第三章 电路基本定理

山东大学信息科学与工程学院

内容提要

- 线性电路的性质
- 叠加定理
- 替代定理
- 戴维宁定理&诺顿定理
- 最大功率传输定理
- 特勒根定理
- 互易定理
- 对偶定理

- 本章内容作用
  - 利用电路的基本属性，将电路分析问题进行变通、简化
  - 有力地提高电路分析的效率

3-1 线性电路的性质

- 线性函数的内涵：齐次性与可加性。
  - 任意线性函数

$$\begin{cases} y = f(x) & \text{单变量函数} \\ y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) & \text{多变量函数} \end{cases}$$

  - 齐次性

$$\begin{cases} y_1 = f(kx) = kf(x) \\ y_1 = f(kx_1, kx_2, \ldots, kx_n) = kf(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{cases}$$

  - 可加性：

$$\begin{cases} y_2 = f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) \\ y_2 = f(x_1 + x_1^{'}, \ldots, x_n + x_n^{'}) = f(x_1, \ldots, x_n) + f(x_1^{'}, \ldots, x_n^{'}) \end{cases}$$

3-1 线性电路的性质

- 电路分析关注的问题
  - 在给定激励源的前提下，分析电路部件的电压、电流等物理量及其变化规律。
  - 输出与激励的函数关系：以激励信号为参变量，以待分析电路变量为输出，可以得函数关系

$$\underbrace{y}_{\text{关注的电路变量}} = f\underbrace{(x_1, x_2, \ldots, x_n)}_{\text{激励源（独立电压源/电流源）}}$$

  - 函数的性质：线性函数 / 非线性函数 （取决于电路类型）

3-1 线性电路的性质

- 线性电路(Linear Circuit)
  - 由线性元件和独立源构成的电路。
- 线性电路的属性
  - 线性电路中，输出为激励的线性函数：

系数取决于电路结构与元件参数

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i$$

  - 线性电路满足齐次性和可加性。

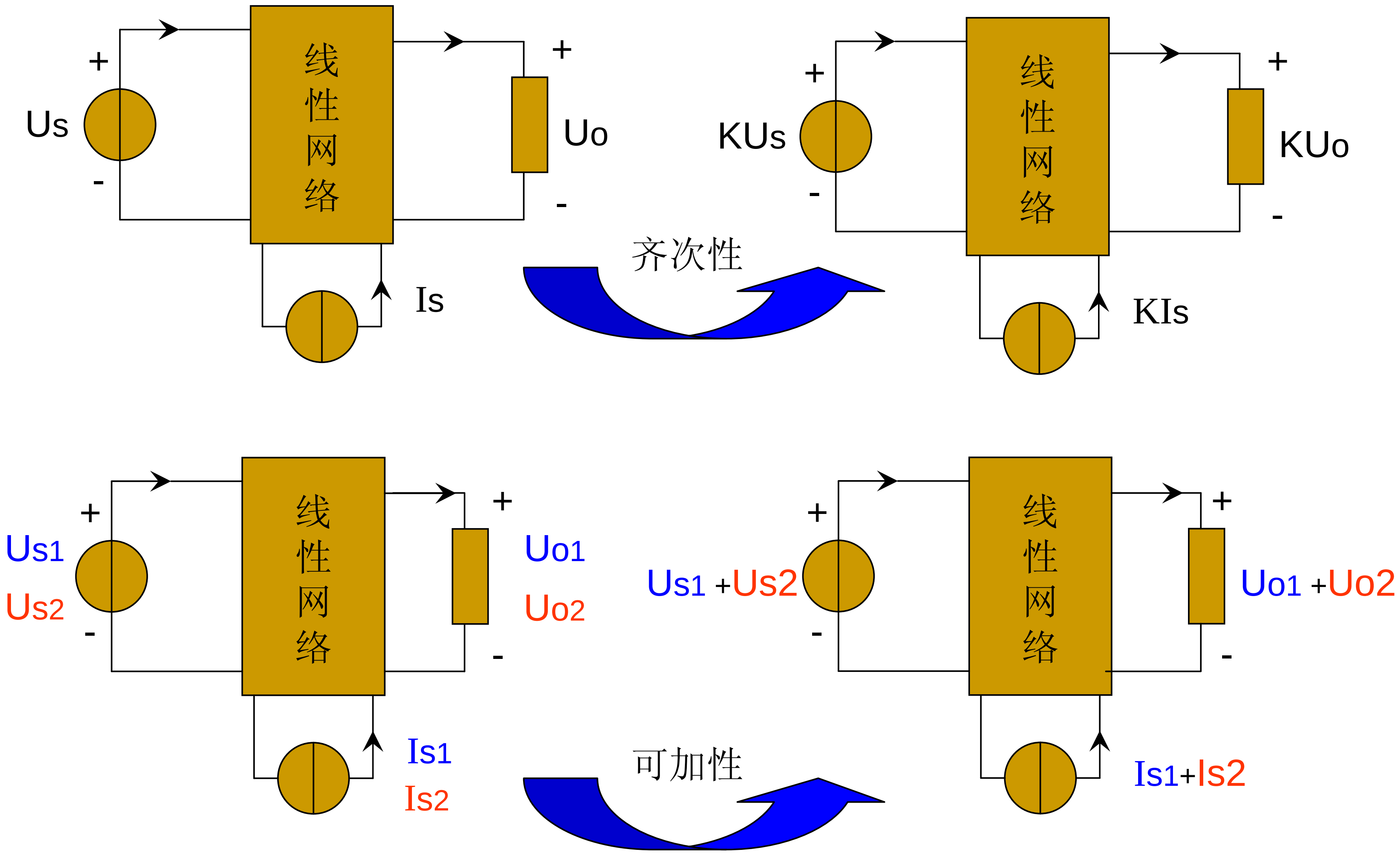
$$y_1 = f(kx_1, kx_2, \dots, kx_n) = kf(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

所有激励源均变为原来的K倍，则输出变量为原来的K倍。

$$y_2 = f(x_1 + x_1', \dots, x_n + x_n') = f(x_1, \dots, x_n) + f(x_1', \dots, x_n')$$

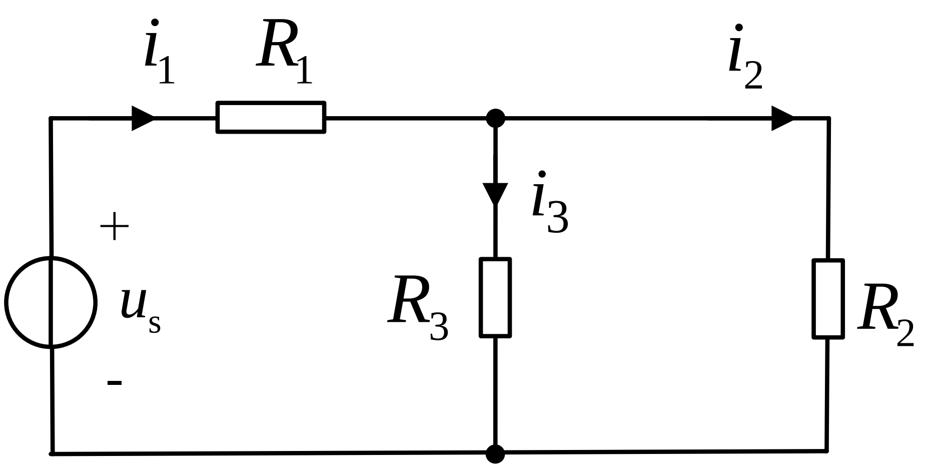
两组激励同时作用，对应的输出为两组激励单独作用时输出的代数和。

$$U_0 = f(U_s, i_s) = \alpha_1 U_s + \alpha_2 i_s$$



例题

- 线性电路齐次性（比例性）
  - 支路电流与独立电压源电压u_s满足齐次性



$$i_1 = \underbrace{\frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}}_{\boxed{\text{线性系数}}} u_s$$

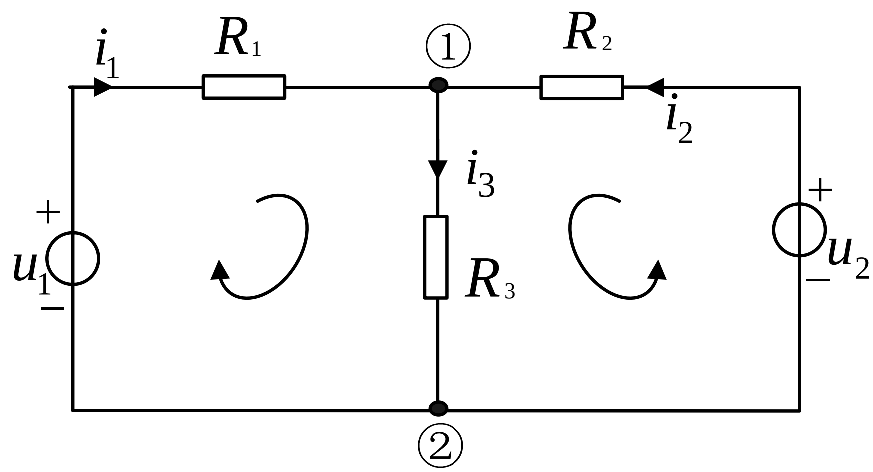
$$i_2 = \frac{R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} u_s$$

$$i_3 = \frac{R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} u_s$$

例题

- 线性电路可加性（叠加性）
- 支路电流法

$$i_k = f(u_1, u_2) = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2$$



$$\left.\begin{aligned}
&\text{对节点 1 列KCL方程：} && i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\
&\text{对左回路列KVL方程：} && R_1 i_2 + R_3 i_1 = u_1 \\
&\text{对右回路列KVL方程：} && R_2 i_2 + R_3 i_1 = u_2
\end{aligned}\right\}$$

$$i_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} u_1 - \frac{R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} u_2$$

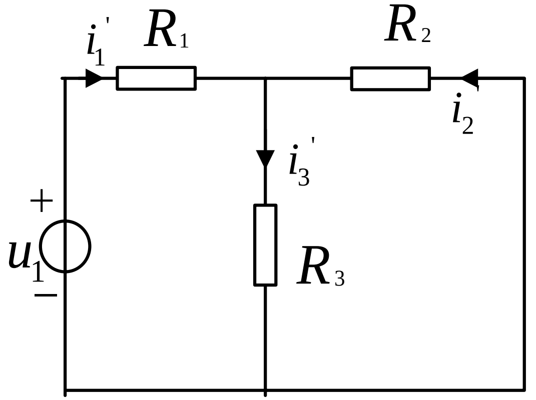
求解过程：建立方程组，联立求解。繁琐！！！

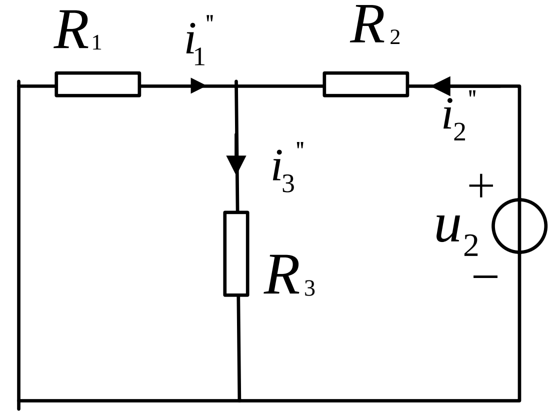
例题

- 叠加法求解
  - 将激励信号进行分解
  - 两组激励分别求解（参考方向不能变）

$$(u_1,u_2)\rightarrow(u_1,0)+(0,u_2)$$

分析简单





分析简单

$$i_1'=\frac{R_2+R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}u_1$$

$$i_1''=-\frac{R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}u_2$$

$$i_1=i_1'+i_1''=\frac{R_2+R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}u_1-\frac{R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}u_2$$

3.2 叠加定理（引论）

- 多元线性函数的分解

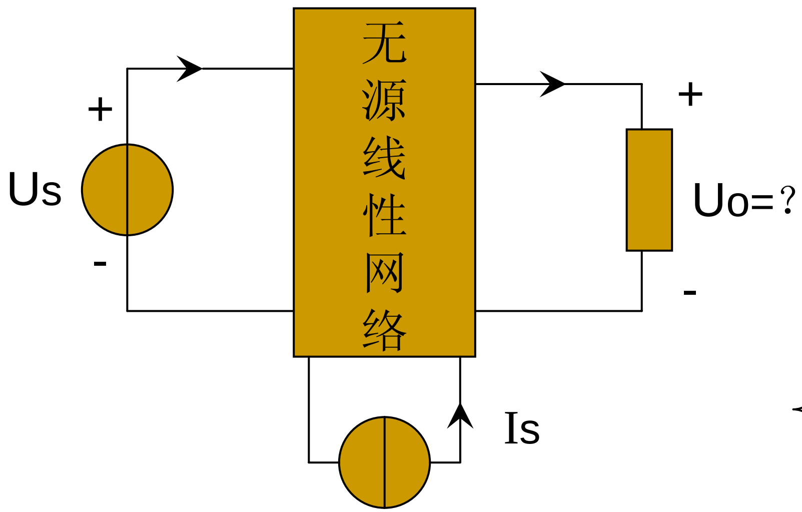
$$\boxed{\begin{aligned} y &= f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ &= f(x_1, 0, \ldots, 0) + f(0, x_2, \ldots, 0) + f(0, 0, \ldots, x_n) \end{aligned}}$$

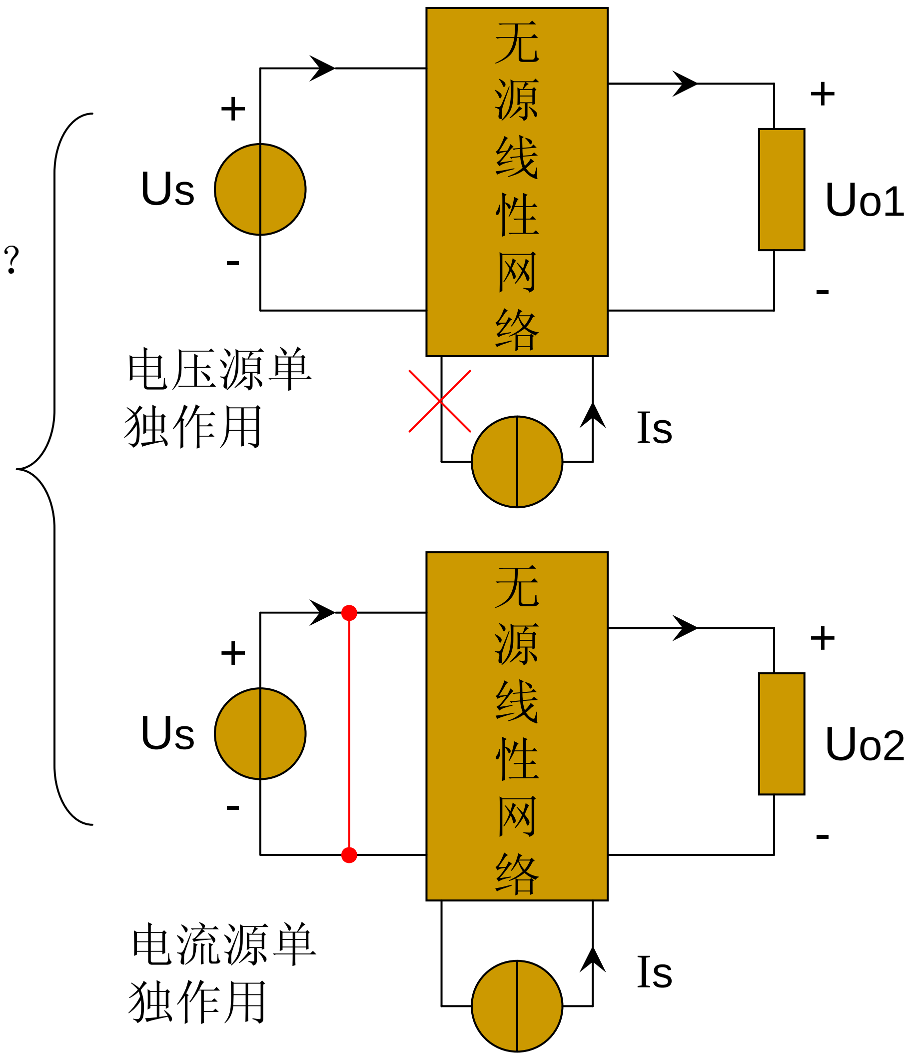
- 启示：对多元线性函数，一组变量同时作用的结果等于每个变量单独作用所得结果的代数和。
- 问题：
  - 线性电路中往往有多个激励源，分析输出信号时，能否让每个激励源单独作用，以简化分析？
  - 每个激励作用的结果代数求和的结果是否等于所有激励源同时作用的结果？（答案是肯定的）

3.2 叠加定理

- 叠加定理：如果我们让线性电路中的激励一个一个地作用，则各激励分别在任一元件上产生的响应的代数和，即等于所有激励共同作用时在该元件上产生的响应。
- 叠加定理的作用
  - 为线性电路分析提供了方便，“化整为零”。
- 叠加定理注意事项
  - 何谓“单独作用”？
    - ✓ 其余独立电流源要开路
    - ✓ 其余独立电压源要短路
    - ✓ 剩余元件的参数和联接方式均不能变动(包括受控源)
  - 叠加定理只适用于电流和电压，而不适用于功率

叠加定理的应用



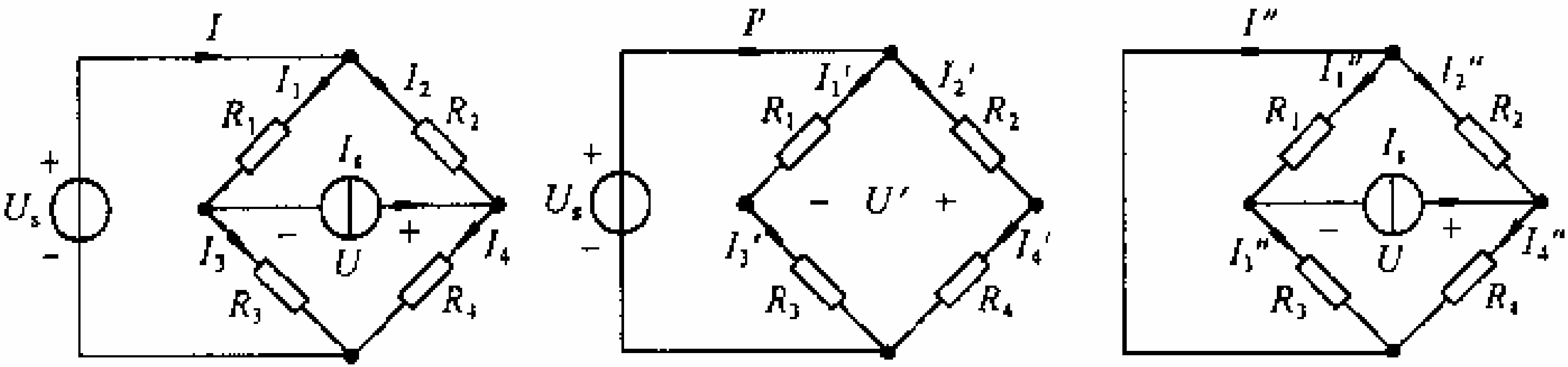


求代数和：

$$\boxed{U_o = U_{o1} + U_{o2}}$$

例题分析

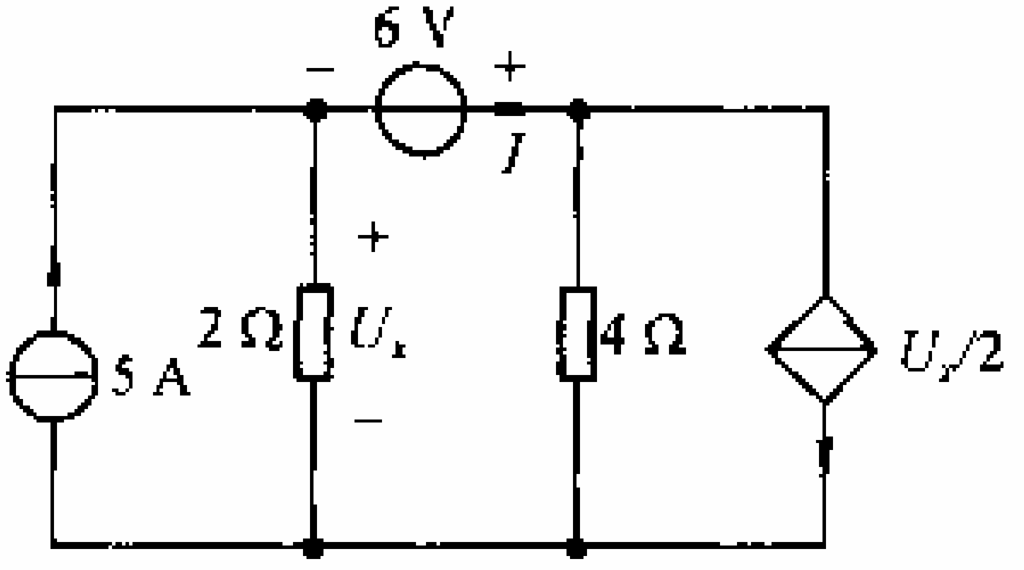
- 试用叠加定理求图2—1—2(a)所示桥形电路中电压源供给的电流 I 和电流源的端电压U。设图中R1＝2kΩ， R2＝1 kΩ， R3=3 kΩ， R4＝0.5 kΩ， Us= 4.5v，Is＝1mA。



(a) (b) (c)

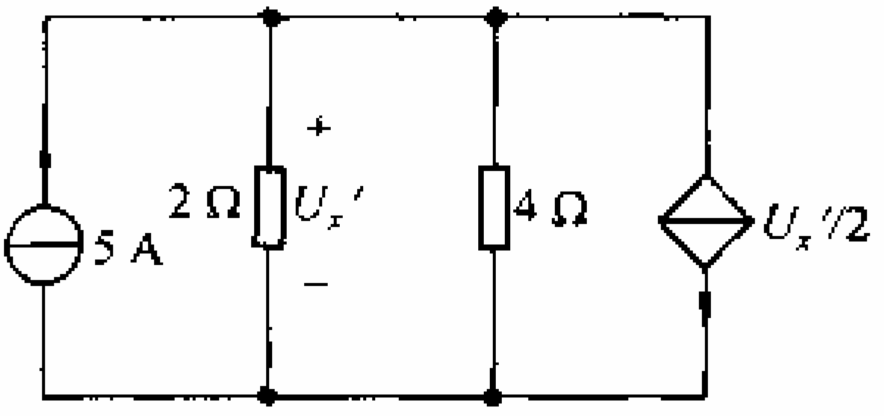
例题分析

- 应用叠加定理求图 (a)所示电路的电压Ux。

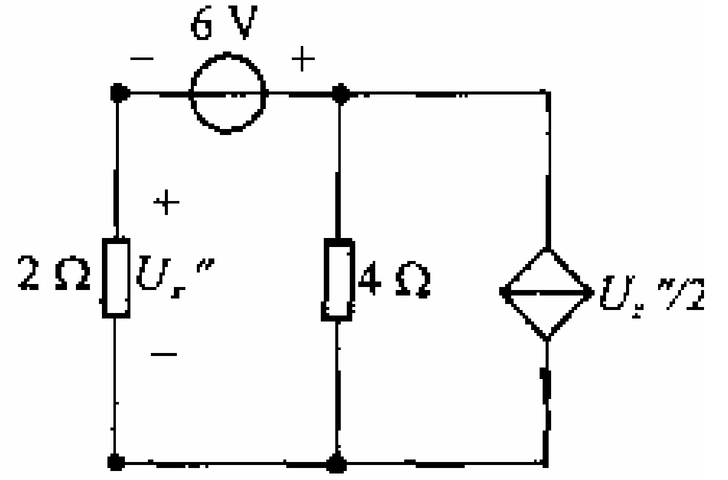


(a)

例题分析



(b)



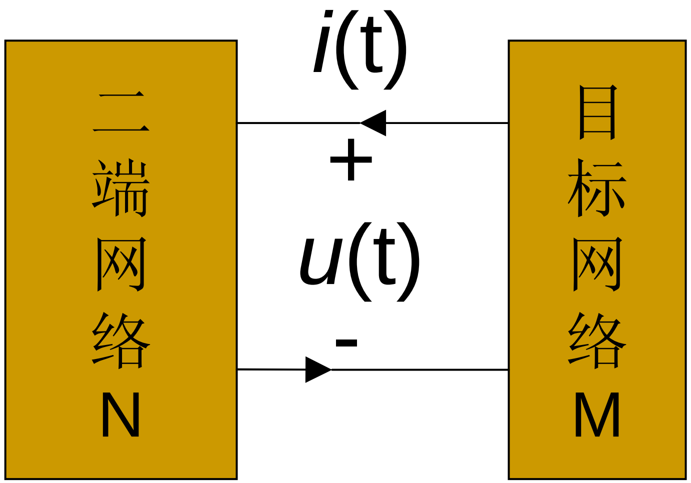
(c)

电流源单独作用

电压源单独作用

3-3 替代定理

- 问题
  - 实际电路可能非常复杂，如图可将整体电路分成两个相连的二端网络N、M。其中，M是我们要分析的目标网络，网络N不是分析重点。
  - 如果我们已知端口电压u(t)或电流i(t)，
    - 可否用简单的激励源替代复杂网络N？
    - 替代后是否影响我们对网络M的分析结果？



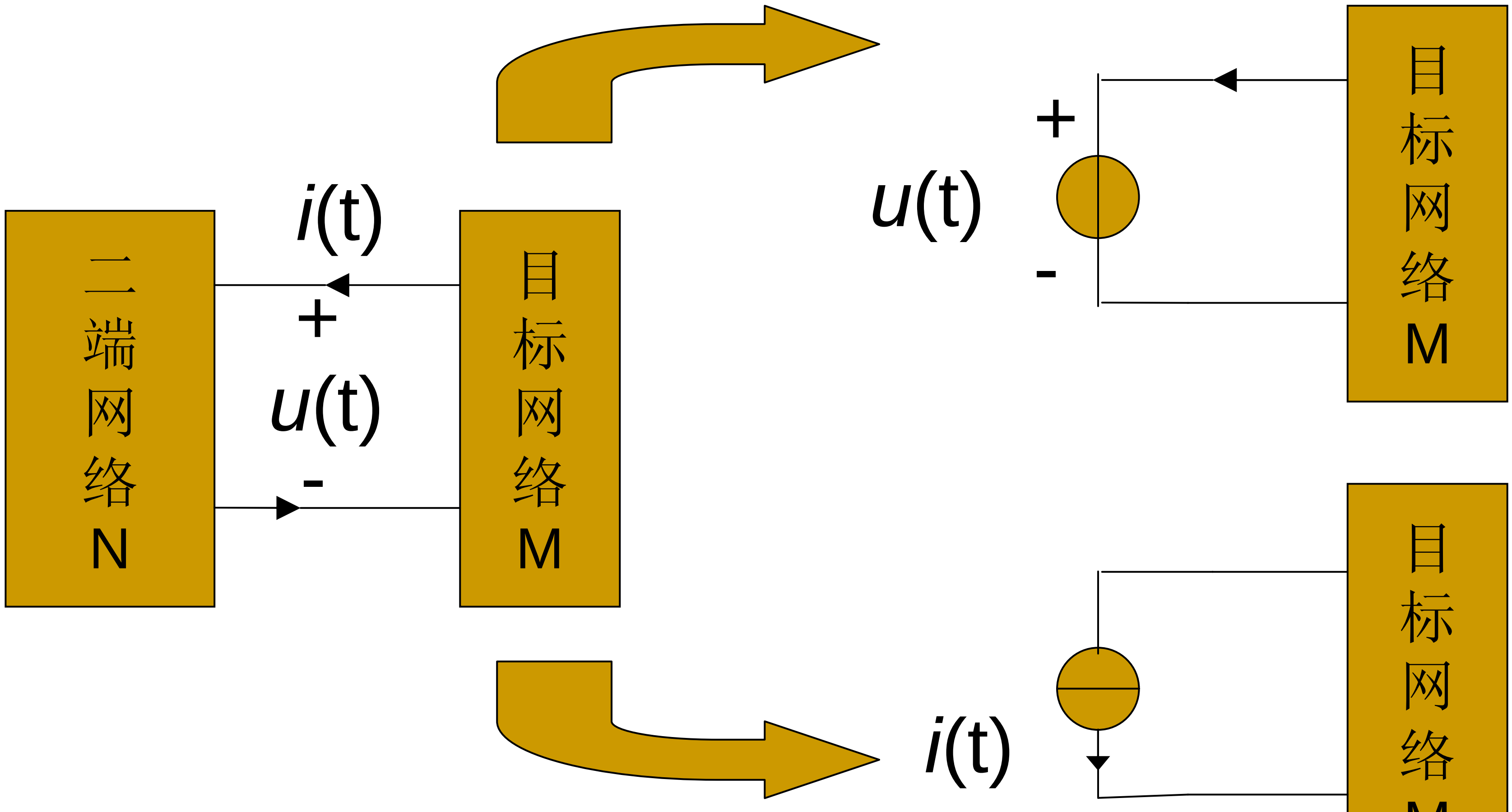
如果可以替代且不影响目标网络分析结果，则可以大大简化电路分析。

3-3 替代定理

- 替代定理
  - 电路中的任何一个二端元件/网络，可以根据其已知端电压（或电流），用一个电压源（或电流源）来代替。此电压源(或电流源)的电压(或电流)代数表达式和参考方向均与原二端元件的端电压（或电流）相同。这样替代后不致影响电路中各支路的电流和电压。
  - 注：
    - 替代用电压源/电流源取值保持不变
    - 参考方向保持一致

替代定理示意图

端电压已知，以电压源取代网络N

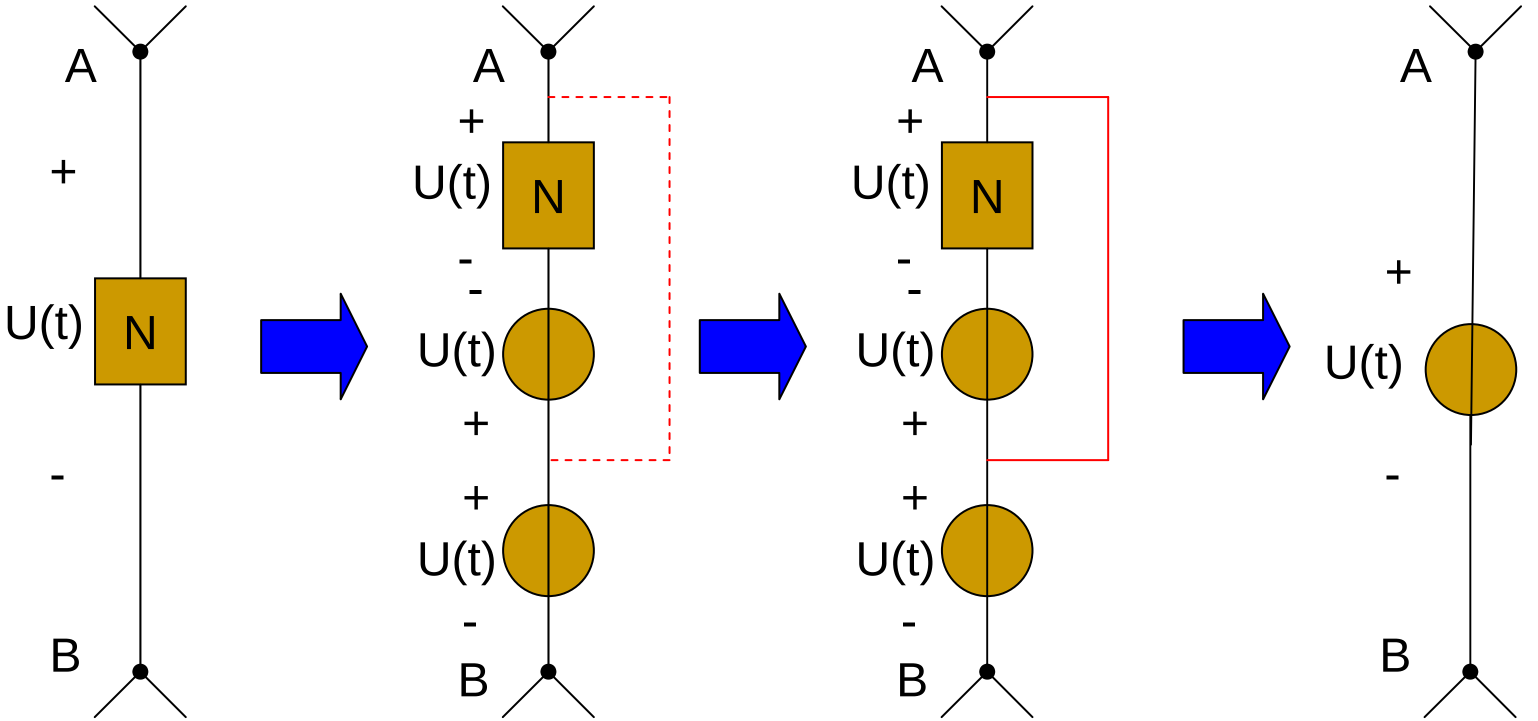


支路电流已知，以电流源取代网络N

替代定理的证明

- 已知端口电压，用电压源取代

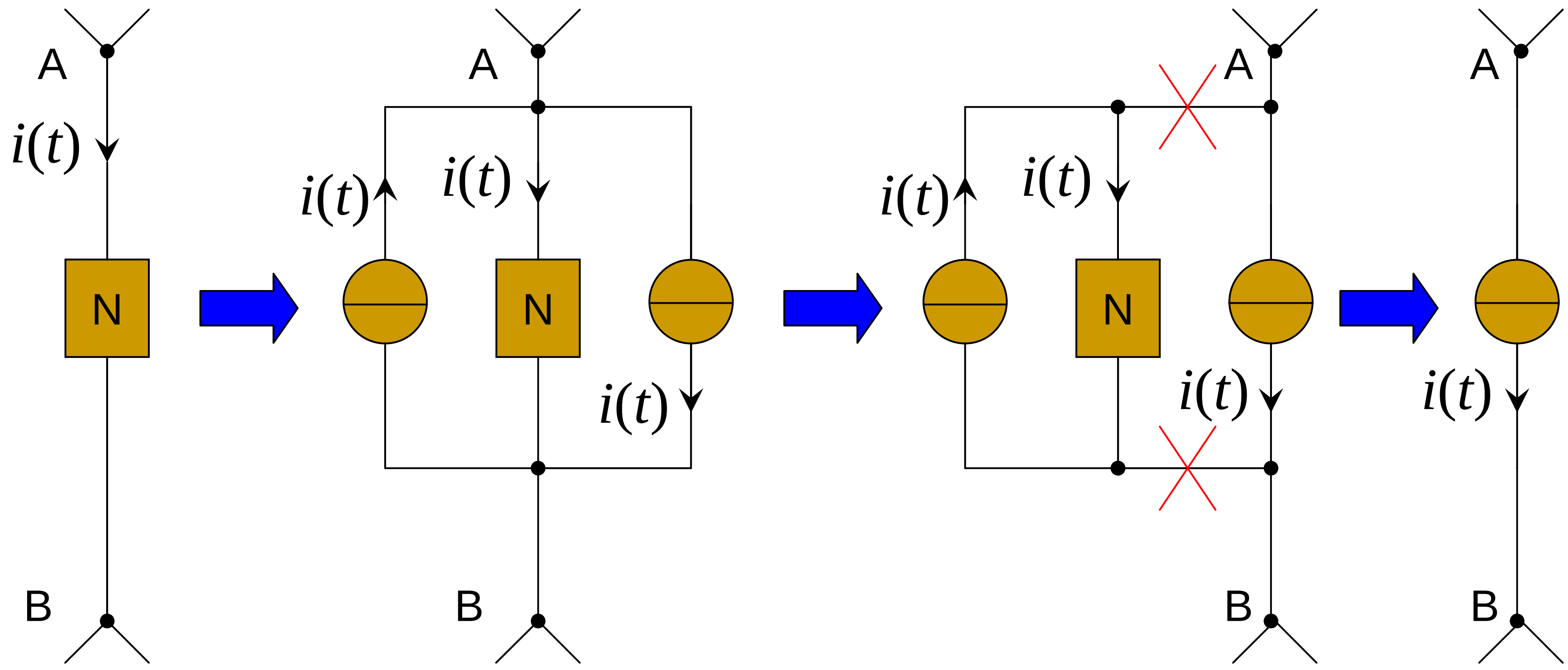
理论依据：等电位点可以短路。



替代定理的证明

- 已知端口电流，用电流源取代

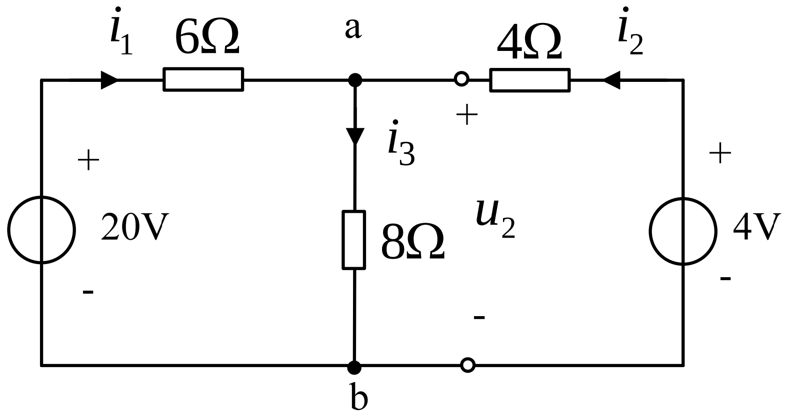
理论依据：电流为0的支路可以断开。



替代定理的适用范围

- 所有二端元件
- 二端网络：包括无源二端网络、有源二端网络
  - 无源二端网络：内部无独立源的二端网络
  - 有源二端网络：内部含有独立源的二端网络

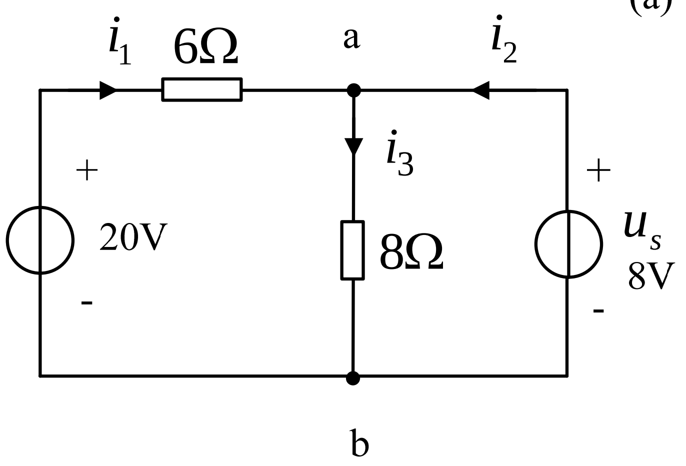
例题



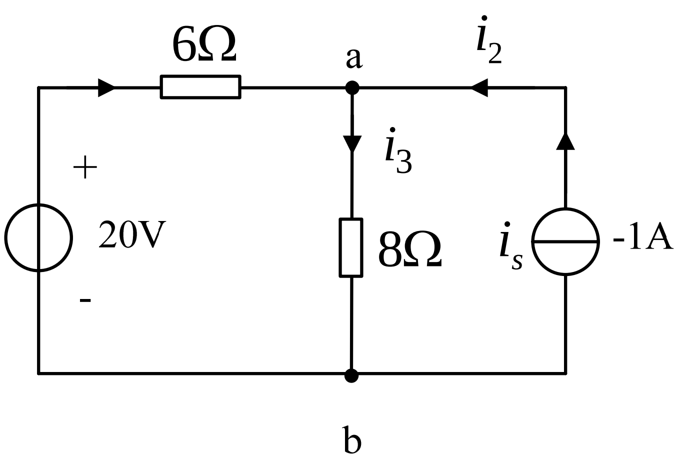
(a)

$$u_2 = 8\text{V}$$

$$i_2 = -1\text{A}$$



(b)



(c)

3-4 戴维宁定理 & 诺顿定理

学习目标

- 深刻理解戴维宁定理，掌握戴维宁等效电路的建立方法。
- 深刻理解诺顿定理，掌握诺顿等效电路的建立方法。
- 掌握戴维宁等效电路与诺顿等效电路的互换关系。
- 能在电路分析中灵活应用戴维宁定理和诺顿定理。

相关背景知识

- 叠加定理、替代定理

戴维宁定理与诺顿定理意义何在？

- 在实际的电阻电路中，往往包含许多独立源、受控源和大量的电阻元件，电路结构相当复杂。但在电路分析时，我们只关心某个局部电路的某些支路变量（如支路电压、电流、功率等）。若采用支路分析法，则电路分析相当繁琐且没有必要。
- 如果通过某种方法将我们不关心的电路部分等效成由少量元件构成的简单电路，且不会影响电路分析结果，则可以大大简化电路分析。
- 戴维宁定理与诺顿定理就是对复杂有源二端网络进行等效简化的定理。二者都是简化电路分析的有力工具。

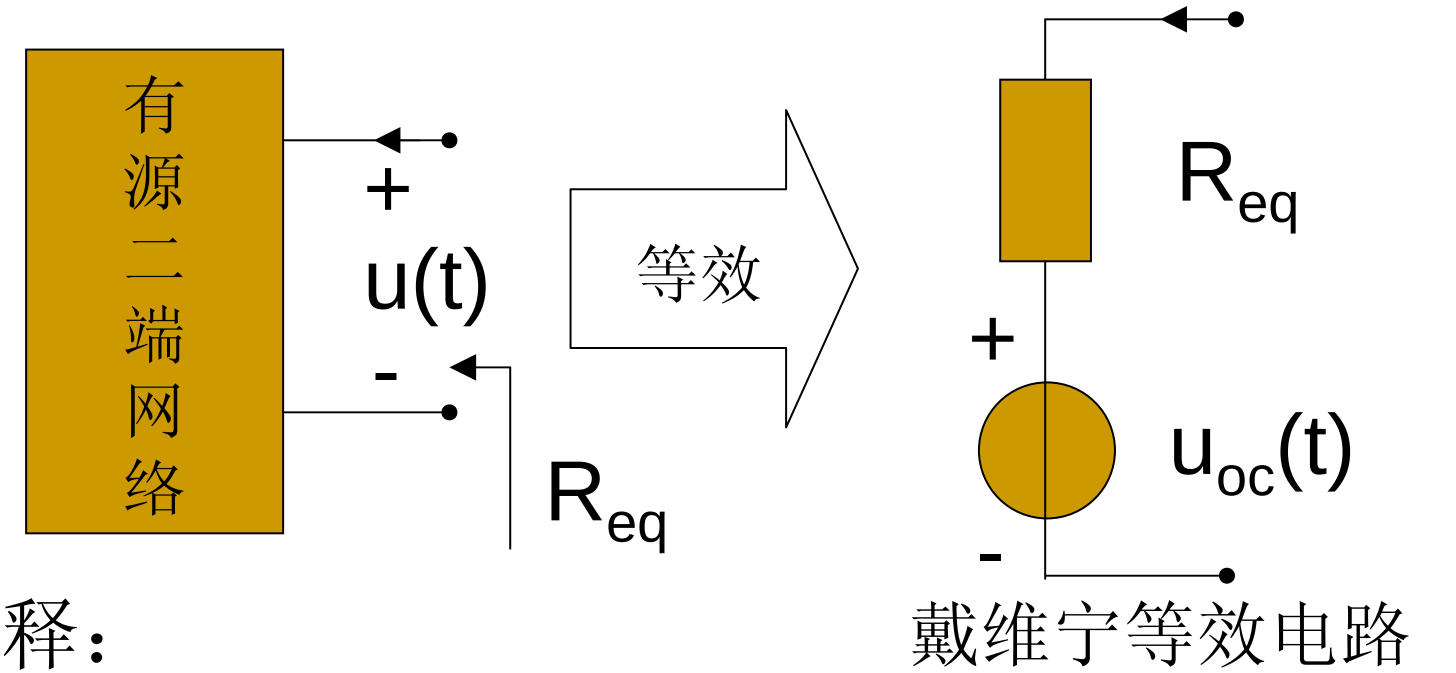
戴维宁定理

- 戴维宁定理描述

一个由线性电阻元件、线性受控源和独立源构成的线性电阻性有源二端网络N．对于外部电路而言，可以用一个电压源和一个电阻元件串联组成的等效电路来代替。该电压源的电压等于原线性电阻性有源二端网络的开路电压$u_{oc}(t)$，该电阻元件的电阻等于将原线性电阻性有源二端网络N中所有独立源的激励化为零时该网络的端口等效电阻R_{eq}。

- 戴维宁等效电路：由电压源与等效电阻组成的串联等效电路称有源二端网络N的戴维宁等效电路。

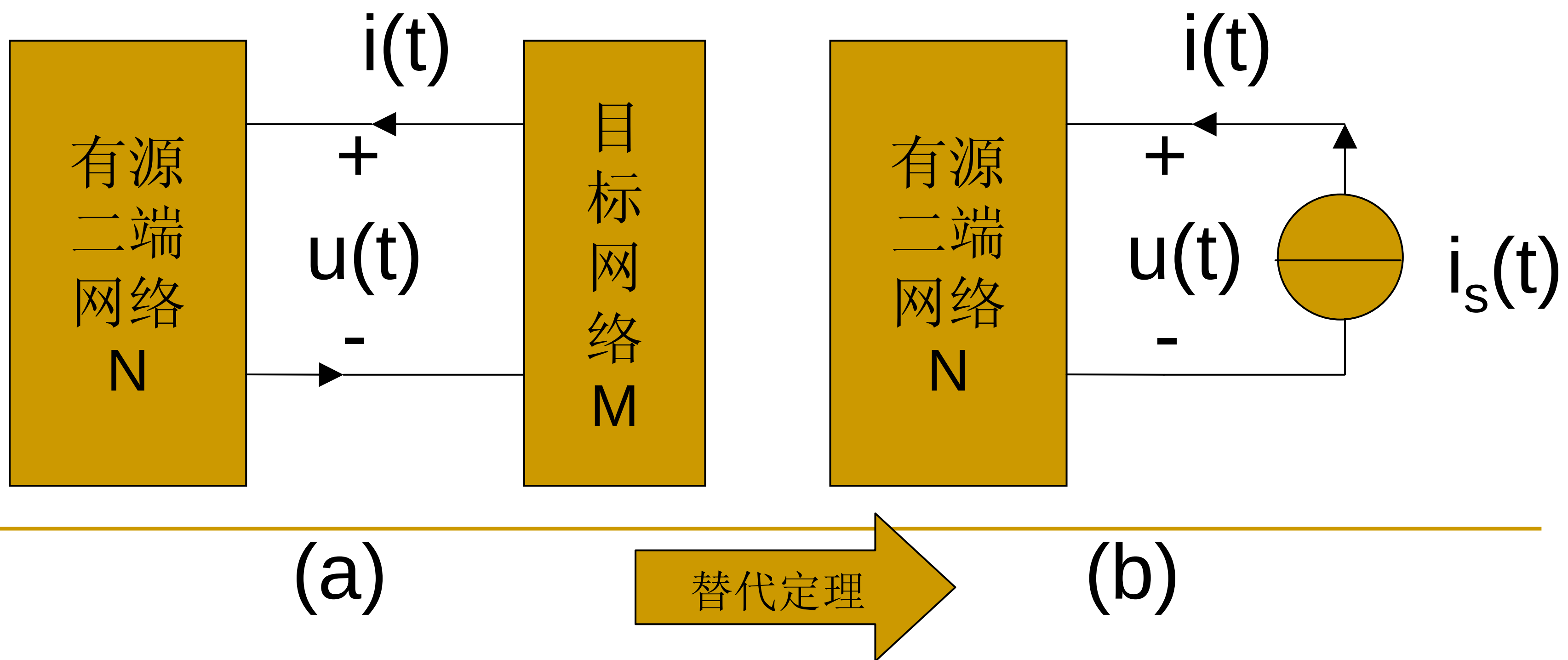
- 戴维宁定理的图示



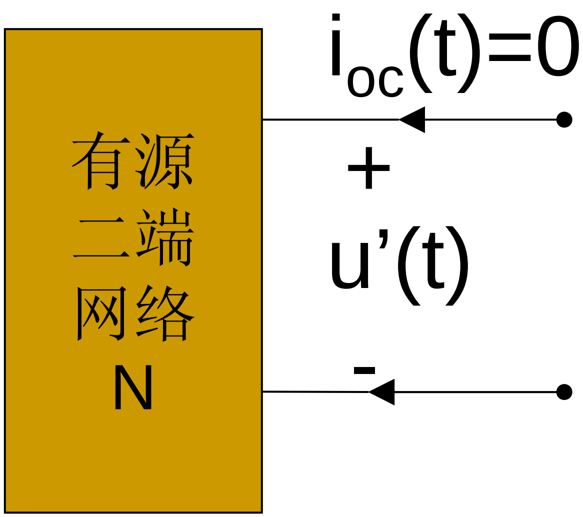
- 注释：
  - $u_{oc}(t)$为端口开路电压
  - R_{eq}为网络内部独立源全部失效（电流源开路、电压源短路）时的端口等效电阻

戴维宁定理的证明

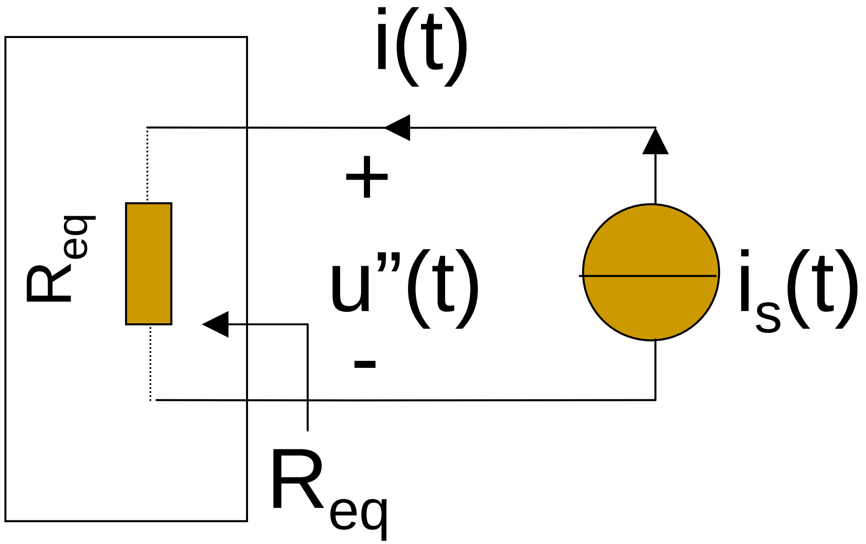
- 设图(a)中二端网络N为有源网络，M为待分析的目标网络。二者之间连接端口的电压和电流分别为u(t)，i(t)。
- 根据替代定理，可将网络M以电流源$i_s(t)=i(t)$取代，如图(b).



- 由图(b)，根据叠加定理，端口电压$u(t)$可以看作电流源$i_s(t)=i(t)$与有源网络N内部激励源共同作用的结果。
  - 当网络N内部激励源单独作用时，端口电压为网络N的端口开路电压：$u'(t)=u_{oc}(t)$, 如图(c).
  - 当电流源$i_s(t)=i(t)$单独作用时，应使N内部独立源全部失效，若N内部等效电阻为Req，则端口电压为： $u''(t)=i(t)Req$, 如图(d).

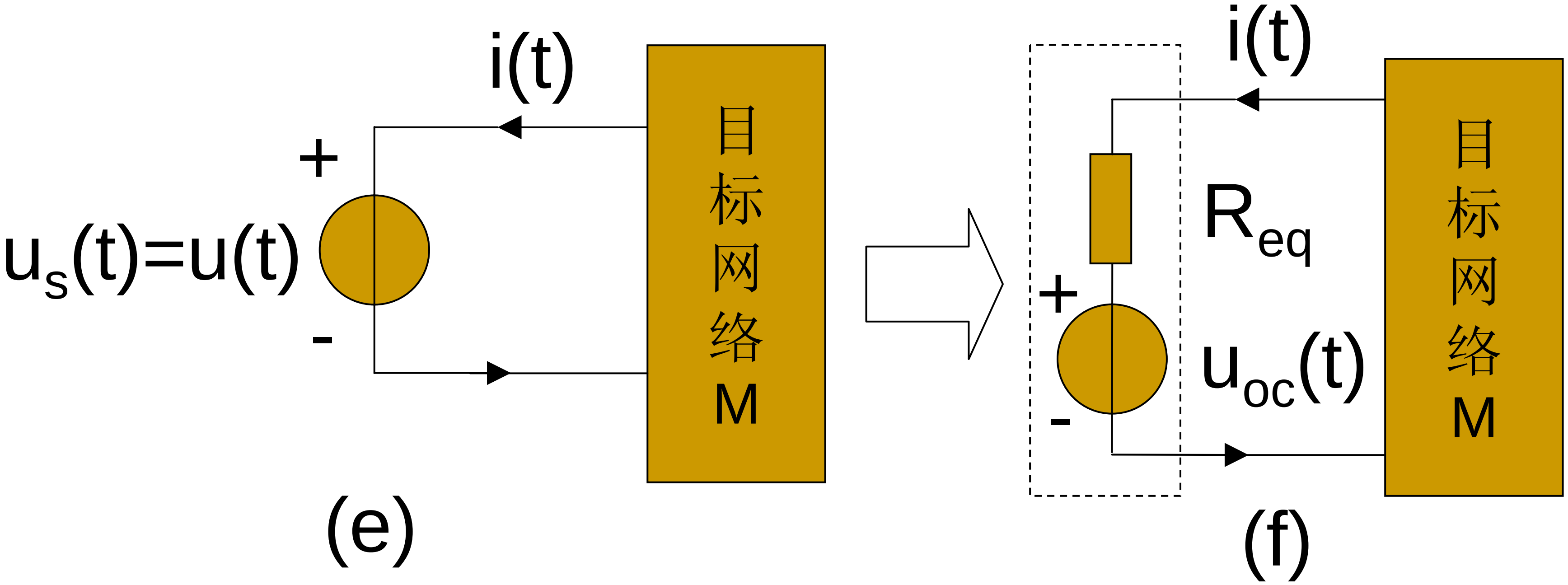


(c) $\boxed{u'(t)=u_{oc}(t)}$



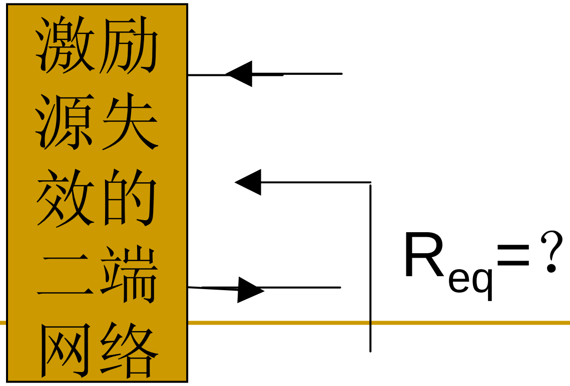
(d) $\boxed{u''(t)=i(t)R_{eq}}$

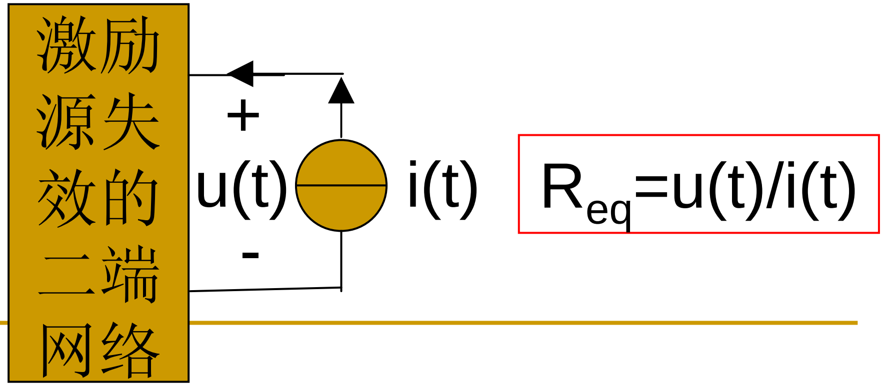
- 由叠加定理，综合图(c)、图(d)，得端口电压：$u(t)=u'(t)+u''(t)=u_{oc}(t)+i(t)R_{eq}$
- 由替代定理，对于外部而言，有源网络N可以用一个电压源$u_s(t)=u_{oc}(t)+i(t)R_{eq}$取代，而不会影响目标网络M的分析结果，如图(e)所示。
- 显然，图(e)可以等效为图(f)。 证毕。



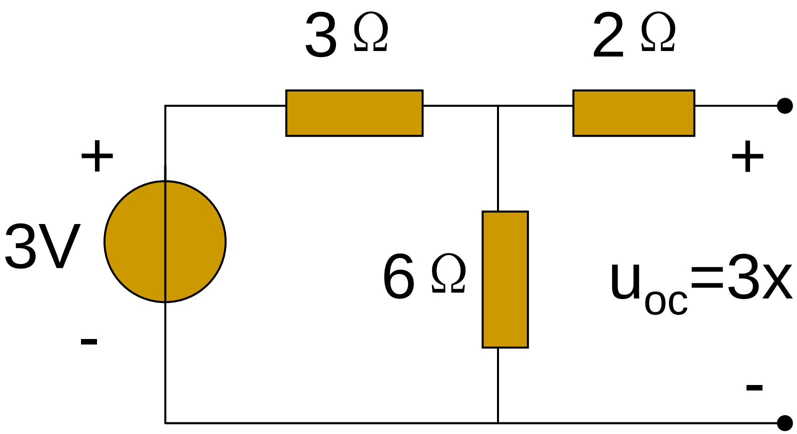
- 建立戴维宁等效电路的关键环节
  1. 求得有源二端网络的端口开路电压$u_{oc}(t)$=?
  2. 使有源二端网络内部独立源全部失效，即独立电压源全部“短路”、独立电流源全部“开路”。求得网络端口等效电阻R_{eq}=？
- 网络端口等效电阻R_{eq}的求法
  1. 电阻串并联计算法：适用于不含受控源的纯电阻网络，根据电路结构进行简单计算即可。
  2. 外部输入激励法：适用于含受控源的电阻网络。即：通过端口对网络施加一个外部电流(或电压)激励i(t)，通过分析确定网络端口电压u(t)(或电流)，利用欧姆定律确定网络端口等小电阻R_{eq}：

$$R_{eq}=u(t)\ /\ i(t)$$

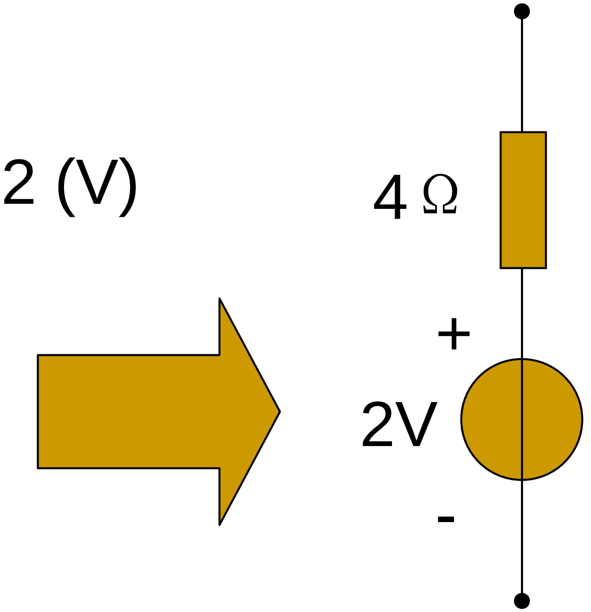


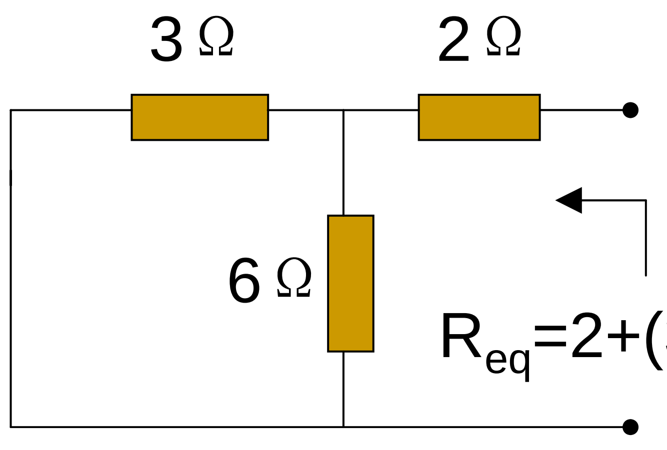


- 戴维宁定理的应用
  - 例1：求图示线形二端有源网络的戴维宁等效电路。



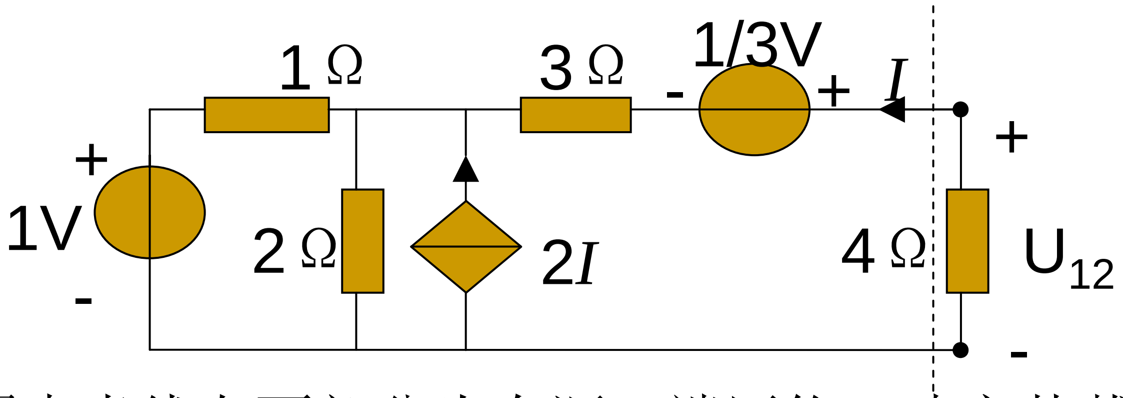
$u_{oc}=3x(6/6+3)=2\ (V)$



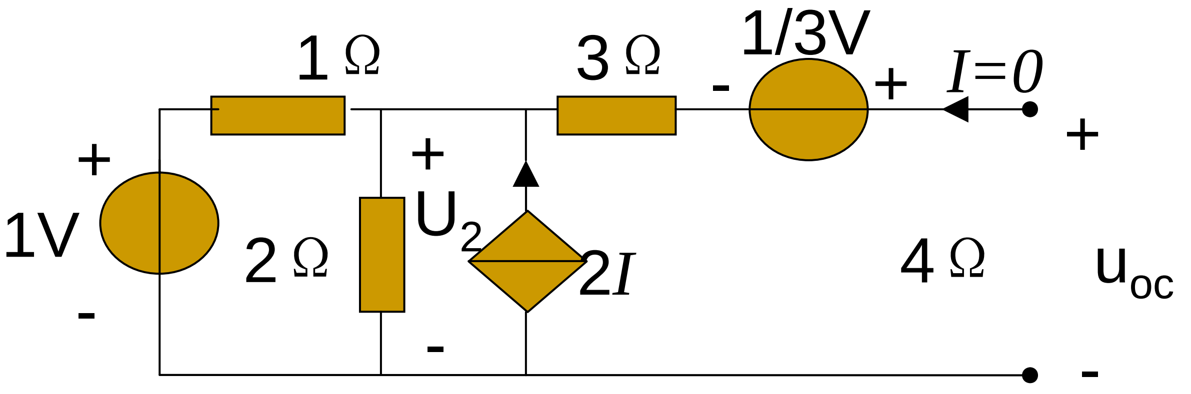


$R_{eq}=2+(3X6)/(3+6)=4(\Omega)$

- 例2：求图示电路中电压U_{12}=?

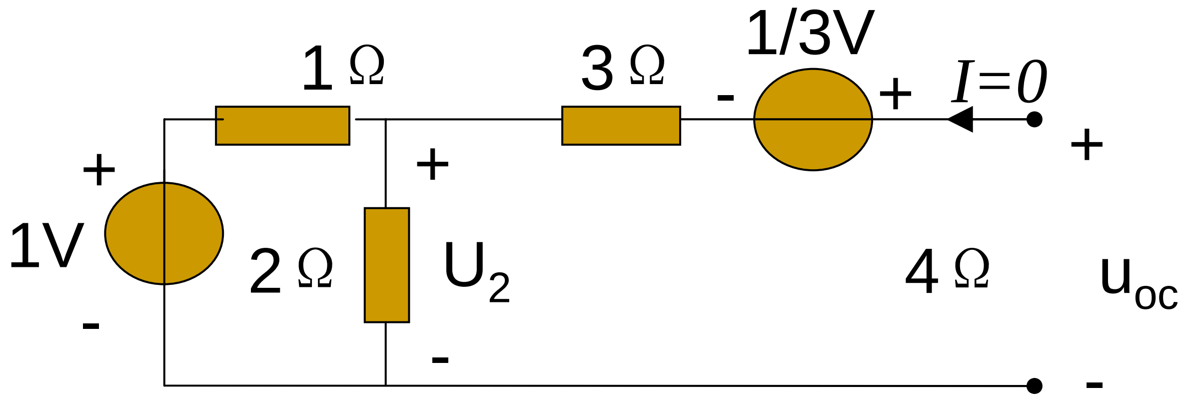


- 图中虚线左面部分为有源二端网络，建立其戴维宁等效电路，则问题变得简单。
- 首先求网络端口开路电压u_{oc}，如图(a).



(a)

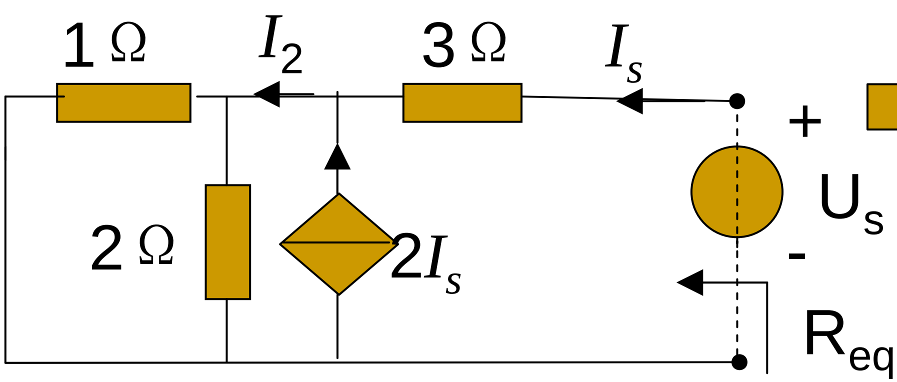
- 端口开路时，由于电流I=0，受控电流源无电流输出，相当于开路，故图(a)可进一步简化为图(b)。我们仅需求得图中电压U_2。易知：U2=1X(2/3)=2/3 (V)。
- 则，$u_{oc}=U_2+1/3=2/3+1/3=1$ (V)



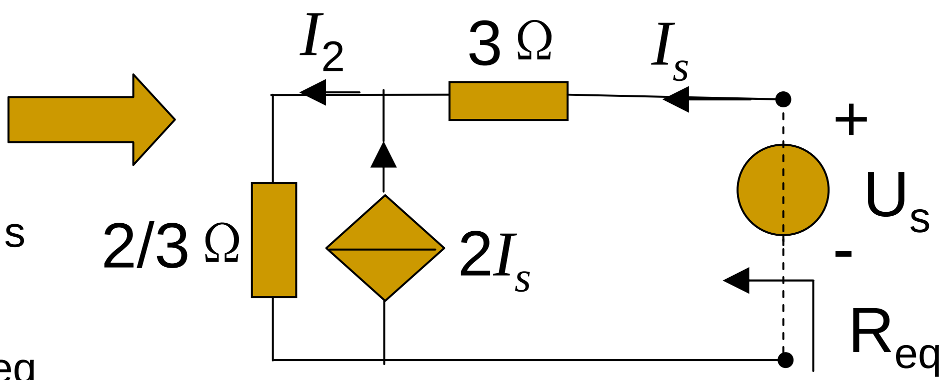
(b)

- 令独立源全部失效，求网络端口等效电阻R_{eq}，如图(c)。进一步，可简化为图(d)。由于含有受控源，无法采用简单的电阻串并联计算R_{eq}。因此，采用外部激励法，对端口施加电压源Us。

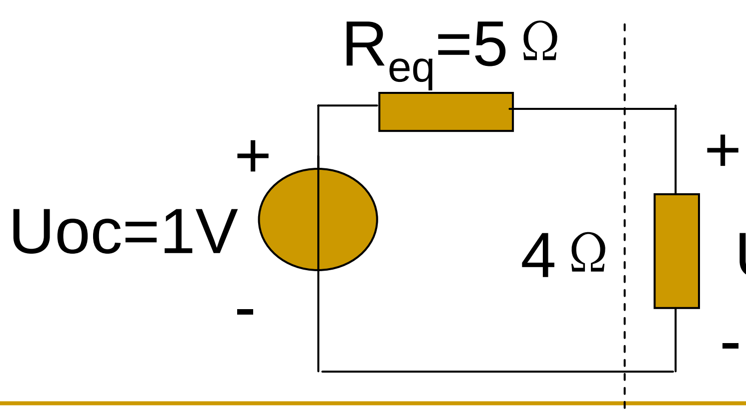
- 根据KCL，知：$\boldsymbol{I_2=I_s+2I_s=3I_s}$
- 根据KVL，知：$\mathbf{U_s=}\boldsymbol{I_2}\mathbf{X2/3+3}\boldsymbol{I_s}\mathbf{=5}\boldsymbol{I_s}$
- 故：$R_{eq}=U_s/I_s=5\ (\Omega)$
- 利用计算结果，得到原电路等效模型如图(e)。容易计算U_{12}。



(c)



(d)



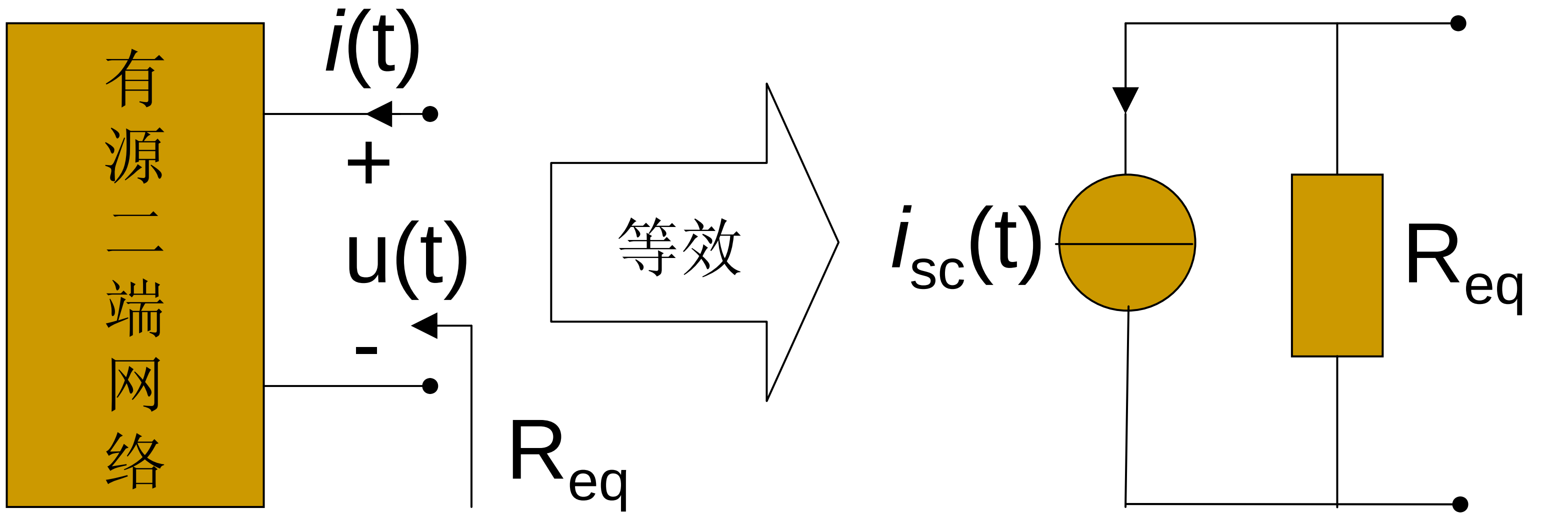
$U_{12}=1\text{x}4/(4+5)=4/9\ (V)$

(e)

诺顿定理

- 诺顿定理描述
  - 一个由线性电阻元件、线性受控源和独立源构成的线性电阻性有源二端网络N．对于外部电路而言，可以用一个电流源和一个电阻元件并联组成的等效电路来代替。该电流源的电流等于原线性电阻性有源二端网络的短路电流，该电阻元件的电阻等于将原线性电阻性有源二端网络N中所有独立源的激励化为零时该网络的端口等效电阻。电流源与等效电阻组成的并联等效电路称有源二端网络N的诺顿等效电路。
  - 诺顿定理与戴维宁定理是互为对偶的网络定理 。

- 诺顿定理的图示

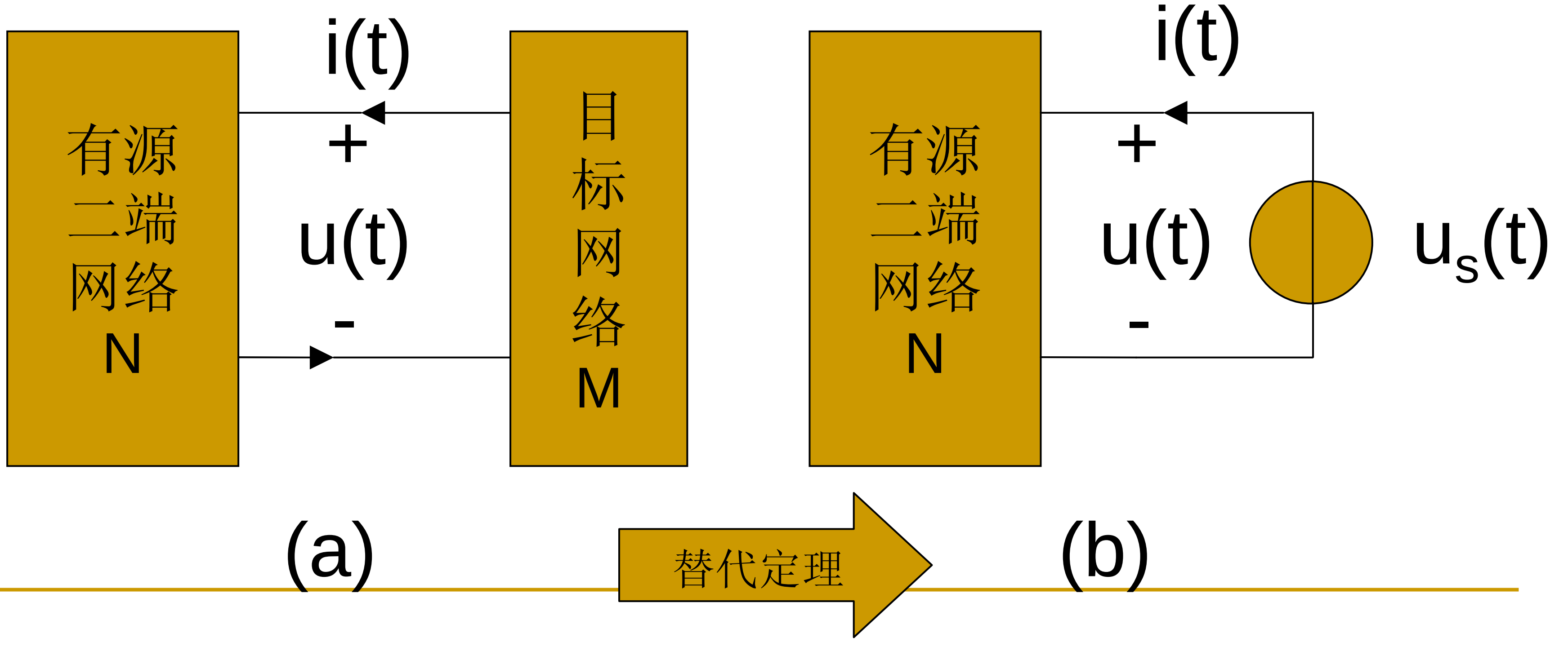


诺顿等效电路

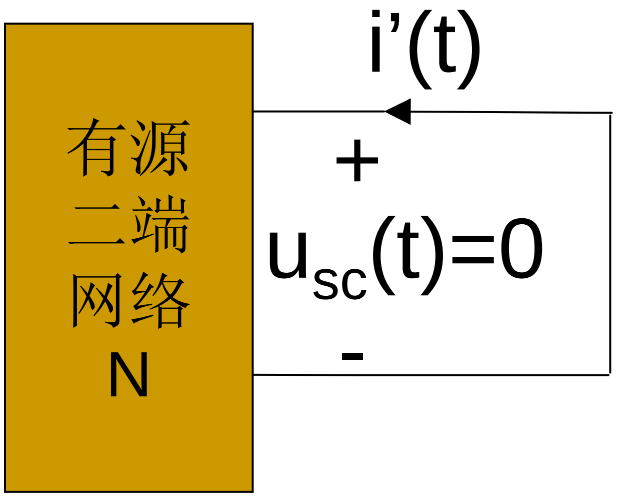
- 注释：
  - $i_{sc}(t)$为端口短路电流
  - R_{eq}为网络内部独立源全部失效（电流源开路、电压源短路）时的端口等效电阻

诺顿定理的证明

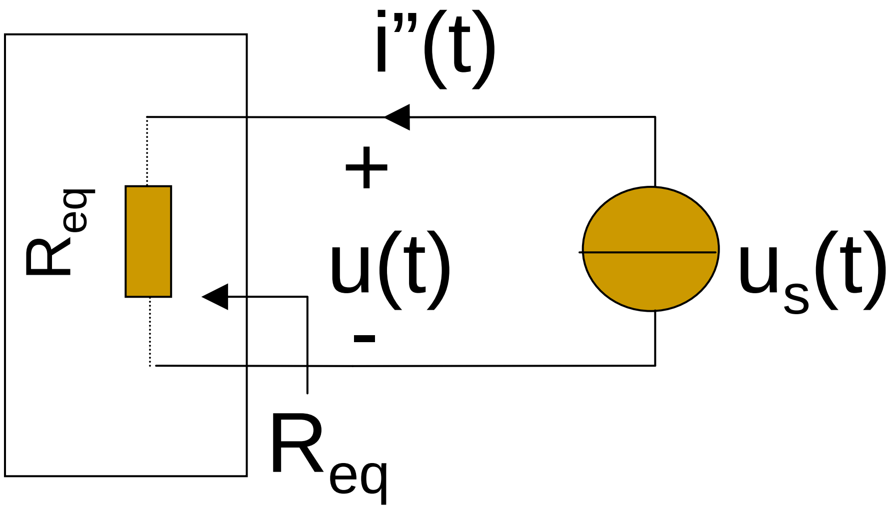
- 设图(a)中二端网络N为有源网络，M为待分析的目标网络。二者之间连接端口的电压和电流分别为u(t)，i(t)。
- 根据替代定理，可将网络M以电压源$u_s(t)=u(t)$取代，如图(b).



- 根据叠加定理，端口电流i(t)可以看作电压源$u_s(t)$与网络N内部激励源共同作用的结果。
  - 当N内部激励源单独作用时，即：将电压源$u_s(t)$短路，如图（c），端口电流即网络N的短路电流: $i'(t)=i_{sc}(t)$.
  - 当电压源$u_s(t)$单独作用时，即：将N内部激励源全部化为0，如图（d）。若由端口看进去的等效电阻为R_{eq}，则由电压源$u_s(t)$单独作用产生的端口电流为: $i''(t)= u_s(t)/R_{eq}$.



(c) $i'(t)=i_{sc}(t)$

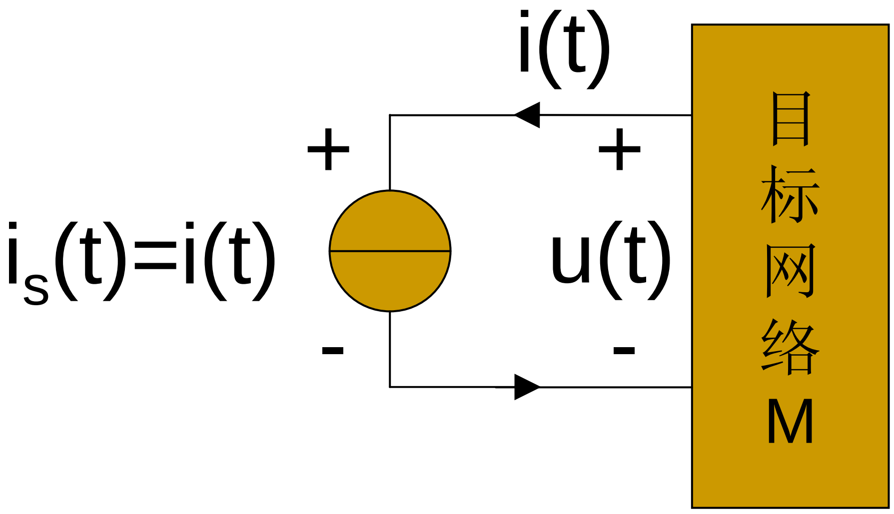


(d) $i''(t)=u_s(t)/R_{eq}$

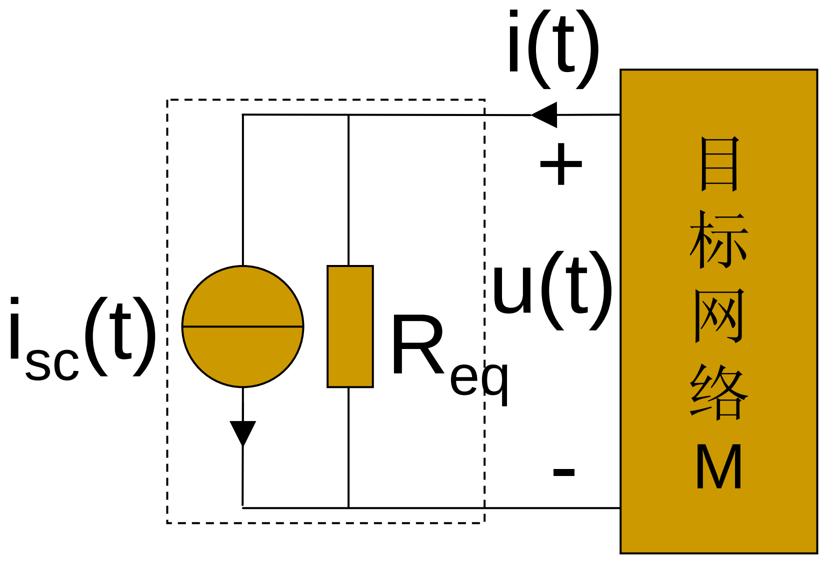
- 由叠加定理，端口电流为：

$$i(t)=i'(t)+i''(t)=i_{sc}(t)+u_s(t)/R_{eq}$$

- 根据替代定理，图(a)中有源网络N可以用电流源$i_s(t)=i(t)$替代，如图(e).
- 由$i(t)=i_{sc}(t)+u_s(t)/R_{eq}$,显然,图(e)可以等效为图(f).证毕。



(e)

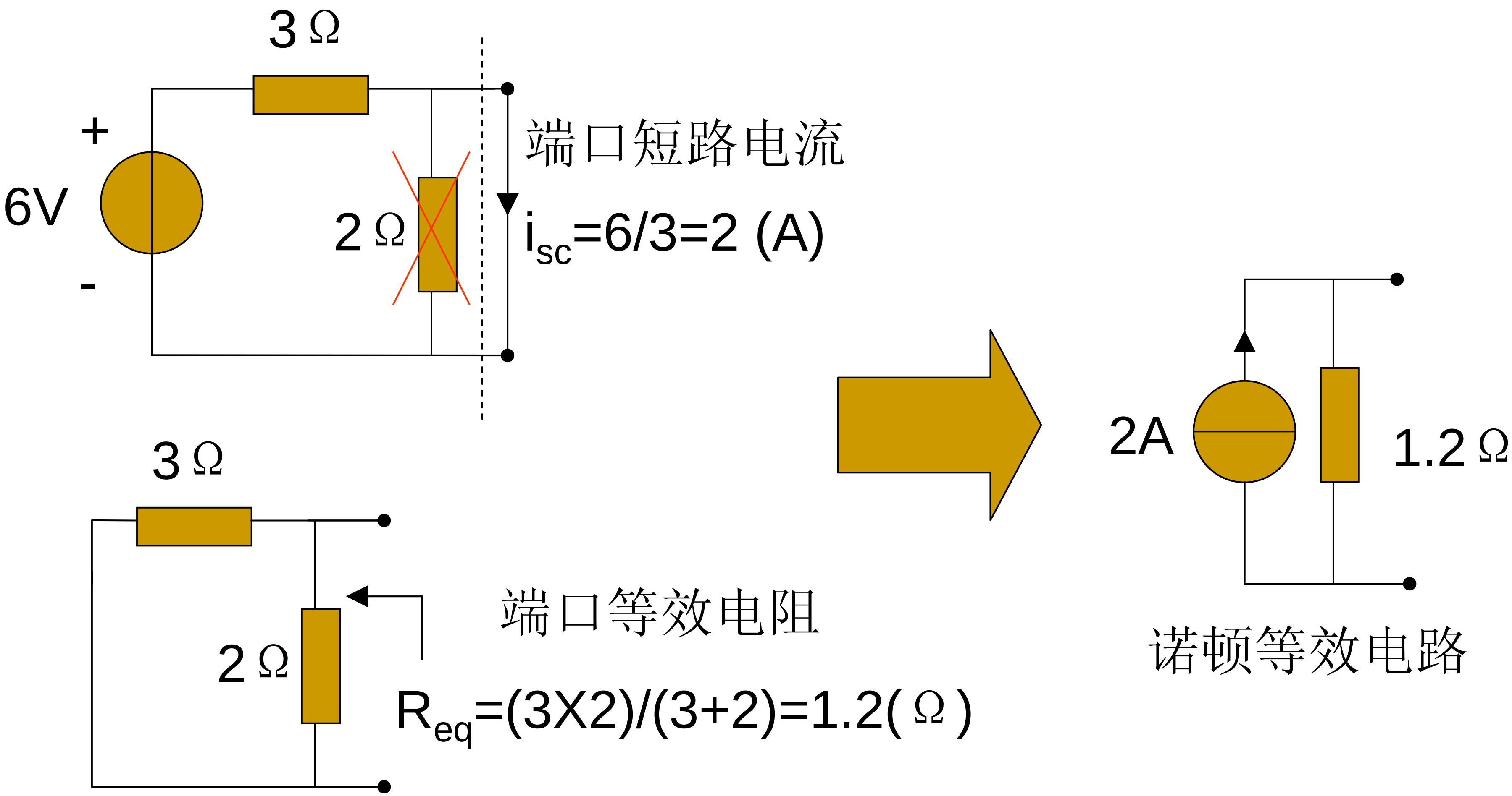


(f)

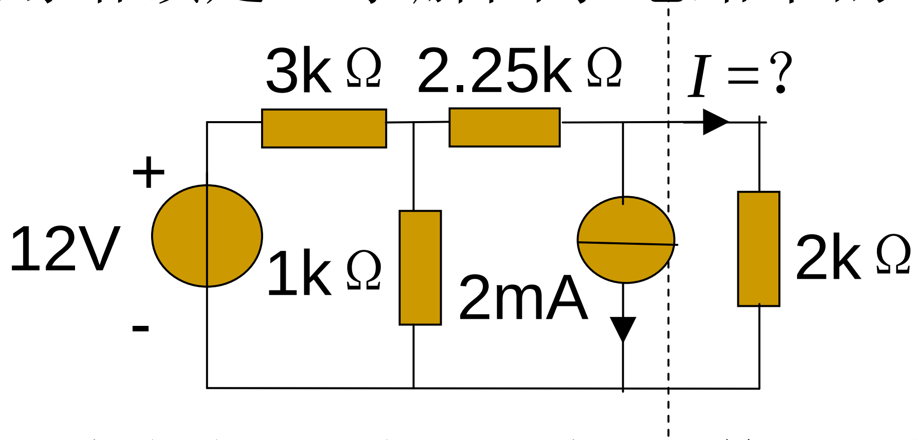
- 建立诺顿等效电路的关键环节
  1. 求得有源二端网络的端口短路电流$i_{sc}(t)=?$
  2. 使有源二端网络内部独立源全部失效，即独立电压源全部“短路”、独立电流源全部“开路”。求得网络端口等效电阻$R_{eq}=?$
- 网络端口等效电阻R_{eq}的求法
  - 与戴维宁等效电路中求法相同。

诺顿定理的应用

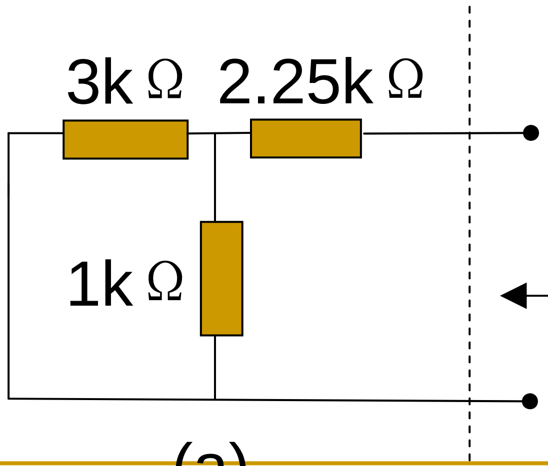
- 例1：求图示虚线左侧有源二端网络的诺顿等效电路.



- 例2：用诺顿定理求解图示电路中的电流 I=？。



- 若将图中虚线左侧有源二端网络简化为诺顿等效电路，则问题得以简化。
- 如图(a)所示，容易求得端口等效电阻R_{eq}。

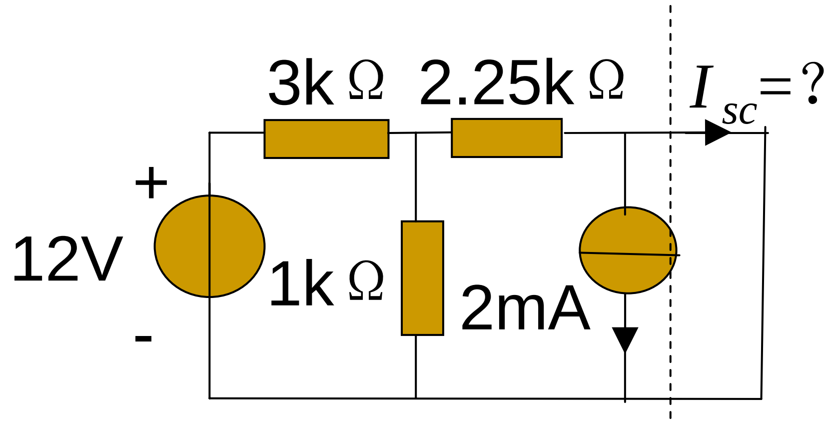


R_{eq}=2.25+1x3/(1+3)=3 (kΩ)

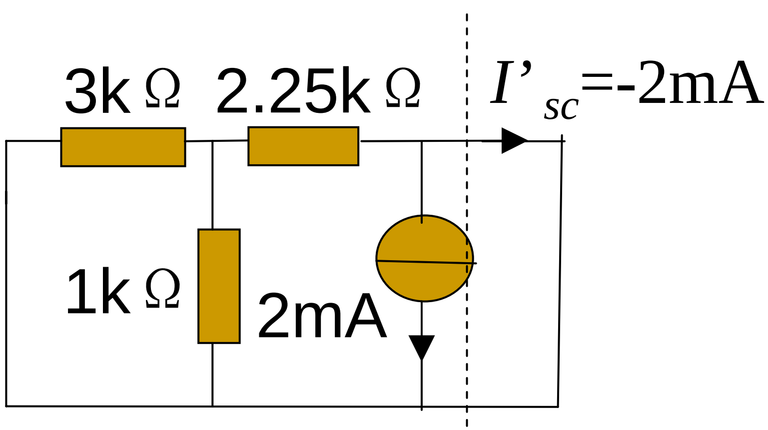
(a)

- 如图(b),将端口短路，求解端口短路电流 I_{cs}=？根据叠加定理，我们分别令电流源、电压源单独工作分两步求解，如图(c)、图(d)。
- 叠加得端口短路电流：

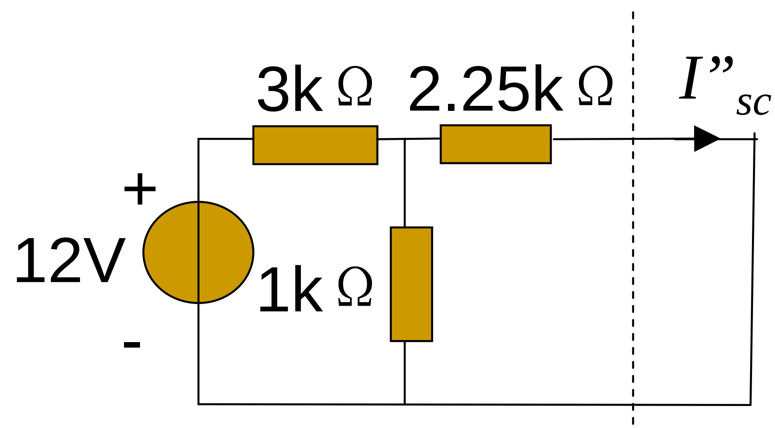
$$I_{sc} = I'_{sc} + I''_{sc} = -1\text{mA}$$



(b)



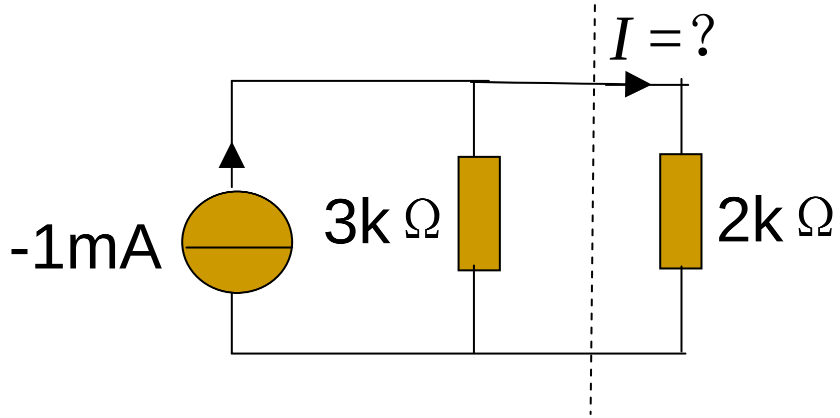
(c)电流源作用



(d)电压源作用

I''_{sc}=12/(3+1//2.25)x1/(1+2.25)=1mA

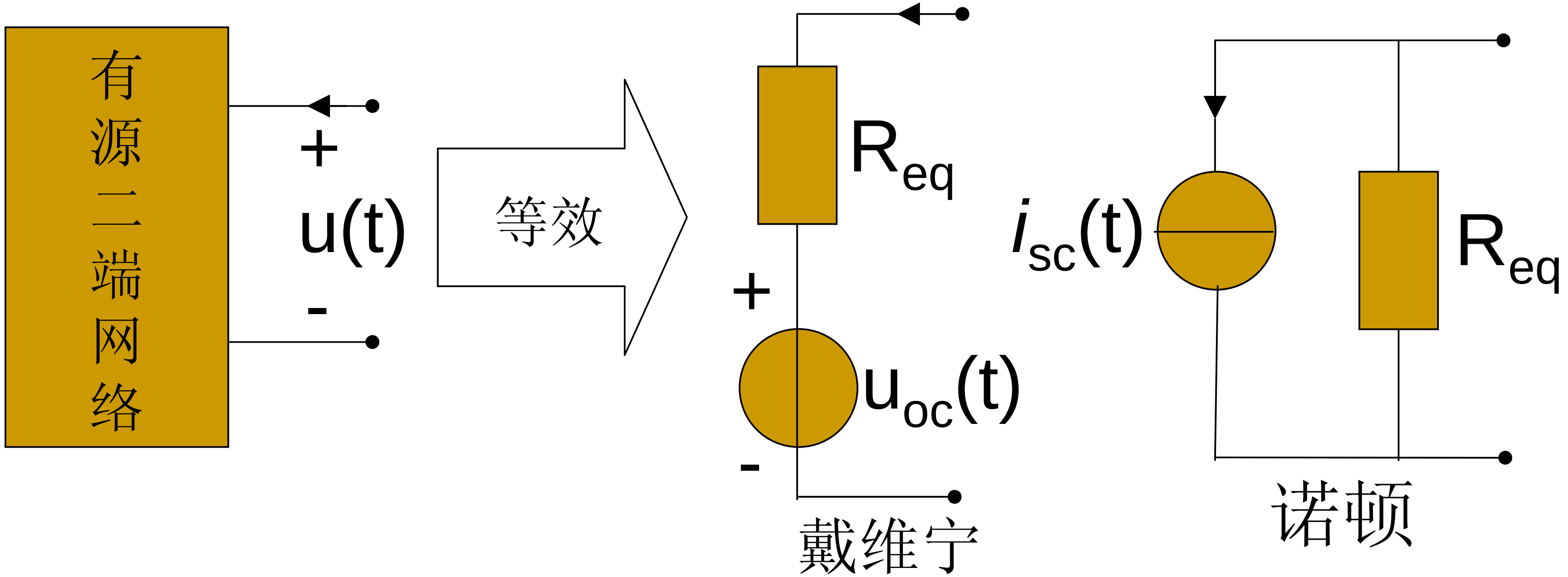
- 根据上述结果，得诺顿等效电路如图(e).
- 容易求得电流 I = -1x3/(3+2)= -0.6 (mA)



(e)

诺顿等效电路与戴维宁等效电路关系

- 根据上述内容，对任意有源二端网络，我们可以给出戴维宁等效电路、诺顿等效电路



- 对偶性：串联/并联　开路电压/短路电流

- 数值关系(根据两种模型等效性容易推得)
  - $u_{oc}(t)=i_{sc}(t)R_{eq}$
  - $i_{sc}(t) =u_{oc}(t) / R_{eq}$
  - $R_{eq}=u_{oc}(t) / i_{sc}(t)$
  - 有上述数值关系，可以在两种模型间灵活转换。
- 另一种确定网络端口等效电阻R_{eq}的方法
  - 先确定端口开路电压$u_{oc}(t)$和端口短路电流$i_{sc}(t)$ 。
  - 利用二者关系确定R_{eq}：

$$R_{eq}=u_{oc}(t) / i_{sc}(t)$$

  - 由此可以得到戴维宁/诺顿等效电路。

小结

- 戴维宁定理/诺顿定理及其意义
  - 关于有源二端网络等效简化的电路定理
- 戴维宁/诺顿等效电路的建立方法
  - 戴维宁：端口开路电压+端口等效电阻
  - 诺顿：端口短路电流+端口等效电阻
- 端口等效电阻的含义及求解方法
  - 网络内部独立源全部失效时的等效电阻
  - 电阻串并联、外部激励法、开路电压/短路电流
- 戴维宁等效电路与诺顿等效电路的关系
  - 对偶性
  - 相互转换

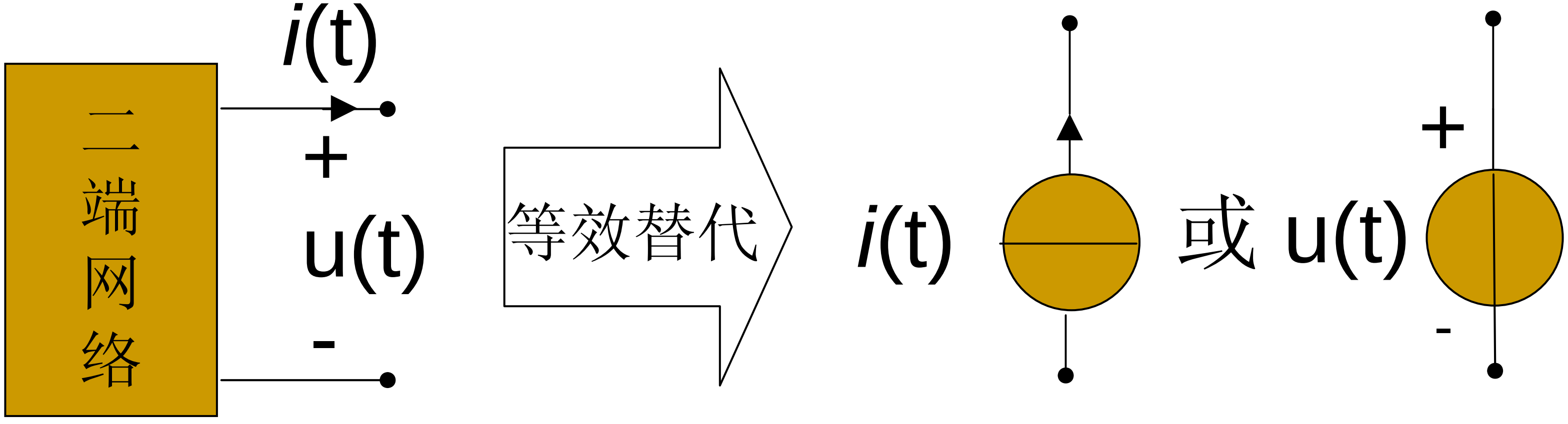
叠加定理回顾

- 定理描述
  - 如果我们让线性电路中的激励一个一个地作用，则各激励分别在任一元件上产生的响应的代数和，即等于所有激励共同作用时在该元件上产生的响应。
- 利用叠加定理分析线性电路：“化整为零”。
- 单个激励作用的含意
  - 电路中，其余独立电压源“短路”。
  - 电路中，其余独立电流源“开路”。

返回

替代定理

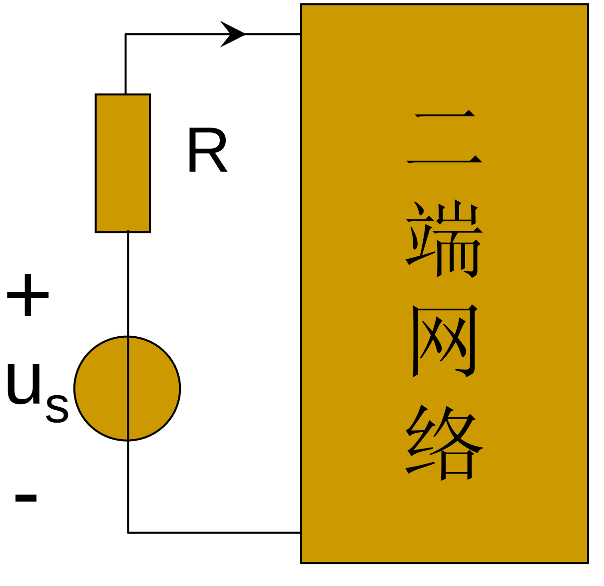
- 定理描述
  - 电路中的任何一个二端元件（或网络），在一般情况下，可以根据其已知端电压（或电流），用一个电压源（或电流源）来代替。此电压源(或电流源)的电压(或电流)代数表达式和参考方向均与原二端元件的端电压（或电流）相同。这样替代后不影响电路中各支路的电流和电压。



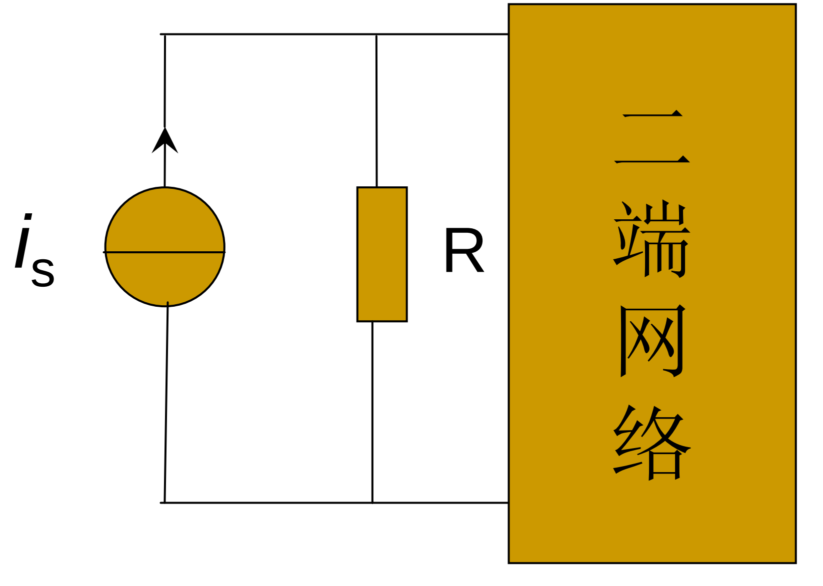
返回

* 有伴电源的等效变换

- 有伴电压源（戴维宁模型）
  - 电压源与电阻串联的结构
- 有伴电流源（诺顿模型）
  - 电流源与电阻并联的结构



有伴电压源



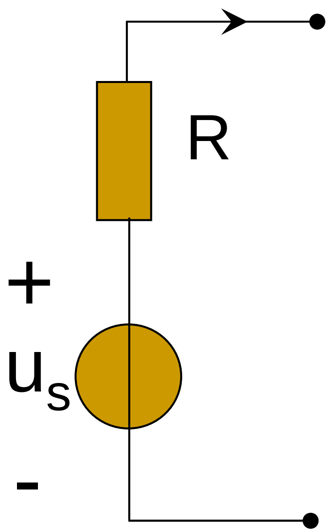
有伴电流源

有伴电源的等效变换

- 为什么对有伴电源进行变换？
  - 在某些含有有伴电压源/有伴电流源的电路分析过程中，不便于找到分析思路，求解比较繁琐。
  - 若将有伴电源在形式上等效变换，则电路分析变得相当简单明了。
- 如何进行等效变换？
  - 等效变换原则：对外部网络而言，二者的作用是等效的，即等效电路不影响分析结果。
  - 变换方法：
    - 有伴电压源变换为有伴电流源：利用诺顿定理。
    - 有伴电流源变换为有伴电压源：利用戴维宁定理。

有伴电源的等效变换

- 转换方法



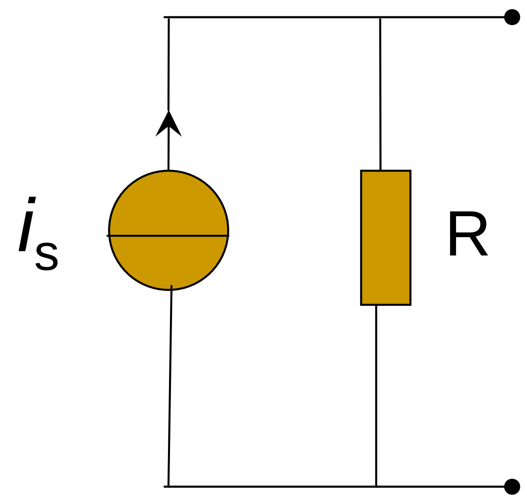
有伴电压源

1. 保持电阻不变；
2. $i_s = u_s / R$

诺顿定理

戴维宁定理

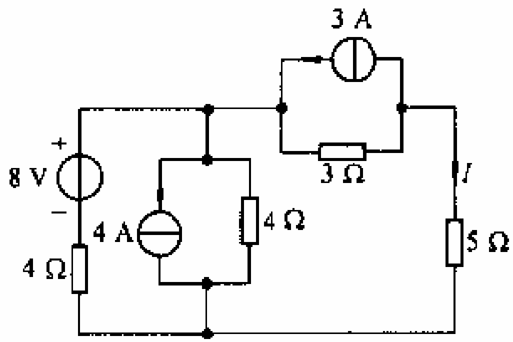
1. 保持电阻不变；
2. $u_s = i_s / R$



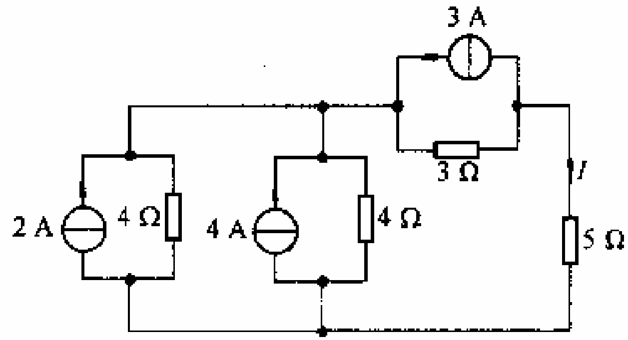
有伴电流源

例题分析

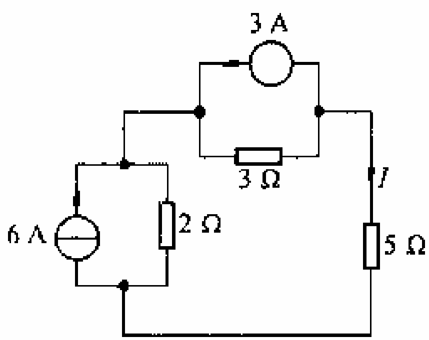
- 求电路中支路电流 I=?



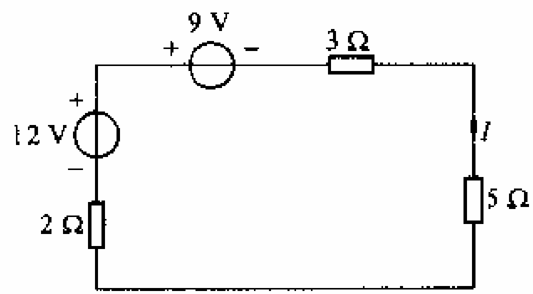
(a)



(b)



(c)



(d)

例题分析

- 求电路中开路电压u_{oc}=？

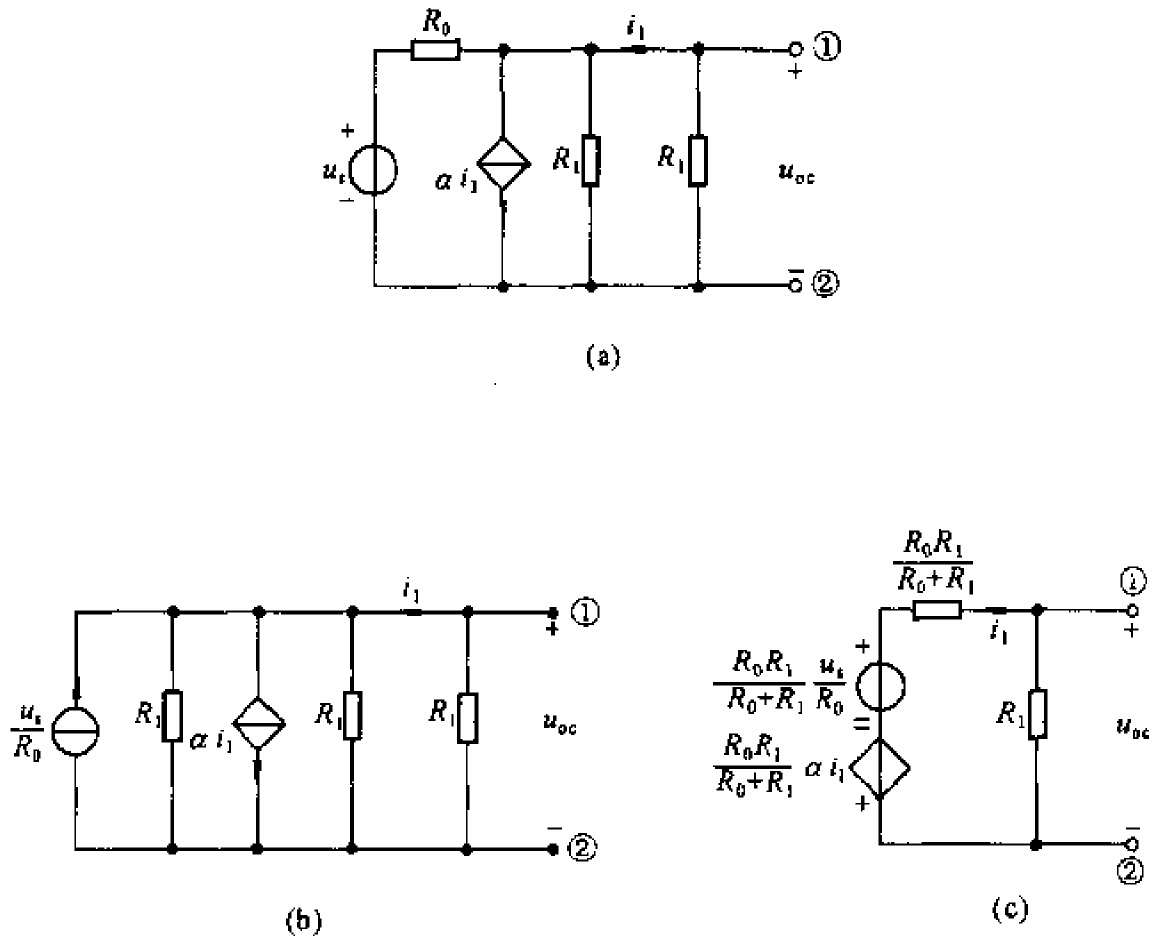
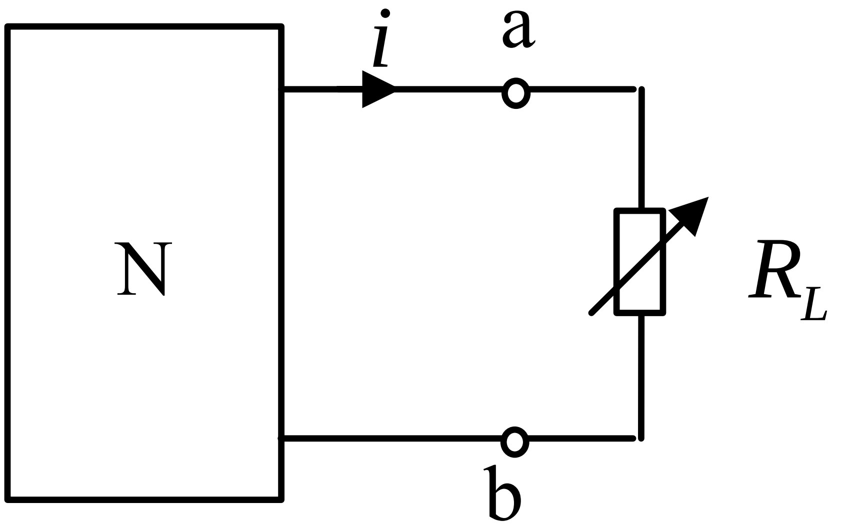


图 2-5-4　有伴电压源和有伴电流源的等效变换示例(2)

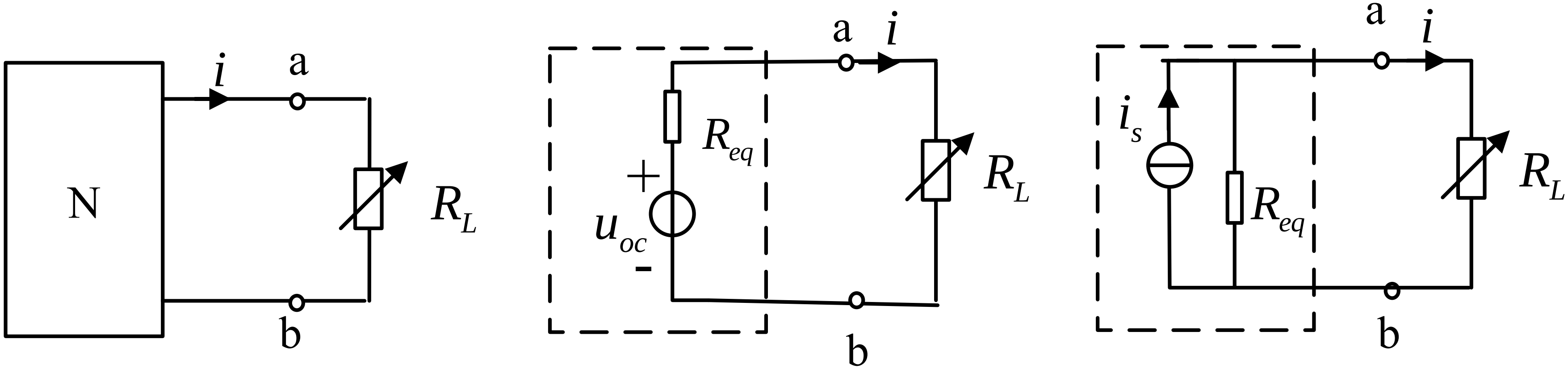
3-5 最大功率传输定理

- 问题的提出
  - 工程应用中，电阻负载如何获得最大功率？可获得最大功率为多少？

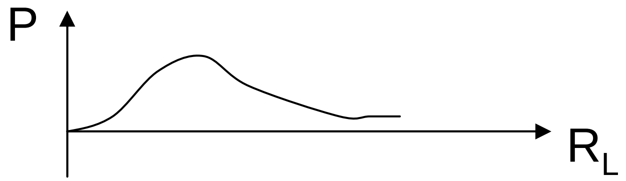


3-5 最大功率传输定理

- 驱动网络的戴维宁/诺顿等效



- 负载电阻获得的功率



$$P = i^2 R_L = \left(\frac{u_{oc}}{R_{eq} + R_L} \right)^2 R_L$$

对于一定的驱动无网络，负载电阻获得的功率是负载电阻RL的上凸函数。

3-5 最大功率传输定理

- 负载电阻获得最大值的条件

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}R_L}=\frac{\left(R_{eq}-R_L\right)u_{oc}{}^2}{\left(R_{eq}+R_L\right)^3}=0 \Rightarrow \boxed{R_L = R_{eq}}$$

最大功率匹配

- 负载获得的最大功率

$$p_{\max}=\frac{u_{oc}{}^2}{4R_{eq}} \Leftrightarrow p_{\max}=\frac{\dot{i}_{sc}{}^2}{4G_0}$$

- 负载获得最大功率时，电源的效率
  - 满足最大功率匹配条件时，与吸收功率相等时，对电压源而言，功率传输效率为50%。

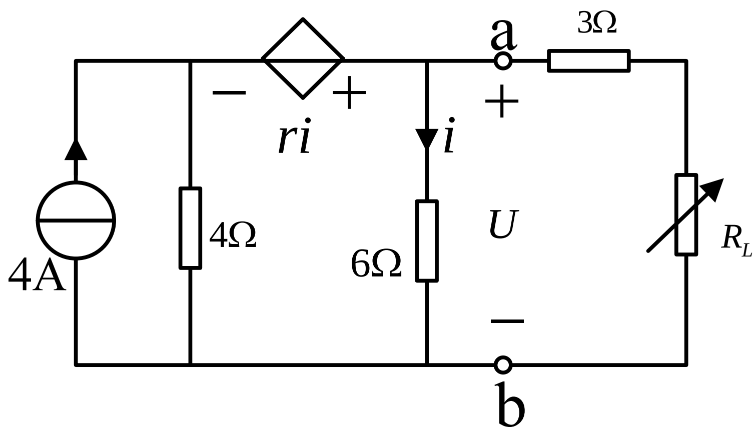
最大功率传输定理的应用

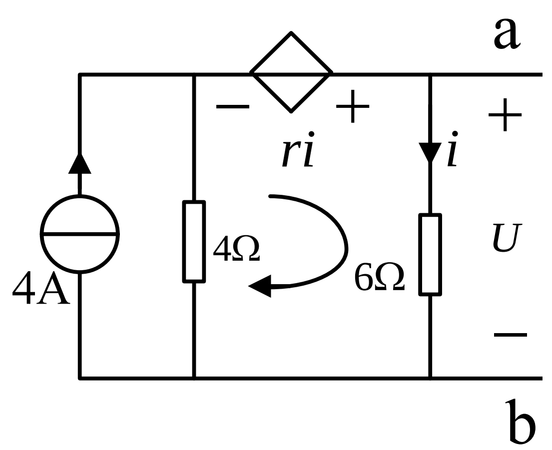
- 对于固定的驱动网络，设计负载电阻
- 对于固定的负载电阻，设计合理的驱动网络

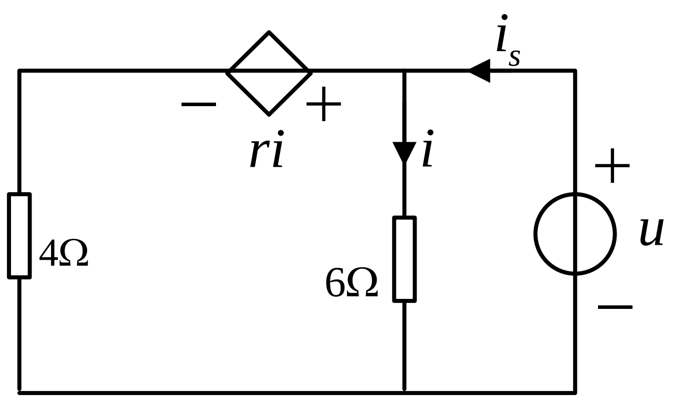
$$\boxed{R_L = R_{eq}}$$

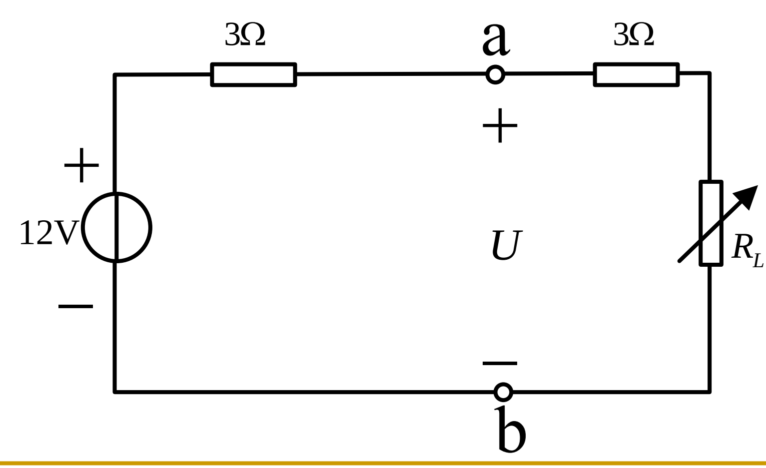
例题

- 求电阻获得的最大功率



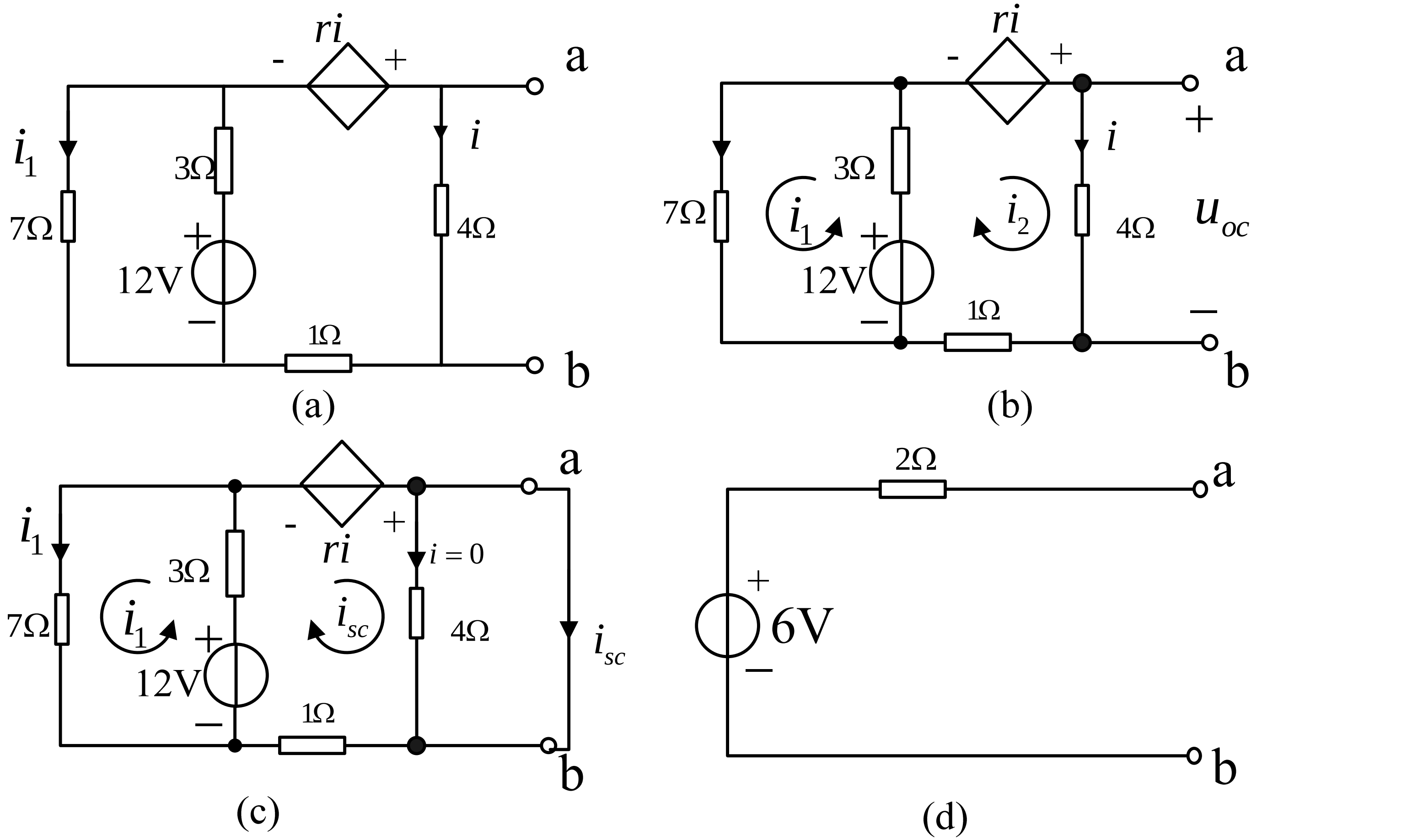






例题

- $r=3\,\Omega$， 网络输出的最大功率？



3-6 特勒根定理

- 电路的图与有向图
  - 图：将电路中的所有支路用线段代替，所有节点用圆点表示，得到一个由点、线构成的集合，称为电路的图或线形图。
  - 有向图：标明各支路参考方向的图。
  - 两个不同的电路可以具有相同的有向图。

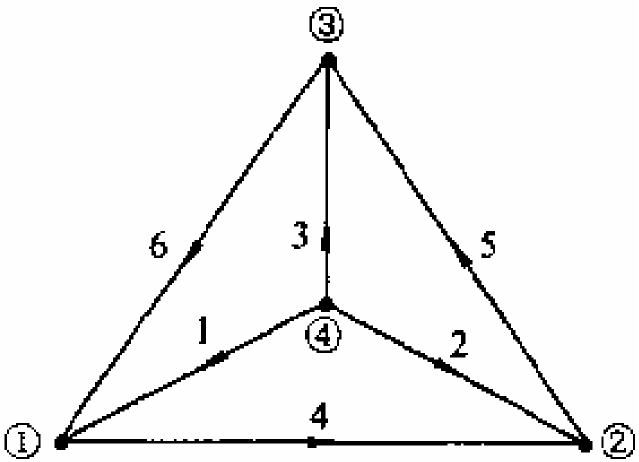


图 2－7－1　某一电路的有向图

特勒根定理

- 特勒根定理（功率守恒定理）：对于任意一个具有b条支路的电路，在任意瞬时有下式成立：

$$\boxed{\sum_{k=1}^{b} u_k i_k = 0}$$

- 物理意义：电路中各独立源供给功率的总和等于其余各支路吸收功率的总和。

特勒根似功率定理（似功率守恒定理）

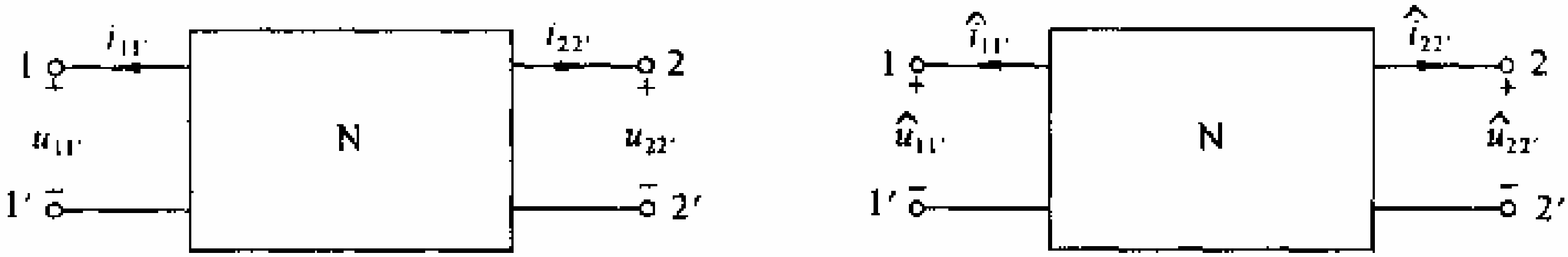
- 特勒根似功率定理（似功率守恒定理）：对于任意两个具有相同有向图的电路（含b条支路），在任意瞬时有下式成立：

$$\sum_{k=1}^{b} u_k \hat{i}_k = 0 \qquad \sum_{k=1}^{b} \hat{u}_k i_k = 0$$

- 意义：在有向图相同的任意两个电路中，在任何瞬时t，任一电路的支路电压与另一电路相应的支路电流的乘积的代数和恒等于零。

3-7 互易定理

- 互易定理：
  - 对于一个仅由线性电阻元件组成的无源（既无独立源又无受控源）网络N，在单一激励的情况下，当激励端口和响应端口互换而电路的几何结构不变时，同一数值激励所产生的响应在数值上将不会改变。



(a) 11'为激励端口，22'为响应端口　　(b) 22'为激励端口，11'为响应端口

图 2－8－1　仅由线性电阻元件组成的无源网络 N

互易定理

根据特勒根似功率定理：

$$\begin{cases} u_{11'}\hat{i}_{11'} + u_{22'}\hat{i}_{22'} + \sum_{k=1}^{b} u_k \hat{i}_k = 0 \\ \hat{u}_{11'} i_{11'} + \hat{u}_{22'} i_{22'} + \sum_{k=1}^{b} \hat{u}_k i_k = 0 \end{cases}$$

由于网络N有b个电阻元件组成，故：

$$\sum_{k=1}^{b} u_k \hat{i}_k = \sum_{k=1}^{b} i_k R_k \hat{i}_k = \sum_{k=1}^{b} \hat{u}_k i_k$$

显然：

$$\boxed{u_{11'}\hat{i}_{11'} + u_{22'}\hat{i}_{22'} = \hat{u}_{11'} i_{11'} + \hat{u}_{22'} i_{22'}}$$

互易定理的三种形式

- 形式1：激励电压源与短路端口互换位置时，短路端口的响应电流不变。

$$\boxed{u_{11'}\hat{i}_{11'} + u_{22'}\hat{i}_{22'} = \hat{u}_{11'}i_{11'} + \hat{u}_{22'}i_{22'}}$$

条件：$\hat{u}_{11'} = 0,\quad u_{22'} = 0,\quad u_{11'} = \hat{u}_{22'} = u_s$

显然：$\hat{i}_{11'} = i_{22'}$

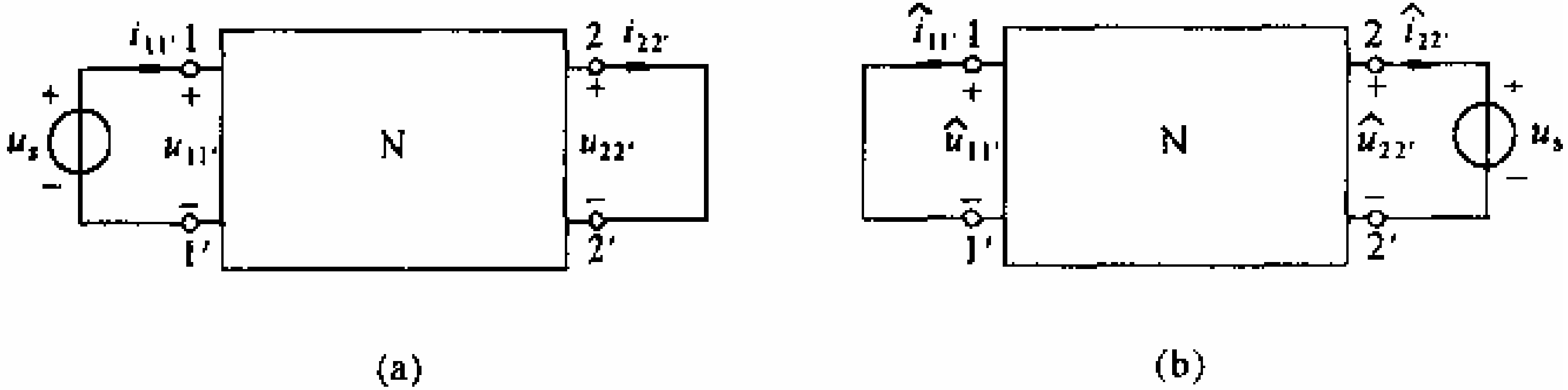


图 2－8－2　互易定理的第一种形式

互易定理的三种形式

- 形式2：激励电流源与开路端口互换位置时，开路端门的响应电压不变。

$$\boxed{u_{11'}\hat{i}_{11'} + u_{22'}\hat{i}_{22'} = \hat{u}_{11'}i_{11'} + \hat{u}_{22'}i_{22'}}$$

条件： $\hat{i}_{11'} = 0,\quad u_{22'} = 0,\quad i_{11'} = -i_s \quad \hat{u}_{22'} = u = i_s$

显然： $\hat{u}_{11'} = i_{22'}$

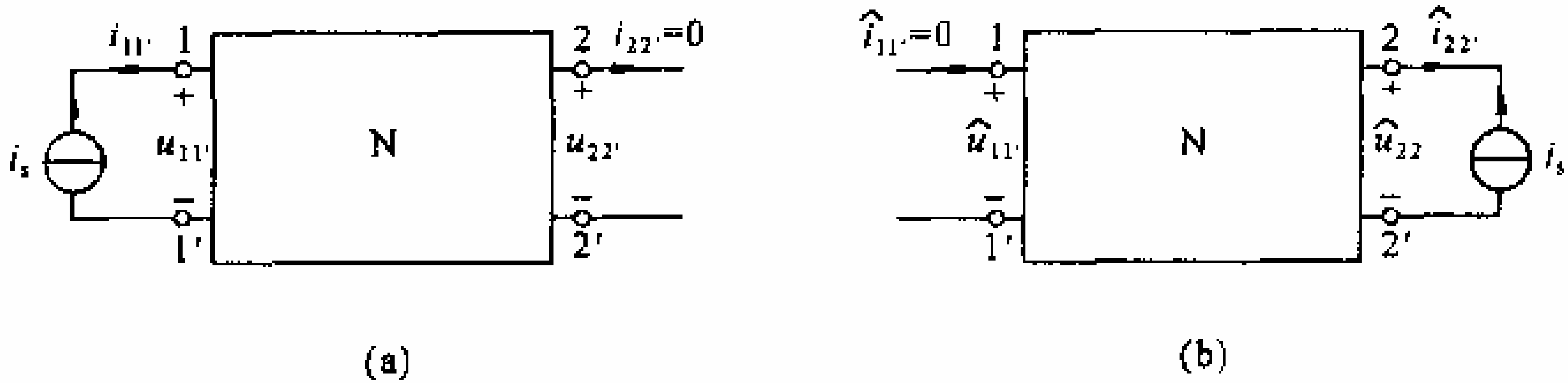


图 2-8-3 互易定理的第二种形式

互易定理的三种形式

- 形式3：以激励电压源取代激励电流源并换位，且数值上相等时，图中短路端口的响应电流与开路端口的响应电压数值相等。

$$\boxed{u_{11'}\hat{i}_{11'}+u_{22'}\hat{i}_{22'}=\hat{u}_{11'}i_{11'}+\hat{u}_{22'}i_{22'}}$$

条件： $\hat{i}_{11'}=0,\ \ u_{22'}=0,\ \ i_{11'}=-i_s\quad \hat{u}_{22'}=u=i_s$

显然： $\hat{u}_{11'}=i_{22'}$

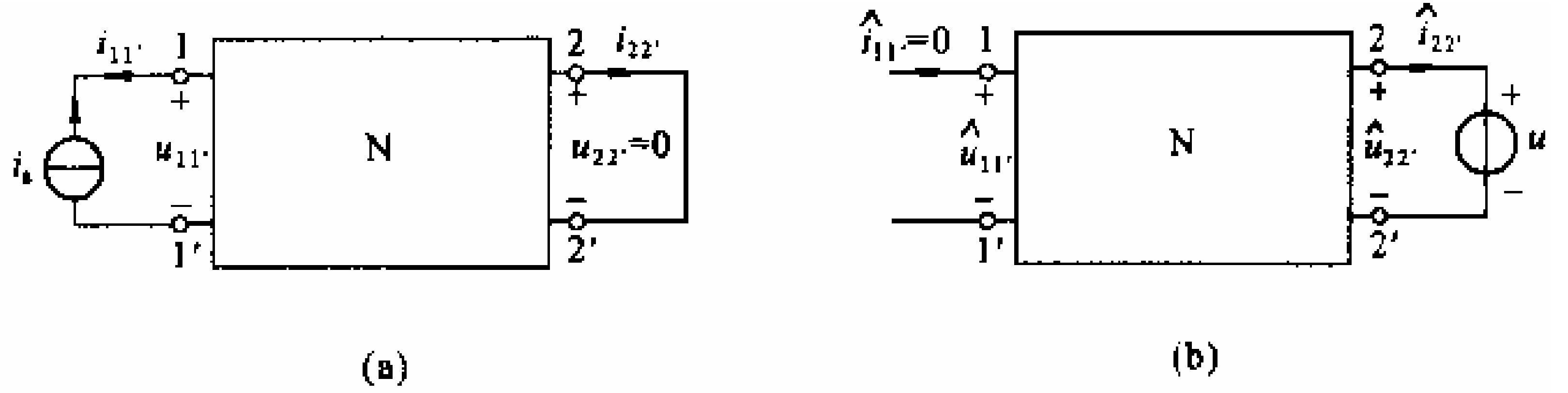


图 2-8-4　互易定理的第三种形式

3-8 对偶原理

- 对偶原理
  - 电路中某些元素之间的关系（方程）用它们的对偶元素对应地置换后，所得新关系也一定成立，后者和前者互为对偶。
- 典型对偶量

典型对偶关系

对偶名称	原电路	对偶电路
电路变量	电压	电流
	网孔电流	独立节点电位
	开路电压	短路电流
电路结构	串联	并联
	开路	短路
	节点	回路
电路基本定律和定理	KVL	KCL
	戴维宁定理	诺顿定理
	网孔方程	节点方程