

一 简谐运动

1 机械振动

a 定义：物体或物体的某一部分在一定位置附近来回往复的运动

b 实例：

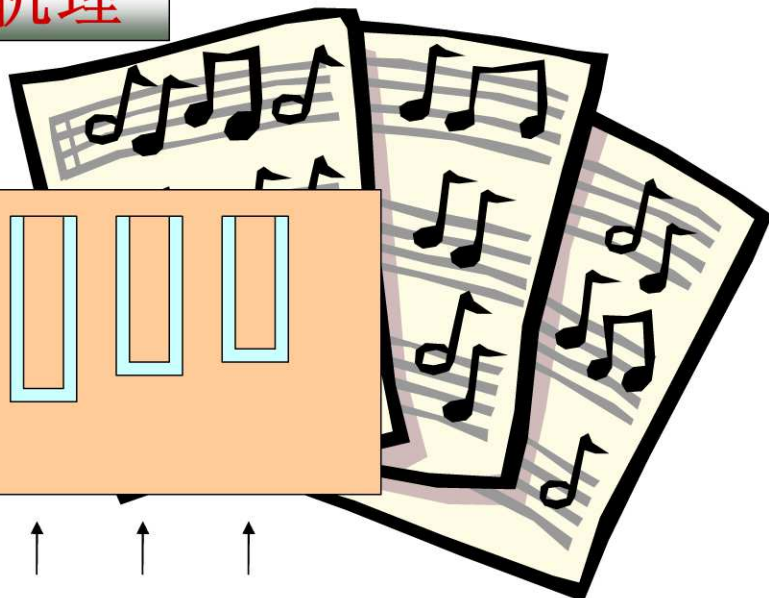
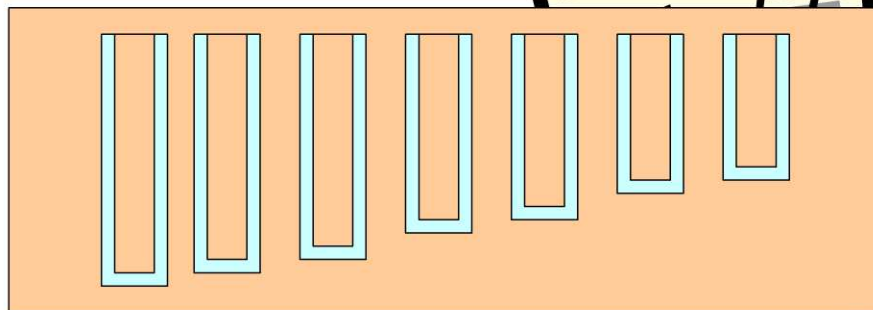
心脏的跳动，
钟摆，乐器，地震等

c 周期和非周期振动

平衡位置



口琴的发音机理

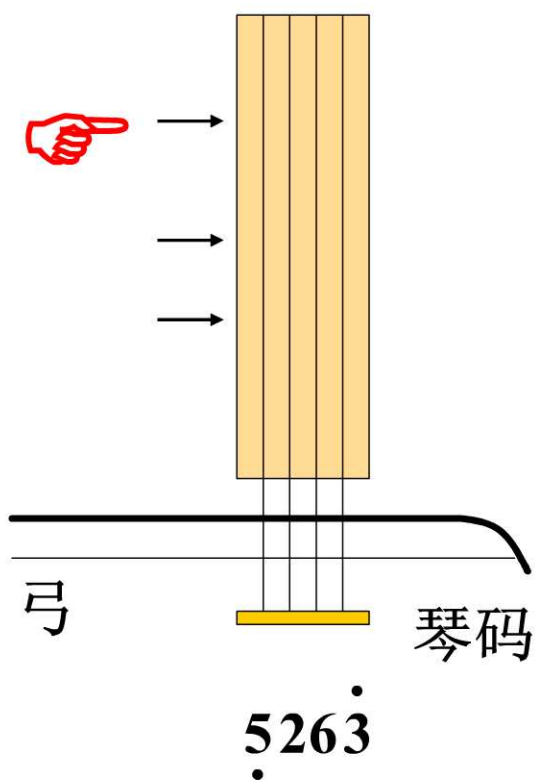


1 2 3 4 5 6 7

7 6 5 4 3 2 1

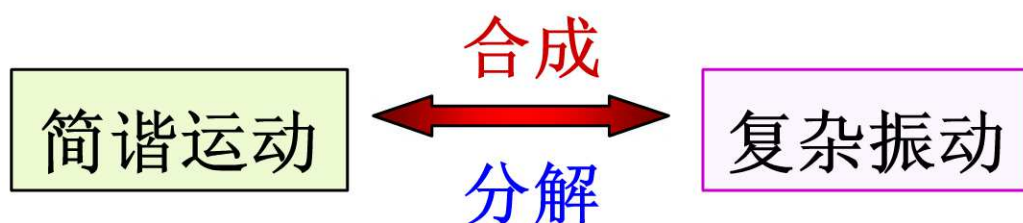


提琴弦线的振动



2 简谐振动

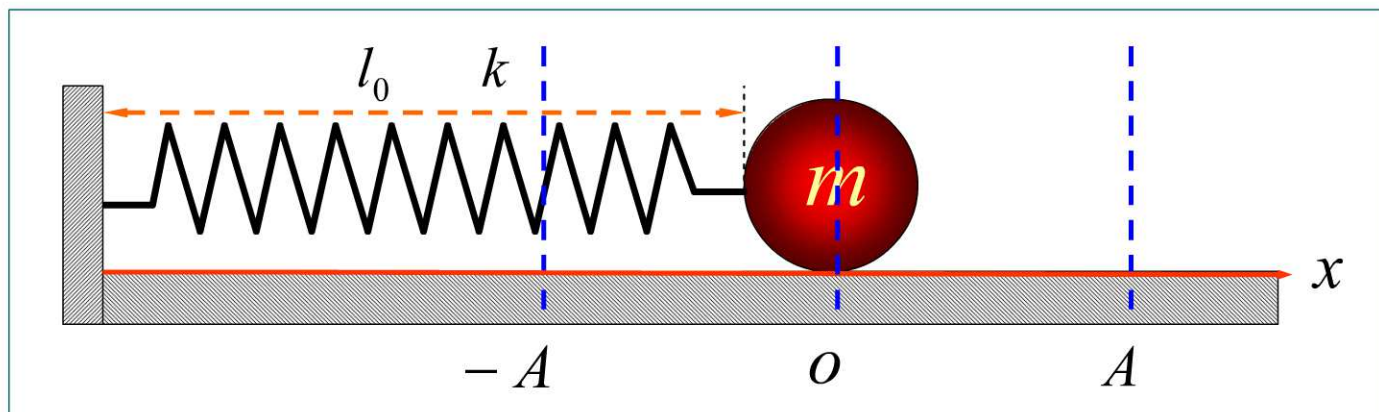
◆ 简谐运动 最简单、最基本的振动



谐振子 作简谐运动的物体

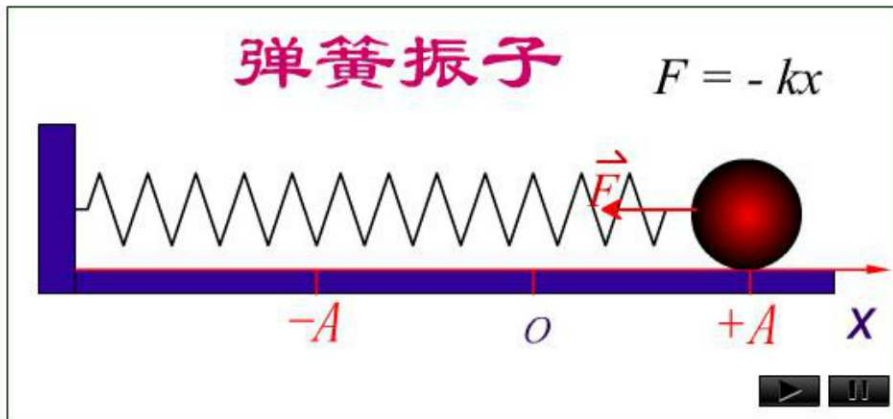


◆ 弹簧振子的振动



$$x = 0 \quad F = 0$$





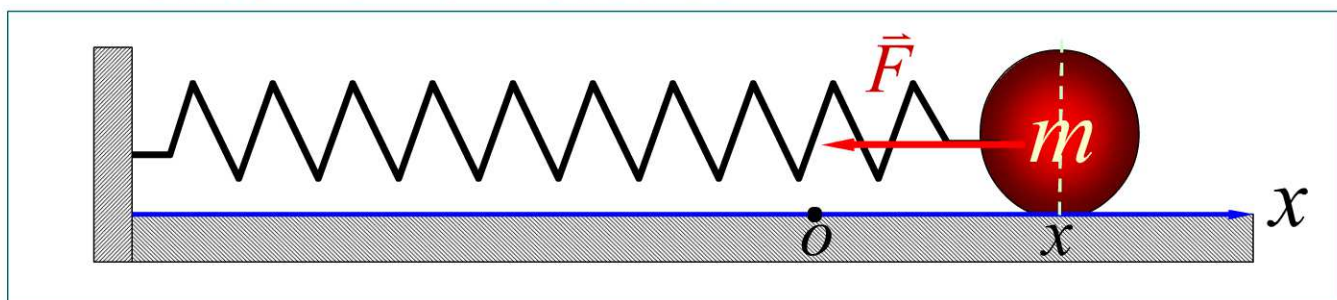
振动的成因

a 回复力

b 惯性



3 弹簧振子的运动分析



$$F = -kx = ma \quad \text{令} \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\text{得} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad \text{即} \quad a = -\omega^2 x$$

具有加速度 a 与位移的大小 x 成正比, 而方向相反特征的振动称为**简谐运动**



解方程

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

简谐运动的微分方程

设初始条件为:

$$t = 0 \text{ 时, } x = x_0, \quad v = v_0$$

解得 $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ← 简谐运动方程

积分常数, 根据初始条件确定



由 $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ← 简谐运动方程

得 $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

其中
$$\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \\ \varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \end{cases}$$



$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

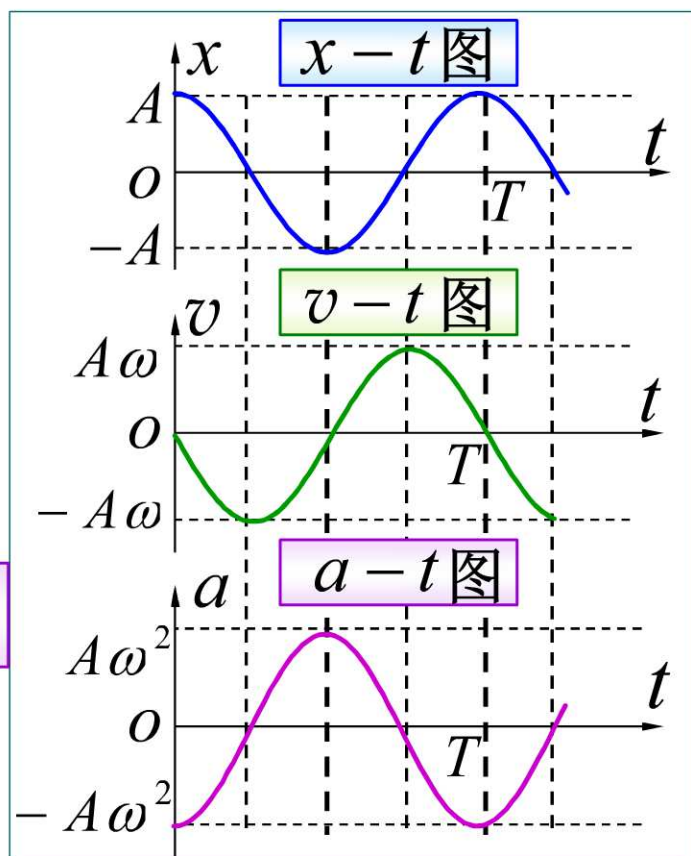
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{取 } \varphi = 0$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$= A\omega \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$= A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

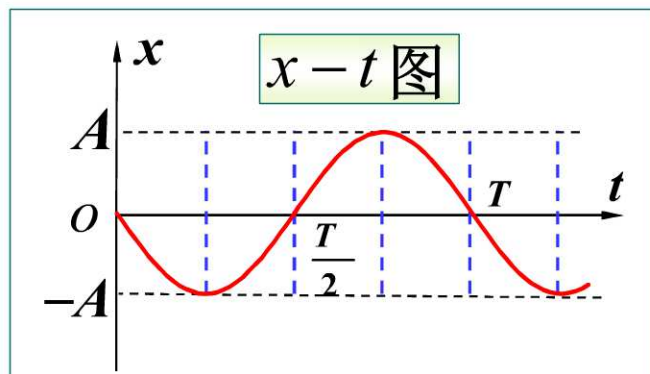


简谐运动方程

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

二 振幅

$$A = |x_{\max}|$$



三 周期、频率

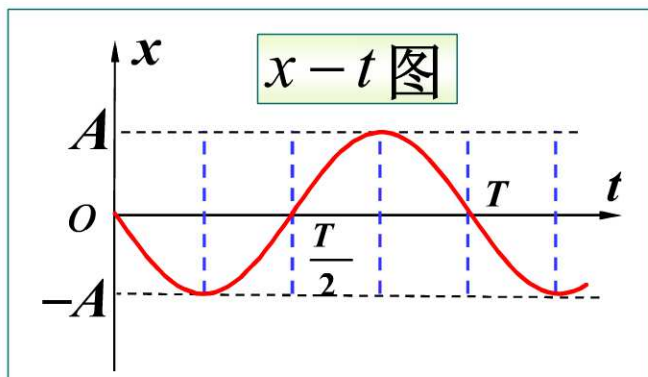
$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos[\omega(t + T) + \varphi]$$

◆ 周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$

注意

弹簧振子周期

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

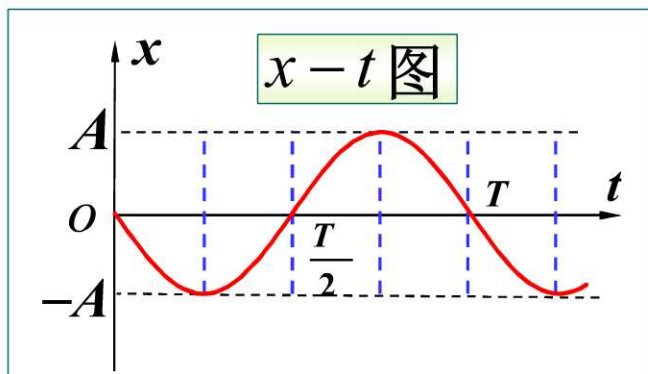


$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos[\omega(t + T) + \varphi]$$

◆ **频率** $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

◆ **圆频率**

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$



周期和频率仅与振动系统**本身**的物理性质有关



例如，心脏的跳动80次/分

周期为 $T = \frac{1}{80} (\text{min}) = \frac{60}{80} (\text{s}) = 0.75 \text{ s}$

频率为 $\nu = 1 / T = 1.33 \text{ Hz}$

动物的心跳（次/分）

大象	25~30	马	40~50
猪	60~80	兔	100
松鼠	380	鲸	8



昆虫翅膀振动的频率 (Hz)

雌性蚊子	355~415
雄性蚊子	455~600
苍 蝇	330
黄 蜂	220



四 相位 $\omega t + \varphi$

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

相位 (位相) $\Phi(t) = \omega t + \varphi$

初相位 φ $t = 0$ 时, $\Phi(t) = \varphi$


相位的意义: 表征任意时刻 (t) 物体振动状态 (相貌)。物体经一周期的振动, 相位改变 2π 。



五 常数 A 和 φ 的确定

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

初始条件 $t = 0$ $x = x_0$ $v = v_0$


$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0}$$

对给定振动系统，周期由系统本身性质决定，振幅和初相由初始条件决定。



讨论

已知 $t = 0, x = 0, v_0 < 0$ 求 φ

$$0 = A \cos \varphi \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\because v_0 = -A\omega \sin \varphi < 0$$

$$\therefore \sin \varphi > 0 \text{ 取 } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

