

华中农业大学 2016 年硕士研究生入学考试  
试 题 纸

科目代码及名称：611 数学

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

一、单项选择题（共 24 分，每题 3 分）

1、当  $x \rightarrow 0$  时，函数  $\sqrt[2016]{1+\sqrt{x}} - 1$  的等价无穷小是（ ）

- A.  $\sqrt{x}$       B.  $2016\sqrt{x}$       C.  $\frac{\sqrt{x}}{2016}$       D.  $\frac{x}{2016}$

2、设  $f(x)$  对任意  $x$  满足  $f(x+1) = af(x)$ ，且  $f'(0) = b$ ，则必有（ ）

- A.  $f'(1) = a$       B.  $f'(1) = b$       C.  $f'(1) = ab$       D.  $f'(1)$  不存在

3、下列说法中正确的是（ ）

- A. 函数  $f(x)$  在  $x_0$  处连续是函数  $f(x)$  在  $x_0$  处可导的充分条件  
B. 函数  $f(x)$  在  $x_0$  处可导是函数  $f(x)$  在  $x_0$  处有极限的充分条件  
C. 函数  $f(x)$  在  $x_0$  处极限不存在是函数  $f(x)$  在  $x_0$  处不连续的必要条件  
D. 函数  $f(x)$  在  $x_0$  处极限存在是函数  $f(x)$  在  $x_0$  处有定义的必要条件

4、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\cos x}^1 e^{-t^2} dt}{x^2} =$

- A.  $\frac{1}{2e}$       B.  $-\frac{1}{2e}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

5、设  $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ ，则  $y^{(n)}$  =

A.  $\frac{(-1)^n n!}{2} \left[ \frac{1}{(x+1)^{n+1}} - \frac{1}{(x-1)^{n+1}} \right]$       B.  $\frac{(-1)^n n!}{2} \left[ \frac{1}{(x-1)^{n+1}} - \frac{1}{(x+1)^{n+1}} \right]$

C.  $\frac{(-1)^n n!}{2} \left[ \frac{1}{(x+1)^n} - \frac{1}{(x-1)^n} \right]$       D.  $\frac{(-1)^n n!}{2} \left[ \frac{1}{(x-1)^n} - \frac{1}{(x+1)^n} \right]$

6、设  $z = f(x^2 + y^2)$  具有二阶偏导数，则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$

- A.  $2yf''$       B.  $2xyf''$       C.  $2xy^2f''$       D.  $4xyf''$

7、若向量组  $\{\alpha_1 = [1,1,0]^T, \alpha_2 = [1,3,-1]^T, \alpha_3 = [5,3,t]^T\}$  线性相关, 则  $t =$  ( )

- A.1            B.-1            C.2            D.-2

8、据资料报导, 中国目前互联网普及率约为 50%, 在人群中有 20% 是青年人, 他们使用互联网的概率约为 70%, 则不是青年人使用互联网的概率为 ( )

- A.0.15            B.0.3            C.0.36            D.0.45

二、填空题 (共 36 分, 每空 4 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \sin \frac{2015}{x} + \frac{2016}{x} \sin x) =$  \_\_\_\_\_.

2、曲线  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$  在点  $(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4})$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_,  
法线方程为 \_\_\_\_\_.

3、 $\int_0^1 dy \int_{3y}^3 e^{x^2} dx$  交换积分次序后得 \_\_\_\_\_, 该积分值为 \_\_\_\_\_.

4、微分方程  $y'' - 4y' + 13y = 0$  的特征方程为 \_\_\_\_\_, 该微分方程的通解为 \_\_\_\_\_.

5、通过三点  $(1,1,1), (2,3,-1), (3,-1,-1)$  的平面方程为 \_\_\_\_\_.

6、设  $(X,Y)$  在区域  $\{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$  内服从均匀分布, 在十次重复独立观察中事件  $\{X \geq Y\}$  出现的次数为  $Z$ , 则  $P\{Z = 2\} =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 40 分, 每题 8 分)

1、讨论函数  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a+x^{2n}}$  ( $a \neq 0$ ) 的连续性, 如有间断点, 说明间断点的类型.

2、曲线弧  $y = \cos x (-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2})$  与  $x$  轴围成的图形分别绕  $x$  轴、 $y$  轴旋转所得的旋转体体积.

3、求从原点到曲面  $(x-z)^2 - y^2 = 1$  的最短距离.

4、确定函数  $f(x) = (x^2 - 4) \sqrt[3]{x^2}$  的单调区间并讨论其凹凸性和拐点.

5、已知二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = ax_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$  通过正交变换  $\mathbf{X} = \mathbf{C}\mathbf{Y}$  可化为标准形  $f = y_1^2 + 2y_2^2 + 5y_3^2$ , 求参数  $a$  及所用正交变换矩阵  $\mathbf{C}$ .

四、证明题 (共 36 分, 每题 12 分)

1、设函数  $f(x)$  在区间  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  内可导, 且

$$f(0) = f(1) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = 1. \text{ 试证:}$$

(1)  $\exists \eta \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ , 使  $f(\eta) = \eta$ ;

(2)  $\exists \xi \in (0,1)$ , 使得  $f'(\xi) = 1$ .

2、设  $A, B$  为  $n$  阶方阵, 若  $AB = A+B$ , 证明:  $A - I$  可逆且  $AB = BA$ .

3、若  $X \sim E(\lambda)$ , 证明:  $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ ,  $D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$ .

五、应用题 (共 14 分)

某大学有 20000 名在校生, 设每人以 60% 的概率去图书馆上自习, 且每名同学去图书馆自习相互独立. 如果要保证去图书馆上自习的同学都有座位的概率达到 95%, 问该大学图书馆至少应设多少座位? ( $\Phi(1.65) = 0.95$ )