

# 几种常用的成败型系统可靠性综合方法之比较

叶豪杰<sup>1</sup>,熊乾坤<sup>1</sup>,王 栋<sup>2</sup>

(1. 中国人民解放军91388部队,广东 湛江 524022; 2. 92326部队,广东 湛江 524005)

**摘要:**针对成败型复杂系统进行可靠性评估时综合方法易混淆使用造成评估结果错误的问题,提出了确定几种常用综合方法适用条件和范围的分析方法;首先通过对不同综合方法进行理论对比分析,再结合选取典型算例对分析结果进行验证;结果表明:该方法不仅有效地确定了几种常用的成败型串联综合评估方法的使用条件,而且确定了每种方法的优劣,为工程人员参考提供了应用。

**关键词:**成败型系统;可靠性评估;零失效

**本文引用格式:**叶豪杰,熊乾坤,王栋.几种常用的成败型系统可靠性综合方法之比较[J].兵器装备工程学报,2017(1):154-157.

**Citation format:**YE Hao-jie, XIONG Qian-kun, WANG Dong. Comparison of Several Common Reliability Synthesis Method of Pass-Fail System[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering,2017(1):154-157.

中图分类号:O213.2

文献标识码:A

文章编号:2096-2304(2017)01-0154-04

## Comparison of Several Common Reliability Synthesis Method of Pass-Fail System

YE Hao-jie<sup>1</sup>, XIONG Qian-kun<sup>1</sup>, WANG Dong<sup>2</sup>

(1. The No. 91388<sup>th</sup>Troop of PLA, Zhanjiang 524022, China;

2. The No. 92326<sup>th</sup>Troop of PLA, Zhanjiang 524005, China)

**Abstract:** In order to evaluate the reliability of the complex system, the method to determine the condition and range of several commonly used methods was proposed to solve the problem that the methods are confusing. First of all, through comparison and analysis of different integration methods, we combined selected examples to verify the results of the analysis. The results show that this method can not only determine the conditions of several commonly used binomial distribution comprehensive evaluation methods, but also determine the advantages and disadvantages of each method, and provide the reference for engineers.

**Key words:** pass-fail system; reliability evaluation; zero failure

复杂系统如导弹,鱼雷,卫星等在实际试验中,因耗费巨资,周期长等因素,总是取少量的样品数进行试验,采用金字塔式的综合评估方法进行可靠性评估。其中成败型串联系统的可靠性评估较为常见,相应的可靠性综合方法也多种多样,包括修正极大似然估计(MML)法、序贯压缩(SR)法、LM法等。在进行具体的成败型串联系统可靠性评估时如何选择合适的方法,是工程实践人员面临的现实问题。因此需要

对一些常用的系统可靠性综合方法进行深入地分析比较,确定各自的适用条件及范围,以便更好地服务于工程实践。

### 1 常用的系统可靠性的综合方法

#### 1.1 修正极大似然估计(MML)法

1972年伊斯特林提出,极大似然估计法由渐进正态性来

收稿日期:2016-07-17;修回日期:2016-08-25

作者简介:叶豪杰(1985—),男,工程师,主要从事水下装备试验总体技术研究。

求近似置信限的缺点是用无界的对称的正态分布去拟合有界的( $R$ 在 $[0,1]$ 内)、可能不对称的分布,其结果可能落到 $[0,1]$ 之外。据此,伊斯特林提出修正极大似然估计法,即取极大似然理论下被估子样的方差等于二项分布的方差<sup>[1]</sup>,理由是它来自成败型单元子样的数据。

对于 $m$ 个单元组成的成败型串联系统,其系统可靠度 $R$ 的极大似然估计为

$$\hat{R} = \prod_{i=1}^m s_i/n_i \quad (1)$$

根据极大似然估计理论, $R$ 的渐进正态方差:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial R}{\partial R_i} \right) \text{Var} \hat{R} = \sum_{i=1}^m \left( \frac{R}{R_i} \right)^2 \frac{R_i(1-R_i)}{n_i} \quad (2)$$

系统等效地试验次数 $n$ ,成功次数 $s$ ,由极大似然估计得:

$$\hat{R} = s/n \quad (3)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{R}(1-\hat{R})/n \quad (4)$$

若将式(2)中, $R, R_i$ 分布用 $\hat{R}, \hat{R}_i$ 替换,并令式(1)和式(3),式(2)和式(4)分别相等得到:

$$n = \frac{\prod_{i=1}^m \frac{n_i}{s_i} - 1}{\prod_{i=1}^m \frac{1}{s_i} - \prod_{i=1}^m \frac{1}{n_i}}$$

$$s = n \prod_{i=1}^m s_i/n_i$$

由 $(n, s)$ ,对于给定的置信度 $\gamma$ 即得系统可靠性置信下限 $R_L$ 。

## 1.2 序贯压缩(SR)法

为了克服MML法在应用上的限制(存在零失效的分系统),1976年,Preston发展出了SR法。它的基本思路是将 $m$ 个分系统的试验样本量从大到小排列,逐次地将两个分系统的数据压缩为一个等效分系统数据,直至所有分系统被压缩为一组数据,即系统的等效试验数据 $s, n$ 。然后求出系统可靠性的置信下限<sup>[2]</sup>。具体步骤如下:

- 1) 设 $i=1$ ;
- 2) 若 $s_i > n_{i+1}$ ,取 $s_{i+1} = s_i, n_{i+1} = n_i n_{i+1}/s_i$ ;
- 3) 若 $s_i \leq n_{i+1}$ ,取 $s_{i+1} = s_i s_{i+1}/n_{i+1}, n_{i+1} = n_i$ ;
- 4)  $i=i+1$ ,若 $i < m$ ,返回2),否则转4);

取 $s = s_i, n = n_i$ ,即为系统等效试验结果。根据 $(n, s)$ 及置信度 $\gamma$ 可求 $R_L$ 。

## 1.3 LM法

该近似限方法是1962年提出的。对于 $m$ 个单元组成的成败型串联系统,其系统可靠度 $R$ 的极大似然估计为

$$\hat{R} = \prod_{i=1}^m s_i/n_i$$

$$\text{取 } \hat{R} = s/n$$

$$n = \min\{n_i\}$$

即可据 $(n, s)$ 及置信度 $\gamma$ 可求 $R_L$ 。

## 1.4 综合的修正极大似然估计和序贯压缩(CMSR)法

1990年,朱晓波等提出了CMSR法,主要思路是将MML法与SR法结合起来用,用SR法克服MML法的缺陷,即存在试验次数最小分系统无失效的情况下只做一次压缩,然后用MML折合;否则直接用MML法进行折合<sup>[3]</sup>。CMSR法具体步骤如下:

1) 设串联系统由 $m(m > 2)$ 个单元组成,单元试验次数按大小排序, $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_m$ ,其中有 $j$ 个单元无失效( $n_{m-j+1}, n_{m-j+2}, \dots, n_m$ )。

2) 仅考虑后 $j$ 个单元试验结果准确地等于最后一个单元进行了试验 $n'_m = n_m, s'_m = s_m$ ,且 $n'_m = s'_m$ 。

3) 将 $(n'_m, s'_m)$ 和 $(n_{m-j}, s_{m-j})$ 按SR法进行一次压缩综合得到 $(n'_{m-j}, s'_{m-j})$ 已满足MML法应用条件,可以用MML法求出系统等效试验数据 $(n, s)$ ,从而求得 $R_L$ 。

## 2 理论对比分析

### 2.1 评价依据

对置信度为 $\gamma$ 的可靠性置信下限 $R_L$ 有如下关系式:

$$P_\gamma\{R \geq R_L\} \geq \gamma \quad (1)$$

由式(2)不难得出可靠性近似置信下限优劣的原则:在 $P_\gamma\{R \geq R_L\}$ 大于或等于 $\gamma$ 前提下,均值 $E[R_L]$ 越大,近似置信下限 $R_L$ 就越好。若 $P_\gamma\{R \geq R_L\}$ 比 $\gamma$ 小,就可以说这个近似置信限是冒进了。衡量其保守与否的标准是:覆盖可靠度真值的频率应不小于所给定的置信水平,并且越逼近越好<sup>[4]</sup>;在不冒进时,置信下限的平均值应越大越好。

### 2.2 MML法

MML法计算简单而且比较准确,但由其计算公式可以看出,它不能考虑零失效单元的影响。对于一个串联系统,其任一组成单元的可靠性均小于1,不考虑其可靠性会使评估结果偏大。所以,若试验次数最小的单元零失效,不考虑它将使MML法评估成效冒进。而当所有单元均为零失效时,MML法出现了0/0结果,不宜使用。因此,MML法不适合包含零失效单元的系统。

### 2.3 LM法和SR法

LM法和SR法有一个共同的特征,都是按照点估计不变原则对单元试验数据进行压缩。但是,点估计不变原则对试验数据进行压缩总数会有信息损失,使得估计方差增大,从而使置信下限趋于保守。并且LM法相较于SR法压缩更多,因而所得到的可靠性置信下限比SR方法得到的可靠性置信下限更保守。LM方法的成败型数据中等效试验数 $n = \min\{n_i\}$ ,可见其置信下限是最小的。当 $n_{\min}$ 较小,而其他单元的试验数较大时,这样的折合方法使得压缩过于厉害,信息损失太大,导致过于保守。当 $n_{\min}$ 与其他单元的试验数相差不大时,LM法的折合使得信息损失相对小一些,保守程度相对好一些。

SR方法采用点估计不变原则压缩分系统样本数,使估计量的方差增大,特别是当 $s_i \gg n_{i+1}$ 或 $s_i \ll n_{i+1}$ 时,SR法较

大地压缩了分系统的样本数。当分系统  $m$  很大时,SR 方法逐次压缩各分系统是试验信息过多丢失,导致过分保守的综合结果。

总而言之,LM 法是一种比较保守的方法,SR 法也是一种偏保守的方法,但其保守程度较 LM 法要好一些。在所有的单元均为零失效时,只有 LM 法能够使用,其他方法均不合适。

#### 2.4 CMSR 法

CMSR 法主要是利用 SR 法的保守性来克服 MML 法不考虑零失效试验数据的影响带来的冒进因素。在系统不都是零失效单元,且不存在试验数最小零失效单元时,由于 MML 法仍然偏冒进,因此 CMSR 方法有可能冒进。因此, $m$

个单元里有有限个( $L$  个, $L < m$ )零失效单元,且试验数最小的单元为零失效时,CMSR 方法是比较合适的。

### 3 算例分析

为了使数值计算的结果具有代表性,同时能够反映 4 种串联系统可靠性综合评估方法本身的特点,在数值选取时,应反映以下特点:随着样本量的增加,其置信度的选取值也应随之增加;单元应反映所有单元均有失效、试验数最小单元无失效、试验数最小单元有失效 3 种情况。为此选取了由 4 个单元组成的串联系统进行计算,具体数据、计算结果如表 1 所示。

表 1 系统可靠性综合方法计算结果比较

序号	$(n_i, s_i)$	MML 法	CMSR 法	LM 法	SR 法	置信度	样本范围
1	(48,46), (21,20) (17,16), (15,13)	0.661 63	0.661 63	0.643 62	0.653 73		
2	(20,19), (16,15) (10,10), (7,7)	0.810 15	0.768 84	0.072 100	0.735 93	0.7	<50
3	(12,12), (9,9) (8,7), (7,6)	0.592 54	0.592 54	0.576 68	0.592 54		
4	(98,96), (71,70) (67,66), (65,63)	0.890 13	0.890 13	0.886 86	0.888 05		
5	(70,69), (66,65) (60,60), (57,57)	0.943 50	0.941 94	0.939 32	0.940 05	0.75	<100
6	(62,62), (59,5) (58,57), (57,56)	0.933 52	0.933 52	0.933 09	0.933 52		
7	(148,146), (121,120) (117,116), (115,113)	0.929 74	0.929 74	0.928 18	0.928 69		
8	(120,119), (116,115) (110,110), (107,107)	0.964 22	0.963 66	0.962 68	0.962 95	0.8	<150
9	(112,112), (109,109) (108,107), (107,106)	0.960 80	0.960 80	0.960 65	0.960 80		

从数值计算的结果看,MML 法如理论分析在试验数最小单元零失效时最为冒进;LM 方法最保守,表中计算结果的最小值均由 LM 法计算得到,与理论分析一致。另外可以看到,当各分系统单元均不为零失效时,CMSR 法与 MML 法计算结果一致。而当组成单元里含有限个零失效单元,且试验数不是最小的单元零失效时,CMSR 法与 SR 法结果一致,此时 CMSR 法偏保守。

通过分析,可以看到这几种常见的系统可靠性综合评估方法各有优点。在满足其使用条件时,其计算结果可以接受,不同方法的计算结果很接近。根据理论分析和数值计算结果,常见成败型串联系统可靠性综合方法的使用边界条件和推荐意见如表 2 所示。

表 2 成败型串联系统可靠性综合方法使用条件及推荐意见

方法	使用条件	推荐意见
MML 法	各组成单元均不为零失效	满足条件时,推荐使用
CMSR 法	组成单元里含有限个零失效单元,试验数最小的单元零失效	满足条件时,推荐使用
LM 法	不满足 CMSR 法的使用条件或者所有单元均为零失效时	偏于保守,计算方便,可以考虑使用
SR 法	不满足 CMSR 法的使用条件	不满足 MML 法和 CMSR 法使用条件时,推荐使用。

## 4 结论

可靠性作为产品重要的品质特性,在评定时有多种综合方法可以得出不同的评定结果。为了更符合产品抽样检验实际,应确定不同方法使用条件。本文通过理论分析和算例验证明确了几种常用的成败型系统可靠性综合方法的使用条件,为工程实践提供了应用参考。

## 参考文献:

- [1] 石春华. 成败型串联系统可靠性近似置信下限[D]. 南京: 河海大学, 2005.
- [2] 张仕念, 王其雷. 可靠性综合评估 MML 法与 ILM 法之比较[J]. 质量与可靠性, 2010(4): 14-15.

- [3] 武小悦, 刘琦. 装备试验与评价[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 344-346.
- [4] 周源泉, 翁朝曦. 可靠性评定[M]. 北京: 科学出版社, 1991: 63-68.
- [5] 朱晓波, 廖炳生. 系统可靠性评估的 CMSR 方法[J]. 宇航学报, 1990(2): 29-34.
- [6] 赵宇, 杨军. 可靠性数据分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 76-78.
- [7] 姜培华. 周期冲击下簇生离散混合冲击模型的可靠性分析[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2016(4): 154-160.
- [8] 丁平, 马晓明. 安全可靠的火工品点火电路设计[J]. 兵工自动化, 2015(4): 28-29.

(责任编辑 唐定国)

(上接第 136 页)

- [5] 陈鹏万, 黄风雷. 含能材料损伤理论及应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2006.
- [6] 梁增友, 黄风雷, 段卓平, 等. PBX 炸药及其模拟材料冲击损伤的试验研究[J]. 火箭与制导学报, 2008, 28(2): 131-134.
- [7] ZHANG Wei-bin, DAI Bin, TIAN Yong, et al. Experimental Study on Micron Crystal Defect of Explosive by  $\mu$ VCT [J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2008(6): 767.
- [8] 周忠彬, 陈鹏万, 黄风雷. PBX 材料宏细观断裂行为的数

字散斑相关法实验研究[J]. 高压物理学报, 2011, 25(1): 1-7.

- [9] 陈科全, 蓝林钢, 路中华, 等. 含预制缺陷 PBX 炸药的力学性能及破坏形式[J]. 火炸药学报, 2015, 38(5): 51-53.
- [10] 李明, 张钰, 温茂萍, 等. 数字散斑相关技术及其应用[J]. 信息与电子工程, 2005, 3(1): 36-39.

(责任编辑 唐定国)

(上接第 141 页)

- [10] 李军, 赵孝彬, 王晨雪, 等. 固体推进剂综合感度模糊评价法[J]. 固体火箭技术, 2007, 30(4): 324-327.
- [11] 于庭安, 戴兴国. LNG 储罐火灾和爆炸事故树分析[J]. 中国安全科学学报, 2007, 17(8): 110-114.
- [12] 胡毅亭, 刘荣海, 陈网桦. 安全系统工程[M]. 南京: 南京大学出版社, 2009: 90-120.

[13] 李晋, 杨斌, 赵树森. 固体推进剂在压延中燃烧的预防和灭火研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2012, 8(8): 58-62.

- [14] 魏春荣, 孙建华, 张锦鹏. 事故树定性分析法及其在矿井安全评价中的应用[J]. 工业安全与环保, 2009, 35(9): 39-41.

(责任编辑 唐定国)