



# 混凝土结构设计原理

## 第5章

## 钢筋混凝土受弯构件斜截面承载力

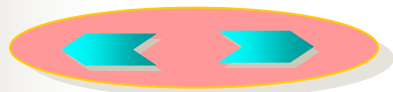
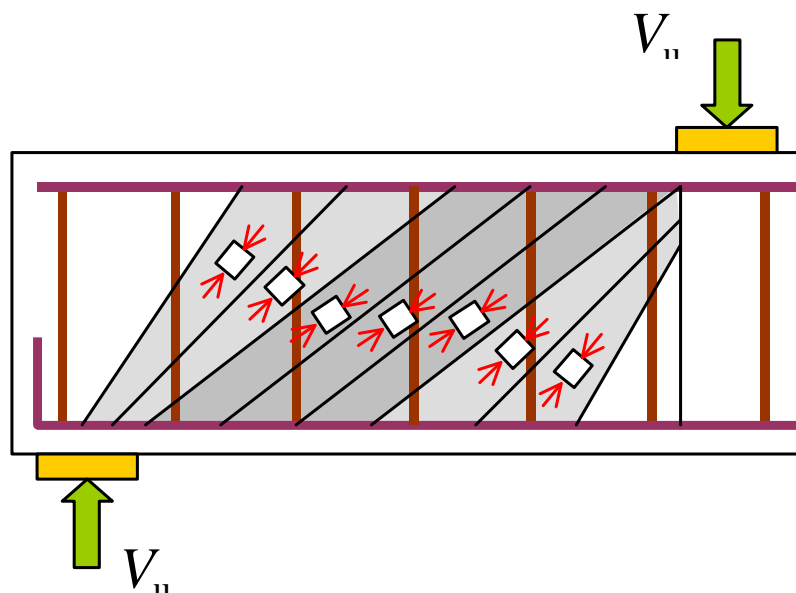
成都理工大学环境与土木工程学院

建筑工程教研室范涛



# 第5章 钢筋混凝土受弯构件 斜截面承载力计算

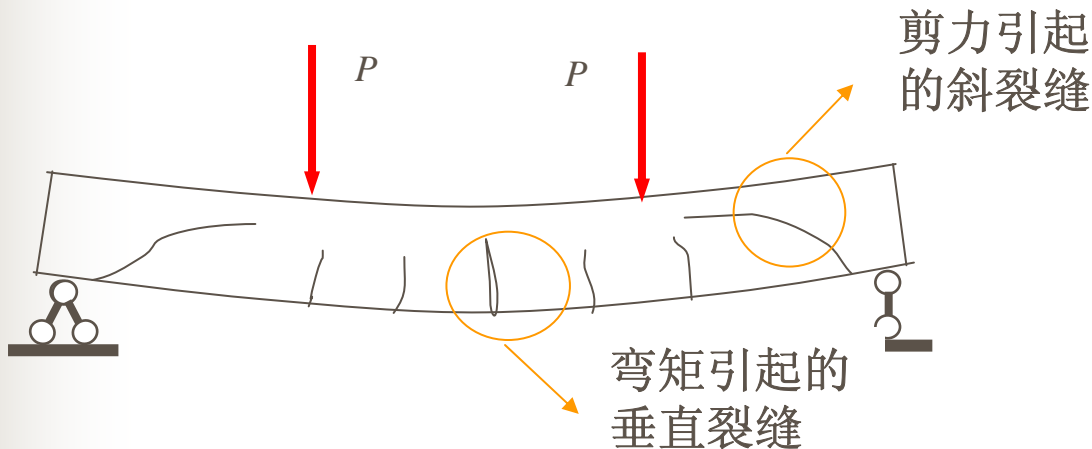
- § 5.1 概述
- § 5.2 建筑工程中受弯构件斜截面设计方法
- § 5.3 公路桥涵工程中受弯构件斜截面设计方法
- § 5.4 小结





## § 5.1 概述

### ◆回顾：受弯构件的主要破坏形态



正截面破坏

斜截面破坏

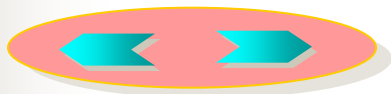
本章重点

斜截面受剪破坏

——通过抗剪计算来满足受剪承载力要求；

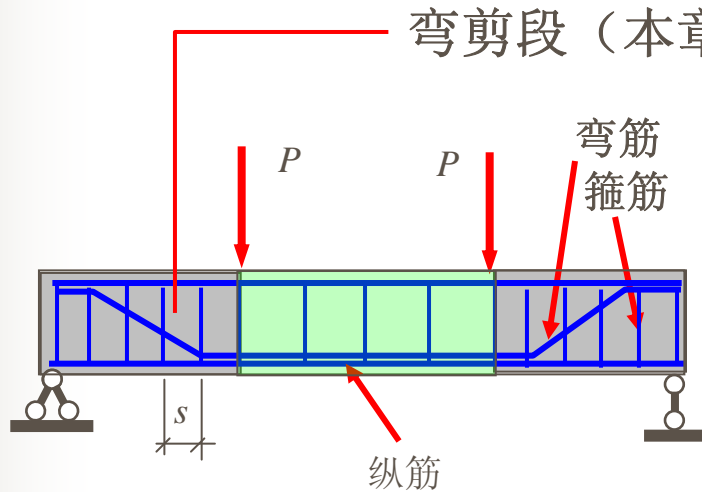
斜截面受弯破坏

——通过满足构造要求来保证受弯承载力要求。





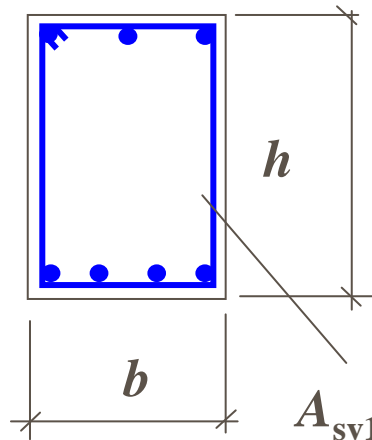
# 5.1.1 受弯构件斜截面受力与破坏分析



统称**腹筋**----帮助混凝土梁  
抵御剪力。

有腹筋梁----既有纵筋又有腹筋  
无腹筋梁----只有纵筋无腹筋

对称加载简支梁

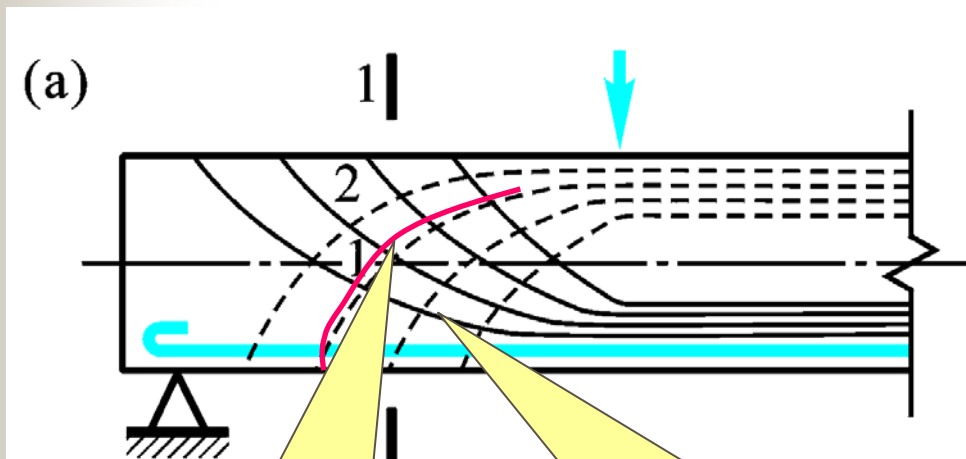


$$A_{sv} = nA_{sv1}$$

↑  
箍筋肢数

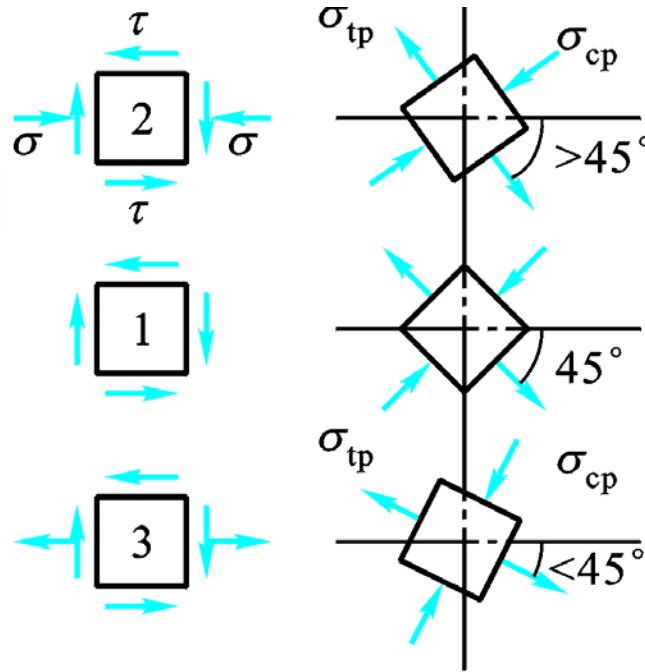


➤ 1. 斜截面开裂前的受力分析 → 材料力学分析原理



裂缝走向与主拉应力的方向垂直

主拉应力迹线



由材料力学可知：

$$\sigma_{tp} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

$$\sigma_{cp}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(-\frac{2\tau}{\sigma}\right)$$





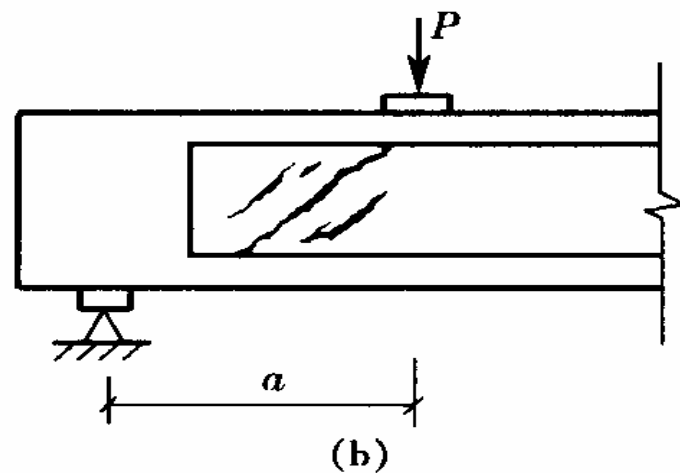
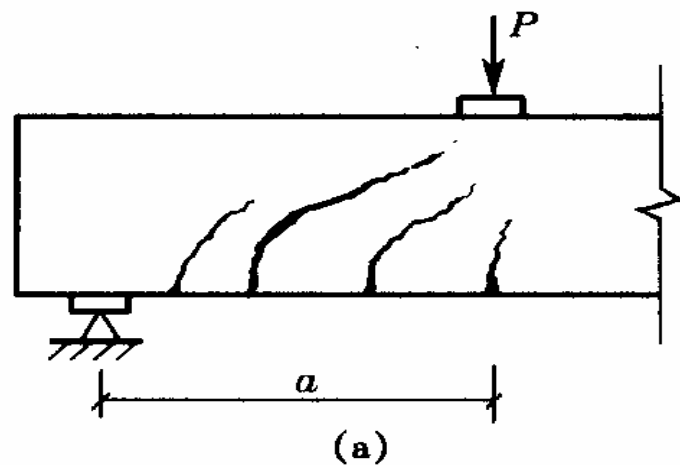
## 斜裂缝形态

➤ **弯剪型斜裂缝**——由梁底的弯曲裂缝发展而成。

● **特点：**裂缝下宽上窄

➤ **腹剪型斜裂缝**——当梁的腹板很薄或集中荷载距支座距离很小时，斜裂缝可能首先在梁腹部出现。

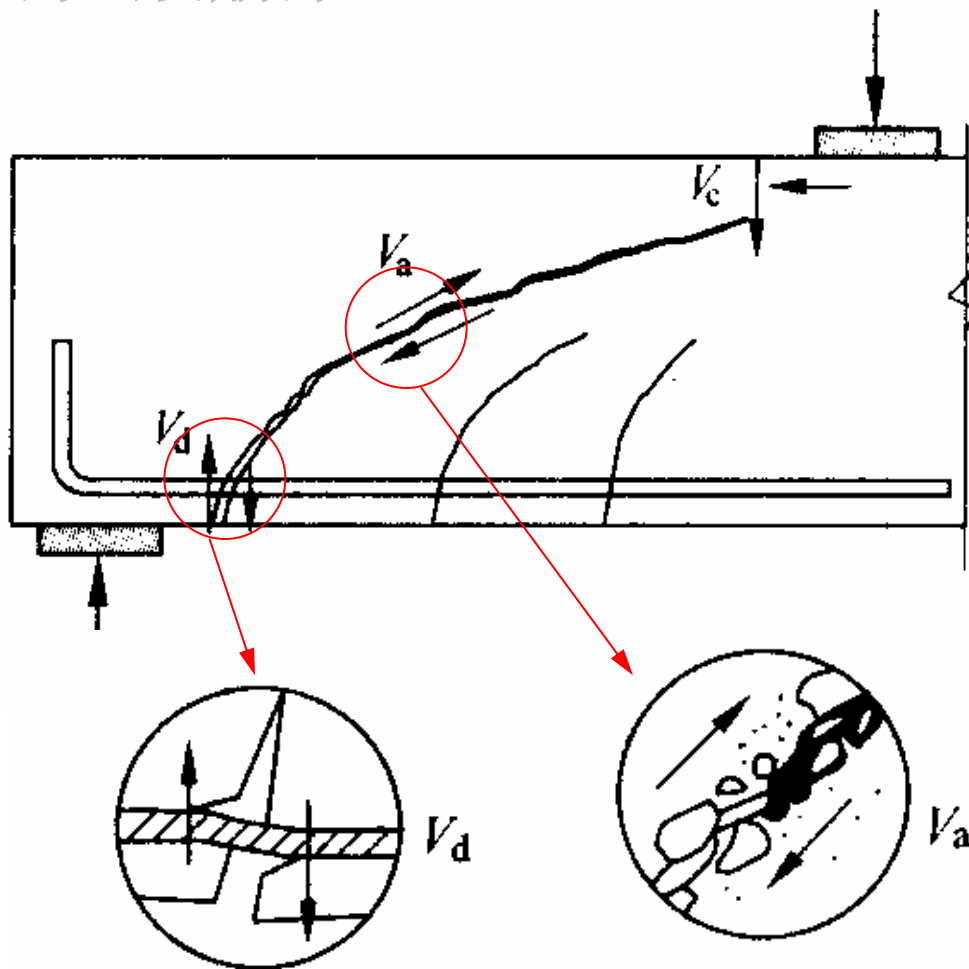
● **特点：**裂缝中间宽两头窄





## ➤2. 斜裂缝形成后的应力状态及破坏分析

### (1) 无腹筋梁——只有纵筋无腹筋

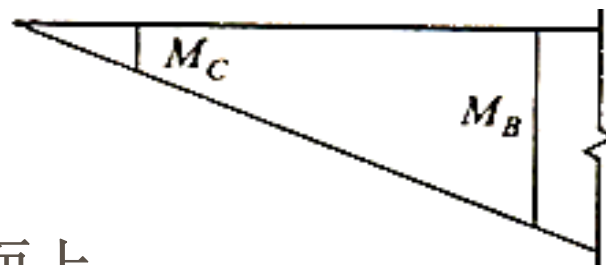
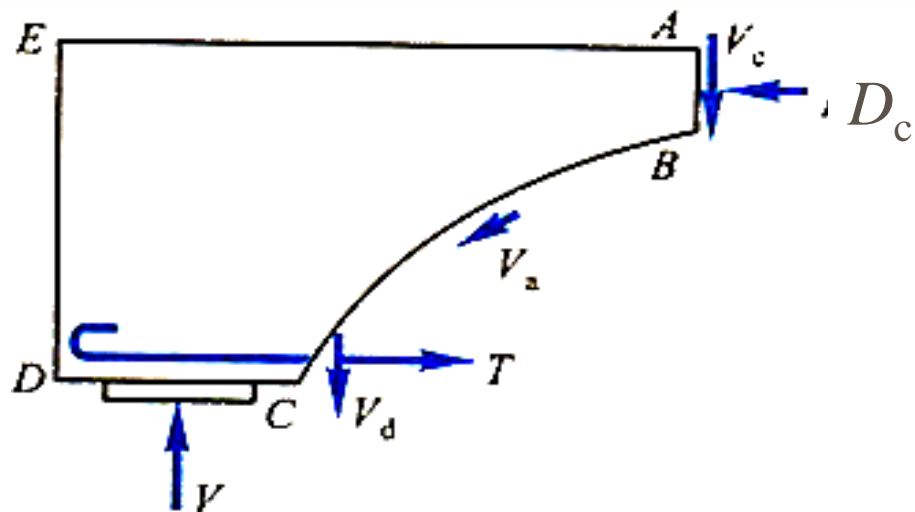




## ➤ (1) 无腹筋梁

剪力 $V$ 由几部分承担:

- (1) 剪压区剪力 $V_c$
- (2) 骨料咬合力分力 $V_{ay}$
- (3) 纵筋销栓力 $V_d$



与弯矩 $M$ 平衡的力矩:

主要是由纵向钢筋拉力 $T$ 和 $AB$ 面上混凝土上压应力合力 $D_c$ 组成的内力矩。

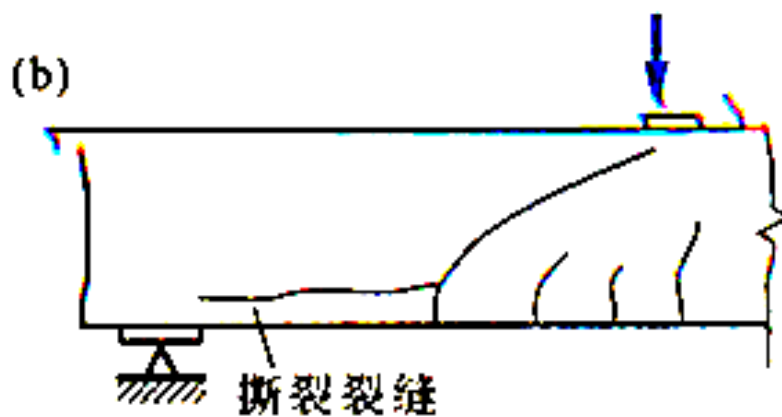
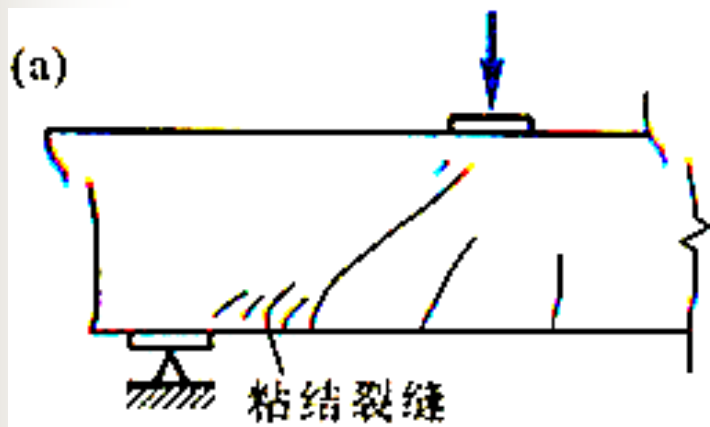




## ➤ (1) 无腹筋梁

应力状态发生变化：

- (1) 剪压区剪应力大大增大；
- (2) 剪压区压应力明显增大；
- (3) 与斜裂缝相交的纵筋应力突然增大；
- (4) 纵向钢筋拉应力的增大导致钢筋与混凝土间粘结应力的增大。



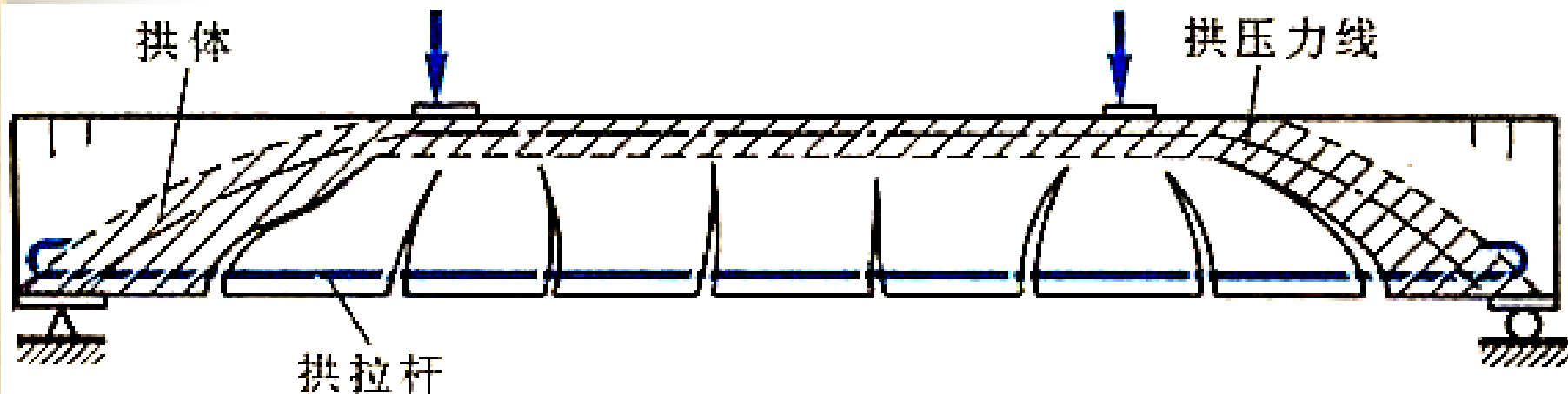


## ➤ (1) 无腹筋梁

破坏时的受力模型：**拉杆—拱结构**

临界斜裂缝的发展→混凝土剪压区高度的不断减小→在切应力和压应力的共同作用下，剪压区混凝土被压碎(拱顶破坏)→梁发生破坏。

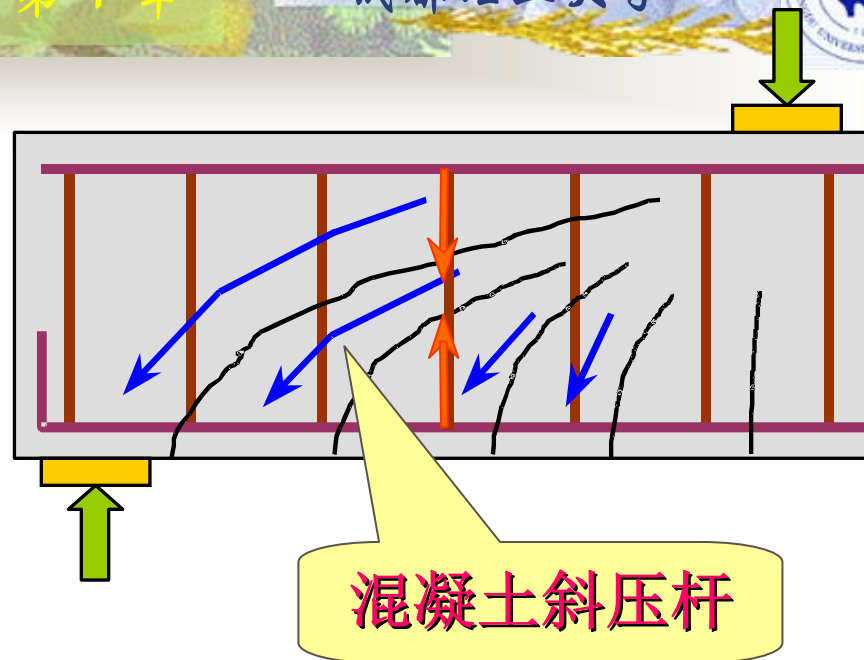
破坏时纵向钢筋拉应力往往低于其屈服强度。





## ➤ (2) 有腹筋梁

- ◆ 梁中配置箍筋，出现斜裂缝后，梁的剪力传递机构由原来无腹筋梁的**拉杆拱传递机构**转变为**桁架与拱的复合传递机构**。



- 斜裂缝间齿状体混凝土有如**斜压腹杆**
- 箍筋的作用有如**竖向拉杆**
- 临界斜裂缝上部及受压区混凝土相当于**受压弦杆**
- 纵筋相当于**下弦拉杆**



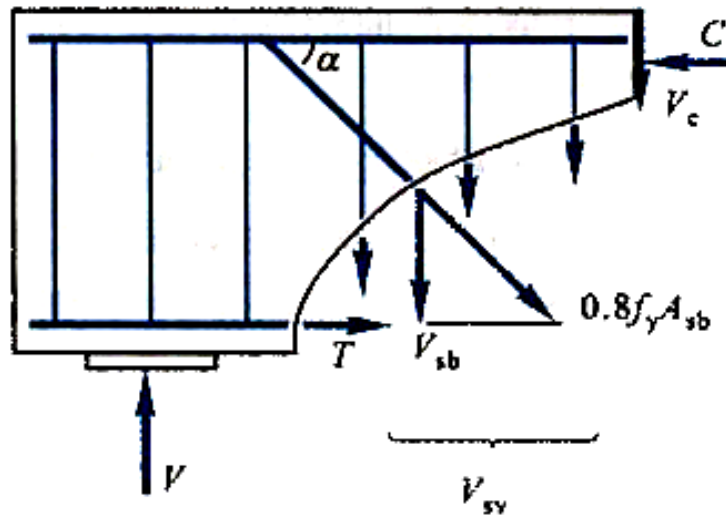
## ➤ (2) 有腹筋梁

当纵向受力钢筋在梁的端部弯起时，**弯起钢筋**起着和箍筋相似的作用 可以提高梁斜截面的抗剪承载力。

### ➤ 弯起钢筋——斜向拉杆

◆ 箍筋将齿状体混凝土传来的荷载悬吊到受压弦杆，增加了混凝土传递受压的作用；

◆ 斜裂缝间的骨料咬合作用，还将一部分荷载传递到支座（拱作用）。





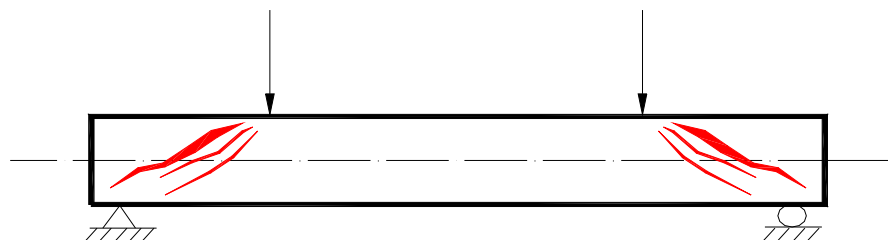
## □ 箍筋的作用

- ◆ 斜裂缝出现后，拉应力由箍筋承担，增强了梁的剪力传递能力；
- ◆ 箍筋控制了斜裂缝的开展，增加了剪压区的面积，使  $V_c$  增加，骨料咬合力  $V_a$  也增加；
- ◆ 吊住纵筋，延缓了撕裂裂缝的开展，增强了纵筋销栓作用  $V_d$ ；
- ◆ 箍筋参与斜截面的受弯，使斜裂缝出现后纵筋应力  $\sigma_s$  的增量减小。



## 5.1.2 斜截面的主要破坏形态

### 1. 斜压破坏



产生条件

$\lambda < 1.5$  或腹筋多、腹板薄。

斜压破坏：  
无腹筋梁  
有腹筋梁

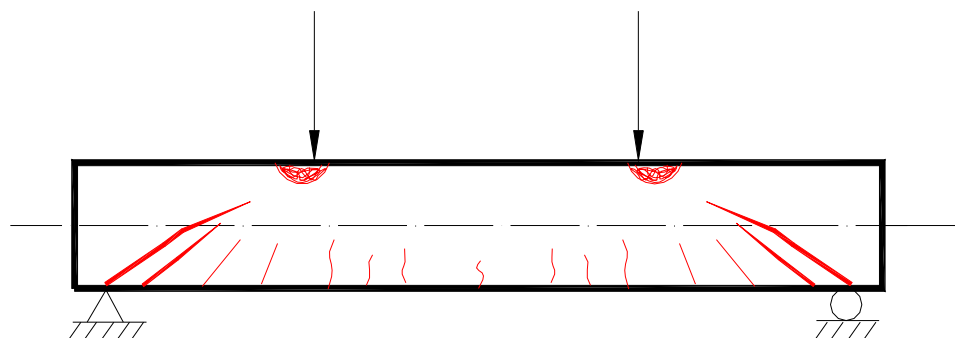
破坏特点

中和轴附近出现斜裂缝，然后向支座和荷载作用点延伸，破坏时在支座与荷载作用点之间形成多条斜裂缝，斜裂缝间混凝土突然压碎，腹筋不屈服。





## 2. 剪压破坏



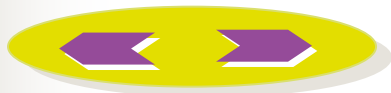
### 产生条件

1.  $1.5 \leq \lambda \leq 3$  且腹筋量适中。

### 破坏特点

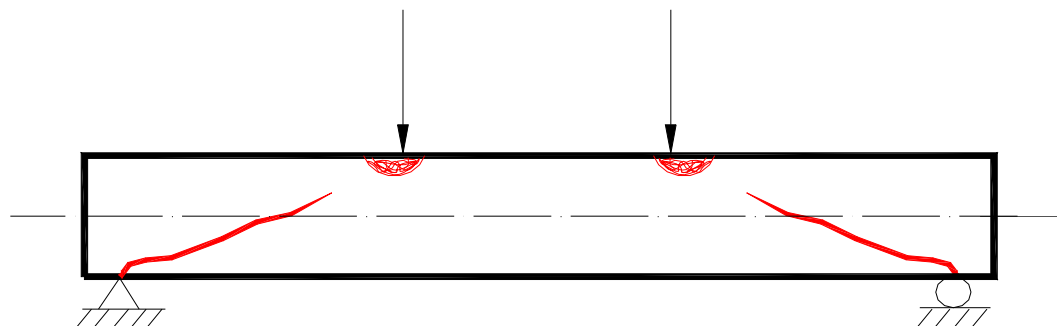
受拉区边缘先开裂，然后向受压区延伸。破坏时，与临界斜裂缝相交的腹筋屈服，受压区混凝土随后被压碎。

剪压破坏：  
无腹筋梁  
有腹筋梁





### 3. 斜拉破坏



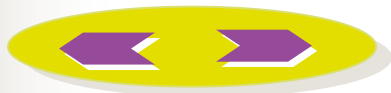
产生条件

$\lambda > 3$  且腹筋量少。

破坏特点

受拉边缘一旦出现斜裂缝便急速发展，构件很快破坏。

斜拉破坏：  
无腹筋梁  
有腹筋梁



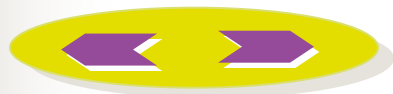
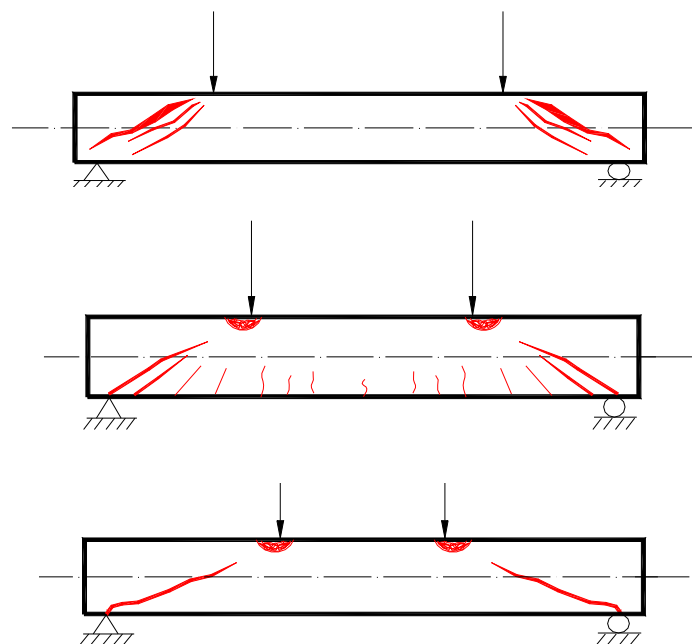
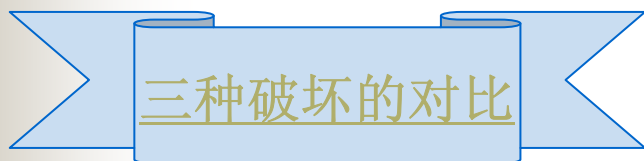




## ◆三种破坏的对比

1) **破坏性质**: 普遍带有脆性, 斜拉破坏脆性最明显, 斜压破坏其次, 剪压破坏稍好。

2) **抗剪承载力**: 斜压破坏 > 剪压破坏 > 斜拉破坏





## 5.1.2 影响斜截面承载力的主要因素

### 1. 剪跨比和跨高比

剪跨比的定义:

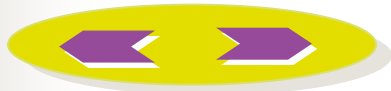
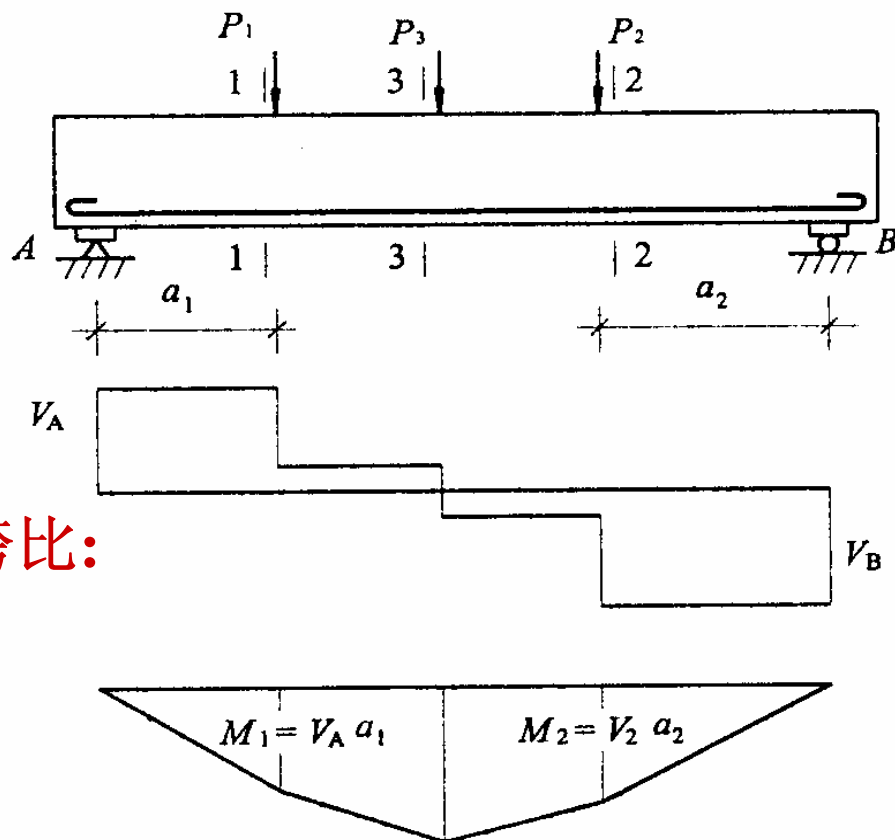
$$\lambda = \frac{M}{Vh_0}$$

...5-1

集中荷载下的简支梁计算剪跨比:

$$\lambda_1 = \frac{M_1}{V_A h_0} = \frac{V_A a_1}{V_A h_0} = \frac{a_1}{h_0}$$

$$\lambda_2 = \frac{M_2}{V_B h_0} = \frac{V_B a_2}{V_B h_0} = \frac{a_2}{h_0}$$

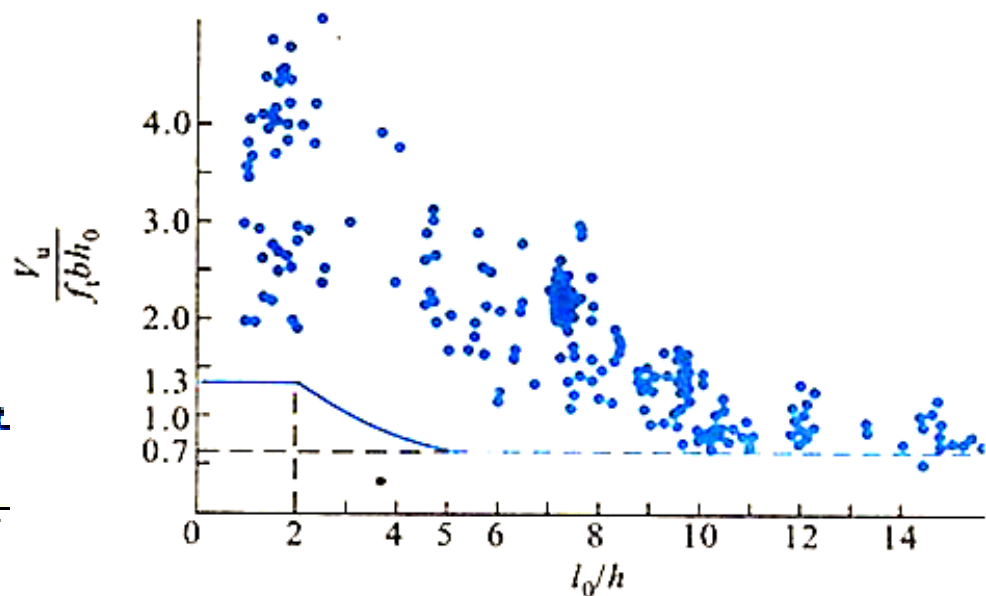
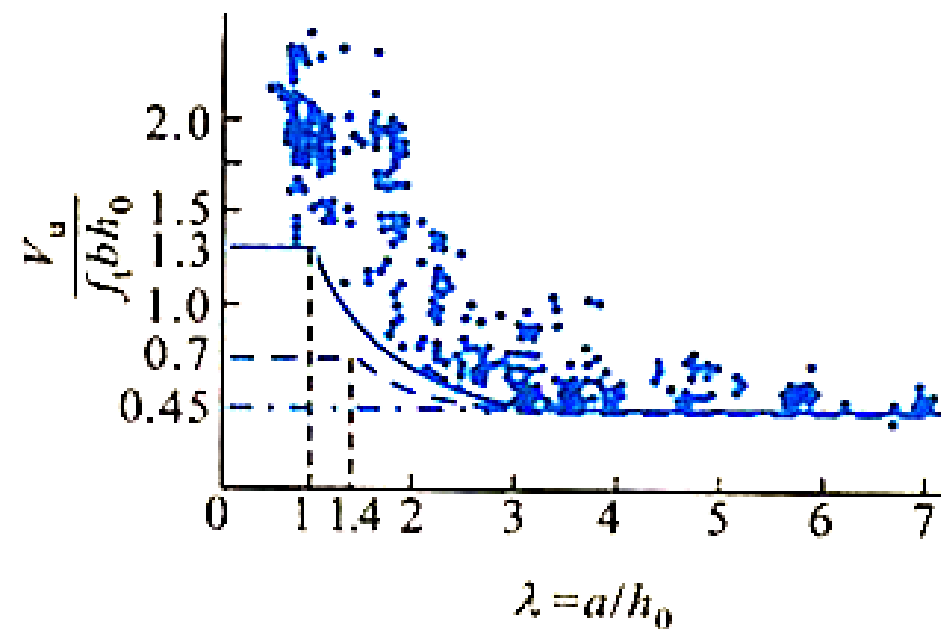




## 1. 剪跨比和跨高比

承受集中荷载的梁，随着的剪跨比的增大，受剪承载力下降。

承受均有荷载作用的梁，构件跨度与截面高度之比(简称跨高比)  $l_0/h$  是影响受剪承载力的主要因素，随着跨高比的增大受剪承载力降低。





## 2.腹筋（箍筋和弯起钢筋）配筋率

腹筋的数量增多时，斜截面的承载力增大。

## 3.混凝土强度等级

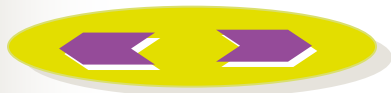
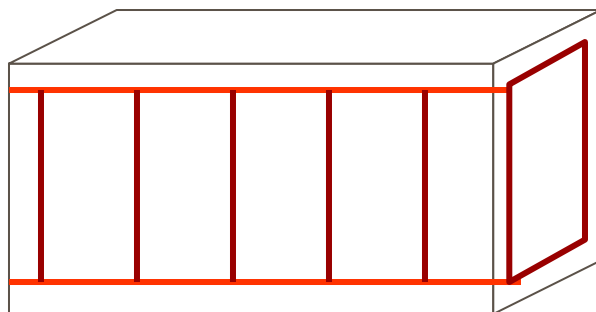
斜拉破坏主要取决于混凝土的抗拉强度。剪压破坏和斜压破坏则主要取决于混凝土的抗压强度。

## 4.纵筋配筋率

在其他条件相同时，纵筋配筋率越大，斜截面承载力也越大。

## 5. 其他因素

- (1) 截面形状
- (2) 预应力
- (3) 梁的连续性





## 5.1.4 防止斜截面破坏的承载力条件

斜截面上有剪力，也有弯矩。为了防止斜截面破坏，要求：

$$V \leq V_u$$

...5-5

$$M \leq M_u$$

...5-6

**我国规范规定：**式（5）通过**计算**满足；  
式（6）用**构造措施**保证。



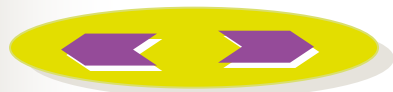


## § 5.2 建筑工程中受弯构件斜截面设计方法

### 5.2.1 一般受弯构件斜截面设计

### 5.2.2 深受弯构件斜截面设计

本章重点





## 5.2.1 一般受弯构件斜截面设计

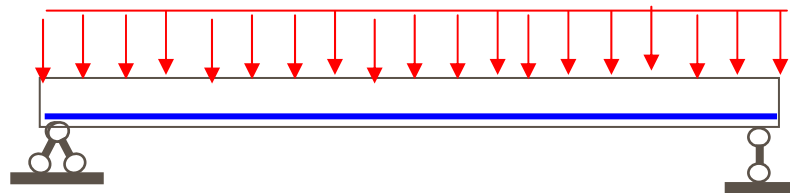
### 1. 受弯构件斜截面受剪承载力的计算

(1) 不配置箍筋和弯起钢筋的一般板类受弯构件

特点：荷载不大，剪力较小，一般不配箍筋和弯起钢筋，不必进行斜截面承载力的计算。当板上承受的荷载较大时，需要对其斜截面承载力进行计算。

$$V_c = 0.7 \beta_h f_t b h_0$$

$$\beta_h = \left( \frac{800}{h_0} \right)^{1/4}$$



$\beta_h$  - 截面高度影响系数。

当  $h_0$  小于 800mm 时取  $h_0 = 800\text{mm}$

当  $h_0 \geq 2000\text{mm}$  时取  $h_0 = 2000\text{mm}$





**【补充例题1】** 已知一简支板，位于一类环境，采用混凝土等级为C20，纵向受拉钢筋采用HRB335级钢筋，板的计算长度为3m，宽度为1m，均布荷载在板内产生的最大剪力设计值为210kN。试确定板厚。

**解：** (1) 确定计算参数：

查附表1， $f_t = 1.1 \text{N/mm}^2$ ，取 $a_s = 25 \text{mm}$

(2) 求板的有效高度 $h_0$ ：

假定 $h_0 < 800 \text{mm}$ ，由公式(5-4)可得：

$$\beta_h = \left( \frac{800}{800} \right)^{1/4} = 1$$

由

$$V_c = 0.7 \beta_h f_t b h_0$$

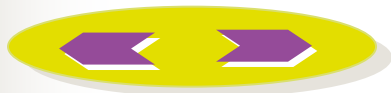
→

$$h_0 \geq \frac{210 \times 10^3}{0.7 \times 1 \times 1.1 \times 1000} = 272.73 \text{mm}$$

(3) 确定板的厚度：

$$h_0 = h + a_s = 272.73 + 25 = 297.73 \text{mm}$$

**取 $h = 300(\text{mm}) > l_0 / 35 = 3000 / 35 = 85.71 \text{mm}$**







## (2)有腹筋梁

### ①一般情况计算公式

$$\sum Y = 0$$

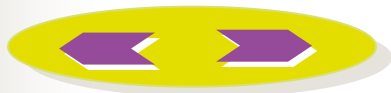
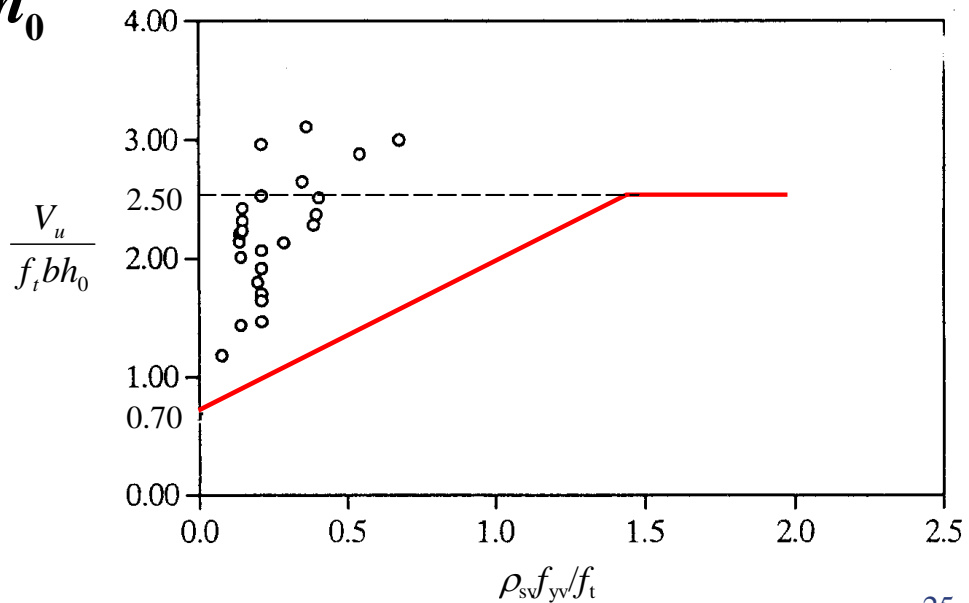
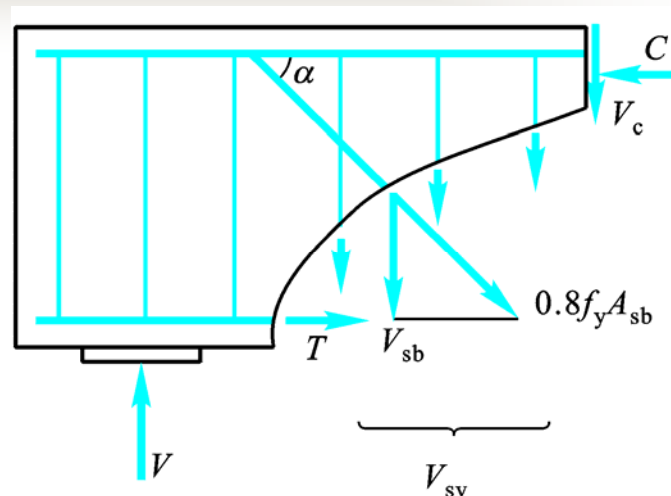
$$V \leq V_c + V_{sv} + V_{sb}$$

$$= V_{cs} + V_{sb}$$

$$V_{cs} = 0.7 f_t b h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0$$

$$V_{sb} = 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha$$

考虑到弯筋位于斜裂缝顶端时达不到屈服强度而引入的修正系数





$$V \leq 0.7 f_t b h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha$$

$A_{sv}$  ——配置在同一截面内**箍筋各肢**的全部截面面积； $A_{sv} = nA_{sv1}$

$S$  ——沿构件长度方向的箍筋间距；

$A_{sb}$  ——同一弯起平面内弯起钢筋截面面积；

$\alpha$  ——弯起钢筋与构件轴线的夹角。

一般情况

矩形截面梁承受均布荷载作用的情况

T形截面梁和工字形截面梁不论受何种荷载作用的情况





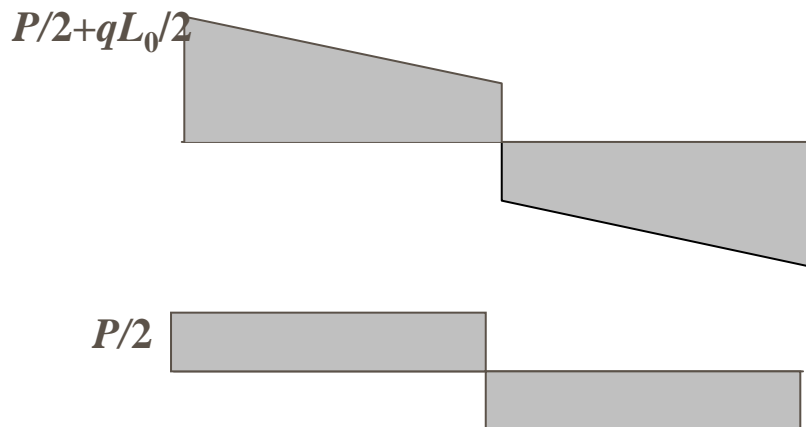
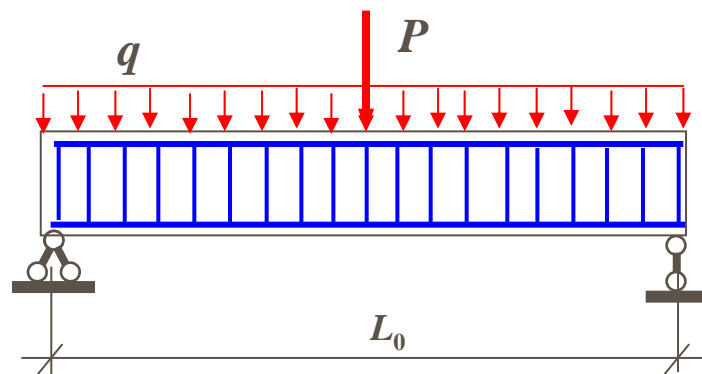
## ②集中荷载下的独立梁（矩形截面）

$$V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0$$

集中荷载下或集中荷载引起的支座边缘的剪力占总剪力75%以上的独立梁



$$\frac{P/2}{P/2 + qL_0/2} \geq 0.75$$

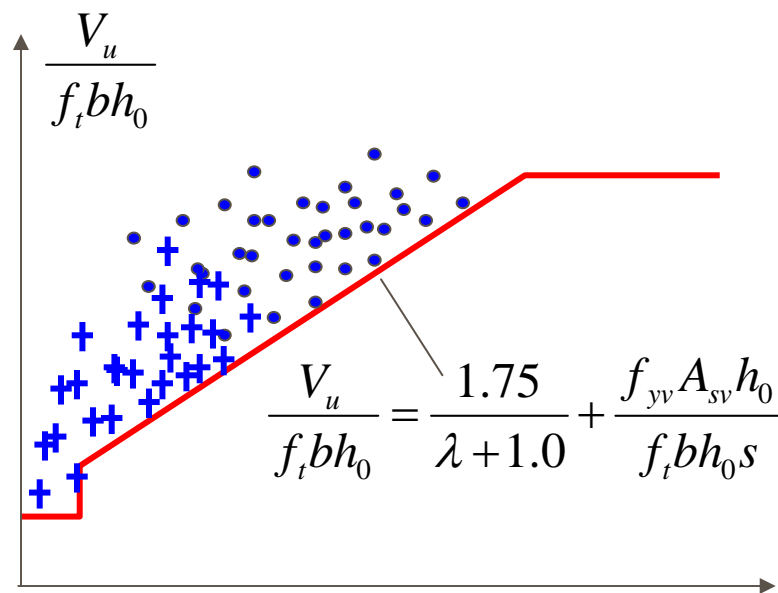




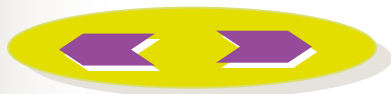
## ②集中荷载下的独立梁（矩形截面）

$$V \leq \frac{1.75}{\lambda + 1} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha$$

$\lambda$ ——计算截面的剪跨比，  
可取  $\lambda = a/h_0$ ， $a$ 为集中荷载作用点至支座或节点的距离；  
当  $\lambda < 1.5$ 时，取  $\lambda = 1.5$ ； 当  
 $\lambda > 3$ 时，取  $\lambda = 3$ 。



$$\frac{f_{yv} A_{sv} h_0}{f_t b h_0 s} = \rho_{sv} \frac{f_{yv}}{f_t}$$





## ③计算公式的适用范围

适用剪压破坏

❖ 为了防止斜压破坏，要求：

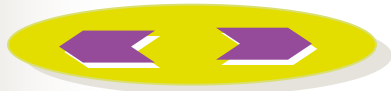
$$\text{当 } h_w / b \leq 4 \text{ 时 } \quad V \leq 0.25 \beta_c f_c b h_0 \quad \dots 5-10$$

$$\text{当 } h_w / b \geq 6 \text{ 时 } \quad V \leq 0.2 \beta_c f_c b h_0 \quad \dots 5-11$$

当  $h_w / b = 4 \sim 6$  时

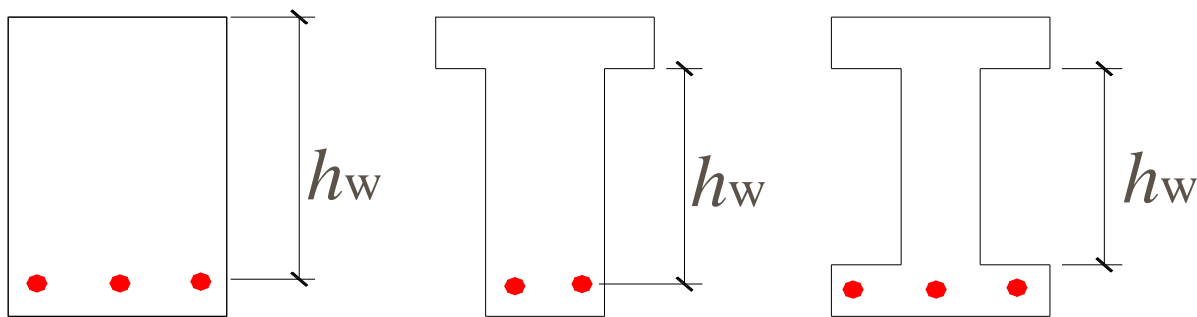
$$V \leq 0.025(14 - h_w / b) \beta_c f_c b h_0 \quad \dots 5-12$$

$\beta_c$ ——混凝土强度影响系数，当  $f_{cu,k} \leq \mathbf{C50}$  时，取  $\beta_c = \mathbf{1.0}$ ；  
当混凝土强度等级为  $\mathbf{C80}$  时，取  $\beta_c = \mathbf{0.8}$ ；其间接  
线性内插法取用。





$h_w$  ——截面的腹板高度，按下图确定：

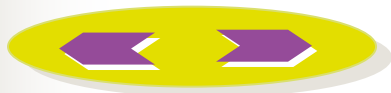


梁的腹板高度

$$h_w = h_0$$

$$h_w = h_0 - h'_f$$

$$h_w = h - h_f - h'_f$$



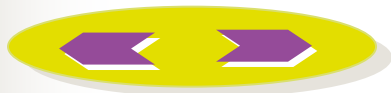


❖ 为了防止斜拉破坏，要求：

1) 箍筋的间距应满足表5-1要求：

表5-2

梁高 $h$ / mm	$V > 0.7f_tbh_0$	$V \leq 0.7f_tbh_0$
$150 < h \leq 300$	150	200
$300 < h \leq 500$	200	300
$500 < h \leq 800$	250	350
$h > 800$	300	600

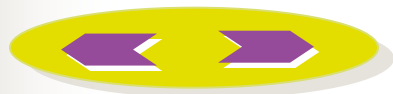




## 2) 箍筋的直径满足表5-2要求:

表5-3

梁高 $h$ (mm)	箍筋直径(mm)
$h \leq 800$	6
$h > 800$	8







3) 当  $V > 0.7 f_t b h_0$  时, 配箍率尚应满足:

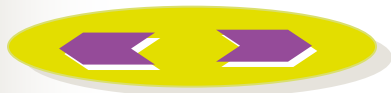
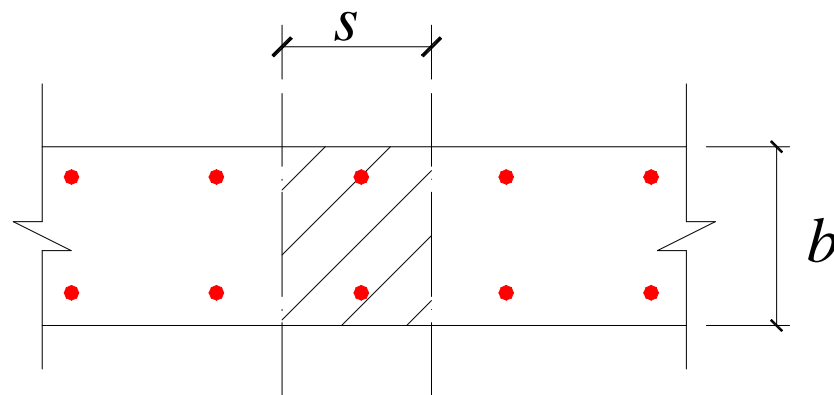
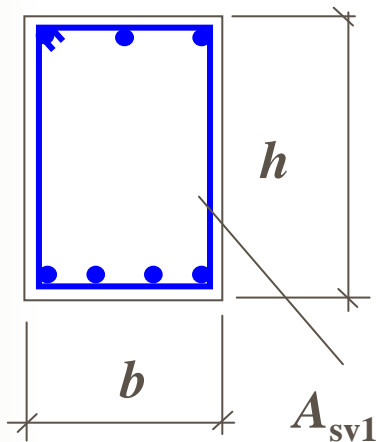
$$\rho_{sv} \geq \rho_{sv, \min} = 0.24 \frac{f_t}{f_{yv}} \quad \dots 5-12$$

配箍率的定义:

$$\rho_{sv} = \frac{A_{sv}}{sb}$$

$$A_{sv} = nA_{sv1}$$

↓  
箍筋肢数





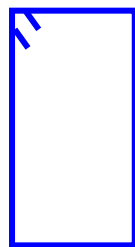
# 箍筋的形式

$$A_{sv} = nA_{sv1}$$

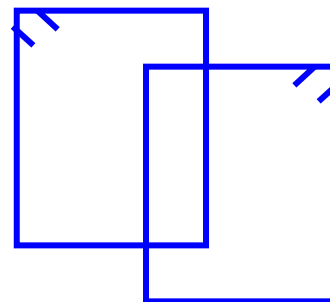
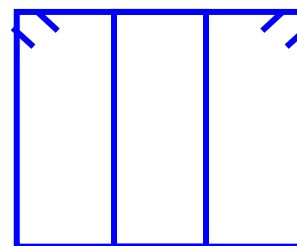
↓  
箍筋肢数



单肢箍  $n=1$



双肢箍  $n=2$



四肢箍  $n=4$



## ④可以按构造配置箍筋的条件

当满足下列条件时，可按表5-1和表5-2配筋。

一般情况：

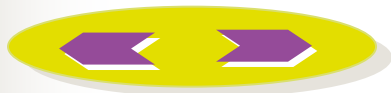
$$V \leq 0.7 f_t b h_0$$

...5-13

集中荷载下的独立梁：

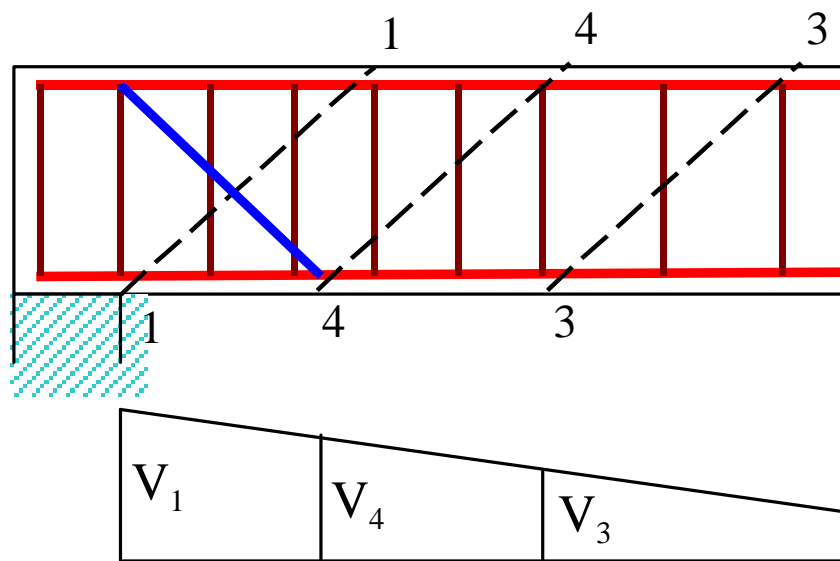
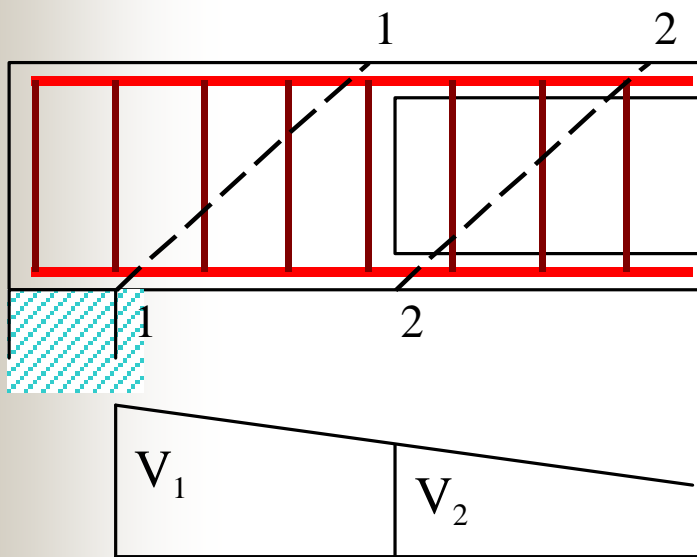
$$V \leq \frac{1.75}{\lambda + 1} f_t b h_0$$

...5-14





### (3) 斜截面受剪承载力的计算位置

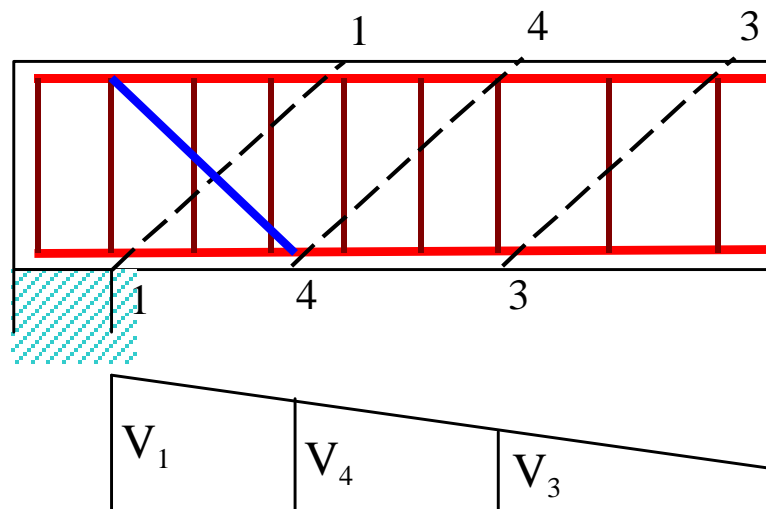
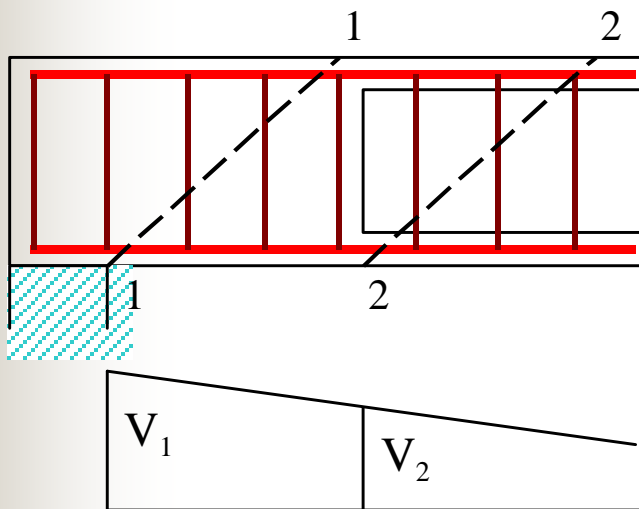


- 支座边缘截面（1-1）；
- 腹板宽度改变处截面（2-2）；
- 箍筋直径或间距改变处截面（3-3）；
- 受拉区弯起钢筋弯起点处的截面（4-4）。

**注意：**弯起钢筋距支座边缘距离  $s_1$  及弯起钢筋之间的距离  $s_2$  均不应大于箍筋最大间距  $s_{max}$ 。



计算截面处的剪力设计值的取用



- ① 支座边缘处的截面，取箍筋数量开始改变处的剪力值。
- ② 箍筋数量改变处的截面，取箍筋数量开始处的剪力值。
- ③ 从支座算起第一排弯起钢筋，取支座边缘处的剪力值。
- ④ 以后各排弯起钢筋时，取前排弯起钢筋弯起点处的剪力值。



## (4) 斜截面承载力计算步骤——A. 截面设计

① 确定计算截面及其剪力设计值。



② 验算截面尺寸是否足够；

为什么？

$$V \leq 0.25\beta_c f_c b h_0$$

$$V \leq 0.2\beta_c f_c b h_0$$

若不满足调整截面尺寸

③ 验算是否可以按构造配筋；

$$V \leq 0.7 f_t b h_0$$

$$V \leq \frac{1.75}{\lambda + 1} f_t b h_0$$

④ 当不能按构造配箍筋时，计算腹筋用量；

仅配箍筋

箍筋+弯起钢筋

⑤ 验算箍筋间距、直径和最小配箍率是否满足要求。



⑥ 绘出配筋图。

为什么？

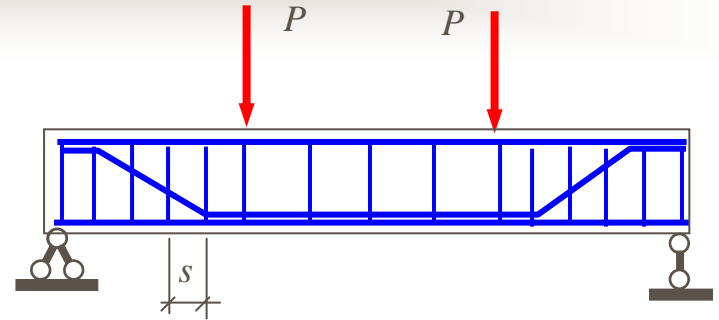


下一页：计算腹筋



● 计算腹筋用量

● 方法一



$$V = V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.8 f_{yb} A_{sb} \sin \alpha$$

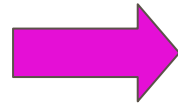
(0.7)                      (1.25)

可预先选定或不配置弯筋

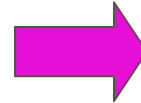
求

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A_{sv}}{s} \\ \frac{A_{sv}}{s} \end{array} \right.$$

选定  $s$



$$A_{sv}$$

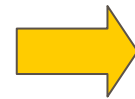


$$\rho_{sv} \geq \rho_{sv \min} = 0.24 f_t / f_{yv}$$

选定  $A_{sv1}$



$$s \leq s_{\max}$$

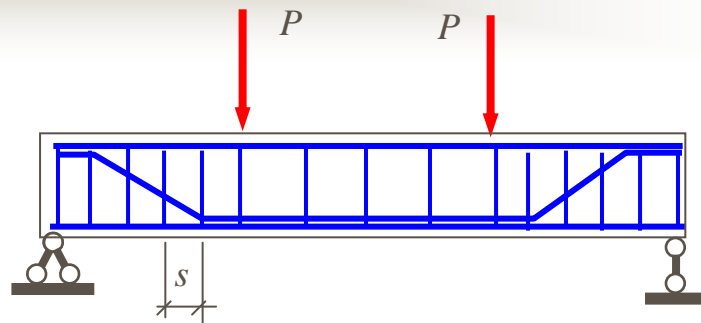


$$\rho_{sv} \geq \rho_{sv \min}$$



● 计算腹筋用量

● 方法二



$$V = V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.8 f_{yb} A_{sb} \sin \alpha$$

(0.7)                      (1.25)

求:  $A_{sb} = \frac{V - V_{cs}}{0.8 f_{yv} \sin \alpha}$

预先选定  $A_{sv}$

选定  $A_{sv}$   
( $d \geq d_{max}$ )

选定  $S \leq S_{max}$

满足  $\rho_{sv} \geq \rho_{sv min} = 0.24 f_t / f_{yv}$  ➡ 计算  $V_{cs}$

◆ (5) 计算例题





## (4) 斜截面承载力计算步骤——b. 截面复核

① 根据已知条件检验已配箍筋是否满足构造要求，如果不满足，则应该调整或只考虑混凝土的抗剪承载力( $V_c$ )。



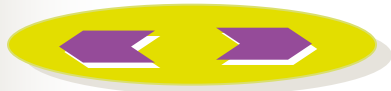
② 验算已配箍筋是否满足最小配箍率的要求，如果不满足，则只考虑混凝土的抗剪承载力( $V_c$ )。



③ 当前面2个条件都满足时，则可将已知条件直接代入有关公式复核斜截面承载力。



④ 验算截面尺寸是否满足要求，如果不满足要求则应重新设计。



【补充例题2】



**【补充例题2】** 已知有一钢筋混凝土矩形截面简支梁，安全等级二级，处于一类环境，两端搁在240mm厚的砖墙上，梁的净跨为3.5m，矩形截面尺寸为 $b \times h = 200\text{mm} \times 450\text{mm}$ ，混凝土强度等级为C25，箍筋采用HPB235级钢筋，弯起钢筋用HRB335级钢筋，在支座边缘截面配有双肢箍筋 $\Phi 8 @ 150$ ，并有弯起钢筋 $2 \Phi 12$ ，弯起角 $\alpha$ 为 $45^\circ$ ，荷载 $q$ 为均布荷载设计值(包括自重)。求该梁可承受的均布荷载设计值 $q$ ?

解题思路



均布荷载作用下的简支梁:

$$V = \frac{1}{2}ql$$

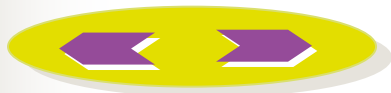


$$V \leq V_u, \text{即: } \frac{1}{2}ql \leq V_u$$



$$q \leq \frac{V_u}{1/2l}$$

$$V_u = V_{cs} + V_{sb}$$





解：① 确定计算参数

$$f_c = 11.9 \text{ N/mm}^2, f_t = 1.27 \text{ N/mm}^2, f_{yv} = 210 \text{ N/mm}^2, \\ f_y = 300 \text{ N/mm}^2, A_{sv1} = 50.3 \text{ mm}^2, A_{sb} = 226 \text{ mm}^2$$

C25 混凝土： $a_s = 35 \text{ mm}$ ，则  $h_0 = h - a_s = 415 \text{ mm}$ 。

② 验算配箍率

$$\rho_{sv \min} = 0.24 f_t / f_{yv} = 0.24 \times \frac{1.27}{210} = 0.145\%$$

$$\rho_{sv} = \frac{A_{sv}}{sb} = \frac{nA_{sv1}}{sb} = \frac{2 \times 50.3}{150 \times 200} = 0.335\%$$

$> \rho_{sv \min}$ ，满足要求。

③ 计算斜截面承载力设计值  $V_u$

$$V_u = V_{cs} + V_{sb} = 0.7 f_t b h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha$$

$$= 0.7 \times 1.27 \times 200 \times 415 + 1.25 \times 210 \times \frac{2 \times 50.3}{150} \times 415 + 0.8 \times 300 \times 226 \times 0.707$$

$$= 185.20 \text{ kN}$$



- 解：
- ① 确定计算参数
  - ② 验算配箍率
  - ③ 计算斜截面承载力设计值  $V_u$
  - ④ 计算均布荷载设计值  $P$

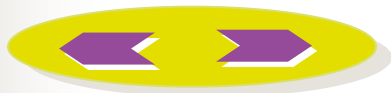
$$q = \frac{V_u}{1/2l} = \frac{2 \times 185.2}{3.5} = 105.83 \text{ kN/m}$$

- ⑤ 验算截面限制条件：

$$\frac{h_w}{b} = \frac{415}{200} = 2.08 < 4, \text{ 属一般梁。}$$

$$0.25 f_c b h_0 = 0.25 \times 11.9 \times 200 \times 415 = 246.9 \text{ kN} > V_u = 185.20 \text{ kN}$$

满足要求，故该梁可以承受的均布荷载设计值为 **105.83kN/m**。





## 2. 斜截面的构造要求

斜截面受剪破坏  
斜截面受弯破坏

$$M_u^{\text{斜}} = T_s Z + T_v Z_{sv} + T_b Z_{sb}$$

$$M_u^{\text{正}} = T_s Z$$

一般情况下

$$M_u^{\text{斜}} > M_u^{\text{正}}$$

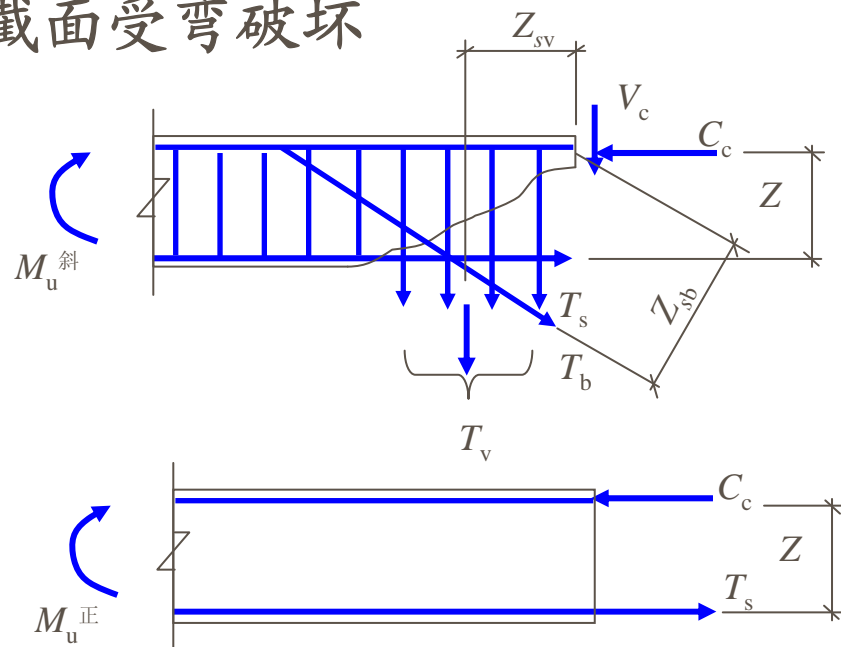
斜截面受弯承载力总能满足

异常情况

支座处纵筋锚固不足

纵筋弯起、切断不当

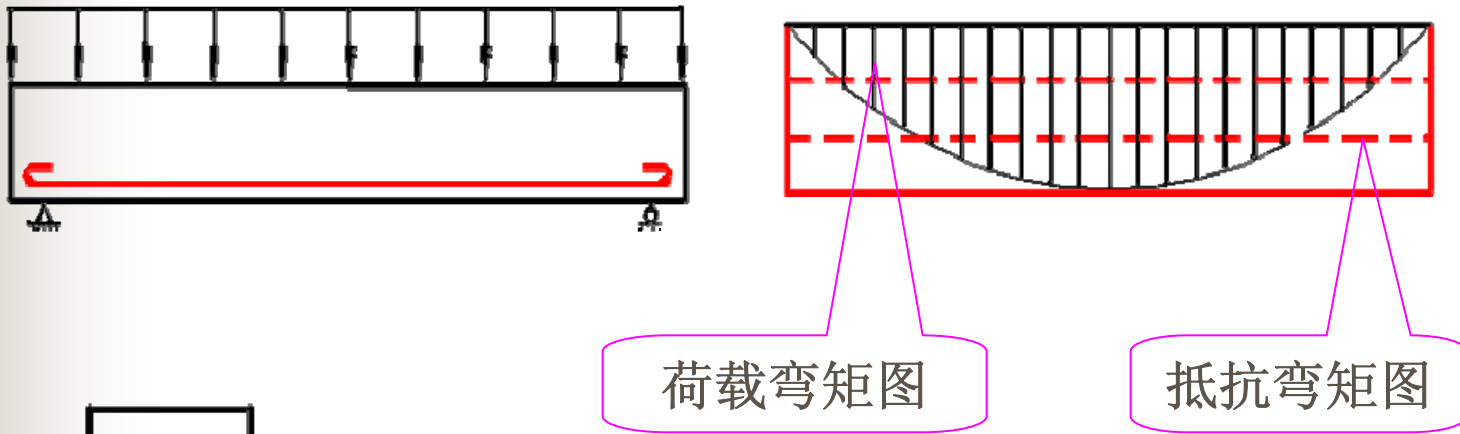
需采取构造措施





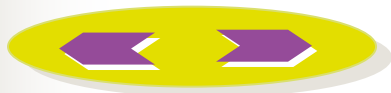
# (1) 正截面受弯承载力图（材料图）的概念

**材料图**——按实际配置的纵向钢筋绘制的梁上各正截面所能承受的弯矩图，也称**抵抗弯矩图**。



保证斜截面抗弯承载力的条件：

抵抗弯矩各截面不小于荷载弯矩，  
或抵抗弯矩图要包住荷载弯矩图。





## ①材料图的作法

按梁正截面承载力计算的**纵向受力钢筋**是以同符号弯矩区段的最大弯矩为依据求得的，该最大弯矩处的截面称为**控制截面**。

$$\text{实际选定纵筋} A_s \Rightarrow \xi = \frac{f_y A_s}{\alpha_1 f_c b h_0} \Rightarrow M_u = f_y A_s (h_0 - 0.5 \xi)$$

抵抗弯矩  $M_u$  与  $A_s$  的关系：

$$M_u = A_s h_0 f_y - \frac{0.5 f_y^2 A_s}{\alpha_1 f_c b} A_s^2$$

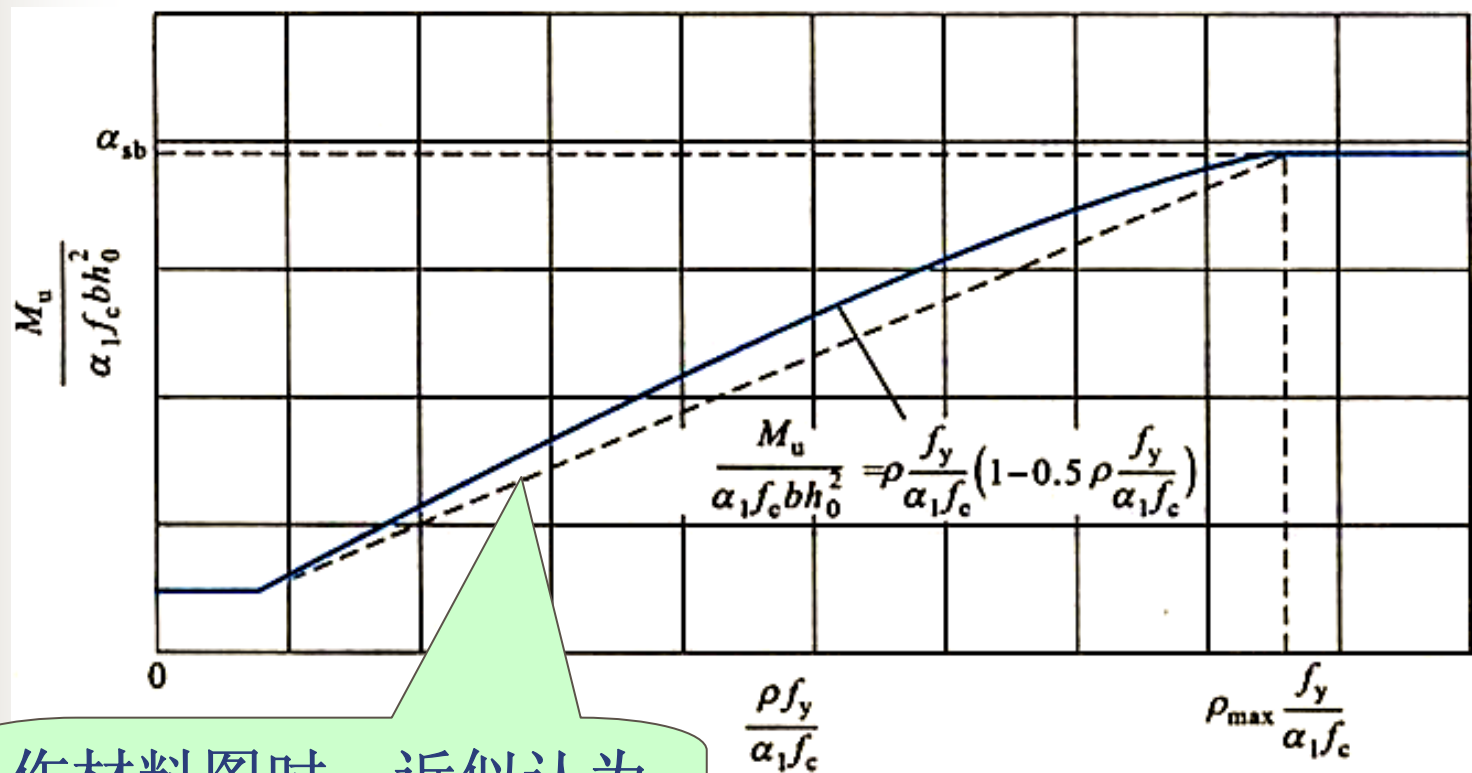
或

$$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \rho \frac{f_y}{\alpha_1 f_c} \left(1 - 0.5 \rho \frac{f_y}{f_c}\right)$$

抵抗弯矩  $M_u$   
与  $A_s$  为二次  
曲线关系



抵抗弯矩 $M_u$ 与 $A_s$ 的关系:



作材料图时，近似认为 $M_u$ 与 $A_s$ 为线性关系。

每根钢筋所能承担的  $M_{ui}$  为:

$$M_{ui} = M_u \frac{A_{si}}{A_s}$$





# A. 纵向钢筋全部伸入支座

→ 施工方便，但不经济

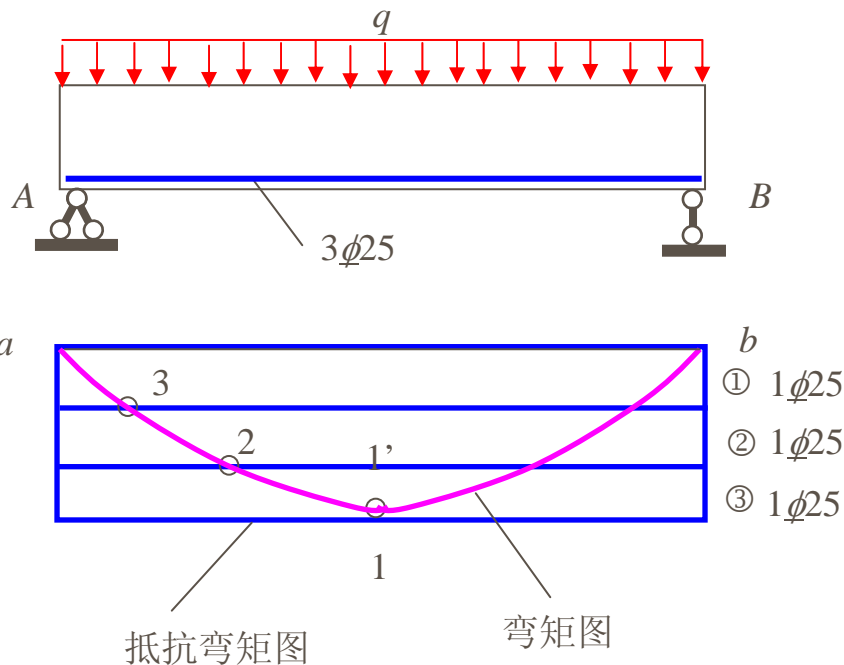
$$M_u = f_y A_s (h_0 - 0.5 \frac{A_s f_y}{f_c b})$$

$$M_{ui} = M_u A_{si} / A_s$$

画出每个截面的抵抗弯矩

## 抵抗弯矩图

- 1、2、3分别为③、②、①筋的充分利用点
- 2、3、a分别为③、②、①筋的不需要点



设计时，应尽量使抵抗弯矩图包住弯矩图，且两者越近越经济



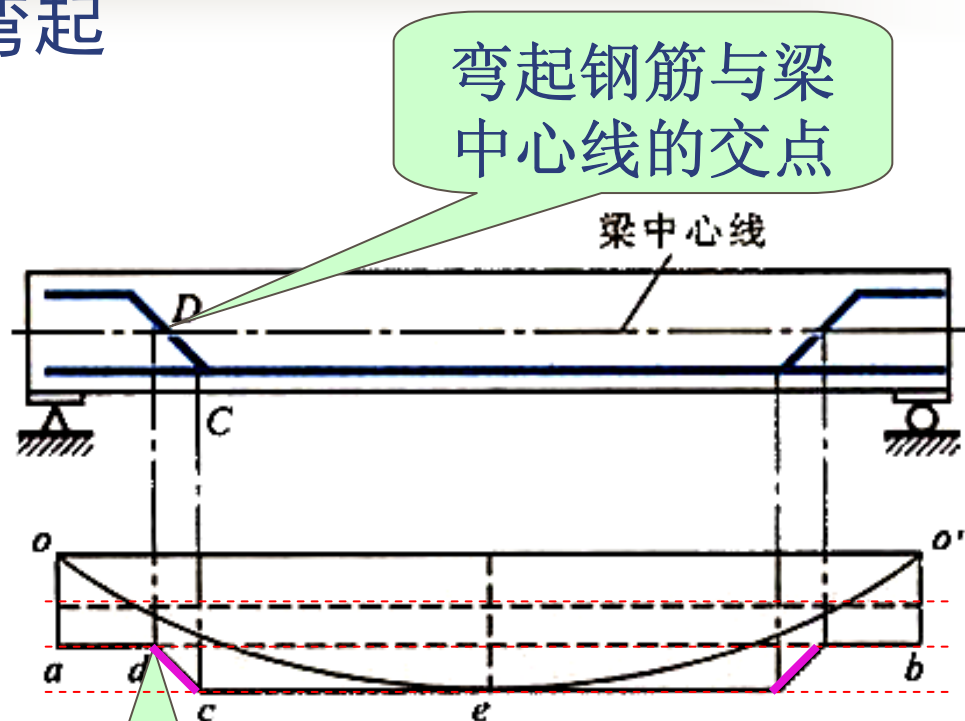
## B. 部分纵向受拉钢筋弯起

$$M_u = f_y A_s (h_0 - 0.5 \frac{A_s f_y}{f_c b})$$

$$M_{ui} = M_u A_{si} / A_s$$

将  $M_u$  划分为若干份

弯起钢筋自弯起点开始，其内力臂逐渐减小；当弯起钢筋进入梁受压区时，其抵抗弯矩等于零。



弯起钢筋与梁中心线的交点

假定  $D$  点处抵抗弯矩为零。

抵抗弯矩图与弯矩图，比较接近，较经济。



### C. 部分纵向受拉钢筋截断

$$M_u = f_y A_s (h_0 - 0.5 \frac{A_s f_y}{f_c b})$$

$$M_{ui} = M_u A_{si} / A_s$$

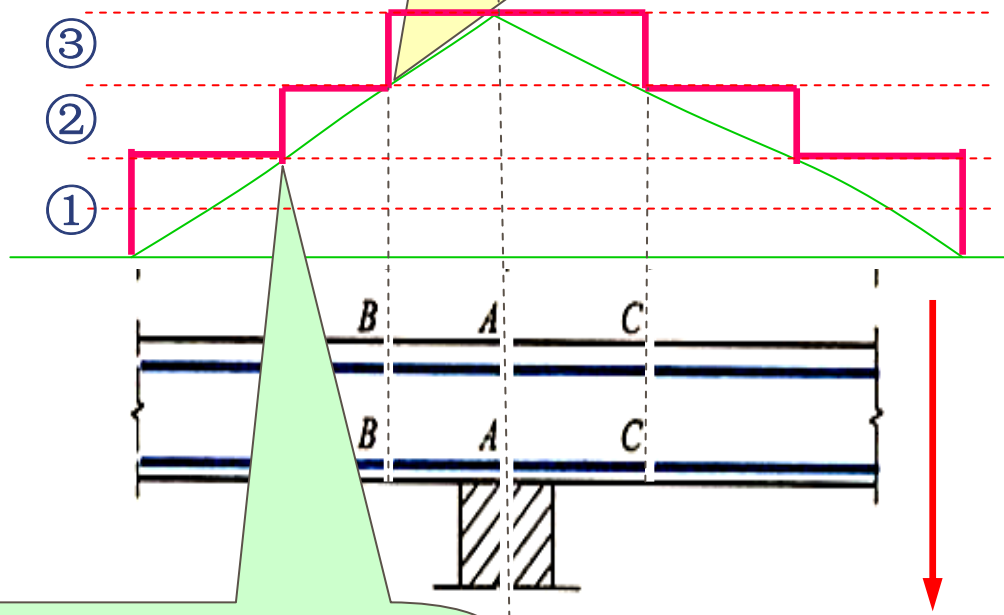
将  $M_u$  划分为若干份

钢筋截断后，其抵抗弯矩等于零。（截断前后抵抗弯矩发生突变）

③——1Φ22

②——1Φ22

①——2Φ20



抵抗弯矩图与弯矩图，比较接近，较经济。

**注意**

承受正弯矩的梁下部受力钢筋不在跨内截断。



## ②材料图的作用

### A. 反映材料利用的程度

材料图越贴近弯矩图，表示材料利用程度越高。

### B. 确定纵向钢筋的弯起数量和位置

部分纵向钢筋弯起的目的：

- 用于斜截面抗剪，其数量和位置由受剪承载力计算确定；
- 抵抗支座处弯矩。

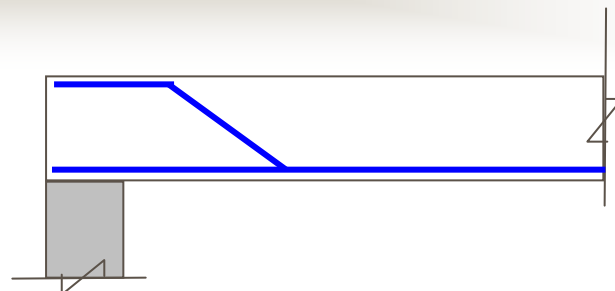
### C. 确定纵向钢筋的截断位置

通过绘制材料图还可确定纵向钢筋的理论截断点及其延伸长度，从而确定纵向钢筋的实际截断位置。



## (2) 纵向钢筋的弯起

纵筋的弯起必须满足三方面的要求:



\*保证正截面的受弯承载力



计算及构造确定

(材料图覆盖弯矩图)

\*保证斜截面的受剪承载力



抗剪计算确定

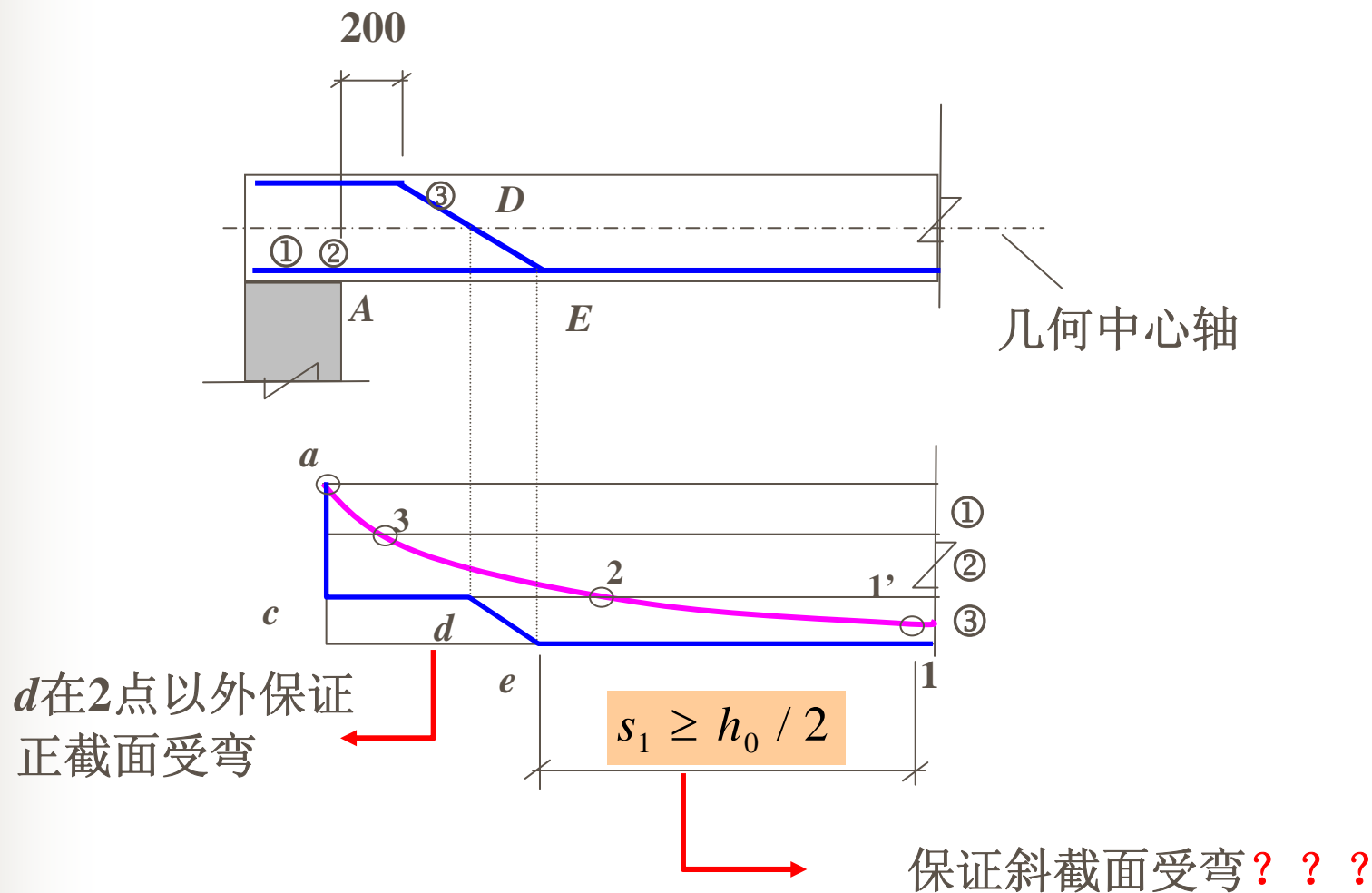
\*保证斜截面的受弯承载力



构造确定:  $s \geq h_0/2$



## (2) 纵向钢筋的弯起





## (2) 纵向钢筋的弯起

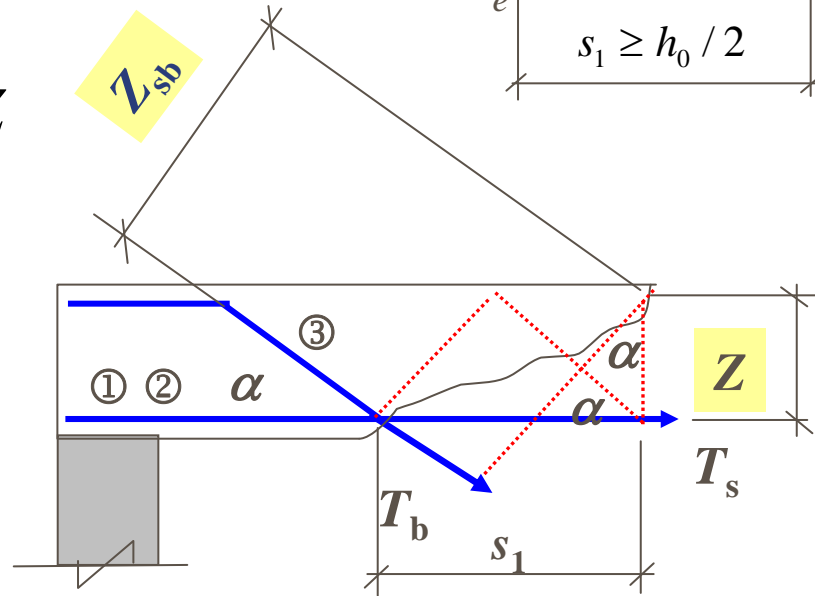
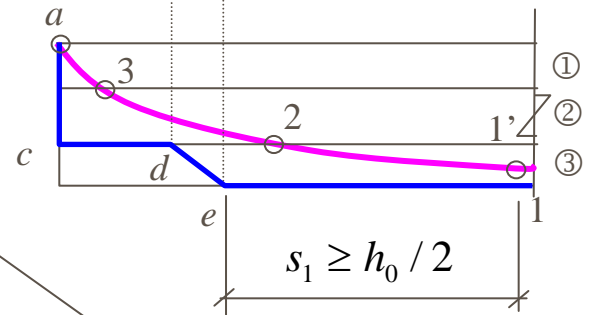
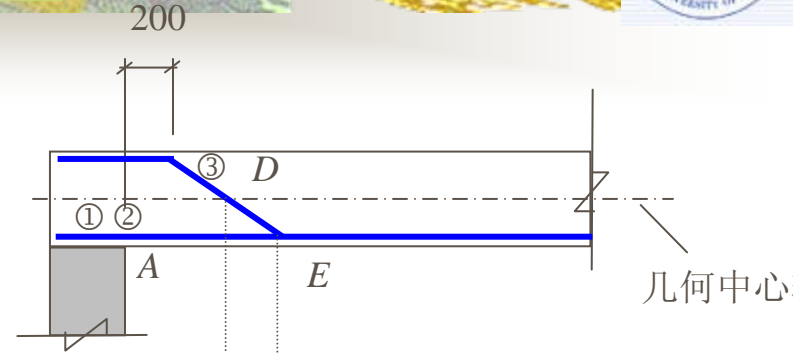
未弯起时  $M_u^{\text{斜}} = T_s Z + T_b Z$

弯起后  $M_u^{\text{斜}} = T_s Z + T_b Z_{sb}$

保证不发生斜截面破坏

$$Z_{sb} = s_1 \sin \alpha + Z \cos \alpha \geq Z$$

$$s_1 \geq \frac{Z(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}$$





## (2) 纵向钢筋的弯起

$$s_1 \geq \frac{Z(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}$$



取  $Z = (0.91 \sim 0.77)h_0$

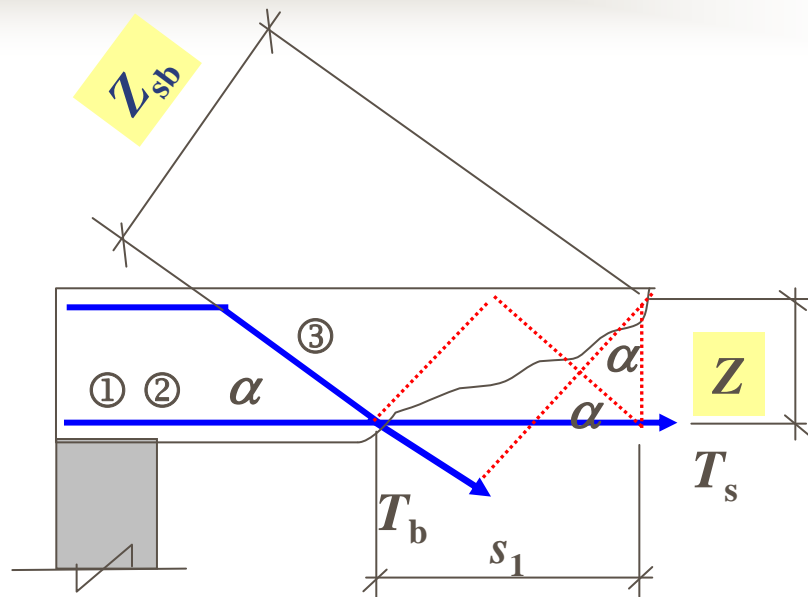
$$\alpha = 45^\circ, \quad s_1 \geq (0.372 \sim 0.319)h_0$$

$$\alpha = 60^\circ, \quad s_1 \geq (0.525 \sim 0.445)h_0$$



统一取

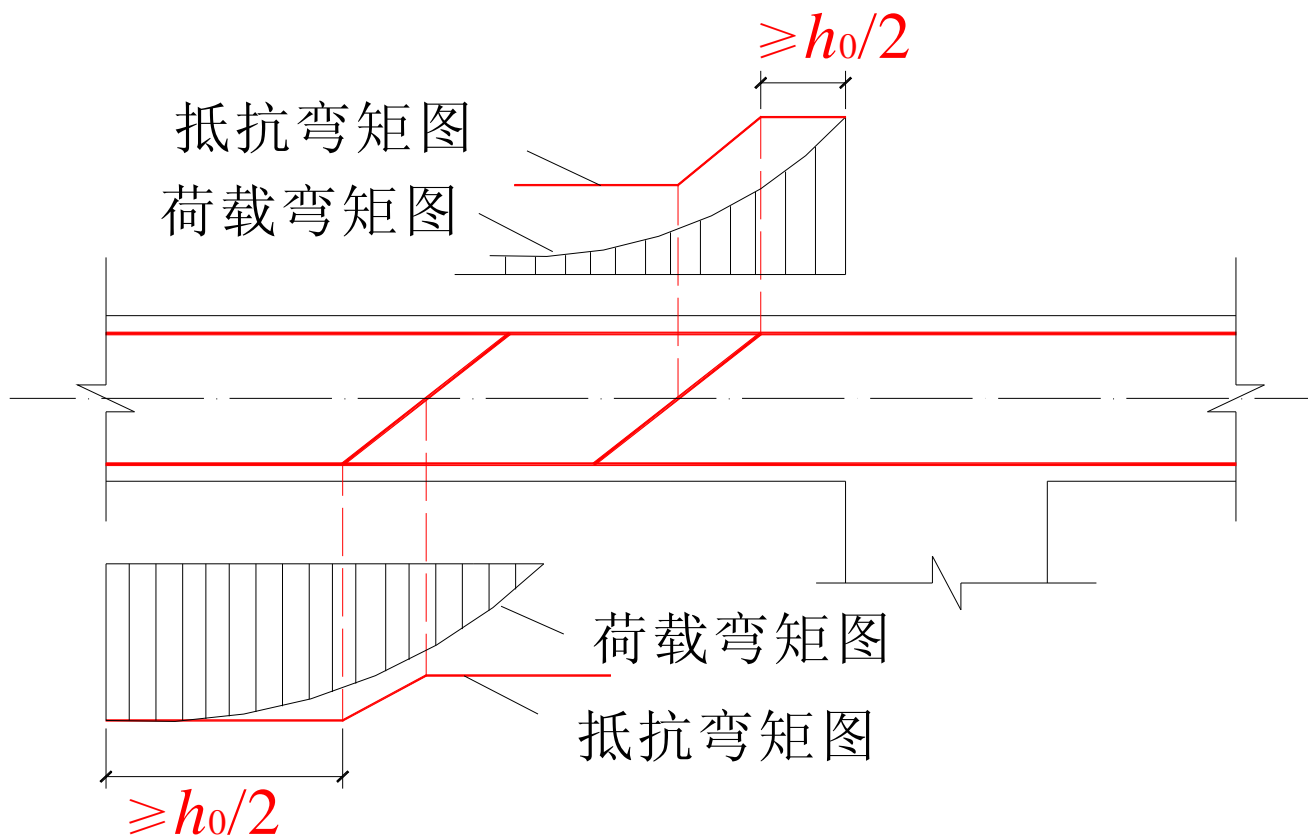
$$s_1 \geq 0.5h_0$$







# 弯起钢筋的抵抗弯矩图



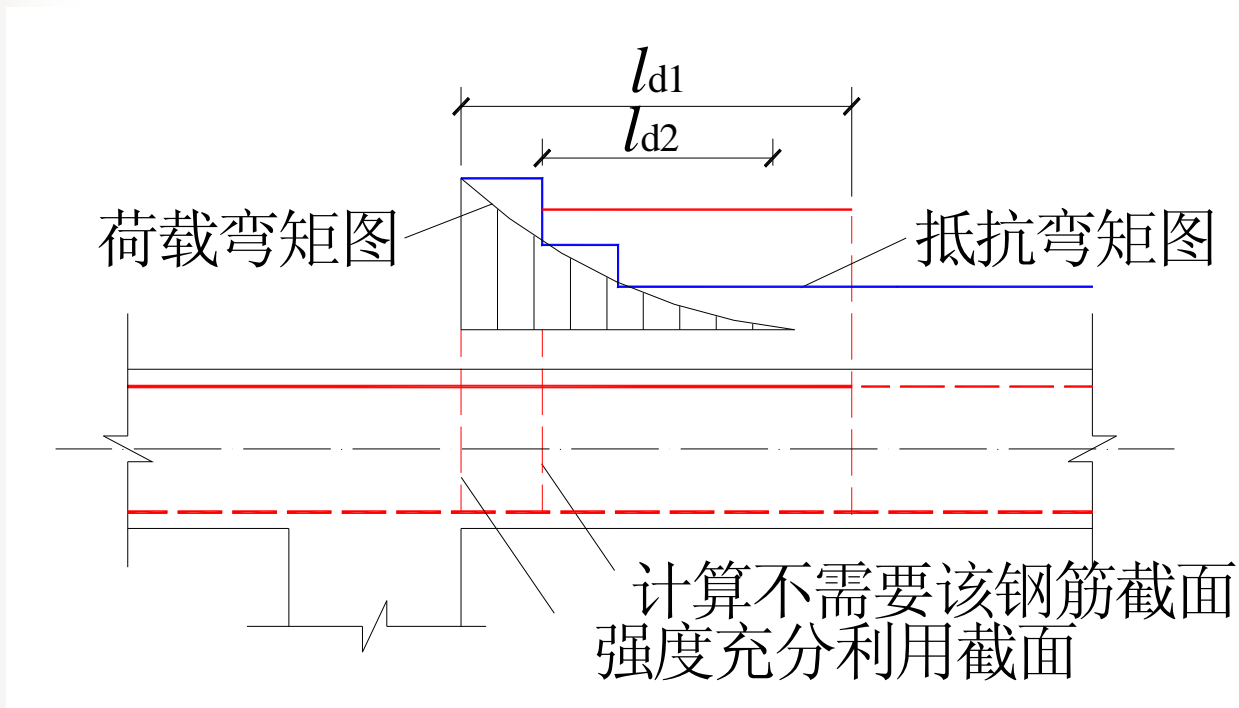
**结论**

宜采用**箍筋**作为承受剪力的钢筋。





### (3) 纵向受力钢筋的切断位置



$l_{d1}$ ——粘结锚固长度； $l_{d2}$ ——外伸长度

从 $l_{d1}$ 和 $l_{d2}$ 中选外伸较长者。 $l_{d1}$ 和 $l_{d2}$ 见表5-4。

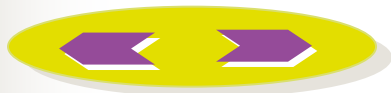




表5-4

截面条件	$l_{d1}$	$l_{d2}$
$V \leq 0.7f_t b h_0$	$1.2l_a$	$20d$
$V > 0.7f_t b h_0$	$1.2l_a + h_0$	$20d$ 且 $h_0$
$V > 0.7f_t b h_0$ 且断点仍在负弯矩受拉区内	$1.2l_a + 1.7h_0$	$20d$ 且 $1.3h_0$

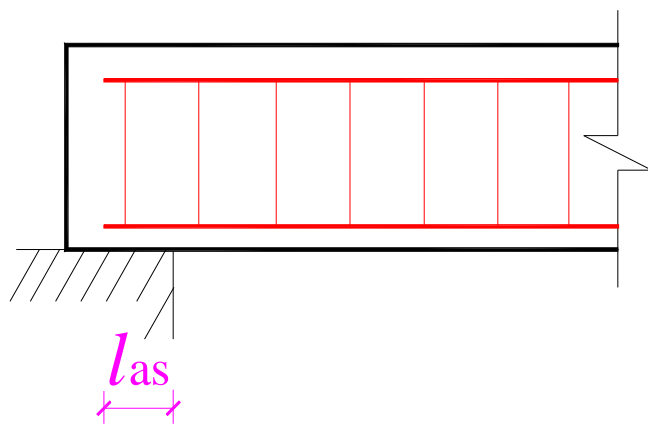




## (4) 纵筋在支座处的锚固

①伸入梁支座的纵向受力钢筋根数

②简支梁



当 $V \leq 0.7f_t b h_0$ 时,  $l_{as} \geq 5d$ ;

当 $V > 0.7f_t b h_0$ 时,  $l_{as} \geq 12d$  (带肋)

$l_{as} \geq 15d$  (光面)

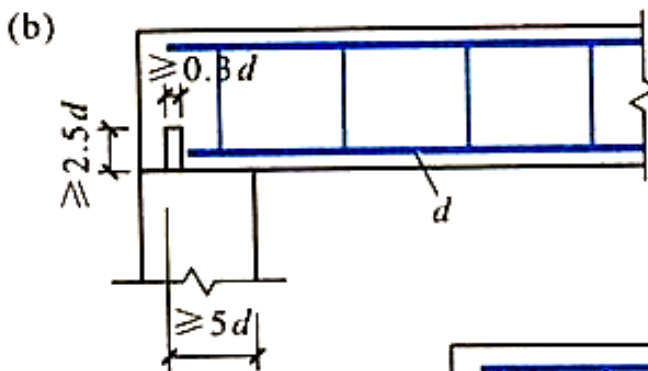
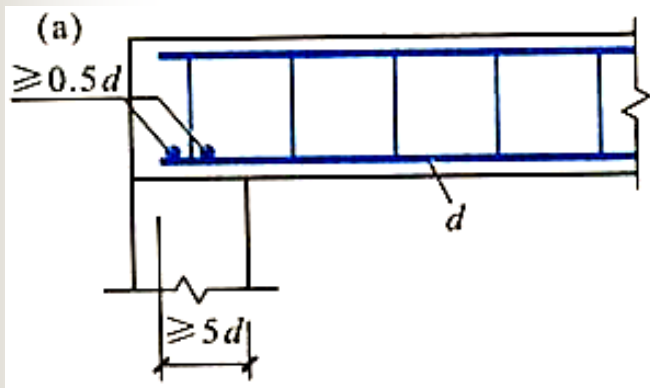
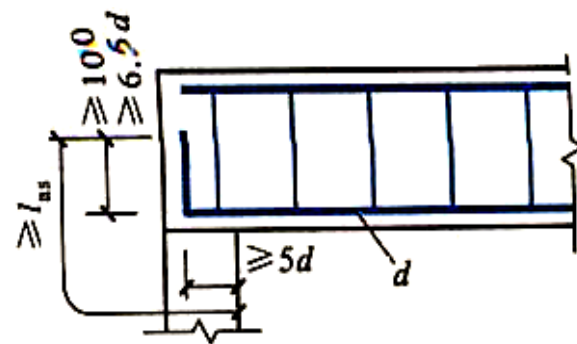




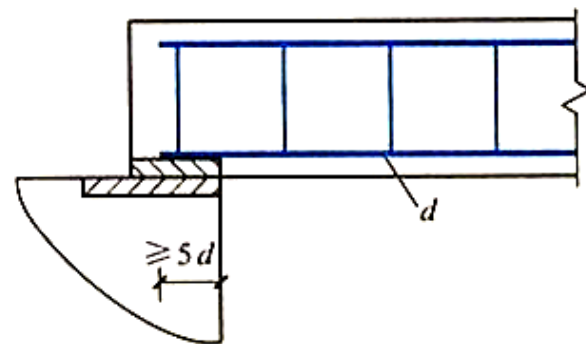
锚固长度不符合规定时，应采取下述锚固措施：  
（伸入支座水平长度不应小于 $5d$ ）

A. 在梁端将纵向受力钢筋上弯；

B. 在纵筋端部加焊横向锚固钢筋或锚固钢板；



C. 将钢筋端都焊接在梁端的预埋件上。





### ③连续梁及框架梁

#### 节点中的直线锚固：

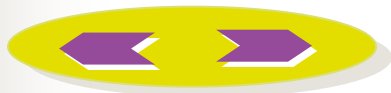
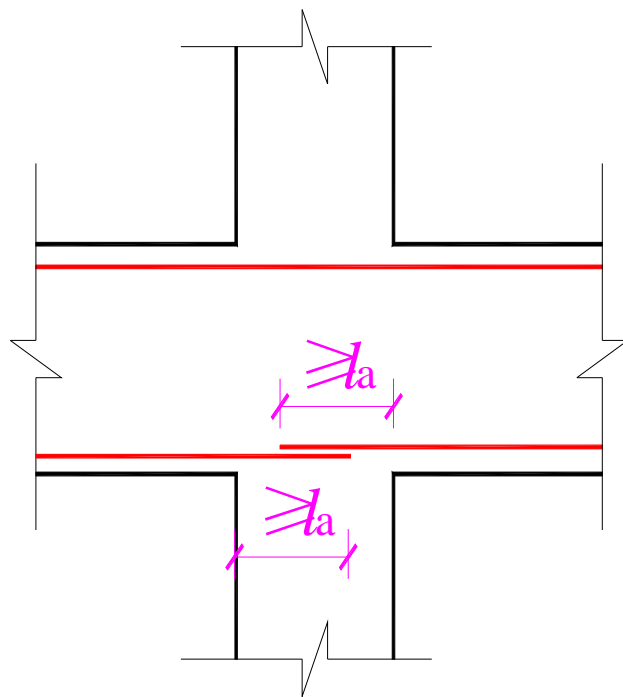
a. 当计算中不利用其强度时，对光面钢筋取 $l_{as} \geq 15d$ ；对月牙纹钢筋取 $l_{as} \geq 12d$ 。

b. 当计算中充分利用钢筋的抗拉强度时，其伸入支座的锚固长度不应小于 $l_a$ ；

c. 当计算中充分利用钢筋的抗压强度时，其伸入支座的锚固长度不应小于 $0.7l_a$ ；

$l_a$ ——受拉钢筋的锚固长度。

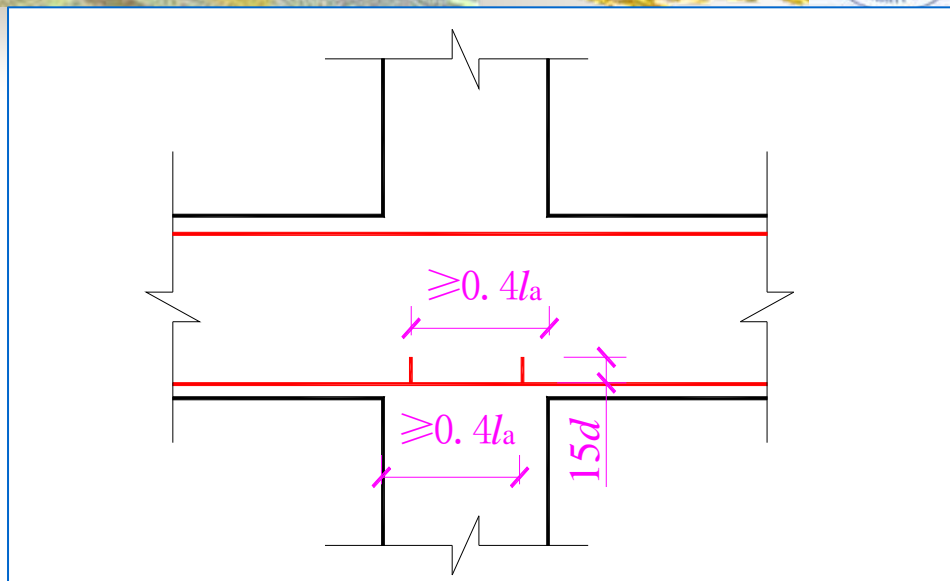
$$l_a = \alpha \frac{f_y}{f_t} d$$





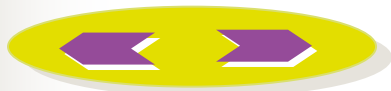
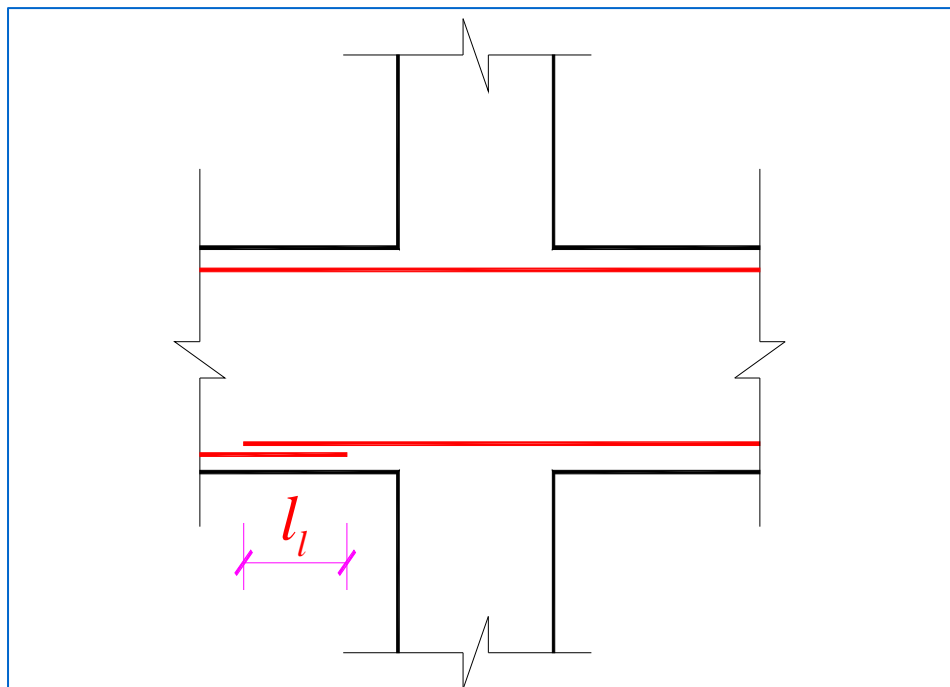
③连续梁及框架梁

节点中的弯折锚固:



节点或支座范围外的搭接:

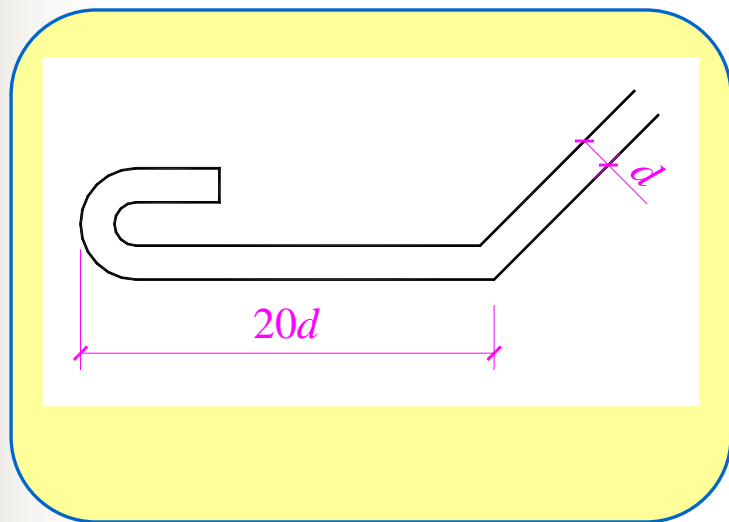
$l_1$ ——受拉钢筋的搭接长度。



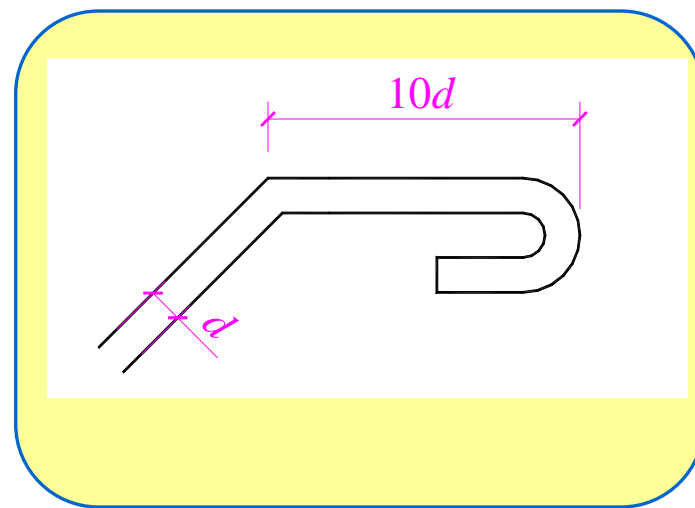


## (5) 弯起钢筋的锚固

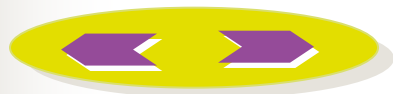
➤ 弯筋终点应有直线段，光面钢筋端部还应做弯钩。



〔 受拉 〕



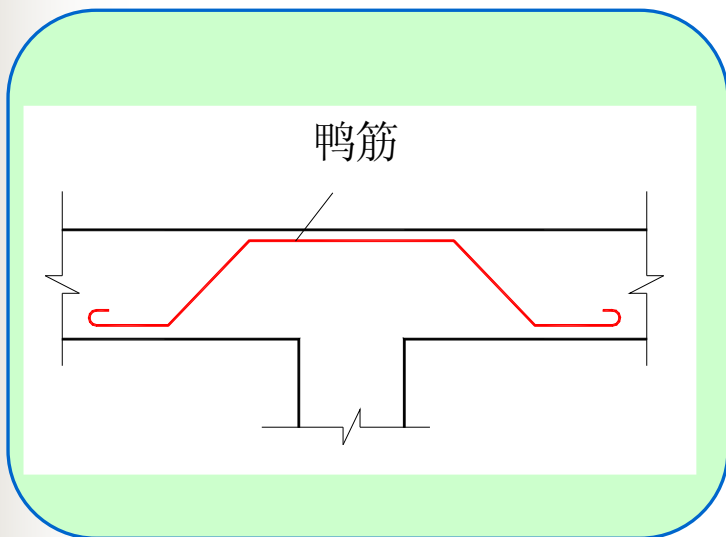
〔 受压 〕



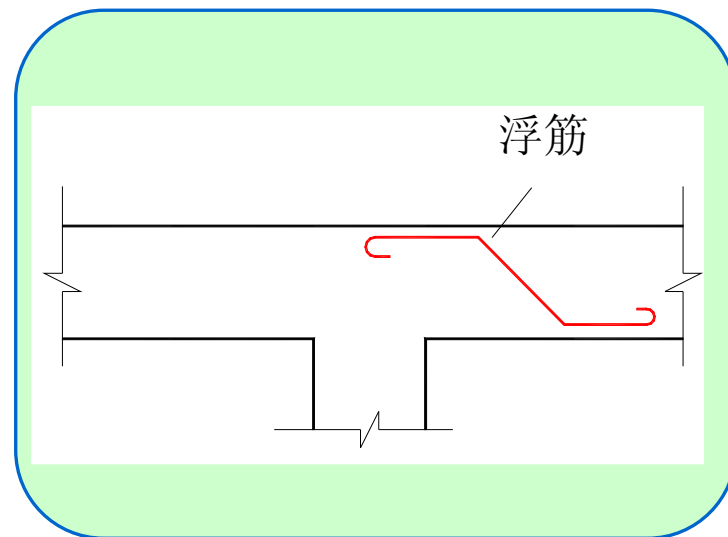




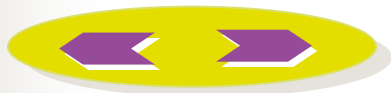
▶不得采用浮筋做弯筋。



〔 可用 〕



〔 禁用 〕





## (6) 箍筋的构造要求

箍筋一般推荐采用HRB335级（可获得较好的经济效益），目前较多采用HPB235级钢。

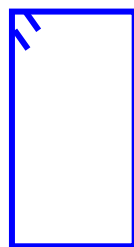
箍筋一般采用 $135^\circ$ 弯钩的封闭式箍筋。

梁内一般采用双肢箍筋( $n=2$ )。

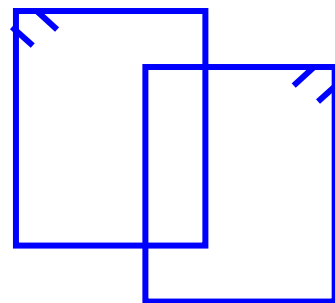
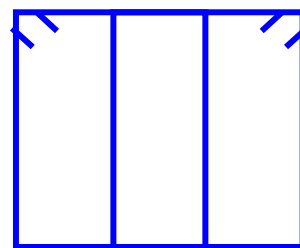
当梁的宽度大于400mm且一层内的纵向受压钢筋多于3根时，或当梁的宽度不大于400mm但一层内的纵向受压钢筋多于4根时，应设置复合箍筋。



单肢箍 $n=1$



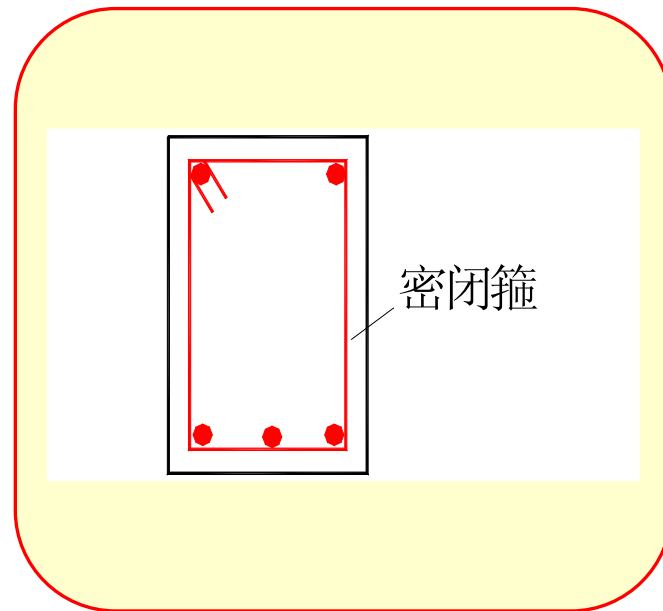
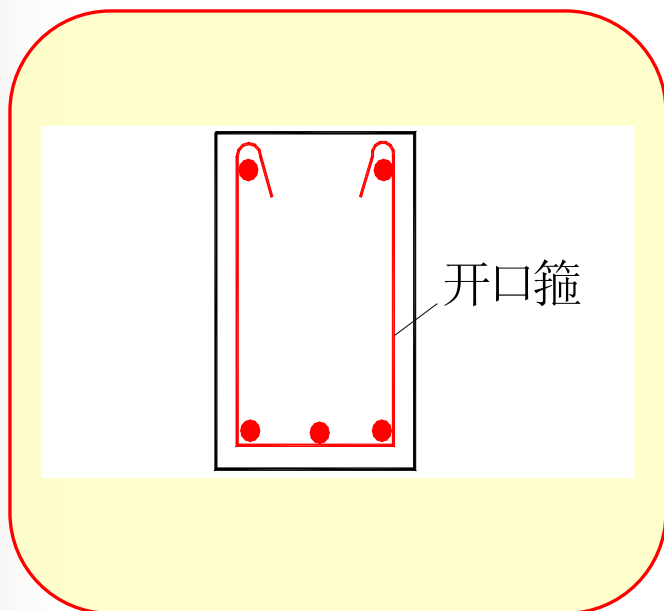
双肢箍 $n=2$



四肢箍 $n=4$

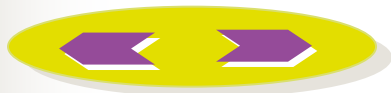


► 梁受扭或承受动荷载时，不得使用开口钢箍。



**注意**

——弯钩及开口应布置在受压区。





## (6) 箍筋的构造要求

- 高度大于300mm的梁：全长设置箍筋。
- 当梁中配有计算需要的纵向受压钢筋时，箍筋直径尚不应小于  $d/4$ （ $d$ 为纵向受压钢筋的最大直径）。
- 间距不应大于15d( $d$ 为纵向受压钢筋的最小直径)，同时不应大于400mm；当一层内的纵向受压钢筋多于5根且直径大于18mm时，箍筋间距不应大于10d；
- 箍筋直径、间距应符合表5-2、5-3的规定。

## ● 3. 伸臂梁设计实例



## 5.2.2 深受弯构件斜截面设计

### 1. 深受弯构件斜截面受剪承载力

#### (1) 计算公式

一般情况:

$$V \leq 0.7 \frac{(8 - l_0 / h)}{3} f_t b h_0 + 1.25 \frac{(l_0 / h - 2)}{3} f_{yv} \frac{A_{sv}}{s_h} h_0 + \frac{(5 - l_0 / h)}{6} f_{yh} \frac{A_{sh}}{s_v} h_0$$

...5-18





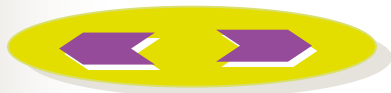
集中荷载独立梁:

$$V \leq \frac{1.75}{\lambda + 1} f_t b h_0 + \frac{(l_0 / h - 2)}{3} f_{yv} \frac{A_{sv}}{s_h} h_0 + \frac{(5 - l_0 / h)}{6} f_{yh} \frac{A_{sh}}{s_v} h_0$$

...5-19

$\lambda$ ——计算剪跨比，当 $l_0/h \leq 0.2$ 时，取 $\lambda = 0.25$ ；  
当 $2.0 < l_0/h < 5.0$ 时，取 $\lambda = a/h_0$ ； $\lambda$ 的上限值按 $\lambda = 0.42l_0/h - 0.58$ 计算；

$l_0/h$ ——跨高比，当 $l_0/h < 2.0$ 时，取 $l_0/h = 2.0$ 。





## (2) 截面尺寸要求:

为防止斜压破坏, 截面尺寸应满足:

当 $h_w/b \leq 4$ 时

$$V \leq \frac{1}{60} (10 + l_0 / h) \beta_c f_c b h_0$$

当 $h_w/b \geq 6$ 时

$$V \leq \frac{1}{60} (7 + l_0 / h) \beta_c f_c b h_0$$

当 $h_w/b$ 在4~6之间时 按线性内插法取用。

$l_0$ ——计算跨度, 当 $l_0 < 2h$ 时, 取 $l_0 = 2h$ 。





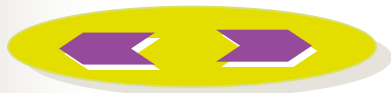
(3) 可不进行斜截面受剪承载力计算的条件:

$$V_k \leq 0.5 f_{tk} b h_0$$

...5-17

$V_k$ ——按荷载标准组合计算的剪力值;

$f_{tk}$ ——混凝土抗拉强度标准值。







## (4) 构造要求:

### ① 截面宽度:

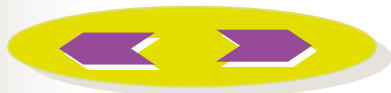
$\geq 140\text{mm};$

当 $l_0/h \geq 1$ 时,  $h/b \leq 25;$

当 $l_0/h < 1$ 时,  $l_0/b \leq 25。$

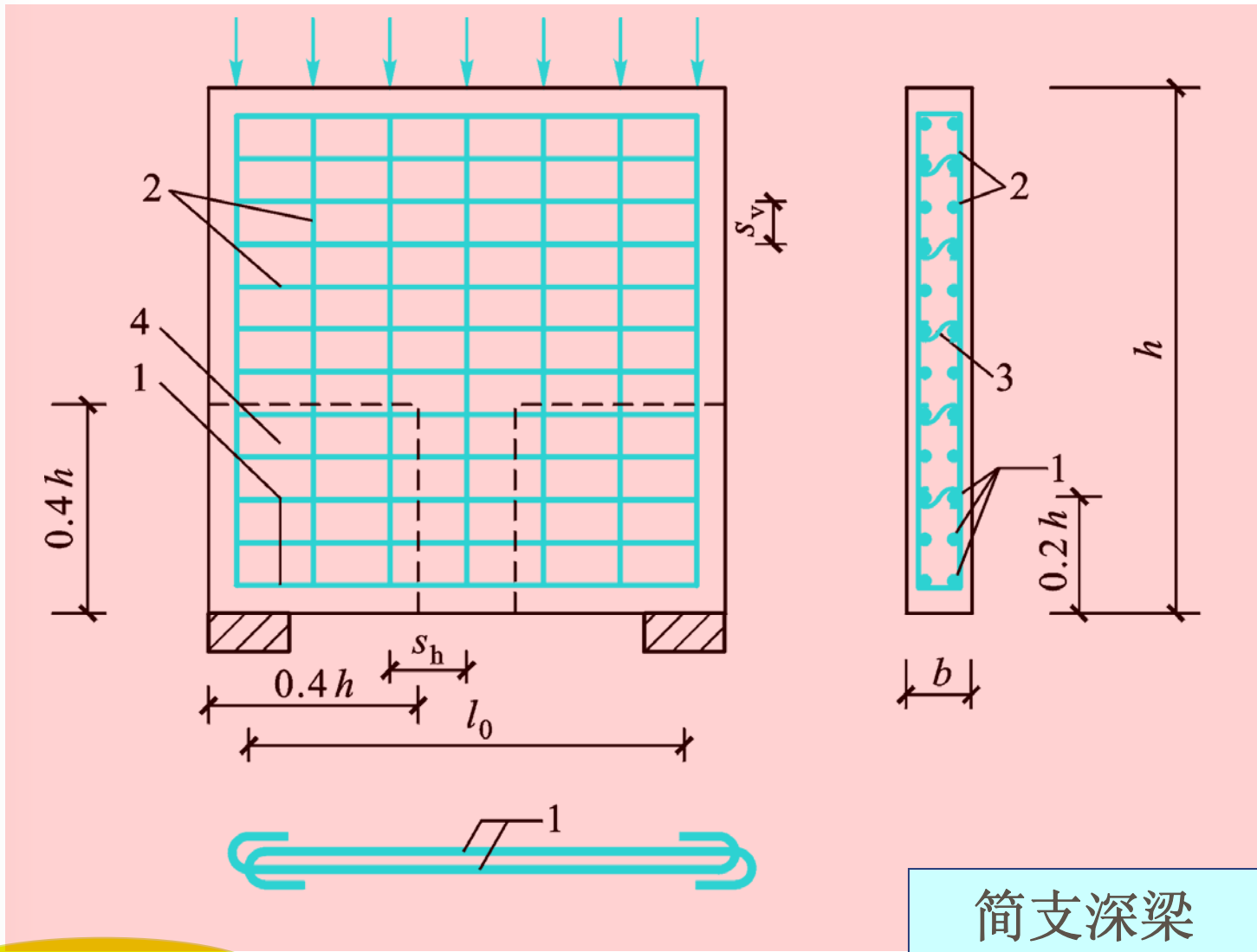
### ② 混凝土强度:

$\geq \text{C20}。$

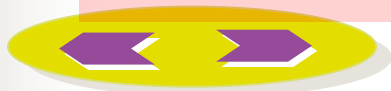




③ 纵向受力钢筋:

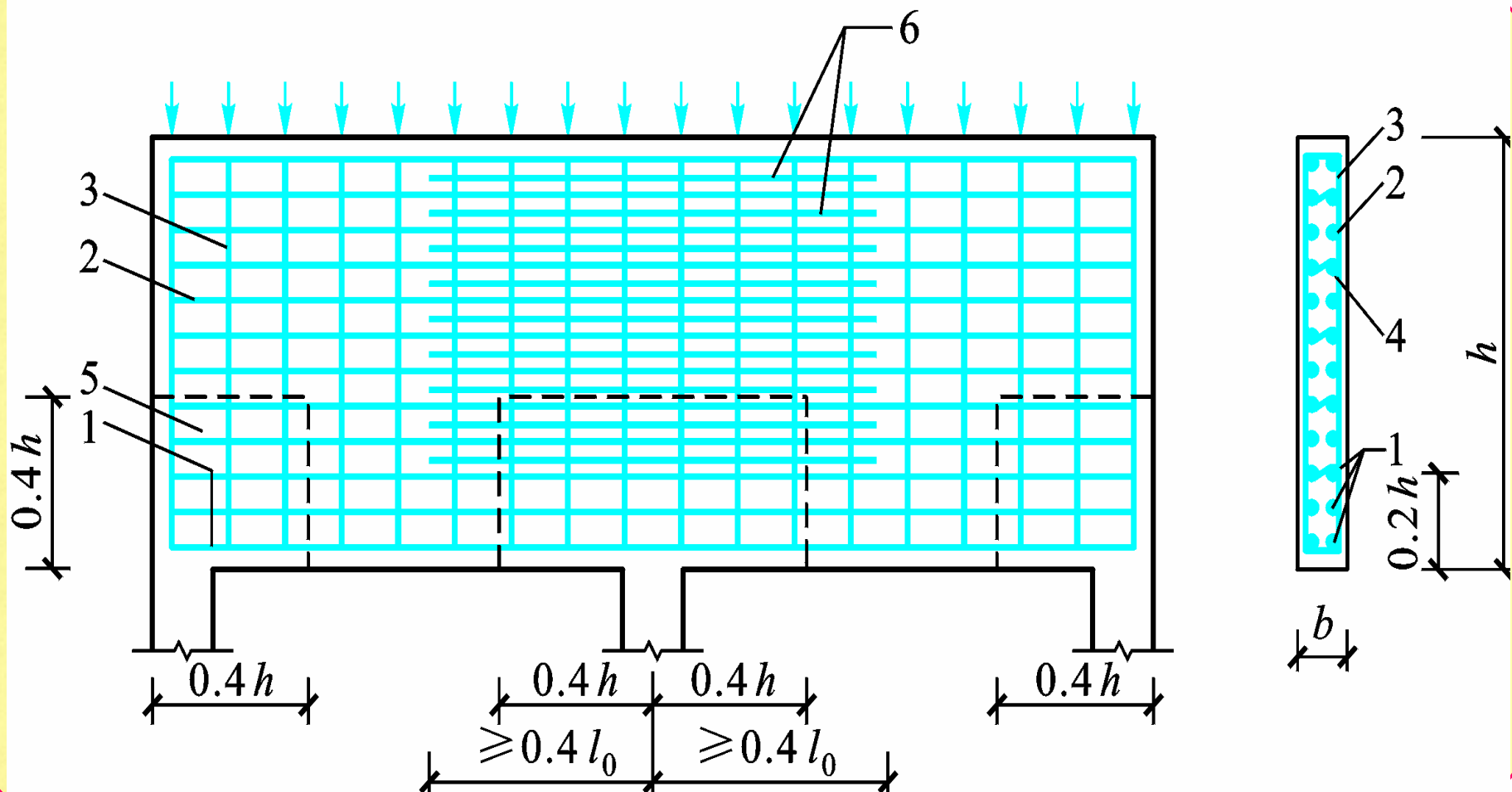


简支深梁



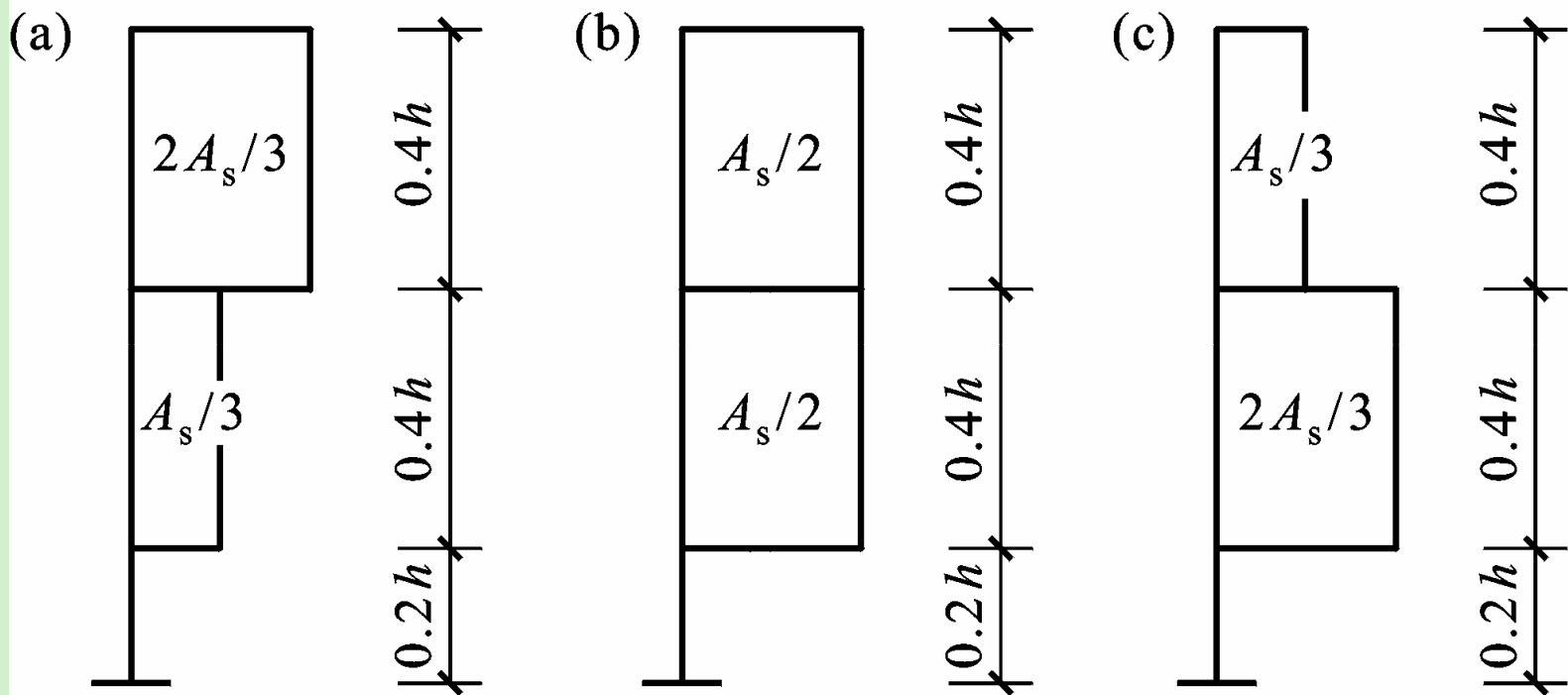


连续深梁





下部纵筋宜均匀布置在梁的下部 $0.2h$ 范围内，连续深梁中间支座上纵筋按下图分配：



$(1.5 < l_0/h \leq 2.5)$

$(1 < l_0/h \leq 1.5)$

$(l_0/h \leq 1)$





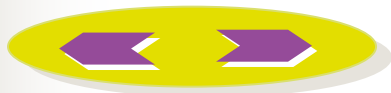
- ④ 深梁宜配双排钢筋网，水平和竖向分布钢筋的直径均不应小于8mm，间距不应大于200mm，且应满足表—4最小配筋百分率的要求：

表-4

钢筋种类	纵 向 受力筋	水 平 分布筋	竖 向 分布筋
HPB235	0.25%	0.25%	0.20%
HRB335、 HRB400、RRB400	0.20%	0.20%	0.15%

注：

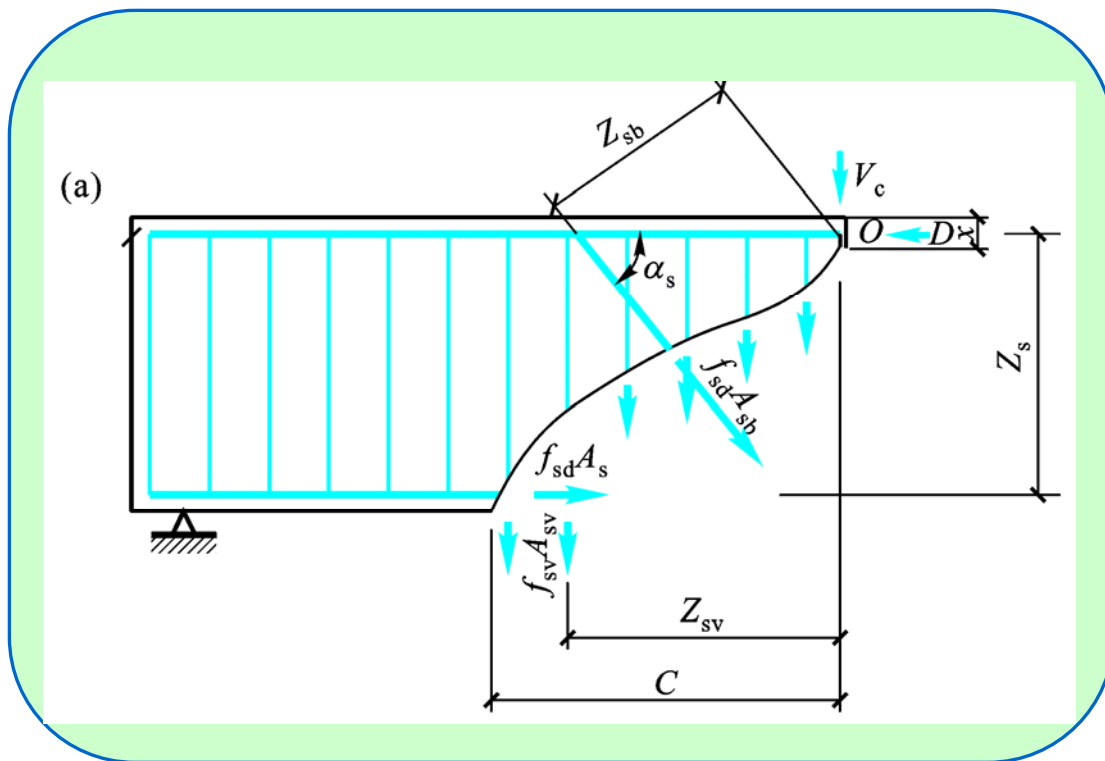
当集中荷载作用于连续深梁上部1/4高度范围内且 $l_0/h > 1.5$ 时，竖向分布筋最小配筋百分率应增加0.05。





## § 5.3 公路桥涵工程中受弯构件斜截面设计方法

### 5.3.1 计算公式

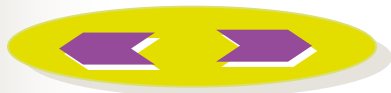




$$\begin{aligned}
 \gamma_0 V_d &\leq V_{cs} + V_{sb} \\
 &= \alpha_1 \alpha_3 0.45 \times 10^{-3} b h_0 \sqrt{(2 + 0.6P) \sqrt{f_{cu,k}} \rho_{sv} f_{sv}} \\
 &\quad + 0.75 \times 10^{-3} f_{sd} \sum A_{sb} \sin \alpha_s
 \end{aligned}$$

## ...5-19

- $V_d$  ——斜截面受压端正截面上的最大剪力组合设计值；
- $\alpha_1$  ——异号弯矩影响系数，计算简支梁和连续梁近边支点梁段的抗剪承载力时，取  $\alpha_1 = 1.0$ ；计算连续梁和悬臂梁近中间支点梁段的抗剪承载力时，取  $\alpha_1 = 0.9$ ；
- $\alpha_3$  ——受压翼缘影响系数，取  $\alpha_3 = 1.1$ ；





$b$  ——斜截面受压端腹板截面宽度；

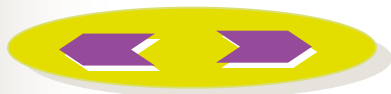
$h_0$  ——斜截面受压端截面有效高度；

$\rho$  ——纵向受拉钢筋配筋百分率， $P=100\rho$ ，  
 $\rho=A_s/bh_0$ ，当 $P>2.5$ 时，取 $\rho=2.5$ ；

$f_{cu,k}$  ——边长为150mm的混凝土立方体抗压强度标准值,MPa；

$\rho_{sv}$  ——斜截面内箍筋配筋率， $\rho_{sv}=A_{sv}/s_v b$ ；

$f_{sv}$  ——箍筋抗拉强度设计值；







$f_{sd}$ ——弯筋抗拉强度设计值；

$A_{sb}$ ——斜截面内同一弯起平面的弯筋面积；

$\alpha_s$ ——弯筋与水平线夹角。

当同时配有箍筋和弯筋抗剪时，由混凝土和箍筋共同承担的剪力不少于**60%**，由弯筋承担的剪力不大于**40%**。





## 5.3.2 截面尺寸验算

矩形、T形和I形截面应满足：

$$\gamma_0 V_d \leq 0.51 \times 10^{-3} \sqrt{f_{cu,k}} b h_0 \quad \dots 5-20$$

## 5.3.3 可不作斜截面抗剪验算的条件

$$\gamma_0 V_d \leq \alpha_2 0.50 \times 10^{-3} f_{td} b h_0 \quad \dots 5-21$$

$f_{td}$ ——混凝土抗拉强度设计值。

对于板式受弯构件，公式（21）右边可乘以**1.25**的提高系数。





## 5.3.4 斜截面抗弯承载力验算办法

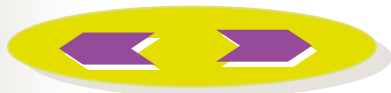
验算公式：

$$\gamma_0 M_d \leq f_{sd} A_s Z_s + \sum f_{sd} A_{sb} Z_{sb} + \sum f_{sv} A_{sv} Z_{sv}$$

...5-22

$Z_{sb}$ ——与斜截面相交的同一弯起平面弯筋合力点至受压区中心点的距离；

$Z_{sv}$ ——与斜截面相交的同一平面内箍筋合力点至受压区中心点的距离。





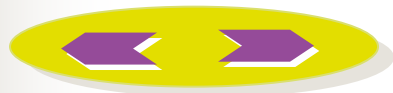
## 斜截面水平投影长度 $c$ ：

为求 $z_{sb}$ 和 $z_{sv}$ ，需求斜截面水平投影长度 $c$ ，  
水平投影长度 $c$ 可按下式计算：

$$c=0.6mh_0$$

...5-23

$m$ ——斜截面受压端正截面处的广义剪跨比，  
 $m = M_d/V_d h_0$ ；当 $m > 3.0$ 时，取 $m = 3.0$ 。



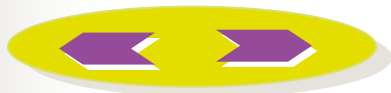


§ 5.4

小结

表5-5 建筑工程与桥涵工程受弯构件抗剪计算公式比较

	建筑工程	桥涵工程
计算公式	$V \leq 0.7 f_t b h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha$ $V \leq \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha$	$\gamma_0 V_d \leq \alpha_1 \alpha_2 0.45 \times 10^{-3} b h \times \sqrt{(2 + 0.6P)} \sqrt{f_{cu,k} \rho_{sv} f_{yv}}$ $+ 0.75 \times 10^{-3} f_{sd} \sum A_{sb} \sin \alpha_s$
截面尺寸应满足的条件	当 $h_w/b \leq 4$ 时, $V \leq 0.25 \beta f_c b h_0$ 当 $h_w/b \geq 6$ 时, $V \leq 0.20 \beta f_c b h_0$ 当 $h_w/b$ 在 4~6 之间时, 按线性内插	$\gamma_0 V_d \leq 0.6 \times 10^{-3} \sqrt{f_{cu,k}} b h_0$
构造配箍条件	$V \leq 0.7 f_t b h_0$ 或 $V \leq \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0$	$\gamma_0 V_d \leq \alpha_2 0.53 \times 10^{-3} f_{td} b h_0$





续表5-8

		建筑工程			桥涵工程
箍筋 最小 间距	直径	$h \leq 800\text{mm}$ 时, $d \geq 6\text{mm}$ $h > 800\text{mm}$ 时, $d \geq 8\text{mm}$			$d \geq 8\text{mm}$ , $d \geq d_{\text{主筋}}$
	间 距 /mm	梁高(mm)	$V > 0.7f_t b h_0$	$V \leq 0.7f_t b h_0$	无压筋时: $\leq h/2, \leq 500\text{mm}$  有压筋时: $\leq 15d, \leq 400\text{mm}$
		150~300	150	200	
		300~500	200	300	
		500~800	250	350	
>800	300	500			
配箍率	$\rho_{sv} \geq \rho_{sv,\min} = 0.24 \frac{f_t}{f_{yv}}$			R235: 0.18% HRB335: 0.12%	

