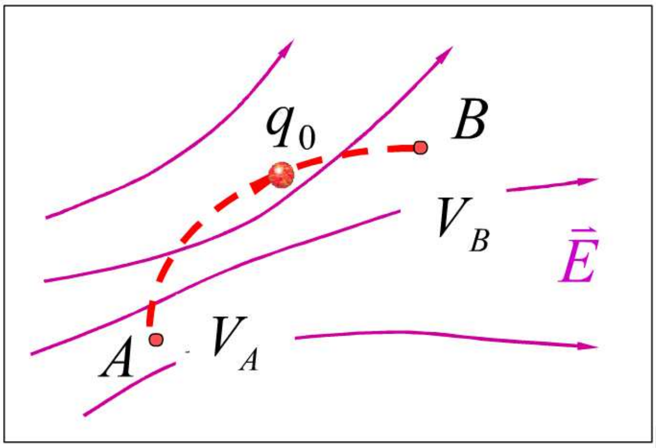
一　电势

$$W_{AB}=q_0\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-(E_{\mathrm{p}B}-E_{\mathrm{p}A})$$

令 $V_A=E_{\mathrm{p}A}/q_0$ A点电势，$V_B=E_{\mathrm{p}B}/q_0$ B点电势

$$\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-(V_B-V_A)$$

$$V_A=\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}+V_B$$



令 $V_B=0$

$$V_A=\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

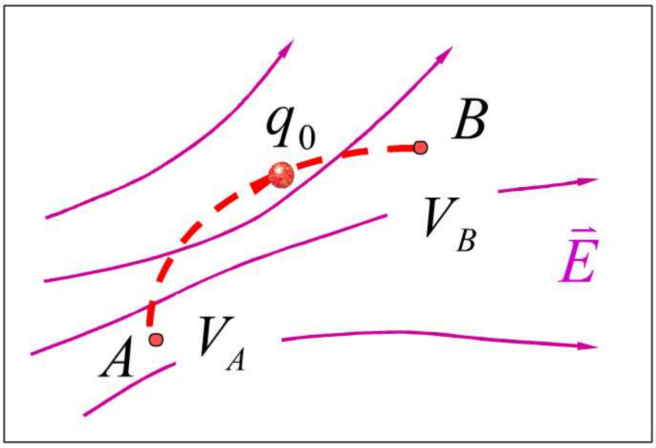
◆ 电势零点的选取：

有限带电体以无穷远为电势零点，实际问题中常选择地球电势为零.

$$V_A = \int_{A\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

◆ 物理意义：

把单位正试验电荷从点A移到无限远处时静电场力作的功.



电势差

$$U_{AB}=V_A-V_B=\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

将单位正电荷从A移到B时电场力作的功

几种常见的电势差（V）

生物电	10^{-3}	家用电器	110或220
普通干电池	1.5	高压输电线	已达5.5×10^{5}
汽车电源	12	闪电	10^{8}–10^{9}

静电场力的功

$$W_{AB}=q\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=qU_{AB}=q(V_A-V_B)$$

原子物理中能量单位：电子伏特eV

$$1\,\mathrm{eV}=1.602\times10^{-19}\,\mathrm{J}$$

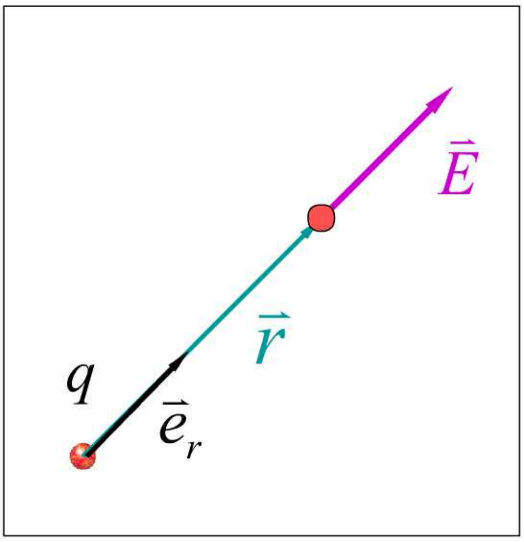
二　点电荷电场的电势

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

令 $V_\infty = 0$

$$V = \int_r^\infty \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_r^\infty \frac{q\,\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



三 电势的叠加原理

◆ 点电荷系

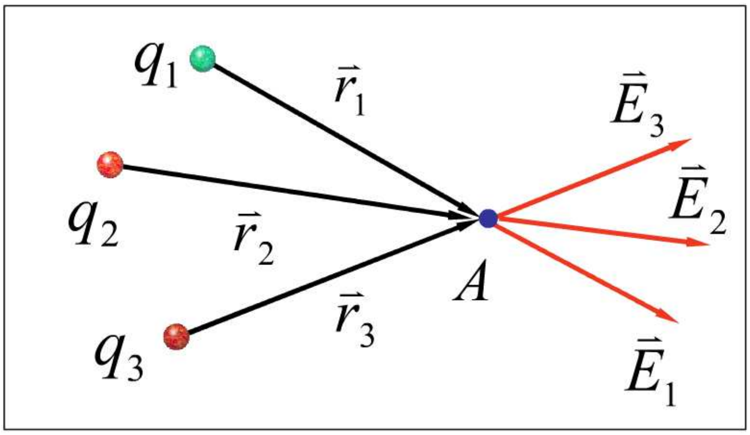
$$\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i$$

$$V_A=\int_{A\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\int_{A\infty}\vec{E}_i\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}V_i$$

$$V_A=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

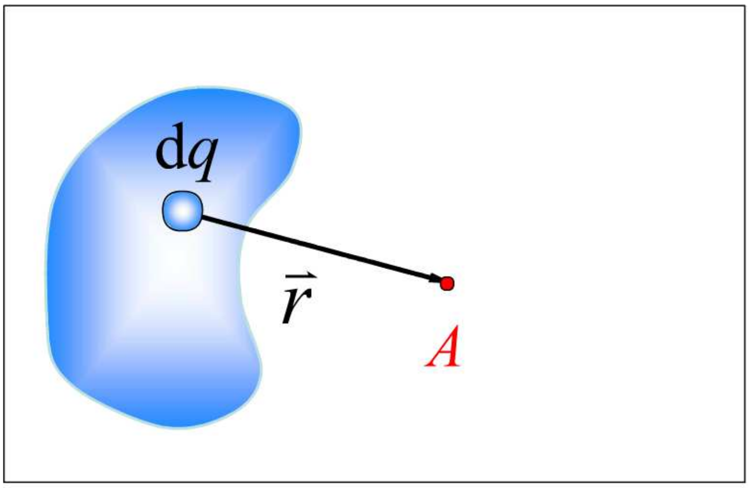


电荷连续分布时

$$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V$$

$$\mathrm{d}V = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r}$$



计算电势的方法

（1）利用 $V_A = \int_{AB} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} + V_B$

已知在积分路径上 $\vec{E}$ 的函数表达式

有限大带电体，选无限远处电势为零.

（2）利用点电荷电势的叠加原理

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\mathrm{d}q}{r}$$

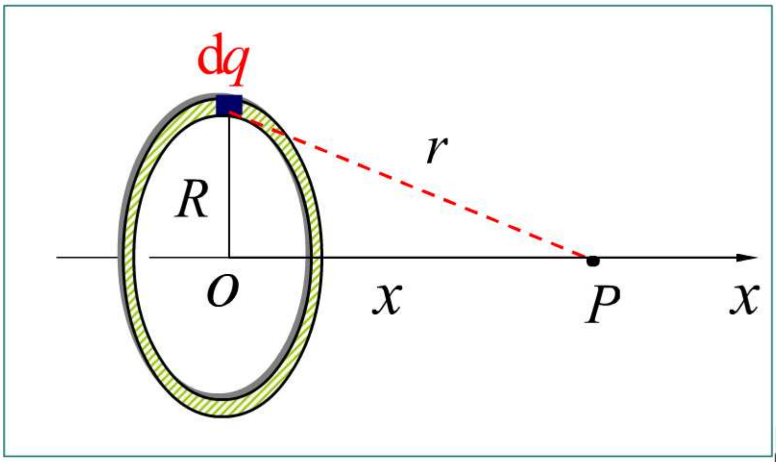
例1 正电荷q均匀分布在半径为R的细圆环上. 求环轴线上距环心为x处的点P的电势.

解 $$\mathrm{d}V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r}$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\int \mathrm{d}q$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

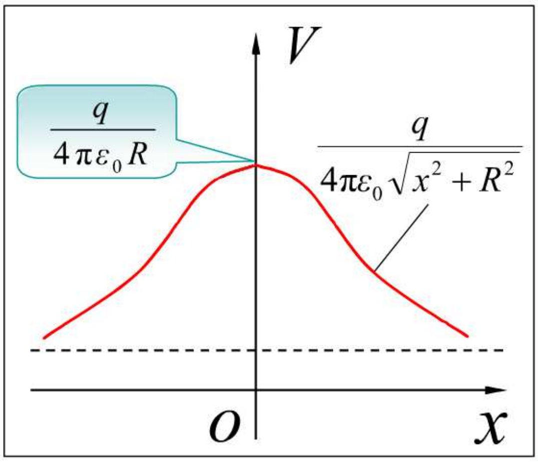
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

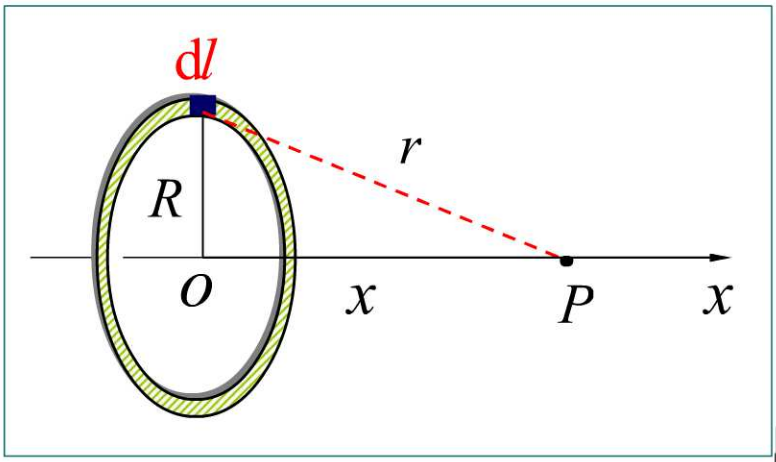


讨论

$$V_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$x=0,\quad V_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad x>>R,\quad V_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$





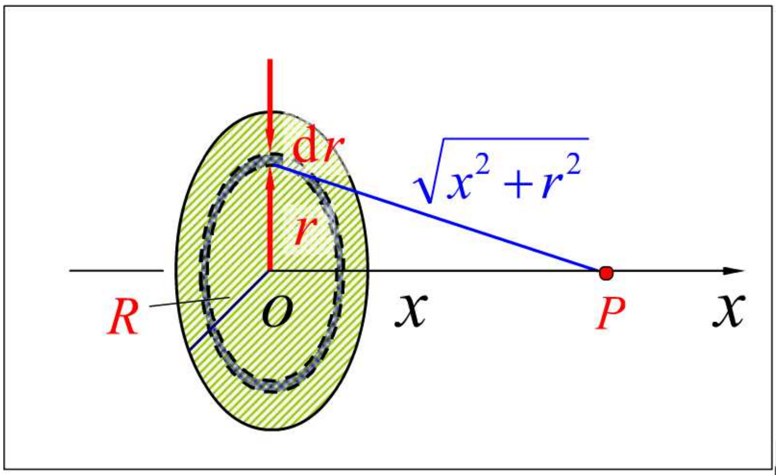
◆ 通过一均匀带电圆平面中心且垂直平面的轴线上任意点的电势. $\mathrm{d}q = \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{\sigma 2\pi r \mathrm{d}r}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2 + R^2} - x\right)$$

$x >> R$

$$\sqrt{x^2 + R^2} \approx x + \frac{R^2}{2x}$$

$$V \approx \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$



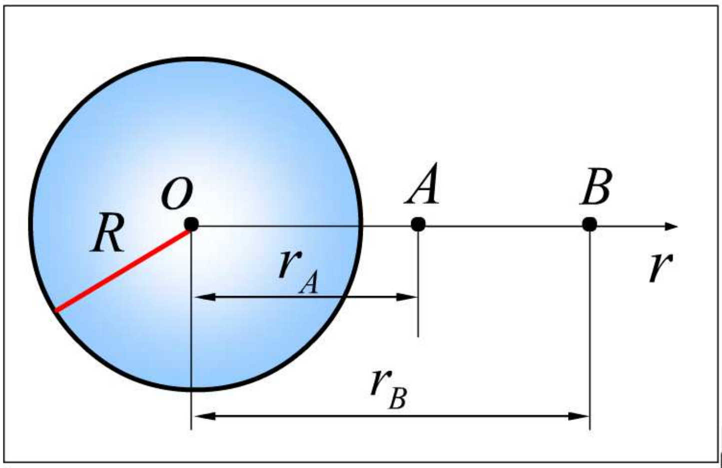
例2 真空中有一电荷为Q，半径为R的均匀带电球面．试求

（1） 球面外两点间的电势差；

（2） 球面内两点间的电势差；

（3） 球面外任意点的电势；

（4） 球面内任意点的电势.



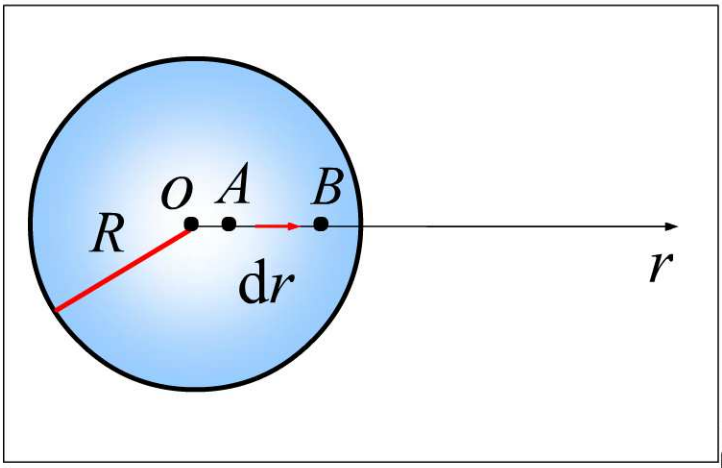
解 $E=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R\end{cases}$

（1） $r>R$ $V_A-V_B=\int_{r_A}^{r_B}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\dfrac{dr}{r^2}$

$=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r_A}-\dfrac{1}{r_B})$

（2） $r<R$

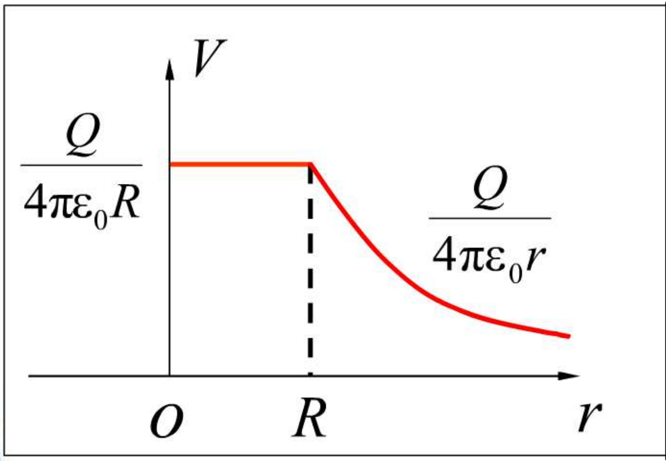
$V_A-V_B=\int_{r_A}^{r_B}\vec{E}\cdot d\vec{r}=0$

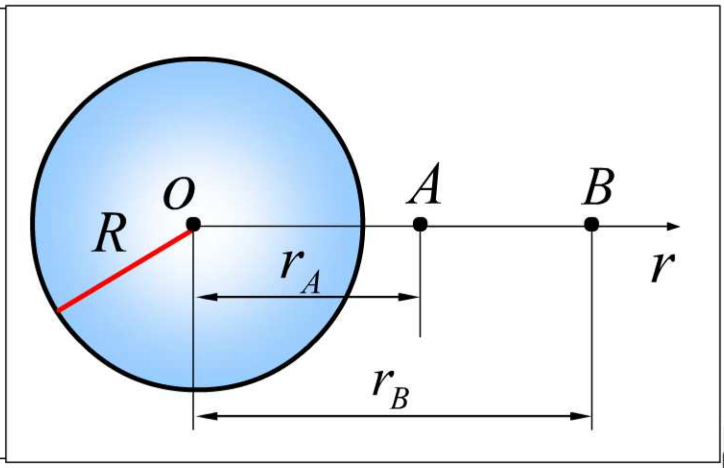


（3） $r > R$ 令 $r_B \approx \infty \quad V_\infty = 0$

$$V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \qquad V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

（4） $r < R$ $\quad V(r) = \int_r^R \vec{E}\cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$





例3 “无限长”带电直导线的电势.

解 令 $V_B = 0$

$$V_P = \int_r^{r_B} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= \int_r^{r_B} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \mathrm{d}r$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_B}{r}$$

讨论：能否选 $V_\infty = 0$？