

第9章 钢筋混凝土构件的 变形、裂缝及混凝土结构的耐久性

结构的 功能

安全性— 承载能力极限状态

适用性—

影响正常使用：如吊车、精密仪器

对其它结构构件的影响

振动、变形过大

对非结构构件的影响：门窗开关，隔墙开裂等

心理承受：不安全感，振动噪声

耐久性—

裂缝过宽：钢筋锈蚀导致承载力降低，
影响使用寿命

外观感觉

对于超过**正常使用极限状态**的情况，由于其对生命财产的危害性比超过承载力极限状态要小，因此相应的可靠度水平可比承载力极限状态低一些。

正常使用极限状态的计算表达式为， $S_k \leq R_k$

S_k ：作用效应标准值，如挠度变形和裂缝宽度，应根据**荷载标准值**和**材料强度标准值**确定。

以受弯构件为例，在荷载标准值产生的弯矩可表示为，

$$M_k = C_G G_k + C_Q Q_k$$

由于活荷载达到其标准值 Q_k 的作用时间较短，故 M_k 称为**短期弯矩**。

由于在荷载的长期作用下，构件的变形和裂缝宽度随时间增长，因此需要考虑长期荷载的影响，**长期弯矩**可表示为，

$$M_q = C_G G_k + \psi_q C_Q Q_k$$

ψ_q 为活荷载准永久值系数

- 结构的极限状态:

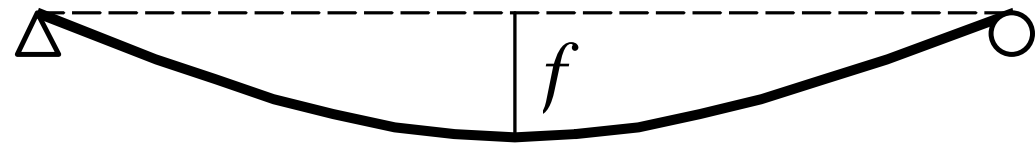
承载能力极限状态: 安全性

正常使用极限状态: 使用性和耐久性

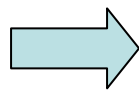
- 对于结构的正常使用极限状态, 应当使用荷载的标准值和准永久值, 材料强度采用标准值。
- 正常使用极限状态主要验算构件的裂缝宽度以及变形(刚度)。
- 验算时应当考虑短期效应组合以及长期效应组合两种情况。

9.1 钢筋混凝土受弯构件的挠度验算

一、截面弯曲刚度的概念及定义



$$f = S \frac{M}{EI} l^2 = S \phi \cdot l^2$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{均布: } f = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} = \frac{5}{48} \cdot \frac{Ml^2}{EI} \\ \text{集中: } f = \frac{1}{48} \cdot \frac{Pl^3}{EI} = \frac{1}{12} \cdot \frac{Ml^2}{EI} \end{array} \right\}$$

$$\phi = \frac{M}{EI} \rightarrow EI = \frac{M}{\phi} \rightarrow M = EI \cdot \phi$$

截面**抗弯刚度** EI 体现了截面抵抗弯曲变形的能力，同时也反映了截面弯矩与曲率之间的物理关系。对于弹性均质材料截面， EI 为常数， $M-\phi$ 关系为直线。

刚度是反映力与变形之间的关系：

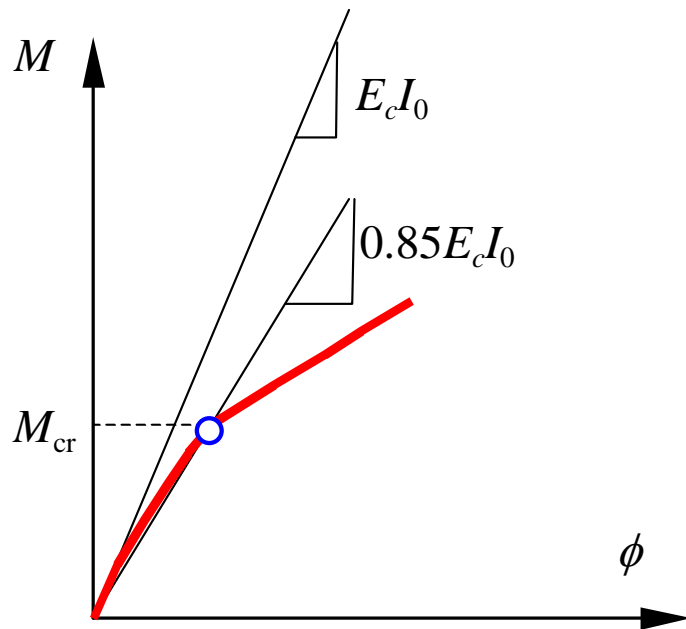
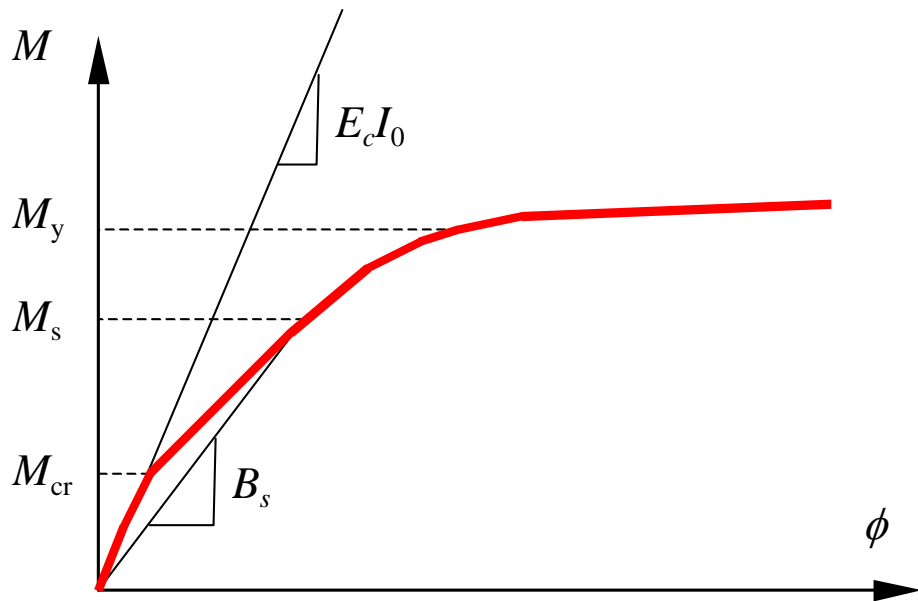
$$\text{应力-应变: } \sigma = E \varepsilon$$

$$\text{弯矩-曲率: } M = EI \times \phi$$

$$\text{荷载-挠度: } P = 48 \times \frac{EI}{l^3} \times f \text{ (集中荷载)}$$

$$\text{水平力-侧移: } V = 12 \frac{EI}{h^3} \delta \text{ (两端刚接)}$$

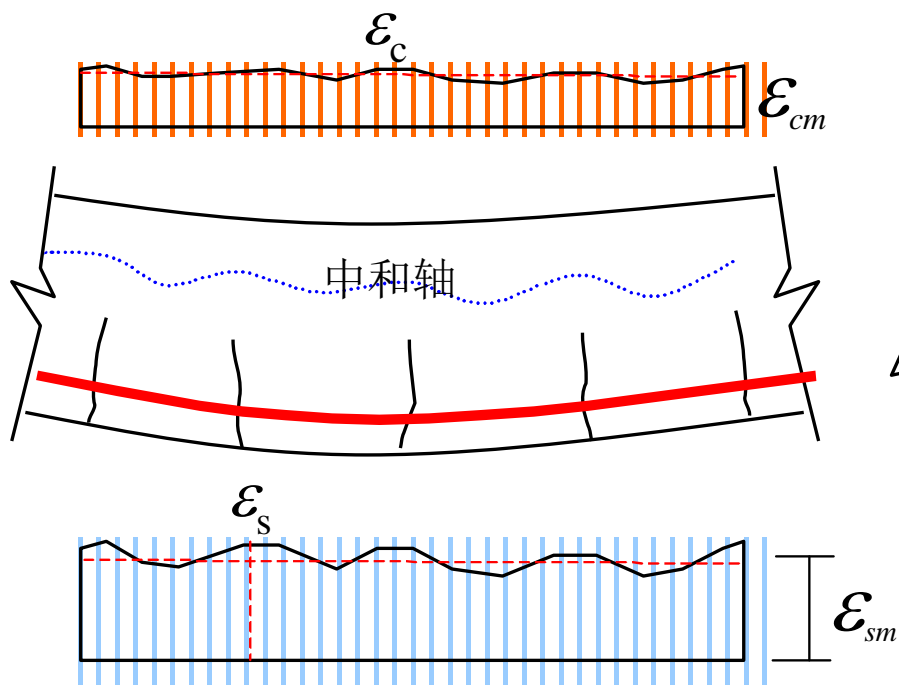
由于混凝土开裂、弹塑性应力-应变关系和钢筋屈服等影响，钢筋混凝土适筋梁的 $M-\phi$ 关系不再是直线，而是随弯矩增大，呈曲线变化。



正常使用条件下通常处于第II阶段，刚度计算需要研究构件带裂缝时的工作情况。

二、短期刚度 B_s

1. 平均曲率



$$\phi = \frac{\epsilon_{sm} + \epsilon_{cm}}{h_0}$$

$$B_s = \frac{M_q}{\phi} = \frac{M_q h_0}{\epsilon_{sm} + \epsilon_{cm}}$$

$$\psi = \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_s}$$

$$\psi_c = \frac{\epsilon_{cm}}{\epsilon_c}$$

2. 裂缝截面的应变 ε_s 和 ε_c :

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_{sq}}{E_s}, \quad \varepsilon_c = \frac{\sigma_{cq}}{\nu E_c}$$

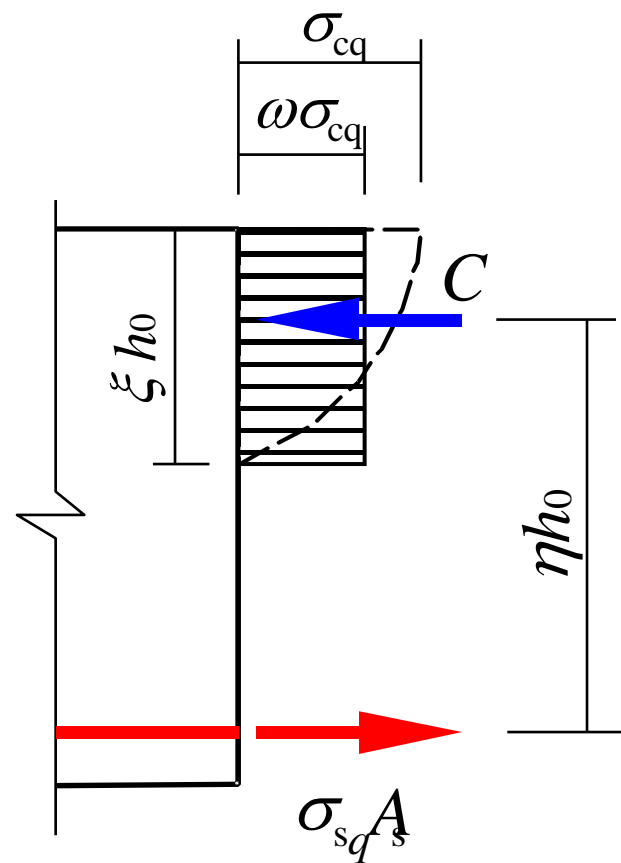
◆ 平衡关系：根据裂缝截面的应力分布

$$M_q = C \cdot \eta h_0 = \omega \sigma_{cq} \cdot \xi h_0 \cdot b \cdot \eta h_0$$

$$M_q = T \cdot \eta h_0 = \sigma_{sq} A_s \cdot \eta h_0$$

$$\sigma_{cq} = \frac{M_q}{\omega \xi \eta b h_0^2}$$

$$\sigma_{sq} = \frac{M_q}{A_s \cdot \eta h_0}$$



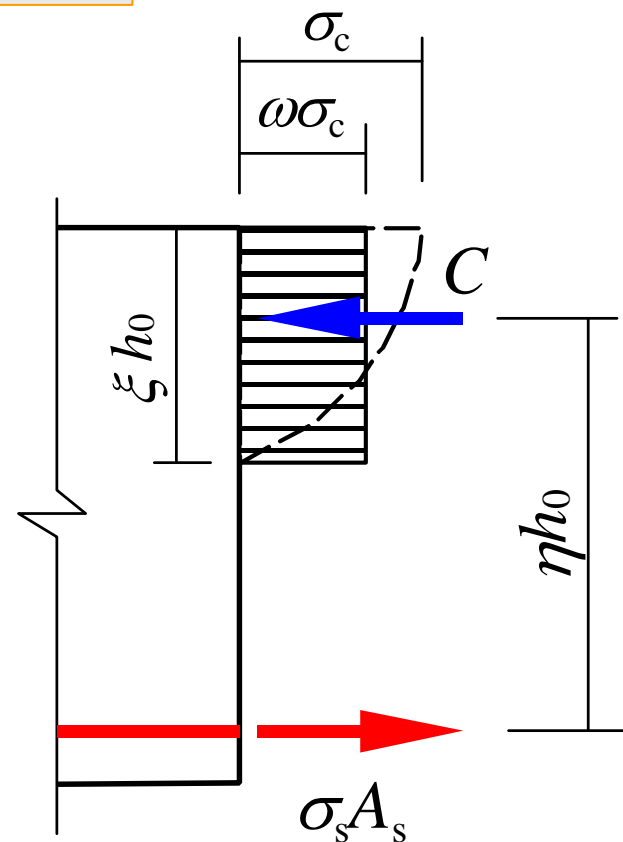
3. 平均应变 ε_{sm} 和 ε_{cm} : 根据裂缝截面的应力分布

$$\varepsilon_{cm} = \psi_c \varepsilon_c = \psi_c \frac{\sigma_{cq}}{\nu E_c} = \psi_c \frac{M_q}{\omega \xi \eta b h_0^2 \nu E_c}$$

$$\varepsilon_{sm} = \psi \varepsilon_s = \psi \frac{\sigma_{sq}}{E_s} = \psi \frac{M_q}{A_s \eta h_0 E_s}$$

$$\text{令 } \zeta = \omega \nu \xi \eta / \psi_c$$

$$\text{则 } \varepsilon_{cm} = \frac{M_q}{\zeta \cdot b h_0^2 E_c}$$



4. 短期刚度 B_s 的一般表达式

$$\phi = \frac{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{cm}}{h_0} = \frac{\frac{M_q}{\zeta \cdot E_c b h_0^2} + \frac{\psi}{\eta} \cdot \frac{M_q}{E_s A_s h_0}}{h_0} = \frac{M_q}{B_s}$$

$$B_s = \frac{h_0}{\frac{\psi}{\eta E_s A_s h_0} + \frac{1}{\zeta E_c b h_0^2}} = \frac{E_s A_s h_0^2}{\frac{\psi}{\eta} + \frac{E_s A_s h_0}{\zeta E_c b h_0^2}}$$

$$= \frac{E_s A_s h_0^2}{\frac{\psi}{\eta} + \frac{\alpha_E \rho}{\zeta}}$$

三. 参数 η 、 ζ 和 ψ

1. 开裂截面的内力臂系数 η

试验和理论分析表明，在弯矩 $M_q = (0.5 \sim 0.7) M_u$ 范围，裂缝截面的相对受压区高度 ξ 变化很小，内力臂的变化也不大。对常用的混凝土强度和配筋情况， η 值在0.83~0.93之间波动。《规范》为简化计算，取 $\eta = 0.87$ 。

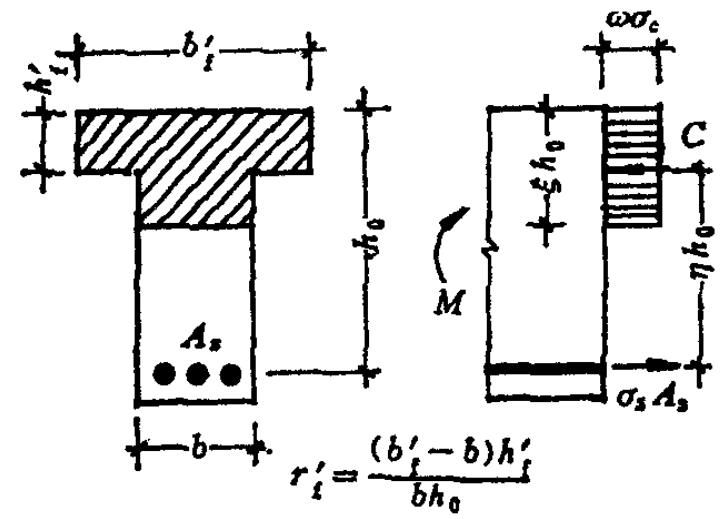
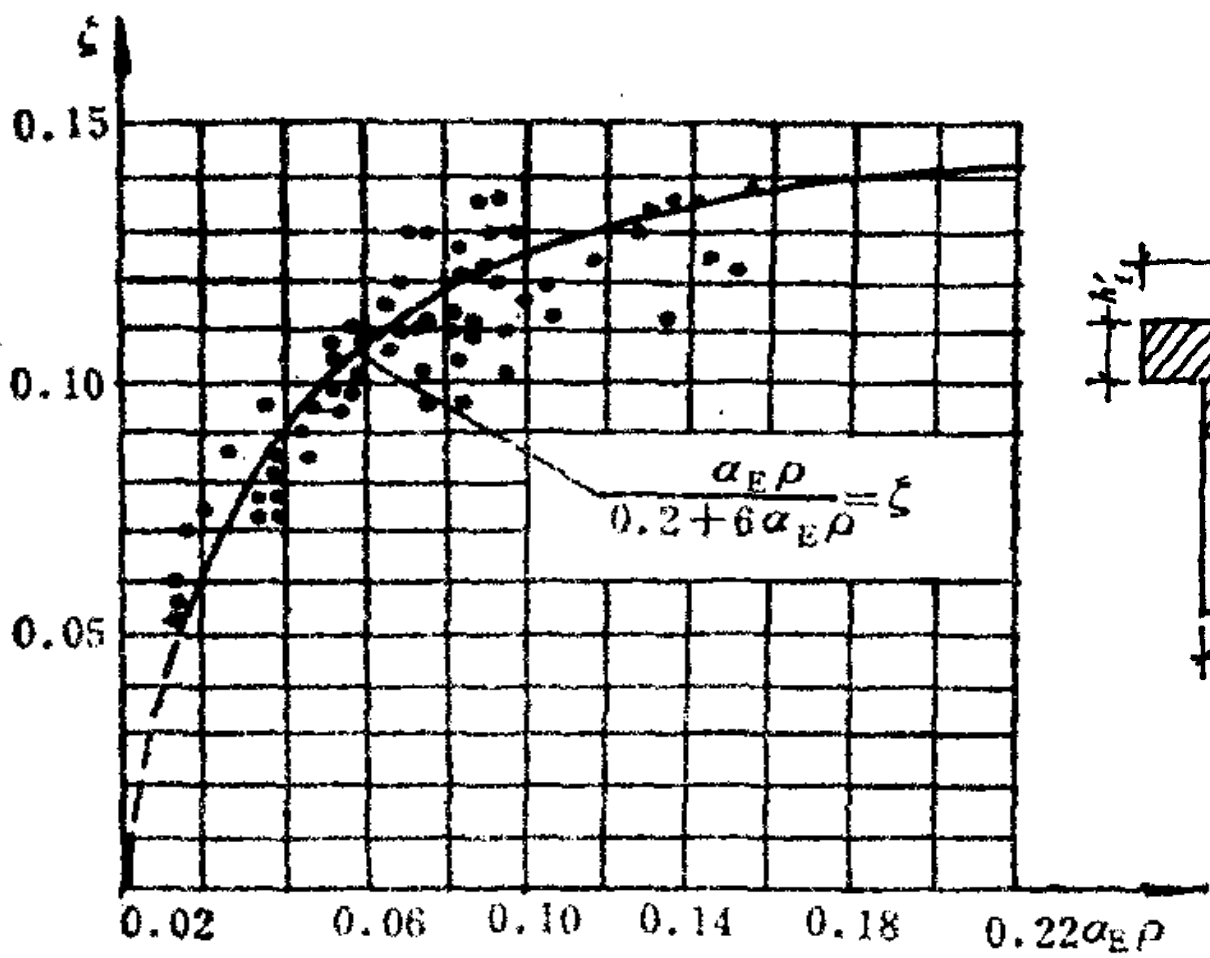
2. 受压区边缘混凝土平均应变综合系数 ζ

根据试验实测受压边缘混凝土的压应变，可以得到系数 ζ 的试验值。在弯矩 $M_q = (0.5 \sim 0.7) M_u$ 范围，系数 ζ 的变化很小，仅与配筋率有关。《规范》根据试验结果分析给出，

$$\frac{\alpha_E \rho}{\zeta} = 0.2 + \frac{6\alpha_E \rho}{1 + 3.5\gamma'_f}$$

$$\gamma'_f = \frac{(b'_f - b)h'_f}{bh_0}$$

受压翼缘加强系数



3. 钢筋应变不均匀系数 ψ

$$\psi = 1.1 - 0.65 \frac{f_{tk}}{\sigma_{sq} \rho_{te}}$$

$$\sigma_{sq} = \frac{M_q}{0.87 A_s h_0}$$

$$\rho_{te} = \frac{A_s}{A_{te}}$$

当 $\psi < 0.2$ 时，取 $\psi = 0.2$ ；

当 $\psi > 1.0$ 时，取 $\psi = 1.0$ ；

对直接承受重复荷载作用的构件，取 $\psi = 1.0$ 。

ρ_{te} 为以有效受拉混凝土截面面积计算的受拉钢筋配筋率。

A_{te} 为有效受拉混凝土截面面积，对受弯构件取

$$A_{te} = 0.5bh + (b_f - b)h_f$$

$$B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{\frac{\psi}{\eta} + \frac{\alpha_E \rho}{\zeta}} \rightarrow B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15\psi + 0.2 + \frac{6\alpha_E \rho}{1 + 3.5\gamma'_f}}$$

$$\psi = 1.1 - 0.65 \frac{f_{tk}}{\sigma_{sq} \rho_{te}}$$

在弯矩 $M_q = (0.5 \sim 0.7) M_u$ 范围，三个参数 η 、 ζ 和 ψ 中， η 和 ζ 为常数，而 ψ 随弯矩增长而增大。

该参数反映了裂缝间混凝土参与受拉工作的情况，随着弯矩增加，由于裂缝间粘结力的逐渐破坏，混凝土参与受拉的程度减小，平均应变增大， ψ 逐渐趋于1.0，抗弯刚度逐渐降低。

四、受弯构件的截面刚度B

在长期荷载作用下，由于混凝土的徐变、收缩，会使其应变随时间增长。裂缝间受拉混凝土的应力松弛以及钢筋与混凝土间粘结滑移徐变使受拉混凝土不断退出工作，导致受拉钢筋的平均应变也随时间增长，因而在荷载长期作用下，构件的曲率增大，刚度降低，挠度增加。

《规范》规定，钢筋混凝土受弯构件的挠度计算应按荷载效应的准永久组合并考虑荷载长期作用影响的曲率计算模式，在荷载效应准永久组合弯矩 M_q 作用下，构件先产生一短期曲率 ϕ ，在 M_q 长期作用下，曲率最终达到短期曲率的 θ 倍，即 $\theta\phi$ 。因此，构件的长期刚度可表示为：

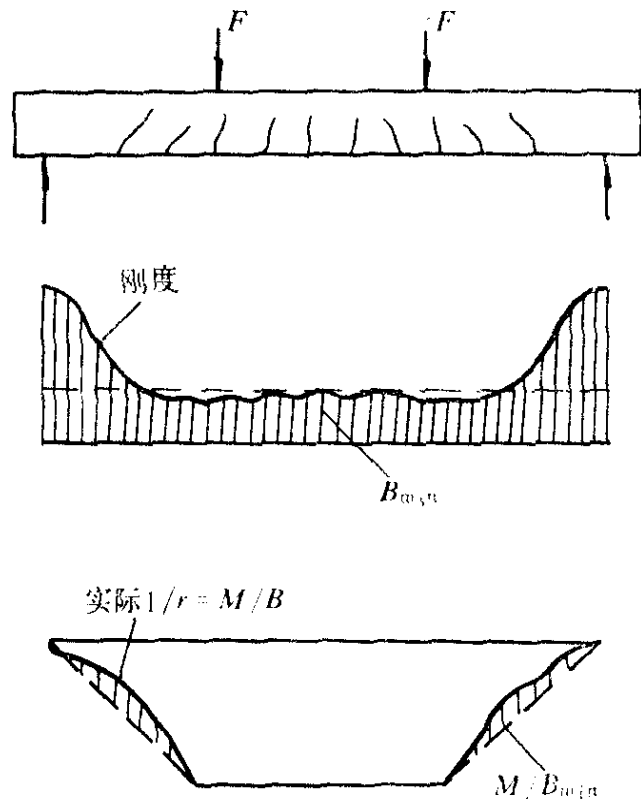
$$B = \frac{M_q}{\theta\phi} = \frac{B_s}{\theta} \quad \theta = 2.0 - 0.4 \frac{\rho'}{\rho}$$

五、最小刚度原则与挠度计算

◆ 由于弯矩沿梁长的变化的，抗弯刚度沿梁长也是变化的。但按变刚度梁来计算挠度变形将是很繁琐的。

◆ 《规范》为简化计算，规定对于等截面构件，对同号弯矩区段内取最大弯矩截面处的最小刚度 B_{min} ，按等刚度梁来计算；

◆ 对有变号弯矩作用的连续梁或伸臂梁，当计算跨度内的支座截面刚度不大于跨中截面刚度的2倍或不小于跨中截面刚度的1/2时，也可按等刚度构件进行计算。其构件刚度可取跨中最大弯矩截面的刚度。



“最小刚度原则”

五、最小刚度原则与挠度计算

◆ 这样挠度的简化计算结果比按变刚度梁的理论值略偏大。

◆ 但靠近支座处的曲率误差对梁的最大挠度影响很小，且挠度计算仅考虑弯曲变形的影响，实际上还存在一些剪切变形，因此按最小刚度 B_{min} 计算的结果与实测结果的误差很小。

