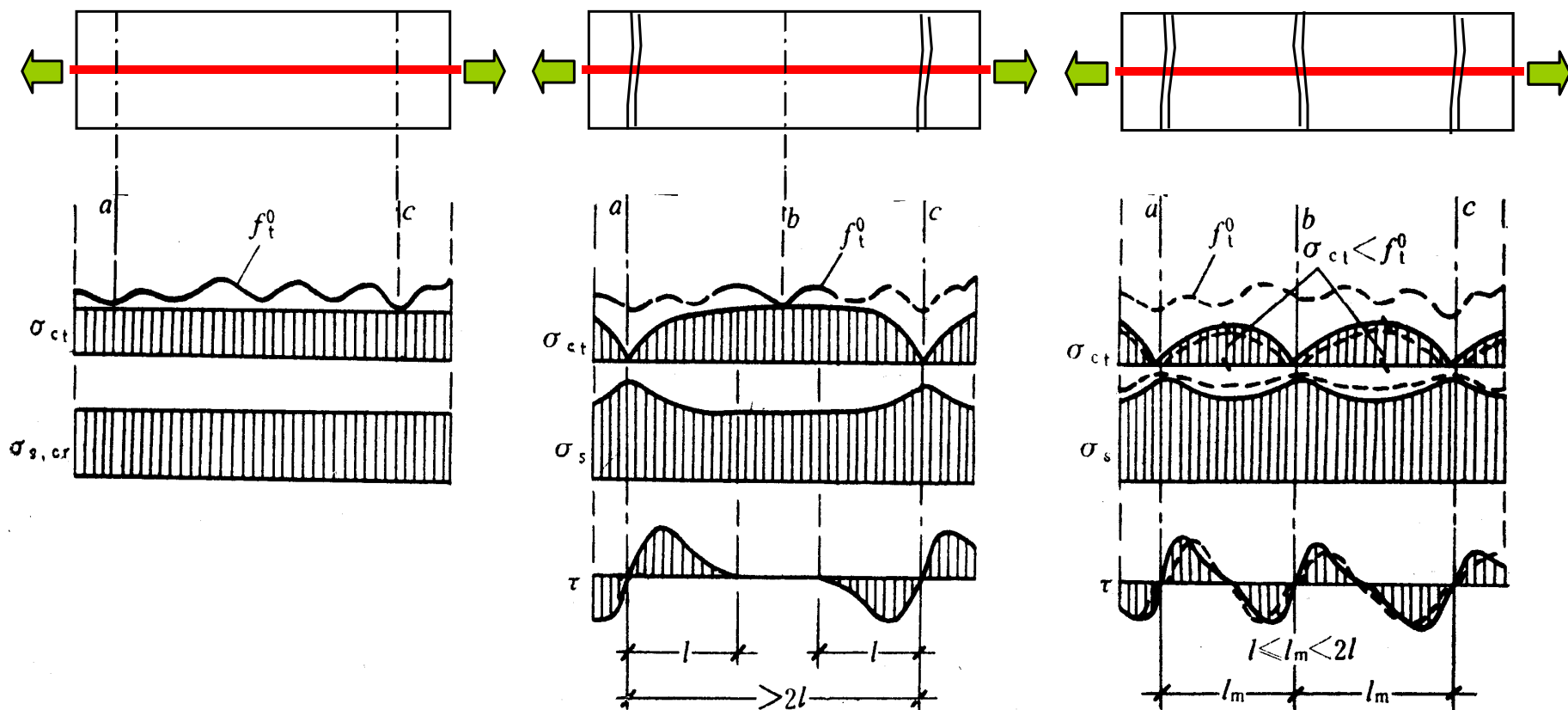


9.2 钢筋混凝土构件裂缝宽度验算

一、裂缝的出现、分布与开展



- ★在裂缝出现前，混凝土和钢筋的应变沿构件的长度基本上是均匀分布的。
- ★当混凝土的拉应力达到抗拉强度时，首先会在构件最薄弱截面位置出现第一条（批）裂缝。
- ★裂缝出现瞬间，裂缝截面位置的混凝土退出受拉工作，应力为零，而钢筋拉应力应力产生突增 $\Delta\sigma_s = f_t / \rho$ ，配筋率越小， $\Delta\sigma_s$ 就越大。
- ★由于钢筋与混凝土之间存在粘结，随着距裂缝截面距离的增加，混凝土中又重新建立起拉应力 σ_c ，而钢筋的拉应力则随距裂缝截面距离的增加而减小。
- ★当距裂缝截面有足够的长度 l 时，混凝土拉应力 σ_c 增大到 f_t ，此时将出现新的裂缝。

★如果两条裂缝的间距小于 $2l$ ，则由于粘结应力传递长度不够，混凝土拉应力不可能达到 f_t ，因此将不会出现新的裂缝，裂缝的间距最终将稳定在 $(l \sim 2l)$ 之间，平均间距可取 $1.5l$ 。

★从第一条（批）裂缝出现到裂缝全部出齐为裂缝出现阶段，该阶段的荷载增量并不大，主要取决于混凝土强度的离散程度。

★裂缝间距的计算公式即是以该阶段的受力分析建立的。

★裂缝出齐后，随着荷载的继续增加，裂缝宽度不断开展。裂缝的开展是由于混凝土的回缩，钢筋不断伸长，导致钢筋与混凝土之间产生变形差，这是裂缝宽度计算的依据。

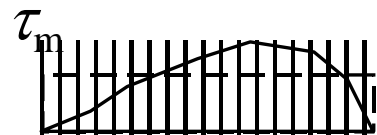
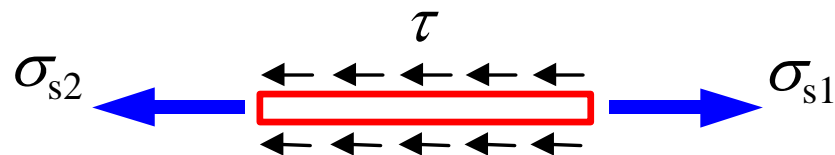
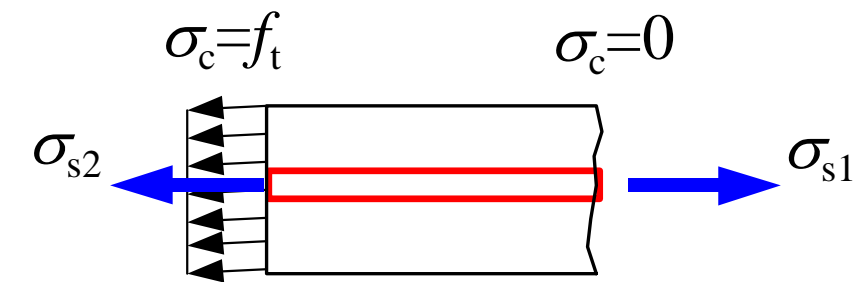
★由于混凝土材料的不均匀性，裂缝的出现、分布和开展具有很大的离散性，因此裂缝间距和宽度也是不均匀的。但大量的试验统计资料分析表明，裂缝间距和宽度的平均值具有一定规律性，是钢筋与混凝土之间粘结受力机理的反映。

二、平均裂缝间距

$$\sigma_{s1} A_s = \sigma_{s2} A_s + f_{tk} A_c$$

$$\sigma_{s1} A_s - \sigma_{s2} A_s = \tau_m \cdot u \cdot l$$

$$\tau_m \cdot u \cdot l = f_{tk} A_c$$



$$l = \frac{f_{tk} A_c}{\tau_m u} = \frac{f_{tk} A_c}{\tau_m \cdot \pi d} = \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{tk}}{\tau_m} \cdot \frac{d}{\rho_{te}}$$

$$l = \frac{f_{tk} A_c}{\tau_m u} = \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{tk}}{\tau_m} \cdot \frac{d}{\rho_{te}} \quad \Rightarrow \quad l_m = K \cdot \frac{d}{\rho_{te}}$$

- ◆ 上式表明，当配筋率 ρ 相同时，钢筋直径越细，裂缝间距越小，裂缝宽度也越小，也即裂缝的分布和开展会密而细，这是控制裂缝宽度的一个重要原则。
- ◆ 但上式中，当 d/ρ 趋于零时，裂缝间距趋于零，这并不符合实际情况。
- ◆ 试验表明，当 d/ρ 很小时，裂缝间距趋近于某个常数。该数值与保护层和钢筋净间距有关，根据试验分析，对上式修正如下，

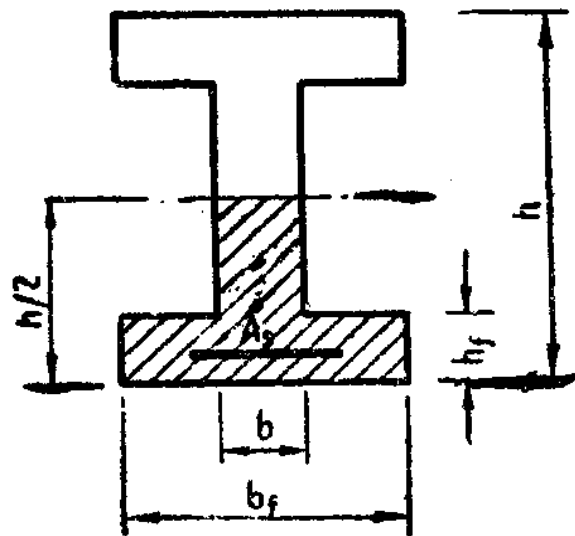
$$l_m = K_2 c_s + K_1 \cdot \frac{d}{\rho_{te}}$$

对于受弯构件，可将受拉区近似作为一轴心受拉构件，根据粘结力的有效影响范围，取有效受拉面积 $A_{te} = 0.5bh + (b_f - b)h_f$

$$\rho_{te} = \frac{A_s}{0.5bh + (b_f - b)h_f}$$

在最大裂缝宽度计算中，当 $\rho_{te} < 0.01$ 时，取 $\rho_{te} = 0.01$ 。

$$l_m = K_2 c_s + K_1 \cdot \frac{d}{\rho_{te}}$$



根据试验资料统计分析，并考虑受力特征的影响，对于常用的带肋钢筋，《规范》给出的平均裂缝间距 l_m 的计算公式为，

受弯构件

$$l_m = 1.9c_s + 0.08 \cdot \frac{d_{eq}}{\rho_{te}}$$

轴心受拉构件

$$l_m = 1.1(1.9c_s + 0.08 \cdot \frac{d_{eq}}{\rho_{te}})$$

c_s ——最外层纵向受拉钢筋外边缘到受拉区底边的距（mm），
当 $c_s < 20$ 时，取 $c_s = 20$ ；当 $c_s > 65$ 时，取 $c_s = 65$ ；

d_{eq} ——纵向受拉钢筋等效直径（mm），按下式计算：

$$d_{eq} = \frac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i \nu_i d_i}$$

d_{eq} ——纵向受拉钢筋等效直径（mm），按下式计算：

$$d_{eq} = \frac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i v_i d_i}$$

d_i ——受拉区第*i*种纵向钢筋的公称直径；

n_i ——受拉区第*i*种纵向钢筋的根数；

v_i ——受拉区第*i*种纵向钢筋的相对粘结特征系数，按下表选用。

纵向钢筋的相对粘结特征系数

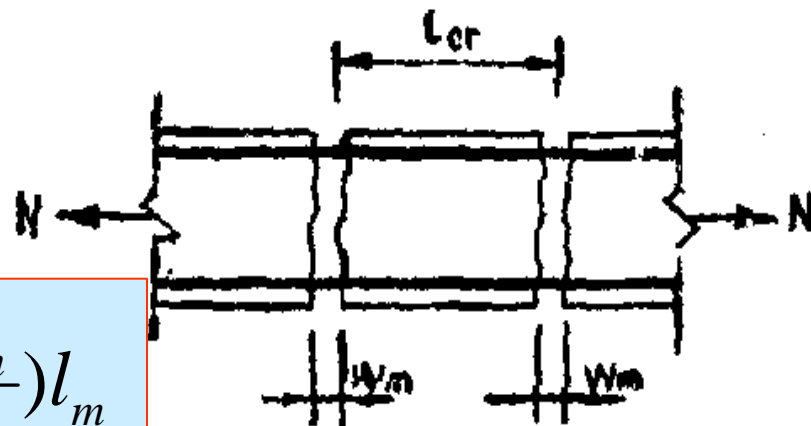
钢筋类别	钢筋		先张法预应力筋			后张法预应力筋		
	光圆钢筋	带肋钢筋	带肋钢筋	螺旋肋钢丝	钢绞线	带肋钢筋	钢绞线	光面钢丝
v_i	0.7	1.0	1.0	0.8	0.6	0.8	0.5	0.4

注：对环氧树脂涂层带肋钢筋，其相对粘结特征系数应按表中系数的**80%**取用。

三、平均裂缝宽度

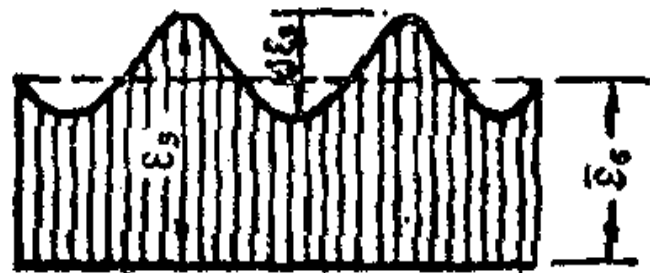
1. 平均裂缝宽度计算式

$$w_m = \varepsilon_{sm} l_m - \varepsilon_{ctm} l_m = \varepsilon_{sm} \left(1 - \frac{\varepsilon_{ctm}}{\varepsilon_{sm}}\right) l_m$$



$$\left(1 - \frac{\varepsilon_{ctm}}{\varepsilon_{sm}}\right) \approx 0.85$$

$$\varepsilon_{sm} = \psi \varepsilon_{sq} = \psi \frac{\sigma_{sq}}{E_s}$$



◆ 平均裂缝宽度

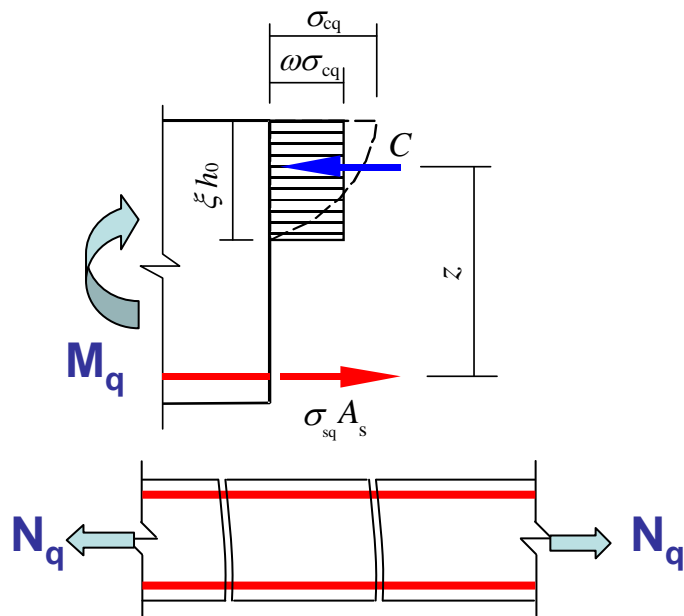
$$w_m = 0.85 \psi \frac{\sigma_{sq}}{E_s} l_m$$



2. 裂缝截面处的钢筋应力 σ_{sk}

(1) 受弯构件

$$\sigma_{sq} = \frac{M_q}{0.87 A_s h_0}$$



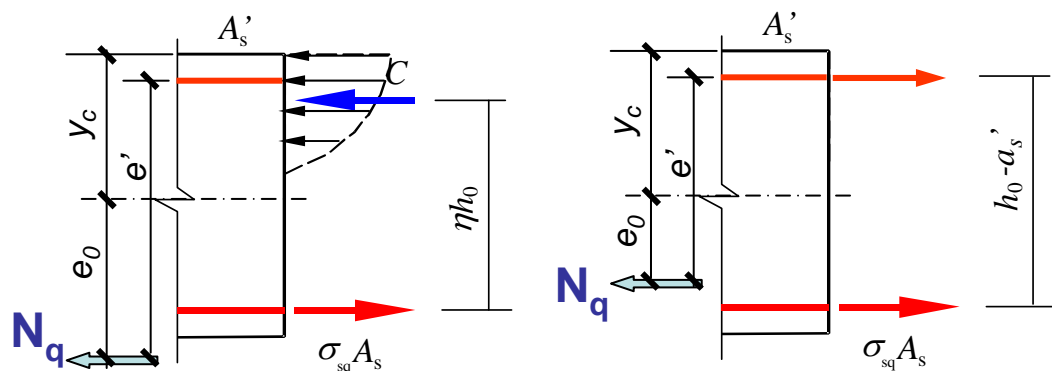
(2) 轴心受拉构件

$$\sigma_{sq} = \frac{N_q}{A_s}$$

(3) 偏心受拉构件

$$\sigma_{sq} = \frac{N_q e'}{A_s (h_0 - a'_s)}$$

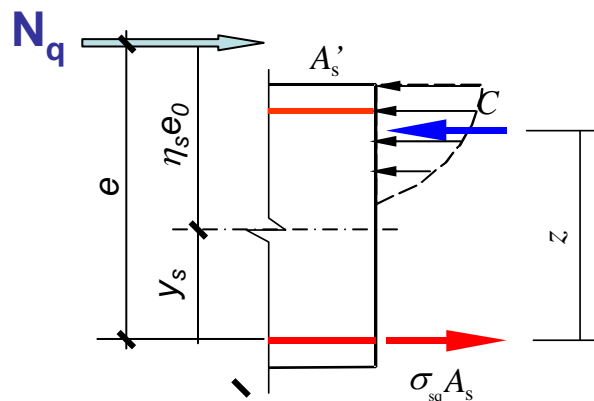
$$e' = e_0 + y_c - a'_s$$



2. 裂缝截面处的钢筋应力 σ_{sk}

(4) 偏心受压构件

$$\sigma_{sq} = \frac{N_q (e - z)}{A_s z}$$



$$z = \left[0.87 - 0.12(1 - \gamma'_f) \left(\frac{h_0}{e} \right)^2 \right] h_0$$

$$e = \eta_s e_0 + y_s \quad \gamma'_f = \frac{(b'_f - b)h'_f}{bh_0} \quad \begin{array}{l} \text{当 } h'_f > 0.2h_0 \text{ 时} \\ \text{取 } h'_f = 0.2h_0 \end{array}$$

$$\eta_s = 1 + \frac{1}{4000 e_0 / h_0} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2$$

当 $l_0/h \leq 14$ 时, 取 $\eta_s = 1.0$

四、最大裂缝宽度及其验算

实测表明，裂缝宽度具有很大的离散性。

取实测裂缝宽度 w_t 与上述计算的平均裂缝宽度 w_m 的比值为 τ 。

大量裂缝量测结果统计表明， τ 的概率密度分布基本为正态。

取超越概率为5%的最大裂缝宽度可由下式求得，

$$w_{\max} = w_m (1 + 1.645\delta)$$

式中 δ 为裂缝宽度变异系数，

对受弯构件，试验统计得 $\delta=0.4$ ，故取裂缝扩大系数 $\tau=1.66$ 。

对于轴心受拉和偏心受拉构件，由试验结果统计得最大裂缝宽度的扩大系数为 $\tau=1.9$ 。

长期荷载的影响： 由于混凝土的**滑移徐变**和**拉应力的松弛**，会导致裂缝间混凝土不断退出受拉工作，钢筋平均应变增大，使裂缝随时间推移逐渐增大。

混凝土的收缩也使裂缝间混凝土的长度缩短，也引起裂缝随时间推移不断增大。

荷载的变动，**环境温度**的变化，都会使钢筋与混凝土之间的粘结受到削弱，也将导致裂缝宽度不断增大。

根据长期观测结果，**长期荷载下裂缝的扩大系数**为 $\tau_l = 1.5$ 。

$$w_{\max} = \tau \cdot \tau_l \cdot w_m = 0.85 \cdot \tau \cdot \tau_l \cdot \psi \frac{\sigma_{sq}}{E_s} l_m$$

$$w_{\max} = \alpha_{cr} \psi \frac{\sigma_{sq}}{E_s} \left(1.9c_s + 0.08 \frac{d_{eq}}{\rho_{te}} \right)$$

$$w_{\max} = \tau \cdot \tau_l \cdot w_m = 0.85 \cdot \tau \cdot \tau_l \cdot \psi \frac{\sigma_{sq}}{E_s} l_m$$

$$w_{\max} = \alpha_{cr} \psi \frac{\sigma_{sq}}{E_s} \left(1.9c_s + 0.08 \frac{d_{eq}}{\rho_{te}} \right)$$

受弯构件、偏心受压构件

$$\alpha_{cr} = 1.5 \times 1.66 \times 0.77 = 1.9$$

轴心受拉构件

$$\alpha_{cr} = 1.5 \times 1.9 \times 0.85 \times 1.1 = 2.7$$

偏心受拉构件

$$\alpha_{cr} = 1.5 \times 1.9 \times 0.85 = 2.4$$