危险性模糊评价

任建波,刘元雪,胡明,彭国园

(后勤工程学院 军事土木工程系,重庆 401311)

摘要:在人类活动的影响下,非岩溶环境中城市区域的塌陷越来越频繁。与岩溶塌陷相比,非岩溶环境下的塌陷影响因素和作用方式有很大不同。分析了非岩溶环境下塌陷的主要影响因素,以模糊数学理论为基础,结合层次分析法,对城市区域的非岩溶环境下的塌陷危险性评价方法进行了研究,得出具体评价方法,建立相应的权重矩阵和隶属度矩阵,最终求得塌陷的危险度矩阵。该方法应用于重庆解放碑的地面塌陷危险性评价,评价方法是可行的,对非岩溶环境下的塌陷危险性评价研究有一定的参考意义。

关键词:非岩溶环境;地面塌陷;危险性评价;模糊数学

本文引用格式:任建波,刘元雪,胡明,等.城市非岩溶环境地面塌陷危险性模糊评价[J].兵器装备工程学报,2017(1):168-173.

Citation format:REN Jian-bo, LIU Yuan-xue, HU Ming, PENG Guo-yuan. Fuzzy Evaluation Method for Collapse Risks in Non-Karst Urban Area[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2017(1):168-173.

中图分类号:X4;P642

文献标识码:A

文章编号:2096-2304(2017)01-0168-06

Fuzzy Evaluation Method for Collapse Risks in Non-Karst Urban Area

REN Jian-bo, LIU Yuan-xue, HU Ming, PENG Guo-yuan

(Department of Military Civil Engineering, Logistic Engineering University, Chongqing 401311, China)

Abstract: Under the influence of human activity, the collapse is more and more frequently in non-karst urban areas, and compared with the karst collapse, the influencing factors to non-karst environment subsidence have many differences. Basing on the fuzzy mathematics and analytic hierarchy process (AHP), we analyzed the main influence factors of the non-karst collapse, and studied the evaluation method for non-karst collapse risks in urban areas, and got a specific evaluation method, and set up relevant weight matrix and membership matrix, and finally obtained the collapse risk matrix, and it was applied to the Jiefangbei area in Chongqing. The results show that the evaluation method is feasible, and research on the risk assessment under the environment of non-karst collapse has certain reference significance.

Key words: non-karst environment; subsidence collapse; risk evaluation; fuzzy mathematics

随着城市的飞速发展,人类工程活动大量增加,塌陷的时空规律不断变化,时间上,发生频率不断增加,空间上从自然环境向着城市区域不断移动。现在城市非岩溶地质环境成为了塌陷的高发区域,给人类社会带来的影响远大于岩溶

塌陷。从近年的新闻报道可以看出,市区的地面塌陷正在给人类生产生活带来很大影响,人员伤亡时常发生。塌陷时空规律的变化,对塌陷研究工作提出了新的要求,新的环境赋予塌陷新的特点,需要在研究中重新建立一套适用于新情况

收稿日期:2016-08-31;修回日期:2016-09-30

基金项目:重庆市基础科学与前沿技术研究专项重点项目(cstc2015jcyjBX0073);重庆市国土资源和房屋管理局科技计划项目(CQGT-KJ-2014052)

作者简介:任建波(1991—),男,硕士研究生,主要从事防灾减灾和岩土本构关系、军事地下工程稳定性研究。

的方法。塌陷的危险性评价是塌陷研究工作的一个重要内容。塌陷是一个十分复杂的过程,体现在以下几方面:①影响因素很多,难以完全确定^[1];②各影响因素的作用原理各不相同,作用大小也不一样;③各因素之间相互影响,一个因素的变化可能带动其他因素的变化。从岩溶环境到非岩溶环境的塌陷危险性评价变化,主要在于影响因素的改变,随之而来的各因素的相互关系也发生了变化。塌陷危险性评价的方法主要有:定性评价、模糊综合评判法、灰色系统理论法、神经网络法等。现阶段的灾害危险性评价中,发展最成熟,使用最多的是模糊综合评价法,模糊综合评价法是一种基于模糊数学的综合评标方法,该综合评价法根据模糊数学的隶属度理论把定性评价转化为定量评价,即用模糊数学对受到多种因素制约的事物或对象做出一个总体的评价。与其他方法相比,模糊综合评价有很多优点,具有结果清晰,系统性强的特点,能较好地解决模糊的、难以量化的问题,适合各种非确定性问题的解决。在塌陷的危险性评价中,利用模糊综合评价法进行危险性评价已经在很多方面都取得了一定的成果^[2-4]。

综合考虑不同评价方法的特点,结合非岩溶塌陷的特点,本研究采用模糊综合评价的方法进行塌陷的危险性评价。

1 评价指标选取和分析

1.1 评价指标选取

非岩溶塌陷与岩溶塌陷的评价指标不相同。岩溶塌陷以自然因素作用为主,城市区域的非岩溶塌陷的影响因素主要是人类活动。最初的塌陷大部分都是发生在岩溶环境中,发生在市区非岩溶环境的塌陷极少,特别是在重庆这样的地层稳定的城市。但是近年来发生在城市的塌陷越来越频繁,各种塌陷报道层出不穷,造成的人员伤亡和财产损失也越来越大,原因是大量的地下空间开发。地下工程的施工可能导致上部地层破坏引发地面塌陷,是城市塌陷的主要诱因之一^[5-6]。

塌陷影响因素众多,为了方便管理和比较,将影响因素分为两个层次,减小评价过程中的工作量,并且通过分层,可以更加直观了解到各因素对塌陷作用的差异。本文通过对已有塌陷的分析,选取地质条件、地下工程活动情况、地下空间情况、地面建筑荷载情况、其他人类活动情况、地下水情况、其他因素等7类19项作为塌陷危险性的主要影响因素^[7]。具体分类方法如图1所示。

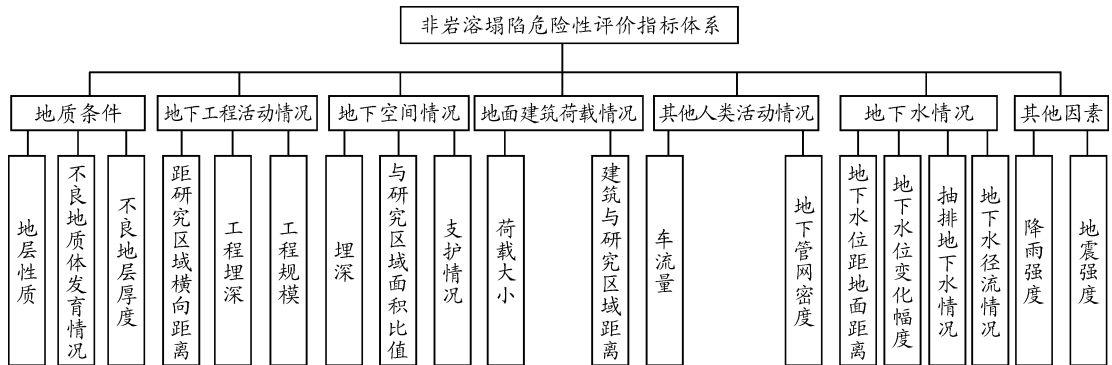


图1 模糊评价模型

研究者习惯于将塌陷的影响因素分为自然因素和人为因素两方面,对非岩溶环境塌陷的影响两者都很大。在评价指标的选取中,两方面的影响都要进行考虑,在图1的分类中,地质条件、地下水情况、其他因素属于自然因素,地下工程活动情况、地下空间情况、地面建筑荷载情况、其他人类活动情况属于人为因素。每种影响因素都有自己的作用原理,弄清这些原理,对塌陷的危险性评价研究有很大的促进作用。

1.2 评价指标分析

地质条件是影响塌陷的根本原因之一,对城市中的非岩溶环境,很难存在大面积的不良地质体,更多的是在各种人类活动影响下产生的小范围土层破坏或者岩层破坏,影响深度较浅。填土区域等不良地质发育程度高的区域是塌陷高发区,针对这些特点将地质条件考虑为地层性质、不良地质

体发育情况、不良地层厚度3类。

地下空间的开发是城市非岩溶环境下塌陷发生的主要因素之一,包括在建的地下工程和已有地下空间。城市的地下空间集中在地下室、地下商场、地下交通。它们共同的特点是埋深浅,对地层的影响巨大。相比而言在建的地下工程的影响更大^[8],在施工中各种振动和应力变化,会破坏周围地层的结构和受力,导致其受力性能下降,增加塌陷风险。在实际工程中这类塌陷很多,杭州风情大道的地铁施工导致地面塌陷就是一个典型例子。已完成地下空间支护,扰动基本停止,对塌陷的影响就相对要小很多。这里将地下工程的规模、距离、埋深、支护情况等作为主要影响因素。

地面建筑对塌陷的影响较小,主要影响为对周围地层施加荷载,根据土力学中地层受力理论^[9],一定深度地层中上部荷载产生应力与荷载的大小和距离有关,这里取建筑的荷

载大小和距研究区域距离进行研究。

其他人类工程活动包括很多内容,其中在城市区域对塌陷影响较大的主要分两类:车辆的荷载主要影响道路上的塌陷。在车辆的动荷载作用下,地层结构可能发生破坏,导致塌陷发生。地下管网对塌陷的影响巨大,其中主要是输水管线的影响,管线都埋设在土层中,渗漏产生的流水对土体的冲刷作用在掏空土层的同时,不断破坏着地层的受力性能。这是城市中塌陷产生的主要原因之一,将两个影响归纳为车流量和管网密度的影响。

地下水是一个复杂的系统,同时和其他许多因素都有巨大的联系,在模糊评价中,将地下水本身的影响单独列出来,与其他因素的相互作用通过两两比较和权重体现,在城市区域一方面是地下水位以及水位变化幅度和径流情况影响^[10],另一方面是抽取地下水的情况的影响^[11,12]。降雨和地下水的联系十分紧密,一定程度上,降雨对塌陷的影响就是雨水下渗过程的影响,主要影响因素是降雨强度。

地震对塌陷的影响本身比较大,但是由于地震发生频率很低,不是经常性的影响,在评价中不忽略,只是将它的权重降低。

1.3 评价指标处理

在模糊评价方法中,用集合 U 表示非岩溶区域塌陷各影响因素的集合, U 表示为

$$U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_m\} \quad (1)$$

定义危险性评价等级集合

$$V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\} \quad (2)$$

在评价中,首先进行评价矩阵的确定,即确定各因素在集合 V 上的模糊集合

$$A_i = \{a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots, a_{in}\} \quad (3)$$

将每个因素的模糊集合进行组合,得到评价矩阵 A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (4)$$

2 危险性评价

在模糊综合评价中,评价过程就是确定每一个因素的权重和对各危险性等级隶属度的过程。评价的第一步是资料的收集,在实际评价中,地面建筑情况通过实地调查确定,其他影响因素通过相关的地质、地勘资料获取。

2.1 权重确定

权重表示的是各因素对塌陷的贡献量。确定权重的方法很多,这里采用层次分析法进行。层次分析法是将一个事件分为几个层次,根据对一定客观现实的主观判断结构(主要是两两比较)把专家意见和分析者的客观判断结果直接而有效地结合,将同一层次因素两两比较的重要性进行定量描述。层次分析法能将复杂问题中的各个因素通过划分为相互联系的有序层次,使之条理化,将专家意见和分析者判断

结合起来,提高判断准确度^[13]。

通过相关资料和专家意见,结合各因素对塌陷的作用原理综合分析,采用两两比较的方法,确定判断矩阵。一级判断矩阵为 B ,二级判断矩阵为 $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7$ 。

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 3 & 3/2 & 3/2 & 1 \\ 1/3 & 1/3 & 1 & 1 & 1/2 & 1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1 & 1 & 1/2 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 2/3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2/3 \\ 1/2 & 2/3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2/3 \\ 1 & 1 & 3 & 3 & 3/2 & 3/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 3/2 \\ 2 & 2/3 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1/4 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1/4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B_6 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1/5 & 1/2 \\ 1 & 1 & 1/5 & 1/2 \\ 5 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B_7 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1/4 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

对各因素相互之间的判断矩阵求权重就是求对应最大特征值的特征向量^[14]。一个矩阵,特征根和特征向量满足

$$BX = \lambda X \quad (13)$$

式中: λ 为判断矩阵 B 的特征根; X 为 λ 对应于 B 的特征向量,经计算得判断矩阵 B 的最大特征根和对应特征向量为:

$$\lambda_{\max} = 7.0136$$

$$X = [0.5304 \quad 0.4860 \quad 0.1620 \quad 0.1620 \quad 0.3114 \quad 0.3114 \quad 0.4860]^T \quad (14)$$

归一化处理

$$X' = [0.2166 \quad 0.1984 \quad 0.0661 \quad 0.0661 \quad 0.1271 \quad 0.1271 \quad 0.1984]^T \quad (15)$$

在归一化处理后的特征向量中,各数据就为其对应的元素的权重。

2.2 一致性检验

一致性检验是判断一个判断矩阵设计得是否合理的必须过程。这里的一致性检验采用随机一致性比率 CR 进行,指标 CI 为

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - m}{m - 1} = 0.00227 \quad (16)$$

随机一致性指标 RI 如表 1 所示。

表 1 一致性指标 RI

m	1	2	3	4	5	6	7	8
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41

可得随机一致性比率 $CR = 0.0017 < 0.1$, 表明所构建的判断矩阵 B 具有较好的一致性。

同理可计算得 $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7$ 的最大特征值和对应的归一化特征向量, 如表 2 所示。

从表 2 中可以看出, 所有判断矩阵一致性比率都小于 0.1, 符合随机一致性要求。

$$\text{组合一致性检验, } CR = \frac{\sum_{i=1}^n a_i CI_i}{\sum_{i=1}^n a_i RI_i}$$

式中: a_i 为第一层第 i 元素的权重; CI_i 为第一层第 i 元素对应第二层的一致性指标; RI_i 为第一层第 i 元素对应第二层的随机一致性指标。

在表 3 可以看出, 除 B_6 外, 其余判断矩阵的一致性指标均为 0, 所以组合一致性指标 $CR = 0.0021 < 0.1$, 得到上述判断矩阵的总权重值是可信的。

表 2 计算结果

判断矩阵	最大特征值	一致性比率	对应特征向量
B_1	3	0	$[0.4 \ 0.4 \ 0.2]^T$
B_2	3	0	$[0.1667 \ 0.5000 \ 0.3333]^T$
B_3	3	0	$[0.5714 \ 0.1429 \ 0.2857]^T$
B_4	2	0	$[0.3333 \ 0.6667]^T$
B_5	2	0	$[0.2000 \ 0.8000]^T$
B_6	4.0062	0.0021	$[0.1860 \ 0.1860 \ 0.8807 \ 0.3939]^T$
B_7	2	0	$[0.8000 \ 0.2000]^T$

表 3 评价因子危险性级别标准

指 标	影响因素				
	稳定区	基本稳定区	易塌区	极易塌区	
地质条件	地层性质	完整岩体	性质较差岩石	岩石和土混合	回填土
	不良地质体发育程度	不发育	发育较低	发育	发育程度很高
	不良地层厚度/m	0~1	1~4	4~10	>10
地下工程活动情况	距研究区域水平距离/m	>200	100~200	20~100	0~20
	工程埋深/m	>20	5~20	1~5	0~1
	工程规模	小型	中型	大型	特大型
地下空间情况	埋深/m	>5	3~5	0.5~3	0~0.5
	面积与研究区域面积比值	<0.2	0.2~0.3	0.3~0.5	>0.5
	支护情况	支护很好	支护一般	支护较差	支护很差
地面建筑荷载情况	荷载大小(层)	0~2	2~6	6~20	>20
	建筑与研究区域距离/m	100~200	50~100	10~50	0~10
其他人类活动情况	车流量	车流量很小	车流量较大	车流量很大	超过设计流量很多
	地下管网密度	基本无管网	管网较少	管网较多	管网密集
	地下水位距地面距离/m	>5	2~5	0.5~2	0~0.5
地下水情况	地下水位变化幅度	基本不变	变化较小	变化较大	剧烈变化
	抽排地下水情况	基本不抽排	少量抽排	抽排较多	大量抽排
	地下水径流情况	无径流	很少径流	一定数量径流	大量径流
自然因素	月平均降雨量/mm	0~20	20~50	50~150	>150
	地震强度	0~3	3~4.5	4.5~7	>7

2.3 隶属度确定

模糊评价的另一个关键是隶属度函数的确定,隶属度是一个0到1之间的数,用来表示一个因素对某一评价等级的隶属程度,在这里表示因素属于某一危险度的程度。隶属度确定的步骤为先确定分级标准,对各指标进行分级,然后通过隶属度函数确定各指标的隶属度。

将危险性等级分为4级:稳定区、基本稳定区、易塌区、极易塌区。各指标的分级标准如表3所示。

对于离散性的隶属函数,通过专家经验进行确定,对于连续型的隶属函数,采用分段函数的方式确定,以不良地质层厚度为例,隶属函数为:

$$f_1(x) = \begin{cases} 1 & x < 1 \\ \frac{4-x}{4-1} & 1 < x < 4 \\ 0 & x > 4 \end{cases} \quad (17)$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{x-1}{4-1} & 1 < x < 4 \\ \frac{10-x}{10-4} & 4 < x < 10 \\ 0 & 10 < x \end{cases} \quad (18)$$

$$f_3(x) = \begin{cases} 0 & x < 4 \\ \frac{x-4}{10-4} & 4 < x < 10 \\ 0 & x > 10 \end{cases} \quad (19)$$

$$f_4(x) = \begin{cases} 0 & x < 10 \\ 1 & 10 < x \end{cases} \quad (20)$$

函数图如图2所示。

3 实际工程检验

以重庆解放碑区域为例进行检验,采用人民解放纪念碑

$$Y = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.9 & 0.33 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0.9 & 0.64 & 0.11 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0.1 & 1 & 0 & 1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.67 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0.23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & 1 & 0 & 0.16 & 0.22 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0.44 & 0 & 0.9 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.6 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

一级评价:

$$T_i = Y_i X_i^T$$

$$T = \begin{bmatrix} 0.746 & 0 & 1.000 & 0.257 & 1 & 0.286 & 0 & 0.200 & 0 & 0.854 & 0 & 0.200 & 0 \\ 0.214 & 0 & 0 & 0.028 & 6 & 0.220 & 0 & 0 & 0.088 & 1 & 0 & & \\ 0.040 & 0 & 0 & 0.257 & 2 & 0.200 & 0 & 0.080 & 0 & 0.264 & 2 & 0.320 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.457 & 1 & 0.293 & 3 & 0.720 & 0 & 0.440 & 4 & 0.480 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

二级评价得

$$S = X^T T^T = [0.569 \ 5 \quad 0.074 \ 0 \quad 0.146 \ 1 \quad 0.292 \ 3] \quad (24)$$

在S中取最大值0.5695,可得人民解放纪念碑周围属于地面塌陷的稳定区域。实际解放碑的地层确实十分稳定,

为中心的区域进行评价。根据地勘资料和实地调查,可得如下数据。

纪念碑下地层主要为中风化的砂岩,岩体完整性较好,部分区域有3m左右的杂填土,取3m。现阶段纪念碑周边地下工程施工已经停止,这部分的影响忽略不计。解放碑存在着大量的地下空间,一部分是高楼地下室,另一部分是地下商场和地下交通,普遍埋深较浅,纪念碑周围地下空间与研究区域面积的比值取0.5,埋深取1m,这部分地下工程的支护情况都很好。纪念碑附近存在着大量建筑,它们荷载和距离均不相同,这里采用求平均数的方式进行隶属度计算,每个建筑分别求相应的隶属度 α_i ,最终隶属度:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i}{n} \quad (21)$$

纪念碑附近以步行街为主,车流量很小,周围大量商场、写字楼等建筑,人员密集,地下管网十分密集。从地勘资料可以看到,解放碑下地下水位很低,对塌陷的影响可以忽略不计。重庆降雨量大且十分集中,在降雨集中的月份月平均降雨量可以达到150mm,重庆地层稳定,属于VI度设防地区,地震的影响很小。

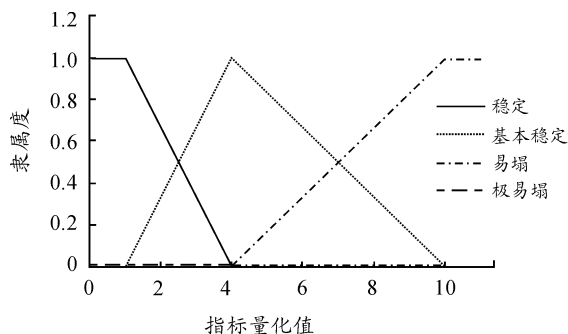


图2 不良地质体厚度隶属度函数图

经过计算,得到的各因素隶属度矩阵:

地面塌陷发生很少,与属于稳定区域的结果吻合,证明评价结果可信度高,评价方法可行。

4 结论

根据研究成果得到以下结论:

1) 考虑多因素影响和各因素相互作用的模糊综合评价方法,对城市区域的非岩溶环境下的塌陷危险性评价有较好的效果。

2) 对非岩溶环境下塌陷的危险性评价重点是掌握这种环境下塌陷的规律,准确地确定影响因素以及它们对塌陷的作用原理,建立准确的权重和隶属度函数。

参考文献:

- [1] 冯跃封. 广西、四川等西南地区地面塌陷成因分析[J]. 研究探讨, 2011, 6(1): 37-39.
- [2] 曾玉莹, 郑小战. 岩溶地面塌陷危险性模糊评价方法[J]. 工程地质学报, 2007, 15(1): 62-65.
- [3] 向灵芝, 杨为民, 石菊松, 等. 京西矿区地面塌陷危险性模糊综合评判[J]. 地质通报, 2008, 27(11): 1862-1869.
- [4] 宋丹青, 鲍春. 模糊数学在地质灾害危险性分区中的运用[J]. 水利与建筑工程学报, 2015, 13(1): 104-108.
- [5] 赵学峰. 城市隧道施工地面塌陷机理与控制[J]. 山西建筑, 2014, 40(11): 216-217.
- [6] 张成平, 王梦恕, 张顶立, 等. 城市隧道施工诱发地面塌陷的预测模型[J]. 中国铁道科学, 2012, 33(4): 31-37.
- [7] 侯超群, 董满生, 逢焕平. 松散土体型地面塌陷成因分析及机理研究[J]. 合肥工业大学学报, 2013, 36(1): 63-67.
- [8] TAZIO STROZZI, RAFAEL CADUFF, URS WEGMULLER. Widespread surface subsidence induced in Alpine hard rocks by the construction of the 57 kilometers-long Gotthard Base Tunnel (Switzerland) observed with satellite SAR interferometry [J]. Procedia Technology, 2014, 16: 69-73.
- [9] CHRIS J, BROMLEY, STEVE CURRIE, VERN R. MANVILLE. Recent ground subsidence at Crown Road, Tauhara and its probable causes [J]. Geothermics, 2009, 38: 181-191.
- [10] SELVADURAI A P S, JUEUN KIM. Ground subsidence due to uniform fluid extraction over a circular region within an aquifer [J]. Advances in Water Resources, 2015, 78: 50-59.
- [11] MODONI G, DARINI G, SPACAGNA S L. Spatial analysis of land subsidence induced by groundwater withdrawal [J]. Engineering Geology, 2013, 167: 59-71.
- [12] 赵明华. 土力学与基础工程[M]. 3版. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2009.
- [13] 刘海, 陈华. 基于层次分析法的未知测度理论泥石流危险性评价[J]. 长江流域资源与环境, 2012, 21(8): 1032-1038.
- [14] 骆承钦. 工程数学线性代数[M]. 5版. 北京: 高等教育出版社, 2007.

(责任编辑 唐定国)