一 波动能量的传播

1 波的能量

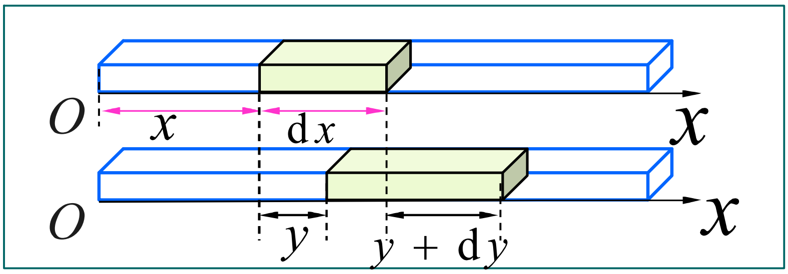
波的传播是能量的传播，传播过程中，介质中的质点运动，具有动能 W_k，介质形变具有势能 W_p .

以棒中传播的纵波为例分析波动能量的传播.

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}(\mathrm{d}m)v^{2}=\frac{1}{2}(\rho\mathrm{d}V)v^{2}\quad y=A\cos\omega(t-\frac{x}{u})$$

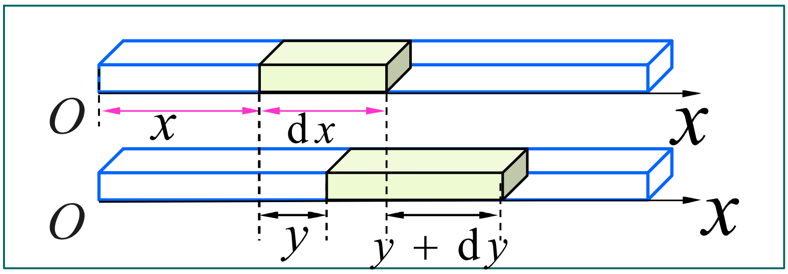
$$\therefore v=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega A\sin\omega(t-\frac{x}{u})$$

振动动能 $\mathrm{d}W_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}\rho\mathrm{d}VA^{2}\omega^{2}\sin^{2}\omega(t-\frac{x}{u})$



弹性势能 $$\mathrm{d}W_\mathrm{p} = \frac{1}{2}k(\mathrm{d}y)^2$$

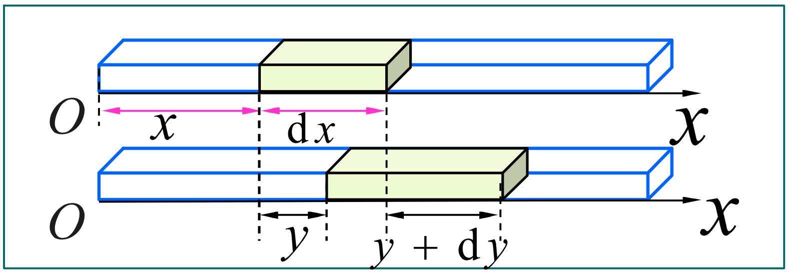
$$F = \frac{ES}{l}\Delta l \qquad \frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l} \qquad k = \frac{SE}{\mathrm{d}x}$$



$$\mathrm{d}W_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}k(\mathrm{d}y)^2 = \frac{1}{2}ES\mathrm{d}x\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\rho u^2 \mathrm{d}V\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2$$

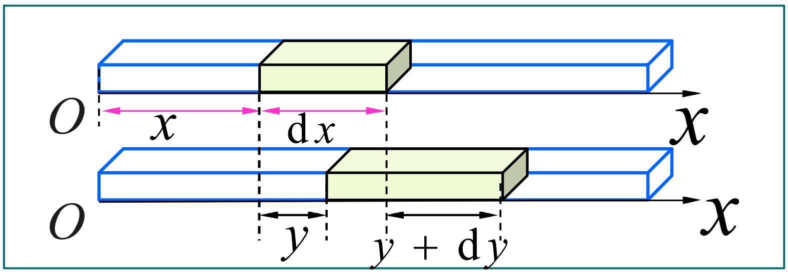
$$= \frac{1}{2}\rho \mathrm{d}V A^2\omega^2 \sin^2\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$



$$\mathrm{d}W = \rho \mathrm{d}V A^2 \omega^2 \sin^2 \omega (t - \frac{x}{u})$$

体积元的总机械能

$$\mathrm{d}W = \mathrm{d}W_{\mathrm{k}} + \mathrm{d}W_{\mathrm{p}} = \rho \mathrm{d}V A^2 \omega^2 \sin^2 \omega (t - \frac{x}{u})$$



讨 论

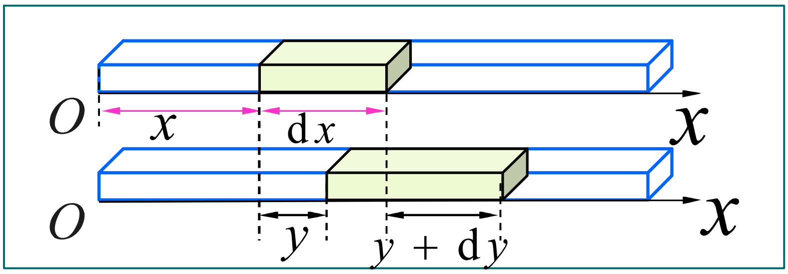
(1) 在波动传播的介质中，任一体积元的动能、势能、总机械能均随 x, t 作周期性变化，且变化是同相位的.

体积元在平衡位置时，动能、势能和总机械能均最大.

体积元的位移最大时，三者均为零.

$$\mathrm{d}W = \rho \mathrm{d}V A^2 \omega^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

（2） 任一体积元都在不断地接收和放出能量，即不断地传播能量. 任一体积元的机械能不守恒. 波动是能量传递的一种方式 .

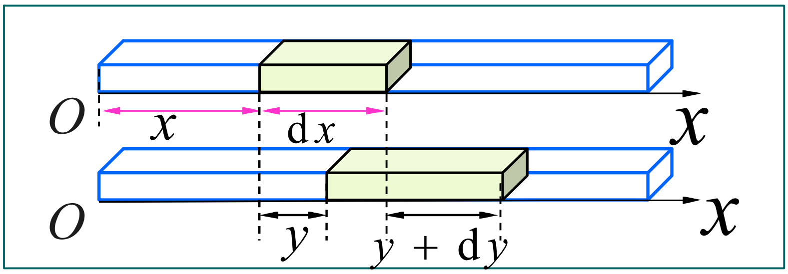


能量密度：单位体积介质中的波动能量

$$w=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}V}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

平均能量密度：能量密度在一个周期内的平均值

$$\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2$$

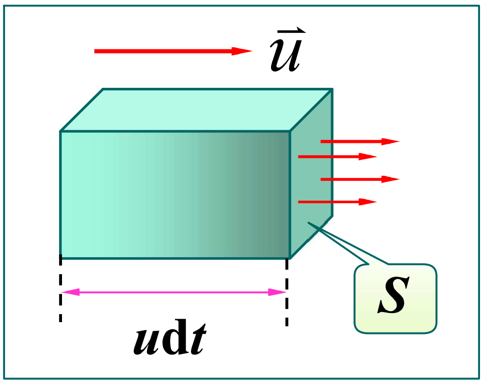


二 能流和能流密度

能流： 单位时间内垂直通过某一面积的能量.

平均能流：

$$\boxed{\overline{P} = \overline{w}uS}$$



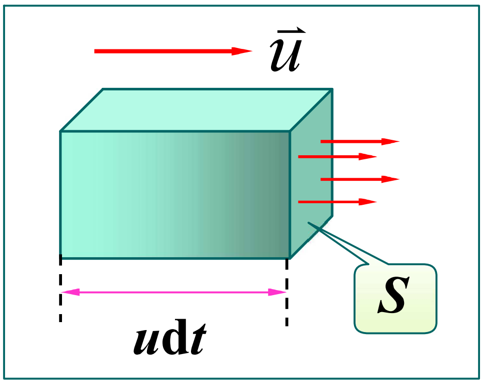
能流密度（波的强度）I:

通过垂直于波传播方向的单位面积的平均能流.

$$I=\frac{\overline{P}}{S}=\overline{w}u$$

$$\overline{P}=\overline{w}uS$$

$$I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$



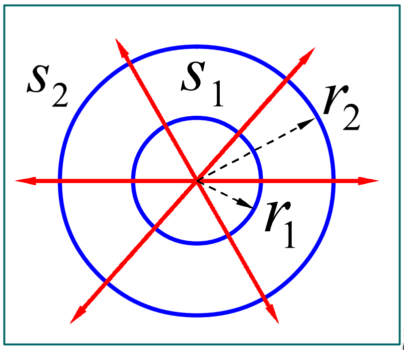
例 证明球面波的振幅与离开其波源的距离成反比，并求球面简谐波的波函数.

证 介质无吸收，通过两个球面的平均能流相等. $\overline{w}_1 u S_1 = \overline{w}_2 u S_2$

即 $\frac{1}{2}\rho A_1^2 \omega^2 u 4\pi r_1^2 = \frac{1}{2}\rho A_2^2 \omega^2 u 4\pi r_2^2$

故 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$

$$y = \frac{A_0 r_0}{r}\cos\omega\left(t - \frac{r}{u}\right)$$



选择进入下一节：

END