6.7 对称配筋矩形截面偏心受压构件正截面受压承载力计算方法

◆实际工程中，受压构件常承受变号弯矩作用，当弯矩数值相差不大，可采用对称配筋。

◆采用对称配筋不会在施工中产生差错，故有时为方便施工或对于装配式构件，也采用对称配筋。

◆对称配筋截面，即$A_s=A_s'$，$f_y=f_y'$，$a_s=a_s'$，

一、截面设计

1.大偏心受压构件的计算

$$N=\alpha_1 f_c bx+f_y'A_s'-f_yA_s$$

$$Ne=\alpha_1 f_c bx(h_0-\frac{x}{2})+f_y'A_s'(h_0-a_s')$$

$$x=\frac{N}{\alpha_1 f_c b}$$

一、截面设计

1.大偏心受压构件的计算

$$N = \alpha_1 f_c bx + f_y' A_s' - f_y A_s$$

$$Ne = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2}) + f_y' A_s'(h_0 - a_s')$$

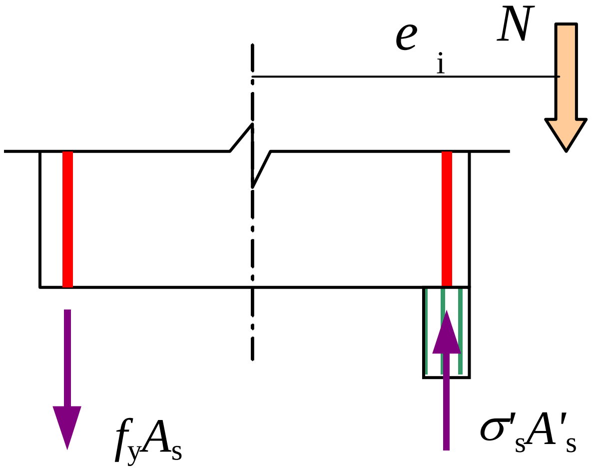
$$2a_s' \le x = \frac{N}{\alpha_1 f_c b} \le x_b$$

$$A_s = A_s' = \frac{Ne - \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2})}{f_y'(h_0 - a_s')}$$

若 $x=\dfrac{N}{\alpha_1 f_c b}<2a_s'$，可近似取$\boldsymbol{x=2a_s'}$，对受压钢筋合力点取矩可得

$$A_s' = A_s = \frac{Ne'}{f_y'(h_0 - a_s')}$$

$$e' = e_i - 0.5h + a_s'$$



2.小偏心受压构件的计算

若 $x=\dfrac{N}{\alpha_1 f_c b}>x_b$ 则为小偏心受压

$$N=\alpha_1 f_c bx+f_y'A_s'-f_y\cdot\frac{\xi-\beta_1}{\xi_b-\beta_1}A_s$$

$$Ne=\alpha_1 f_c bx(h_0-\frac{x}{2})+f_y'A_s'(h_0-a_s')$$

由第一式解得

$$f_y'A_s'=f_yA_s=(N-\alpha_1 f_c b\xi h_0)\frac{\xi_b-\beta_1}{\xi_b-\xi}$$

代入第二式得

$$Ne\cdot\frac{\xi_b-\xi}{\xi_b-\beta_1}=\alpha_1 f_c bh_0^2\xi(1-0.5\xi)\frac{\xi_b-\xi}{\xi_b-\beta_1}+(N-\alpha_1 f_c b\xi h_0)(h_0-a_s')$$

这是一个ξ的三次方程，设计中计算求解较难。为简化计算，《规范》规定可近似取ξ**(1-0.5**ξ**)=0.43**，得

$$\xi = \frac{N - \alpha_1 \xi_b f_c b h_0}{\dfrac{Ne - 0.43\alpha_1 f_c b h_0^2}{(\beta_1 - \xi_b)(h_0 - a_s')} + \alpha_1 f_c b h_0} + \xi_b$$

$$A_s' = A_s = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi)}{f_y'(h_0 - a_s')}$$

对称配筋截面复核的计算与非对称配筋情况相同。

6.8 工形截面偏心受压构件正截面承载力计算（自学）

例5.6 已知荷载作用下柱的轴向力设计值N=2200kN，柱两端弯矩设计值为$M_1=M_2=200kN\cdot m$；截面尺寸：b=450mm，h=500mm，$a_s=a_s'=40mm$；钢筋采用HRB400级；混凝土强度等级为C35，$l_c=4m$。

求：两侧对称配筋

解：C35混凝土，$f_c=16.7N/mm^2$，HRB400级钢筋 $f_y=f_y'=360N/mm^2$；

$h_0=h-a_s=500-40=460mm$

求柱的设计弯矩

对矩形截面柱$l_c/i\approx 3.46l_c/h=3.46\times 4000/500=27.7>34-12(M_1/M_2)=22$，

因此需要考虑附加弯矩的影响

$$\zeta_c=\frac{0.5f_cA}{N}=\frac{0.5\times16.7\times450\times500}{2200\times10^3}=0.85$$

$$\frac{h}{30}=\frac{500}{30}=17mm<20mm,\ e_a=20mm$$

$$C_m=0.7+0.3\frac{M_1}{M_2}=1$$

$$\eta_{ns}=1+\frac{1}{1300(M_2/N+e_a)/h_0}(\frac{l_c}{h})\zeta_c$$

$$=1+\frac{1}{1300\times(200\times10^3/2200+20)/460}\times(\frac{4000}{500})^2\times0.85=1.174$$

$$M=C_m\eta_{ns}M_2=1\times1.174\times200=234.8kN\cdot m$$

$$\xi=\frac{N}{\alpha_1 f_c bh_0}=\frac{2200\times10^3}{1.0\times16.7\times450\times460}=0.636>\xi_b=0.518$$

属于小偏心受压

$$\mathrm{e}_0=\frac{M}{N}=\frac{234.8\times10^3}{2200}=107mm$$

$$\mathrm{e_i}=\mathrm{e}_0+e_a=107+20=127\ mm$$

$$\mathrm{e}=\mathrm{e_i}+\frac{h}{2}-a_s=127+\frac{500}{2}-40=337\ mm$$

$$\xi = \frac{N - \xi_b \alpha_1 f_c b h_0}{\dfrac{Ne - 0.43\alpha_1 f_c b h_0^2}{(\beta_1 - \xi_b)(h_0 - a_s')} + \alpha_1 f_c b h_0} + \xi_b$$

$$= \frac{2200\times10^3 - 0.518\times16.7\times450\times460}{\dfrac{2200\times10^3\times337 - 0.43\times1.0\times16.7\times450\times460^2}{(0.8-0.518)\times(460-40)} + 1.0\times16.7\times450\times460} + 0.518$$

$$= 0.622$$

$$A_s = A_s' = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi(1-0.5\xi)}{f_y'(h_0 - a_s')}$$

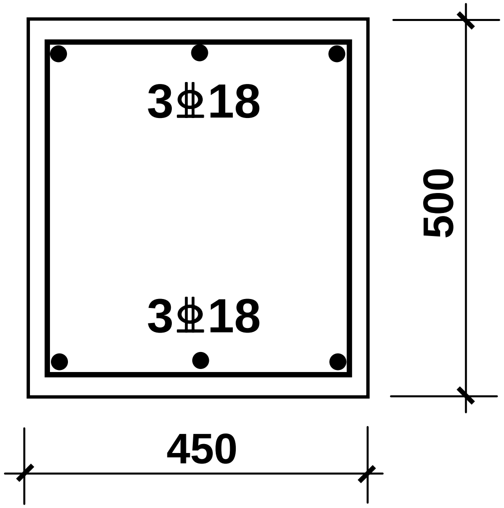
$$= \frac{2200\times10^3\times337 - 1.0\times16.7\times450\times460^2\times0.622\times(1-0.5\times0.622)}{360\times(460-40)}$$

$$= 392\ \mathrm{mm}^2 \; < \quad 0.002bh = 0.002\times450\times500 = 450mm^2$$

每边选**3ϕ18** $(A_s = A_s' = 763\,mm^2)$

$$\frac{763\times 2}{450\times 500} = 0.68\% > 0.55\%$$

垂直弯矩作用平面承载力校核（略）



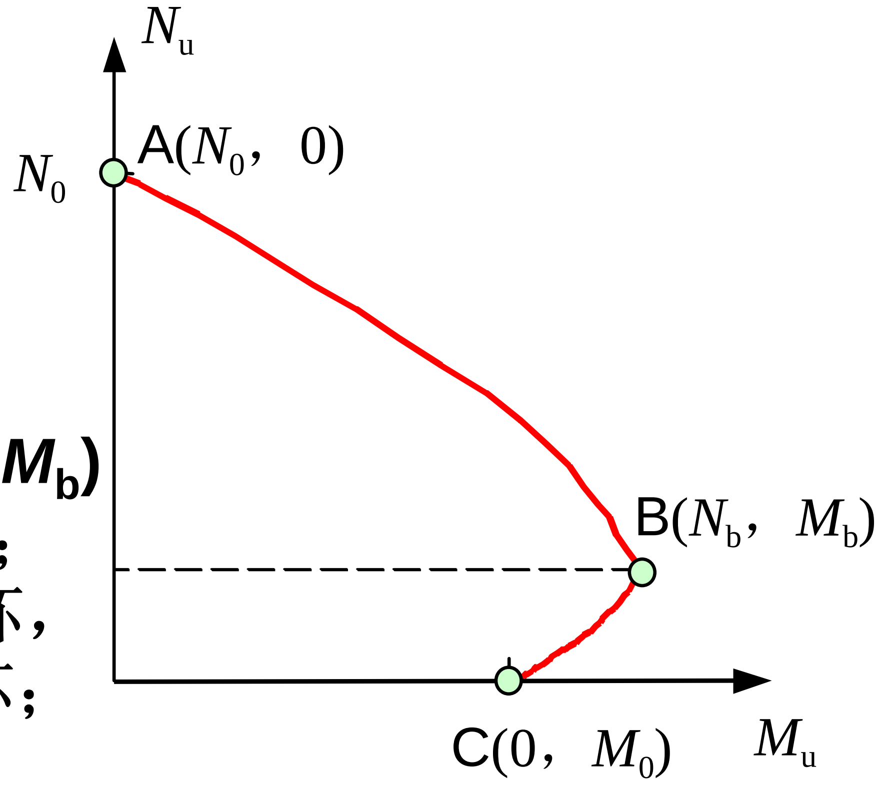
6.9正截面承载力N_u–M_u的相关曲线及其应用

对于给定的截面、材料强度和配筋，达到正截面承载力极限状态时，其压力和弯矩是相互关联的，可用一条N_u–M_u相关曲线表示。试验表明：

- 当轴压力较小时，M_u随N的增加而增加（CB段）；
- 当轴压力较大时，M_u随N的增加而减小（AB段）；

截面受弯承载力在B点达(N_b，M_b)到最大，该点近似为界限破坏；

- CB段（$N \leq N_b$）为受拉破坏，
- AB段（$N > N_b$）为受压破坏；



一、对称配筋矩形截面大偏心受压构件的N_u–M_u相关曲线

将 $A_s = A_s', f_y = f_y'$ 代入下式

$$N_u = \alpha_1 f_c bx + f_y' A_s' - f_y A_s$$

$$N_u e = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2}) + f_y' A_s' \left(h_0 - a_s'\right)$$

得：

$$N_u = \alpha_1 f_c bx \qquad x = \frac{N_u}{\alpha_1 f_c b}$$

$$N_u(e_i + \frac{h}{2} - a_s) = \alpha_1 f_c b \frac{N_u}{\alpha_1 f_c b}(h_0 - \frac{N_u}{2\alpha_1 f_c b}) + f_y' A_s' \left(h_0 - a_s'\right)$$

得：

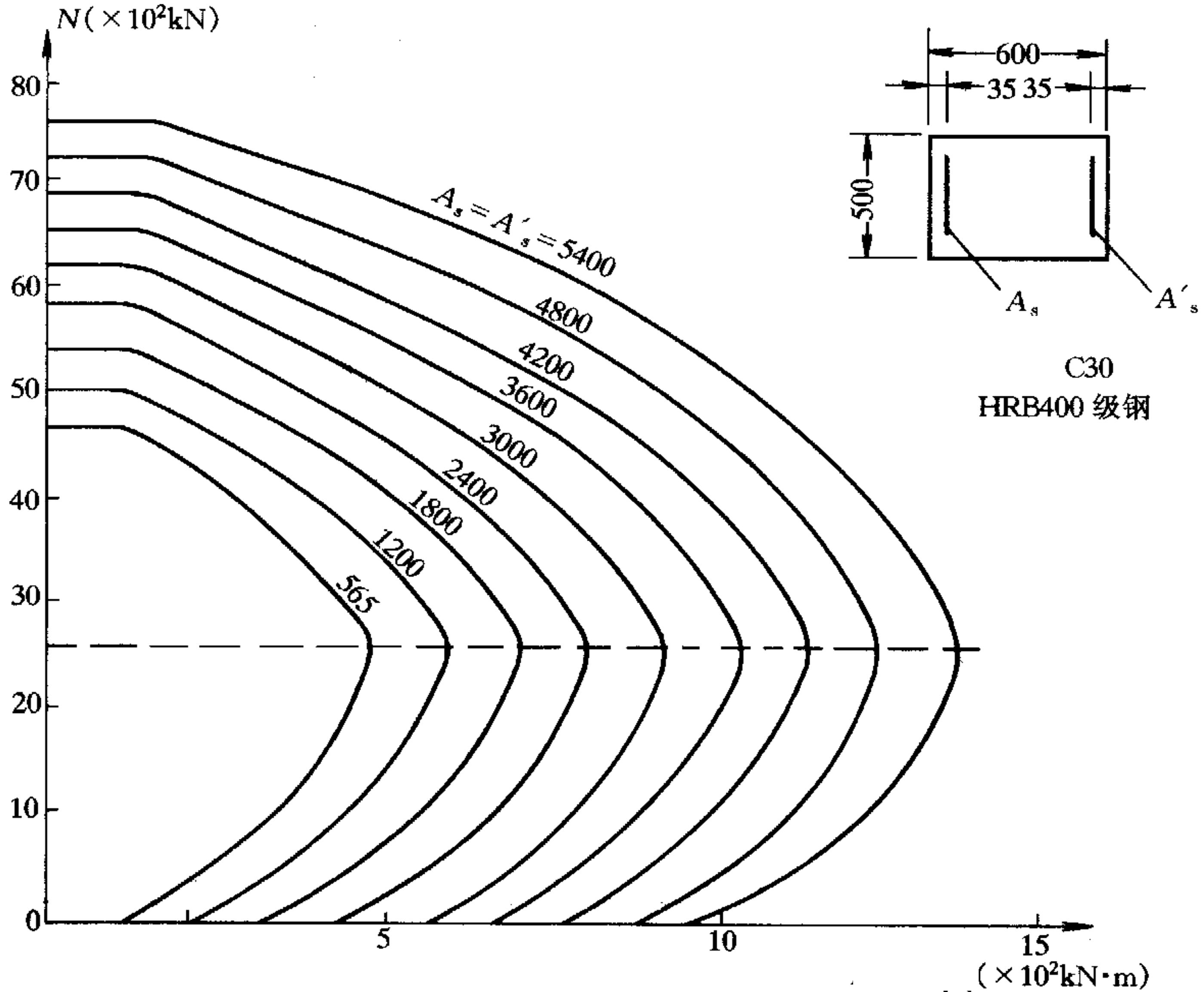
$$N_u = \alpha_1 f_c bx \qquad x = \frac{N_u}{\alpha_1 f_c b}$$

$$N_u(e_i + \frac{h}{2} - a_s) = \alpha_1 f_c b \frac{N_u}{\alpha_1 f_c b}(h_0 - \frac{N_u}{2\alpha_1 f_c b}) + f_y' A_s' (h_0 - a_s')$$

整理后得：

$$N_u e_i = -\frac{N_\mathrm{u}^2}{2\alpha_1 f_c b} + \frac{N_u h}{2} + f_y' A_s' (h_0 - a_s')$$

即：$M_u = -\frac{N_\mathrm{u}^2}{2\alpha_1 f_c b} + \frac{N_u h}{2} + f_y' A_s' (h_0 - a_s')$


N(×10²kN)
80
70
60
50
40
30
20
10
0
5
10
15
(×10²kN·m)
As=A's=5400
4800
4200
3600
3000
2400
1800
1200
565
600
35 35
500
As
A's
C30
HRB400 级钢

二、对称配筋矩形截面小偏心受压构件的N_u–M_u相关曲线

将 $A_s = A_s', f_y = f_y'$ 代入下式

$$N_u = \alpha_1 f_c b h_0 \xi + f_y' A_s' - \left(\frac{\xi - \beta_1}{\xi_b - \beta_1}\right) f_y A_s$$

$$N_u e = \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi) + f_y' A_s' \left(h_0 - a_s'\right)$$

得：

$$N_u = \frac{\alpha_1 f_c b h_0 (\xi_b - \beta_1) - f_y' A_s'}{\xi_b - \beta_1} \xi + \left(\frac{\xi_b}{\xi_b - \beta_1}\right) f_y' A_s'$$

$$\xi = \frac{\beta_1 - \xi_b}{\alpha_1 f_c b h_0 (\beta_1 - \xi_b) + f_y' A_s'} N_u + \frac{\xi_b f_y' A_s'}{\alpha_1 f_c b h_0 (\beta_1 - \xi_b) + f_y' A_s'}$$

$$\xi=\frac{\beta_1-\xi_b}{\alpha_1 f_c b h_0(\beta_1-\xi_b)+f_y' A_s'}N_u+\frac{\xi_b f_y' A_s'}{\alpha_1 f_c b h_0(\beta_1-\xi_b)+f_y' A_s'}$$

令 $\lambda_1=\dfrac{\beta_1-\xi_b}{\alpha_1 f_c b h_0(\beta_1-\xi_b)+f_y' A_s'}$ $\quad\lambda_2=\dfrac{\xi_b f_y' A_s'}{\alpha_1 f_c b h_0(\beta_1-\xi_b)+f_y' A_s'}$

则 $\xi=\lambda_1 N_u+\lambda_2$

代入

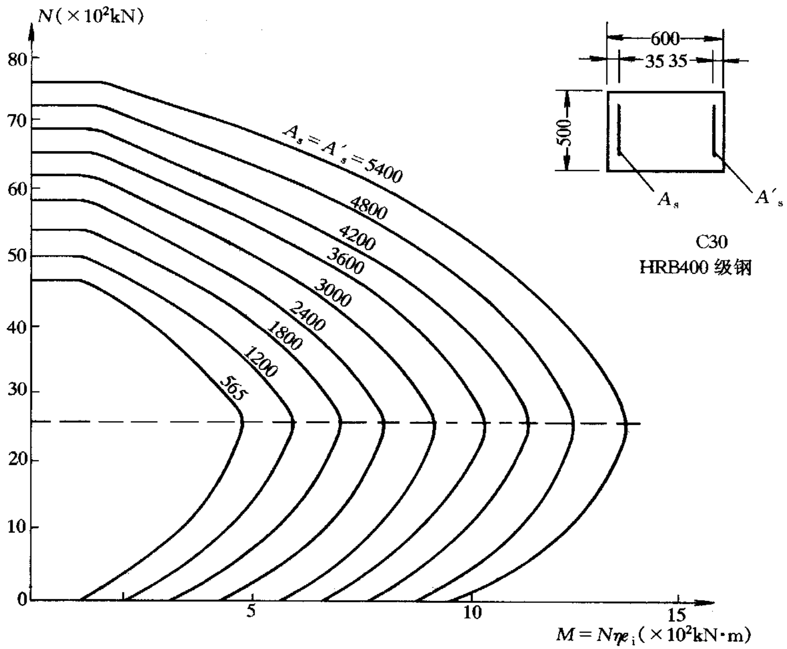
$$N_u=\alpha_1 f_c b h_0\xi+f_y' A_s'-\left(\frac{\xi-\beta}{\xi_b-\beta}\right)f_y A_s$$

$$N_u e=\alpha_1 f_c b h_0^2\xi(1-0.5\xi)+f_y' A_s'\left(h_0-a_s'\right)$$

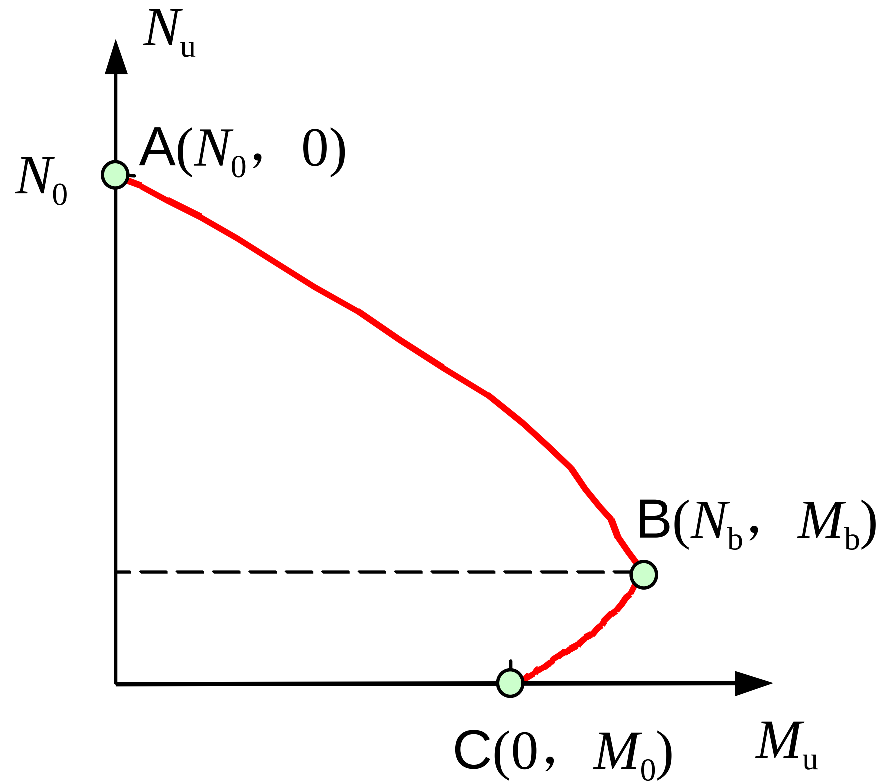
$$N_u(e_i+\frac{h}{2}-a_s)=\alpha_1 f_c b h_0^2(\lambda_1 N_u+\lambda_2)(1-\frac{\lambda_1 N_u+\lambda_2}{2})+f_y' A_s'\left(h_0-a_s'\right)$$

$$N_u(e_i+\frac{h}{2}-a_s)=\alpha_1 f_c b h_0^2(\lambda_1 N_u+\lambda_2)(1-\frac{\lambda_1 N_u+\lambda_2}{2})+f_y' A_s'(h_0-a_s')$$

$$N_u e_i = M_u = \alpha_1 f_c b h_0^2[(\lambda_1 N_u+\lambda_2)-0.5(\lambda_1 N_u+\lambda_2)^2] \\ -(\frac{h}{2}-a_s)N_u + f_y' A_s'(h_0-a_s')$$



N_u-M_u相关曲线反映了在压力和弯矩共同作用下正截面承载力的规律，具有以下一些特点：



(1)相关曲线上的任一点代表截面处于正截面承载力极限状态时的一种内力组合。

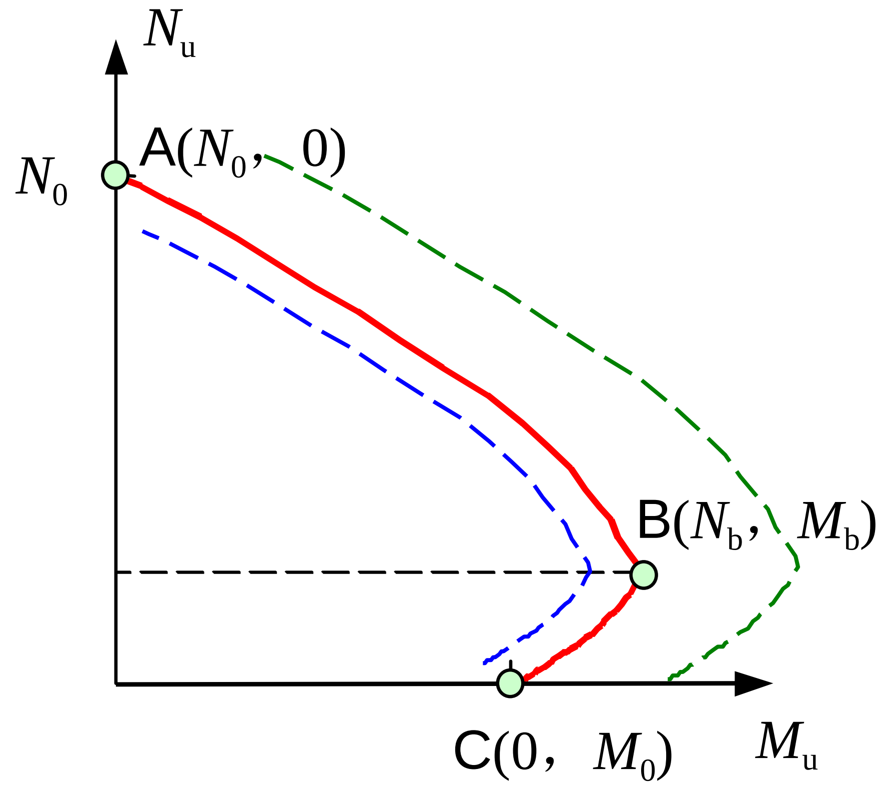
- 如一组内力（***N***，***M***）在曲线内侧说明截面未达到极限状态，是安全的；
- 如（***N***，***M***）在曲线外侧，则表明截面承载力不足；

(2)当弯矩为零时，轴向承载力达到最大，即为轴心受压承载力 $\boldsymbol{N_0}$（**A**点）；

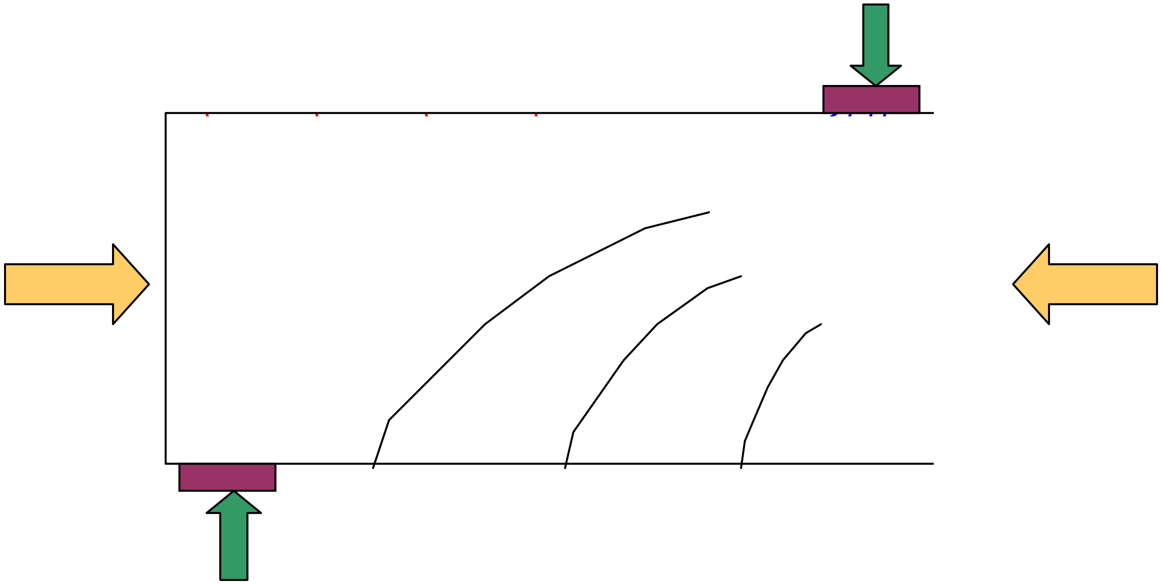
当轴力为零时，为受纯弯承载力$\boldsymbol{M_0}$（**C**点）；

(5)如截面尺寸和材料强度保持不变，N_u-M_u相关曲线随配筋率的增加而向外侧增大；

(6)对于对称配筋截面，达到界限破坏时的轴力N_b是一致的。



6.11 偏心受压构件的斜截面受剪承载力计算



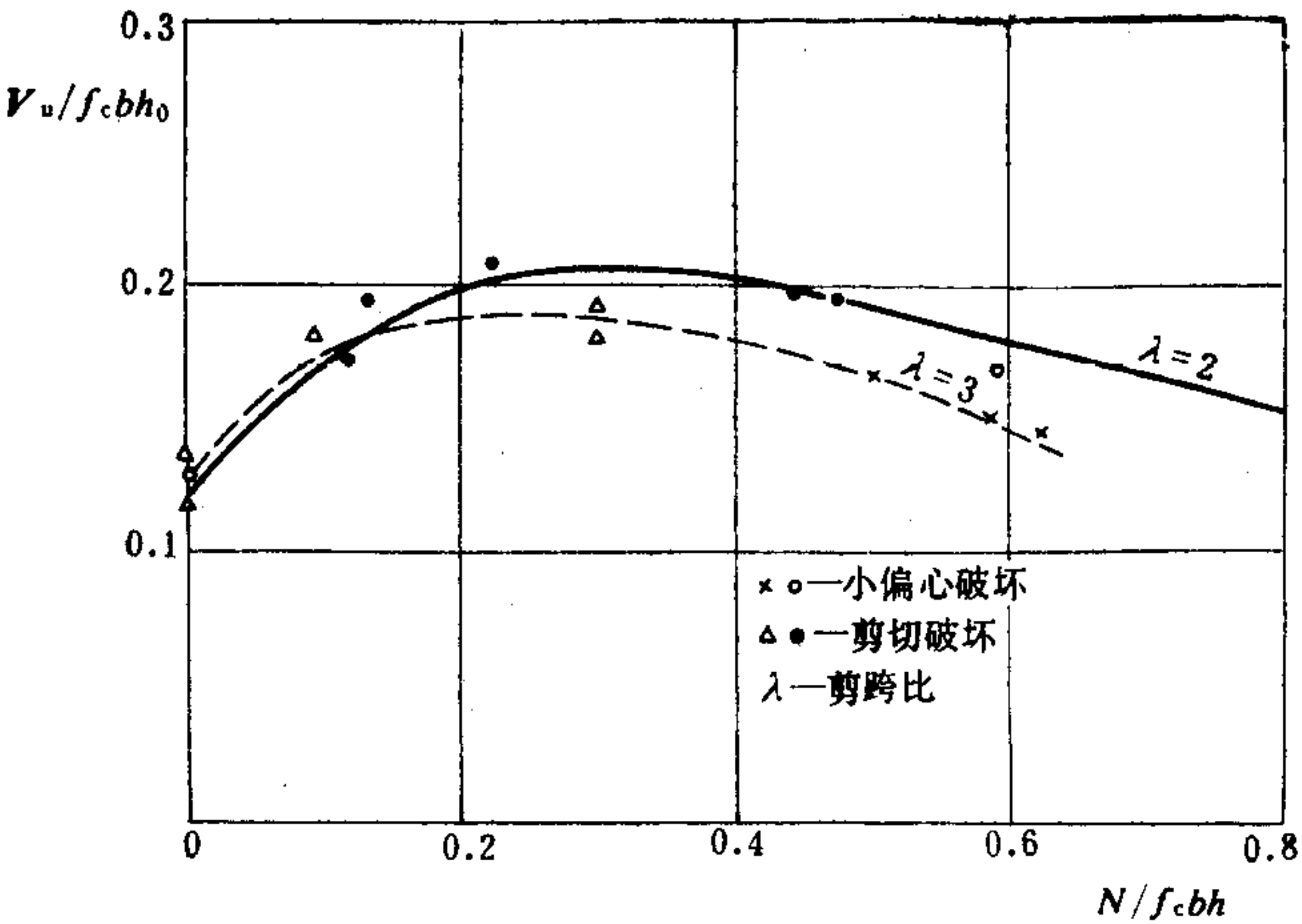
压力的存在

延缓了斜裂缝的出现和开展

斜裂缝角度减小

混凝土剪压区高度增大

但当压力超过一定数值？



受剪承载力与轴压力的关系

对矩形截面，《规范》偏心受压构件的受剪承载力计算公式

$$V \le \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.07N$$

λ为计算截面的剪跨比，对框架柱，$\lambda = H_n/(2h_0)$，H_n为柱净高；当$\lambda<1$时，取$\lambda=1$；当$\lambda>3$时，取$\lambda=3$；

对其他偏心受压构件，$\lambda = a/h_0$，当$\lambda<1.5$时，取$\lambda=1.5$；当$\lambda>3$时，取$\lambda=3$；a为集中荷载至支座或节点边缘的距离。

N为与剪力设计值相应的轴向压力设计值，当$N>0.3f_cA$时，取$N=0.3f_cA$，A为构件截面面积。

为防止配箍过多产生斜压破坏，受剪截面应满足

$$V \le 0.25\beta_c f_c b h_0$$

$$V \le \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + 0.07N$$

可不进行斜截面受剪承载力计算，而仅需按构造要求配置箍筋。