

混凝土结构设计原理

第7章

钢筋混凝土偏心受力构件承载力

成都理工大学环境与土木工程学院

建筑工程教研室 范涛

第7章 钢筋混凝土偏心受力构件承载力

- 7.1 概述
- 7.2 偏心受压构件正截面承载力计算
- 7.3 偏心受拉构件正截面承载力计算
- 7.4 偏心受力构件斜截面受剪承载力计算
- 7.5 小结



本章重点

- 了解偏心受压构件的受力特性；掌握两类偏心受压构件的判别方法；
- 熟悉偏心受压构件的二阶效应及计算方法；
- 掌握两类偏心受压构件正截面承载力的计算方法；
- 了解双向偏心受压构件正截面承载力计算；
- 掌握偏心受拉构件的受力特性及正截面承载力计算；
- 掌握偏心受拉构件斜截面受剪承载力计算；

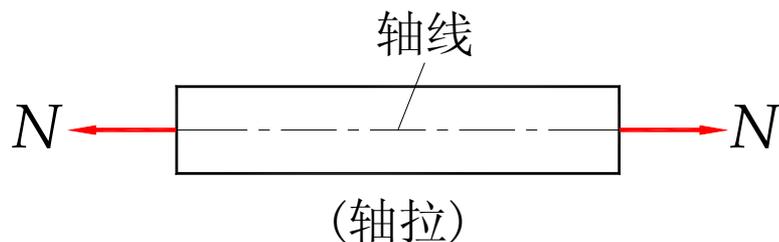


回顾

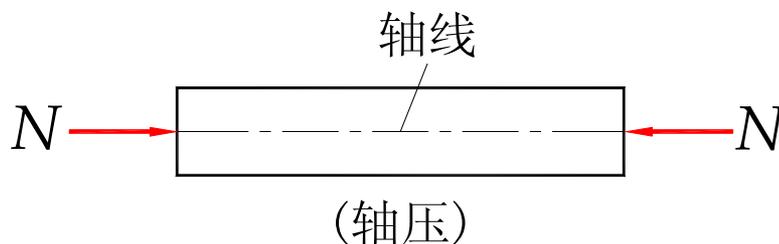
纵向力与构件轴线重合

轴心受力构件

轴心受拉



轴心受压

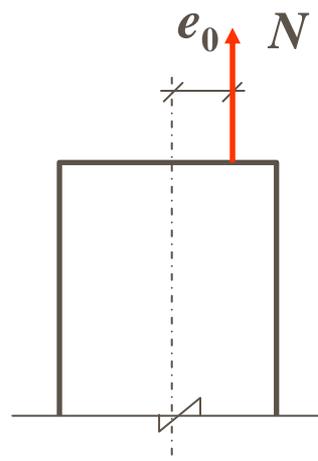


本章内容

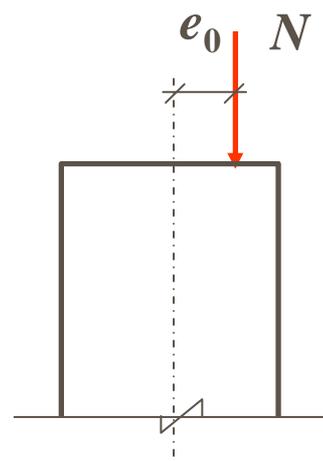
纵向力不与构件轴线重合

偏心受力构件

偏心受拉

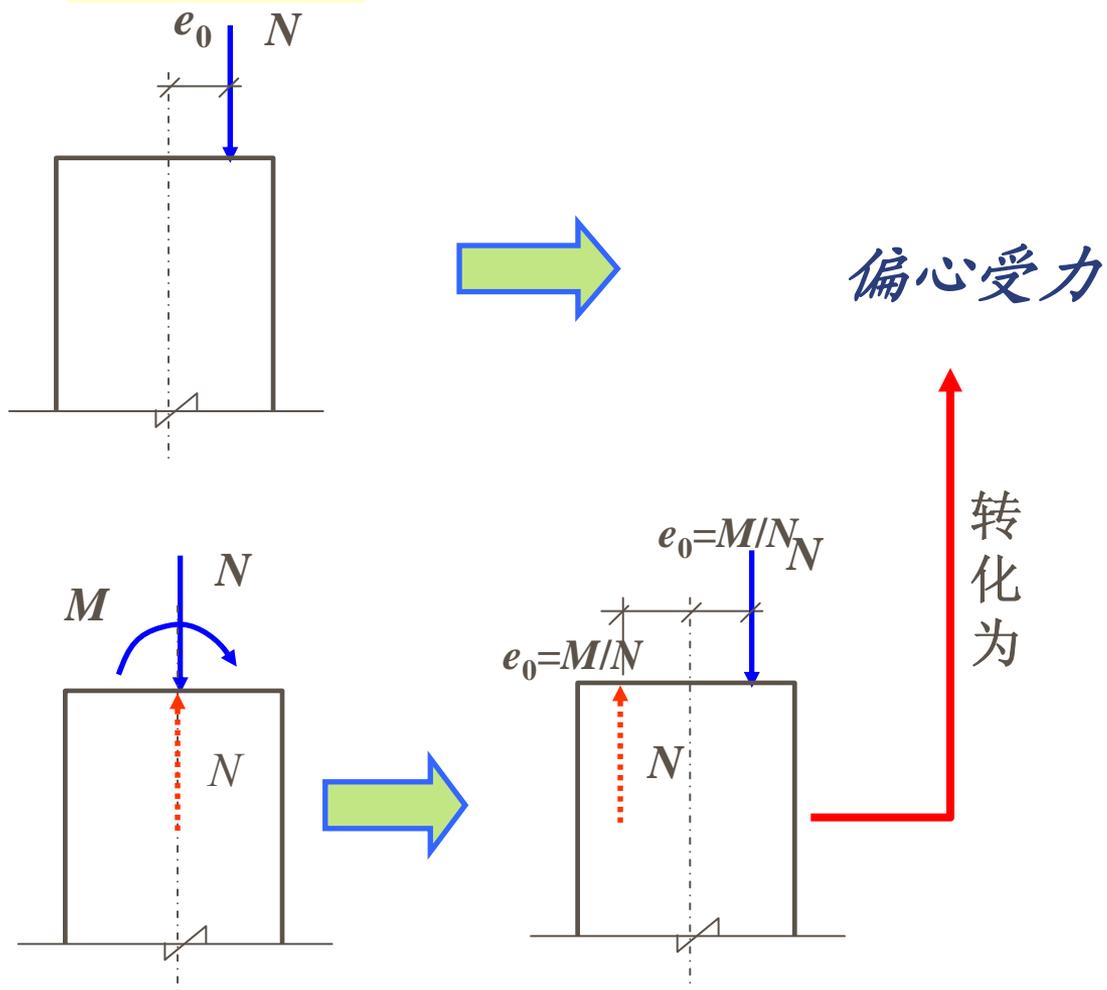


偏心受压



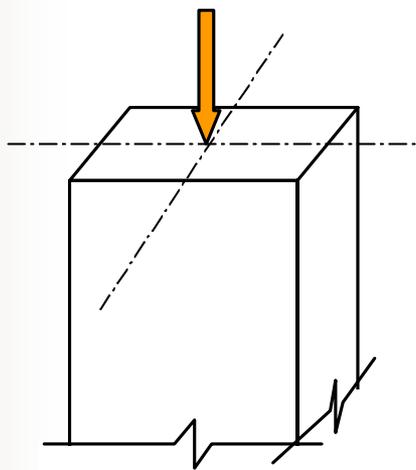
§ 7.1

概述

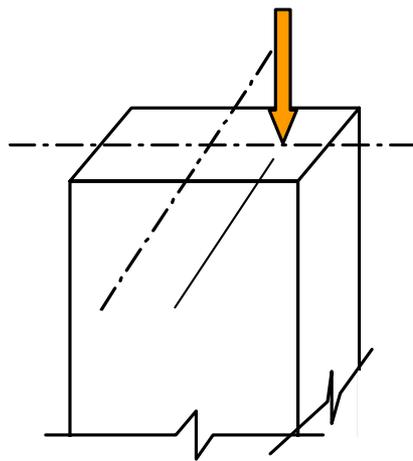


§ 7.1

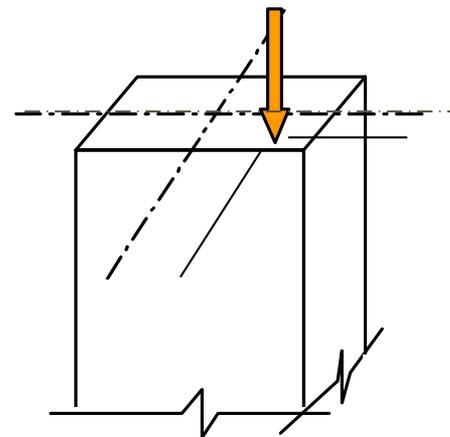
概述



(a)轴心受压



(b)单向偏心受压



(c)双向偏心受压

理想的轴心受力构件几乎不存在，而实际工程中偏心受力构件的应用十分广泛。

工程实例:

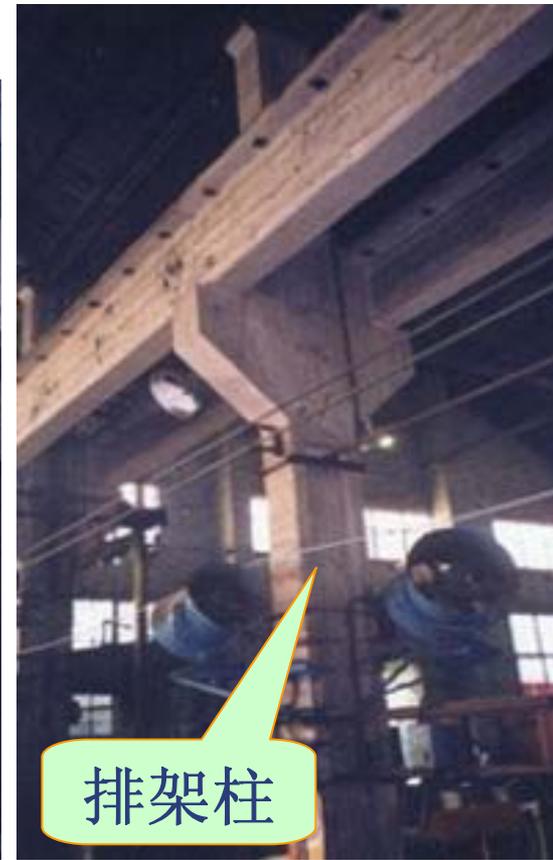
► 偏心受压构件——柱



钢管混凝土柱



框架柱

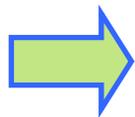


排架柱

钢筋混凝土柱

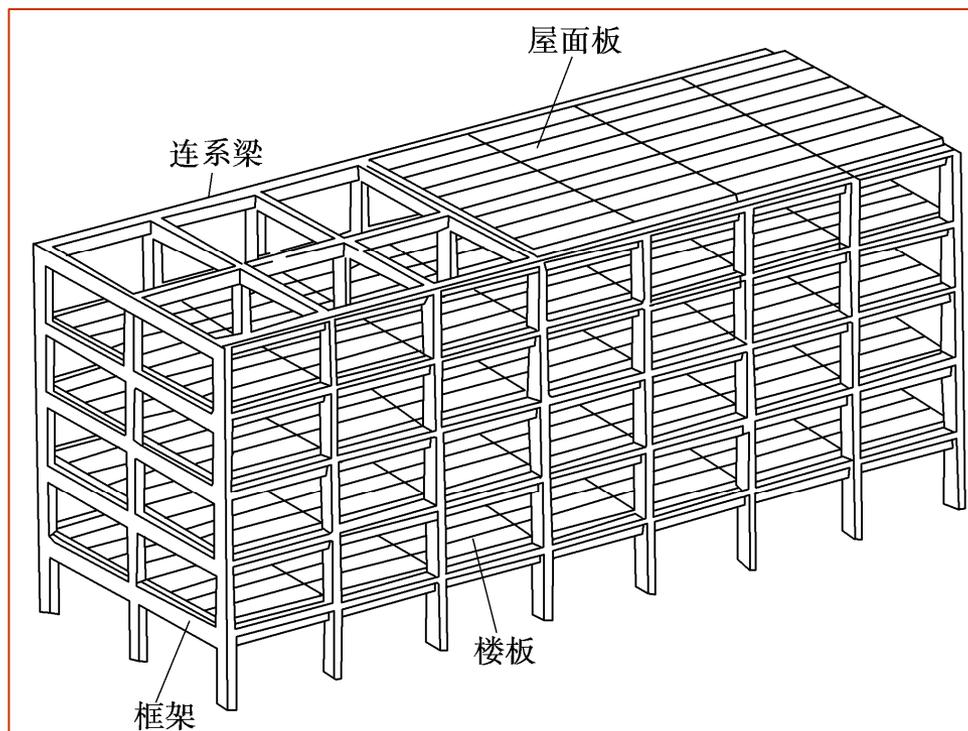
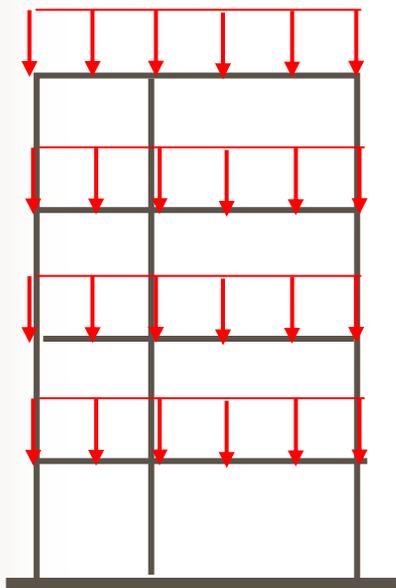
工程实例：

框架结构



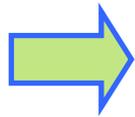
➤ 梁——水平构件。

➤ 柱——竖向构件。

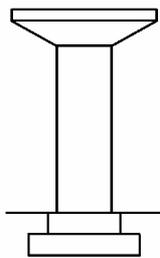
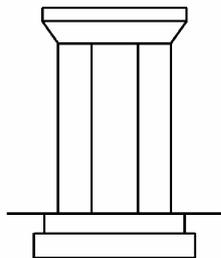
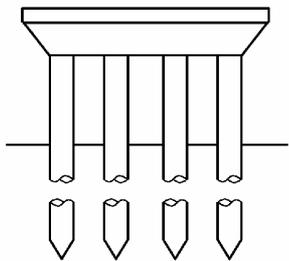


工程实例:

桥梁结构



➤ 桥墩



桥墩示例



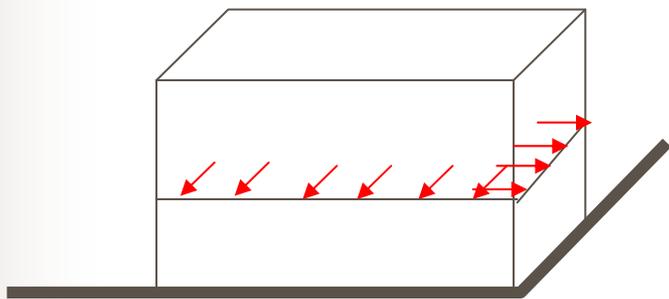
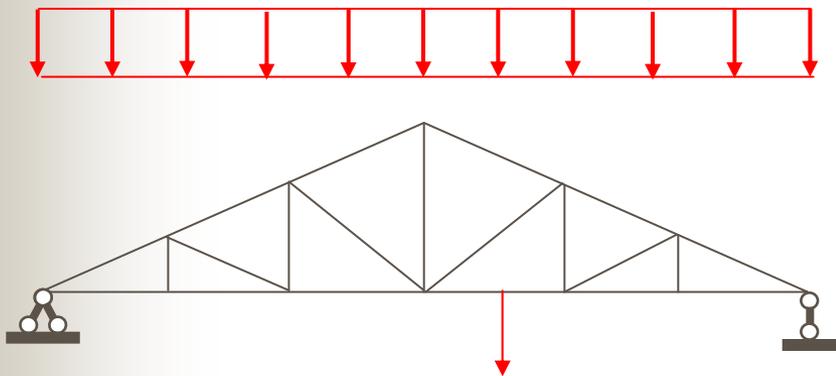
桥墩

受压构件（柱）往往在结构中具有重要作用，一旦产生破坏，往往导致整个结构的损坏，甚至倒塌。

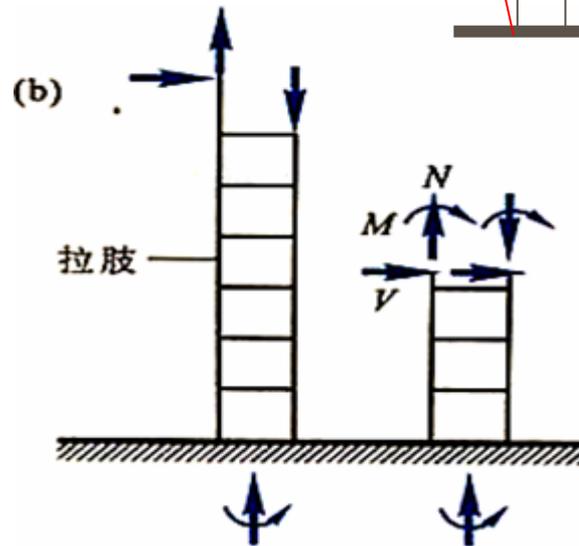
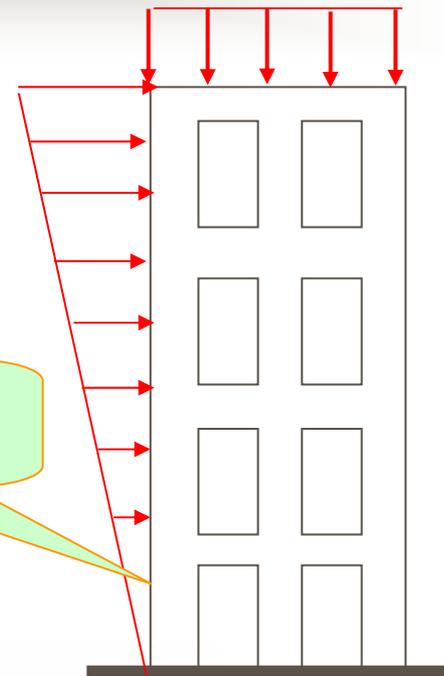


工程实例:

► 偏心受拉构件

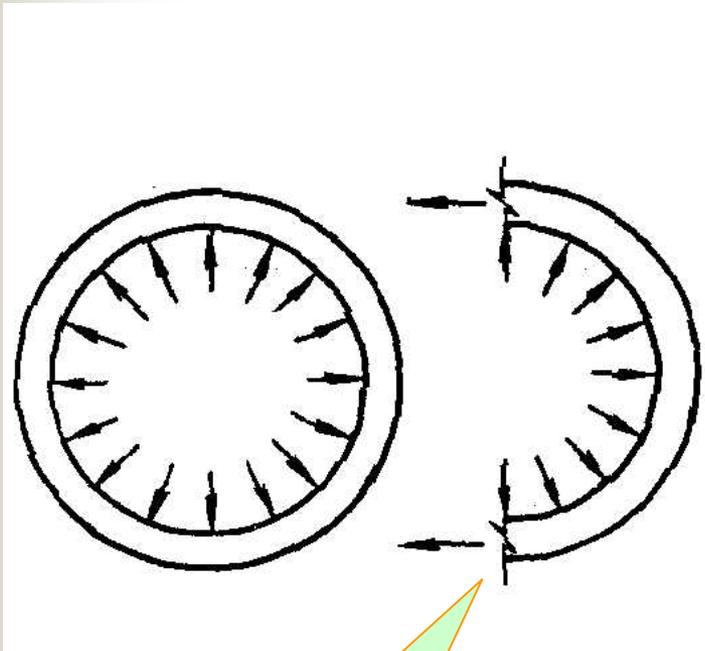


多肢剪力墙

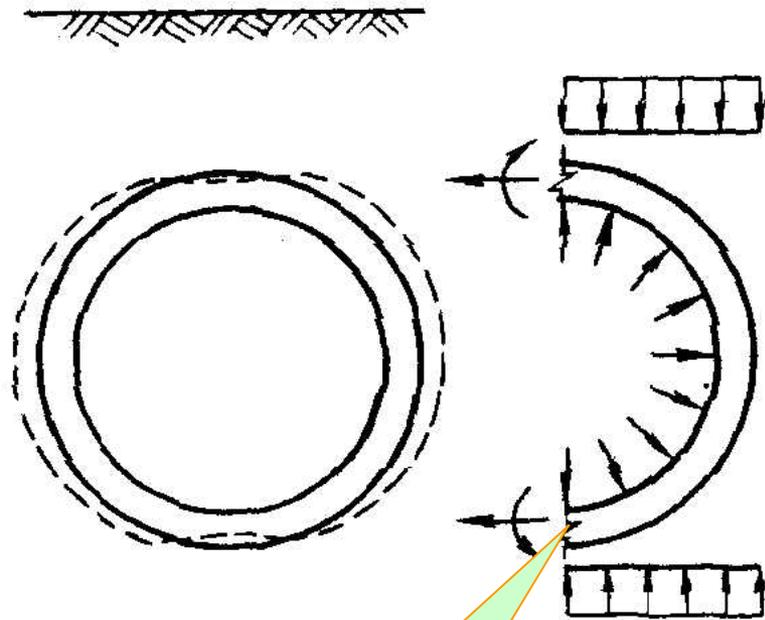


工程实例：

► 偏心受拉构件

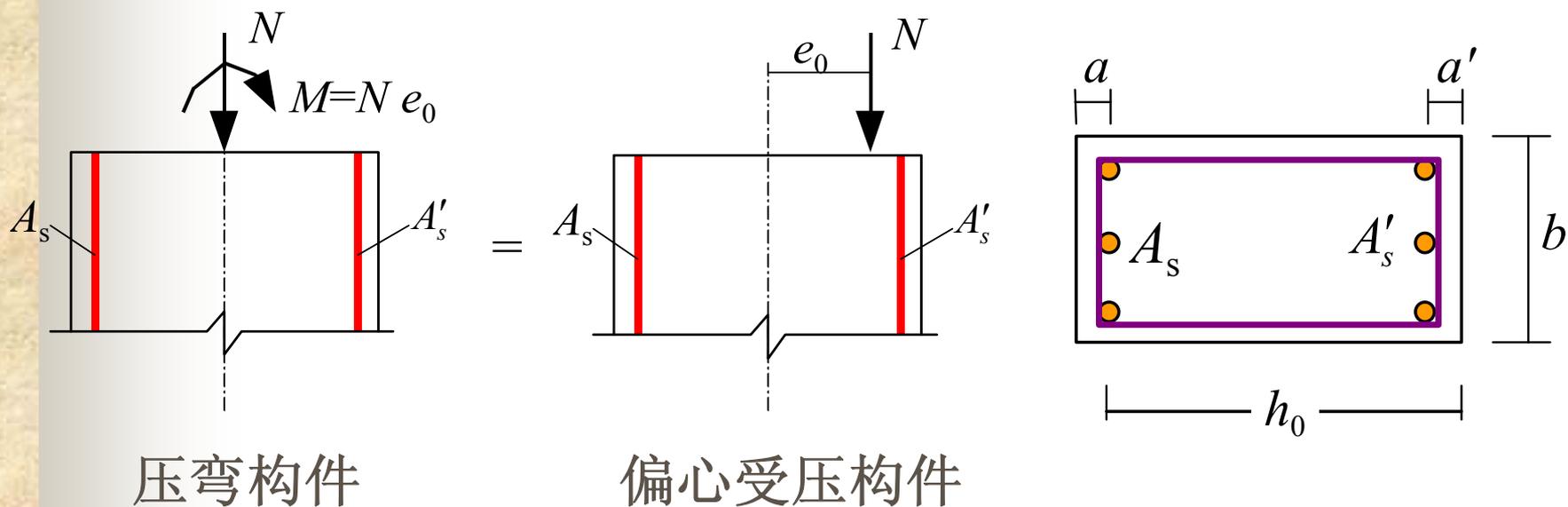


轴心受拉



偏心受拉

§ 7.2 偏心受压构件正截面承载力计算



偏心距 $e_0=0$ 时？

当 $e_0 \rightarrow \infty$ 时，即 $N=0$ ，？

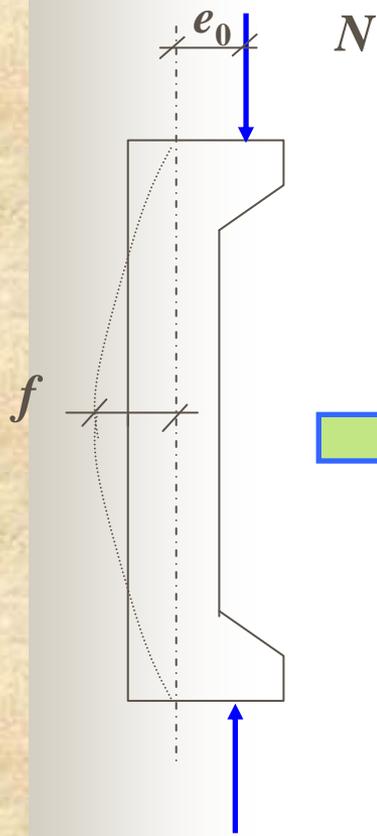
◆ 偏心受压构件的受力性能和破坏形态界于轴心受压构件和受弯构件。

§ 7.2.1 偏心受压构件的破坏特征

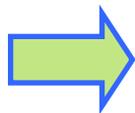
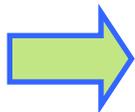
1. 破坏类型

试验表明：

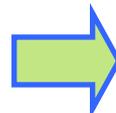
- 截面平均应变符合平截面假定
- 构件最终破坏是由于受压区混凝土的压碎所造成的



混凝土开裂



构件破坏



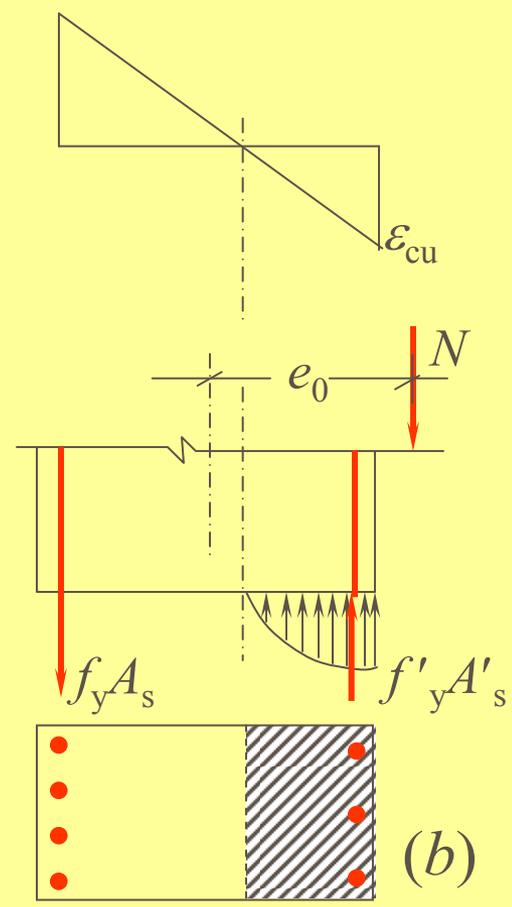
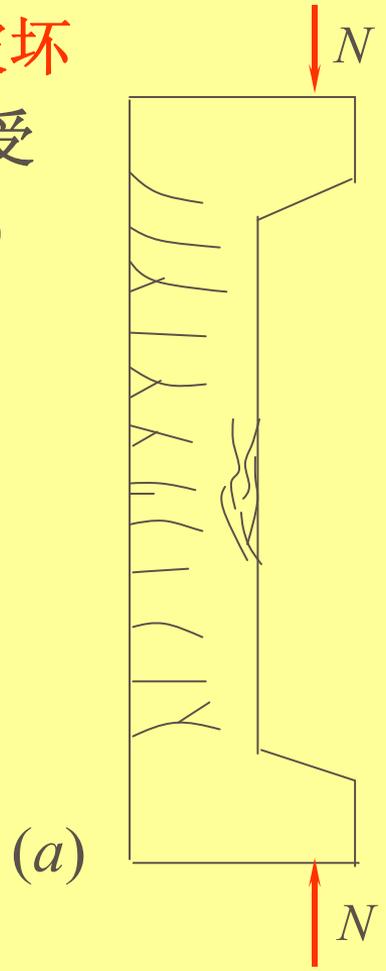
混凝土全部
受压不开裂

破坏形态与 e_0 、 A_s 、 A_s' 有关



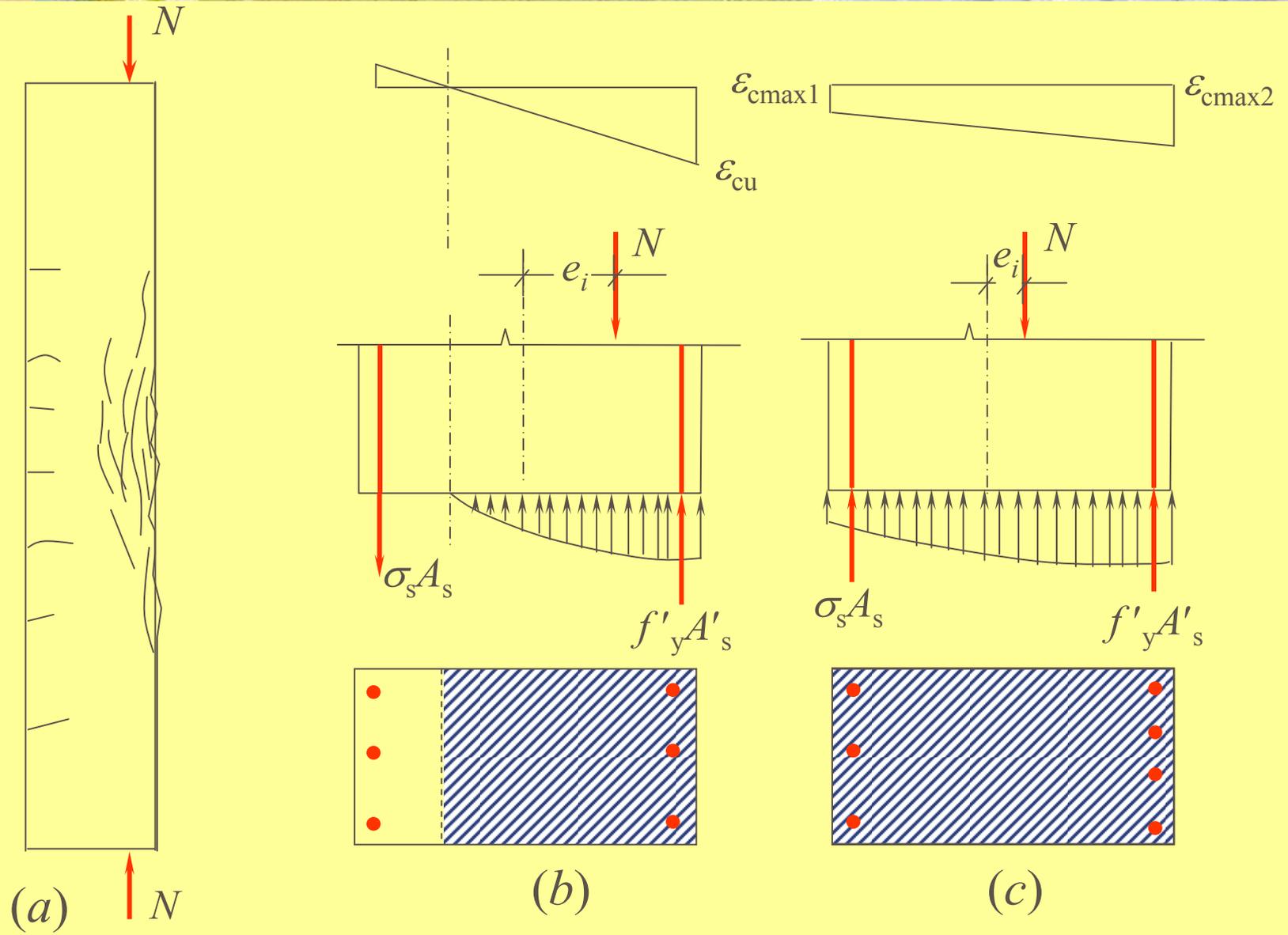
大偏心受压破坏
小偏心受压破坏

(2)受拉破坏
(大偏心受
压破坏)



- ★ N 的偏心距较大，且 A_s 不太多。
- ★ 与适筋受弯构件相似，
- ★ A_s 先屈服，然后受压混凝土达到 $\rightarrow \epsilon_{cu}, A'_s \rightarrow f'_y$ 。

◆ 承载力主要取决于受拉侧钢筋。



(2) 受压破坏(小偏心受压破坏)

(2) 受压破坏(小偏心受压破坏)

★ 当 N 的偏心较小时或 N 的 e_0 虽然较大, 然而 A_s 较多; 截面大部分受压。

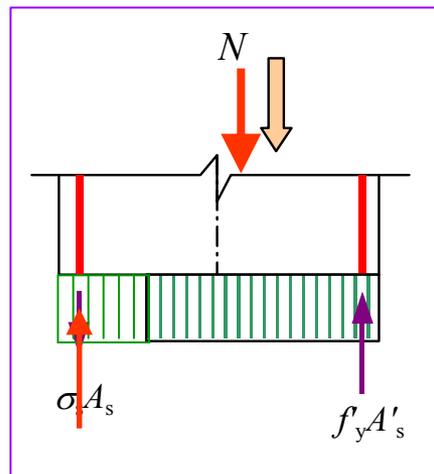
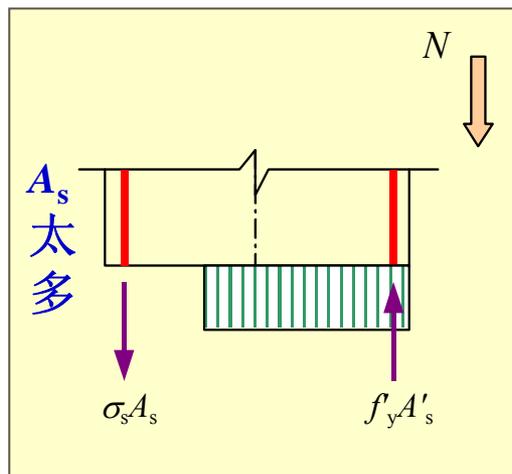
最终由受压区砼压碎, $A'_s \rightarrow f'_y$ 导致破坏, 而 A_s 未屈服。

★ e_0 更小一些, 全截面受压。

但离轴向力较近一侧的压应力大一些, 最终由离轴向力较近一侧砼压碎, $A'_s \rightarrow f'_y$ 而破坏。

A_s 为压应力, 未达到屈服。

◆ 承载力主要取决于压区混凝土和受压侧钢筋。



(2) 受压破坏(小偏心受压破坏)

✱ 特殊情况： e_0 很小。

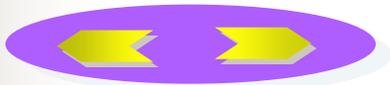
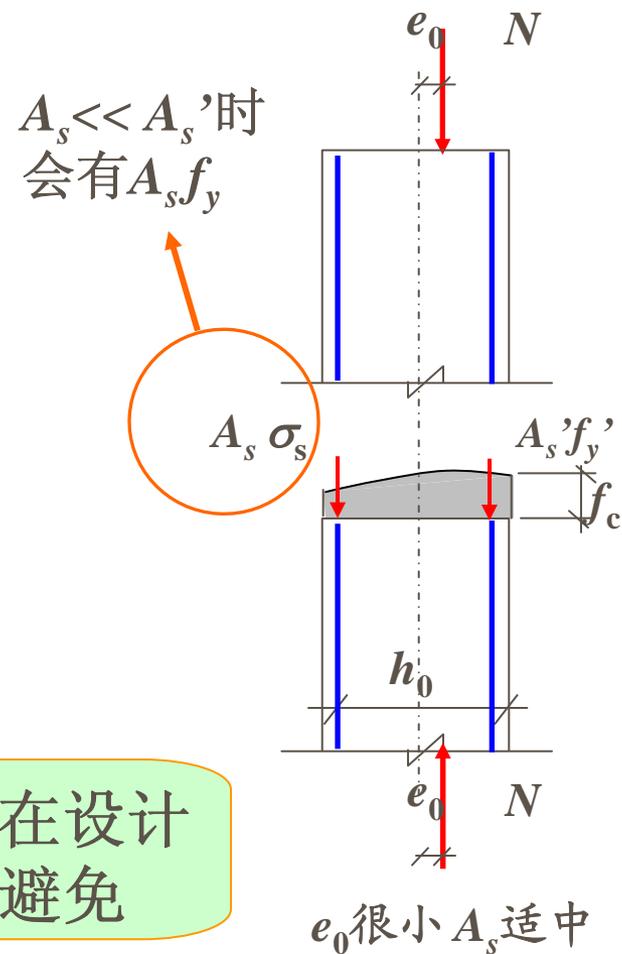
使得实际的近力侧成为名义上的远力侧，受压破坏还可能出现在 A_s 一侧。

该侧的砼压碎及 A_s 屈服导致构件破坏， $A'_s \rightarrow \sigma'_s$ 。



反向破坏

这种情况在设计时应予避免



2、两类偏心受压破坏的界限

- 两种偏心受压破坏的根本区别：

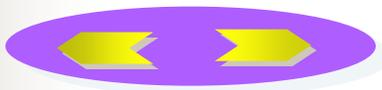
截面破坏时，受拉钢筋（远力侧 A_s ）是否达到屈服

- 界限破坏：

截面破坏时，纵向受拉钢筋应力达到屈服度，同时受压区混凝土亦达到极限压应变 ε_{cu}

近似判别方法：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{大偏压：} \quad \eta e_i \geq 0.3h_0 \\ \text{小偏压：} \quad \eta e_i < 0.3h_0 \end{array} \right.$$



2、两类偏心受压破坏的界限

★ 界限破坏

★ 大小偏心受压的分界：

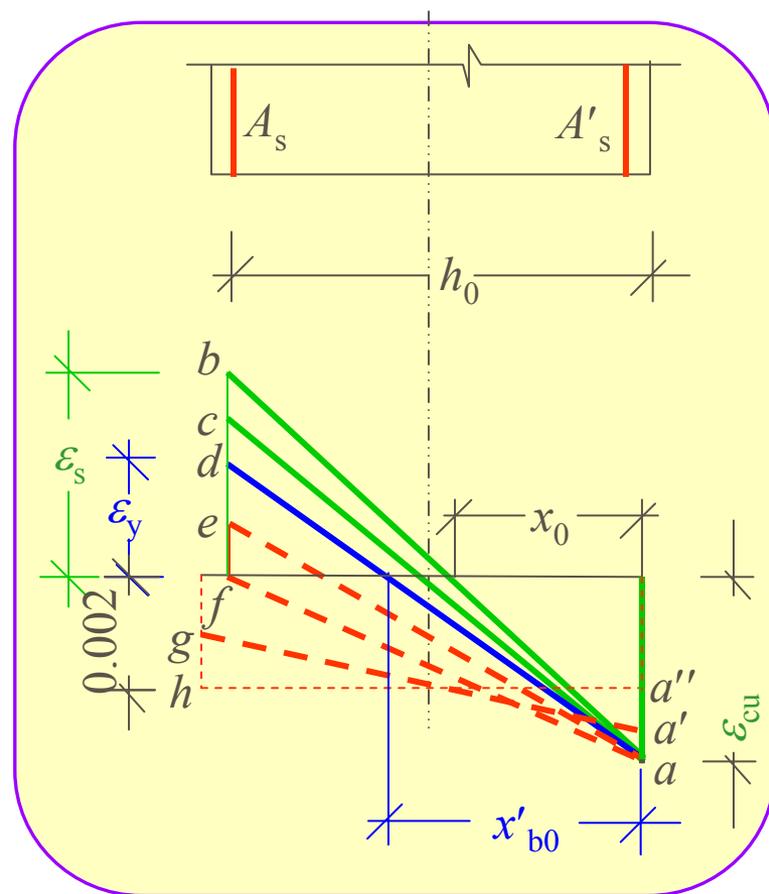
$$\frac{x}{h_0} = \xi \qquad \frac{x_b}{h_0} = \xi_b$$

当 $\xi < \xi_b$ —— 大偏心受压 *ab*

$\xi > \xi_b$ —— 小偏心受压 *ae*

$\xi = \xi_b$ —— 界限破坏状态 *ad*

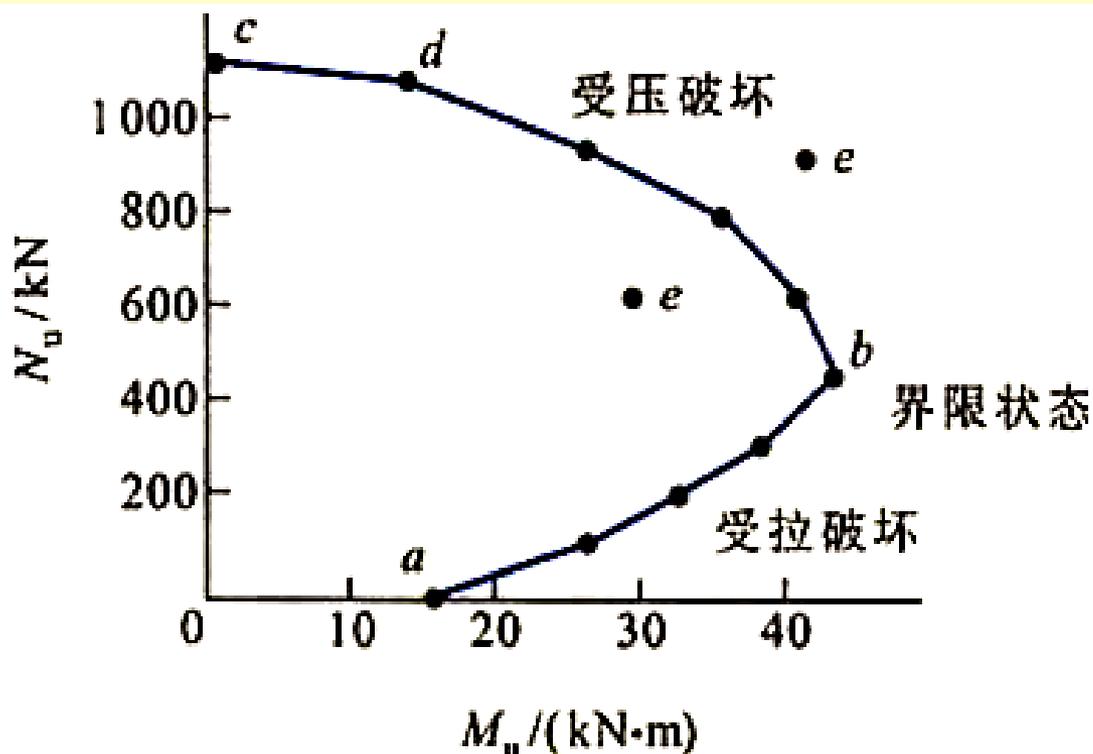
◆ ξ_b 的计算同受弯构件。



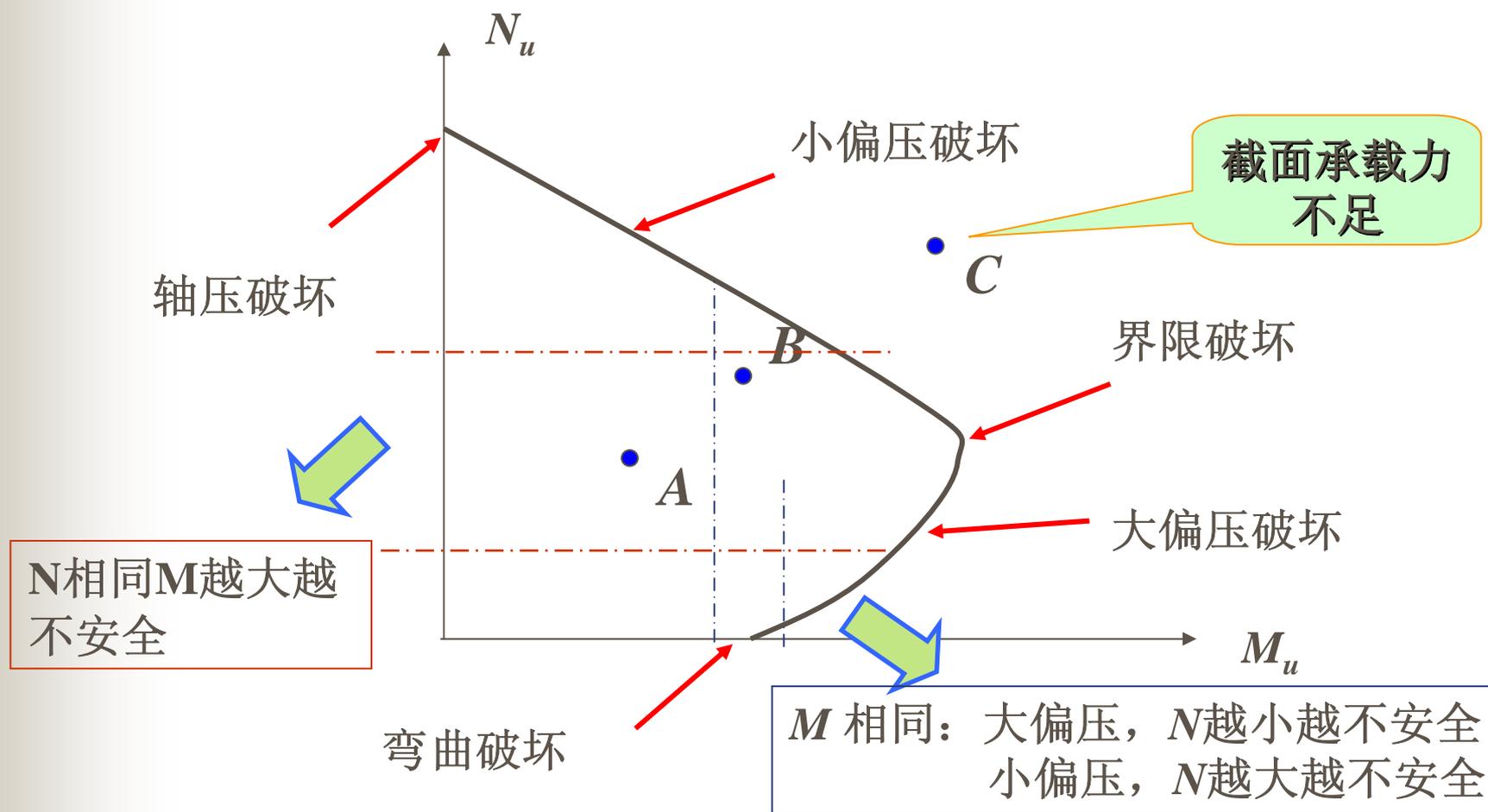
■ 3. 偏心受压构件的 N - M 相关曲线

对于给定截面、配筋及材料强度的偏心受压构件，到达承载能力极限状态时，截面承受的内力设计值 N ， M 并不是独立的，而是相关的。

◆ 构件可以在不同的 N 和 M 的组合下达到其极限承载力

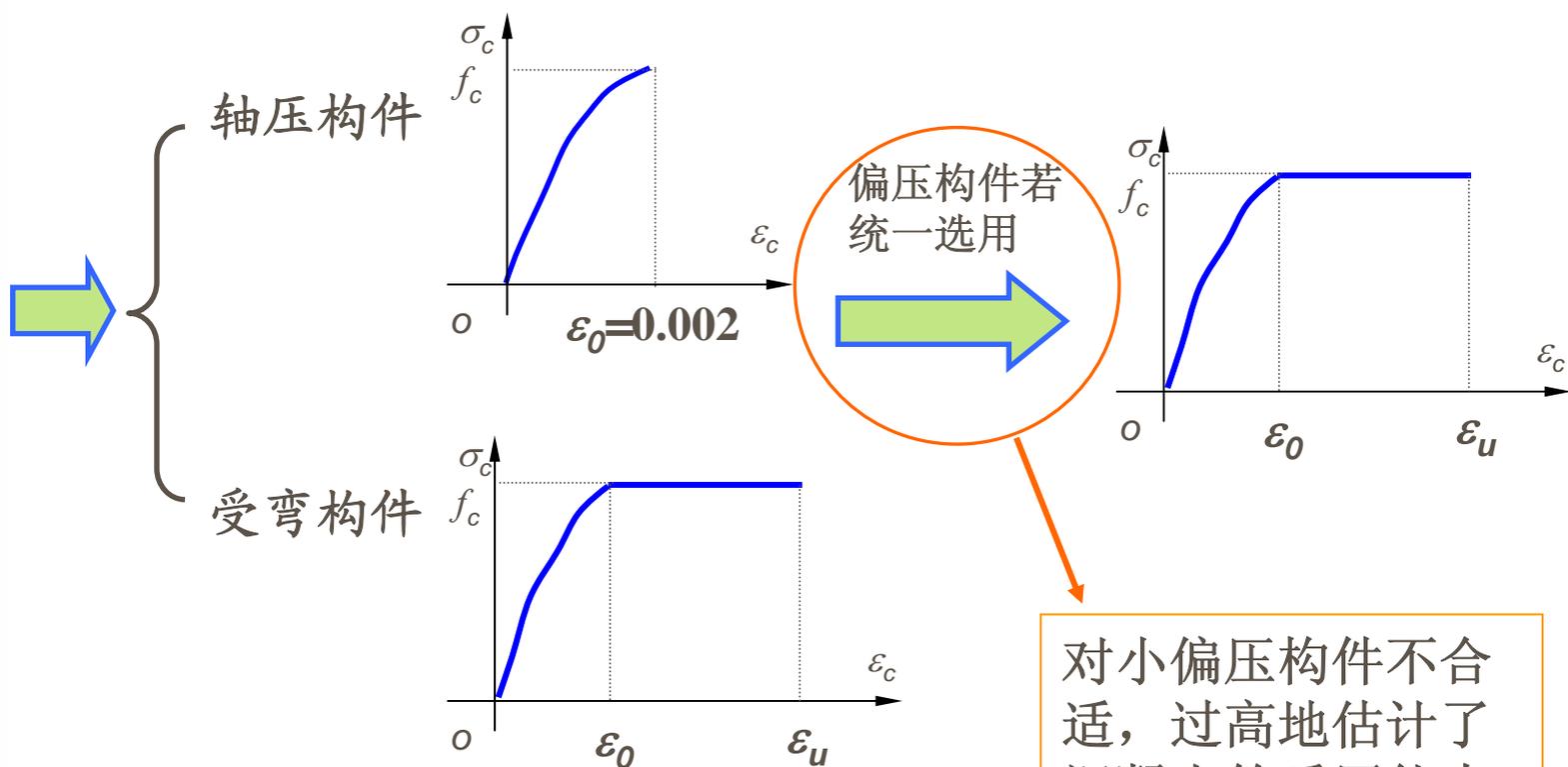


■ 3. 偏心受压构件的 N - M 相关曲线



■ 4. 附加偏心距

受压混凝土



偏压构件若统一选用

对小偏压构件不合适，过高地估计了混凝土的受压能力

■ 4. 附加偏心距

引入附加偏心距 e_a 来进行修正

$$e_a = 0.12(0.3h_0 - e_0)$$

当 $e_a > 0.3h_0$ 时, $e_a = 0$

《混凝土结构设计规范》GB50010-2002规定:

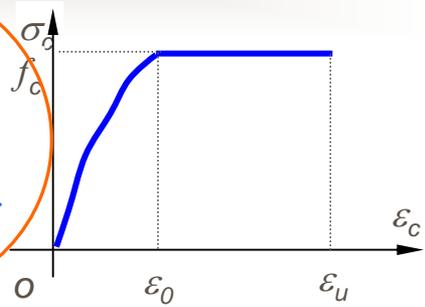
$$e_a = \max \begin{cases} 20\text{mm} \\ h/30 \end{cases}$$

偏心方向截面边长



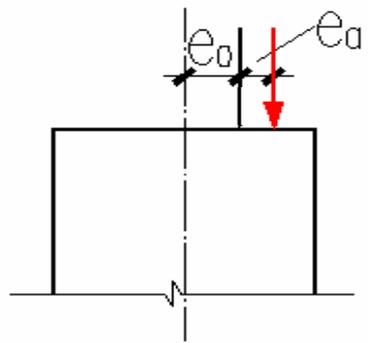
初始偏心矩

$$e_i = e_0 + e_a$$



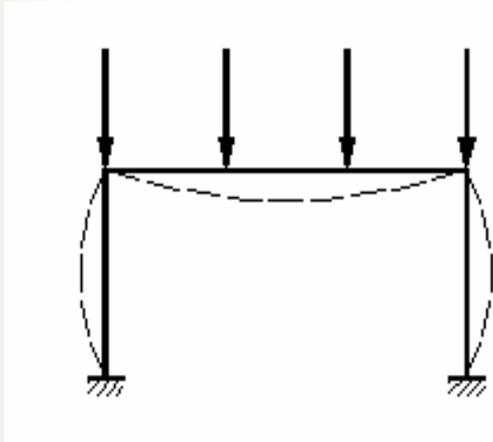
偏压构件若统一选用

对小偏压构件不合适, 过高地估计了混凝土的受压能力

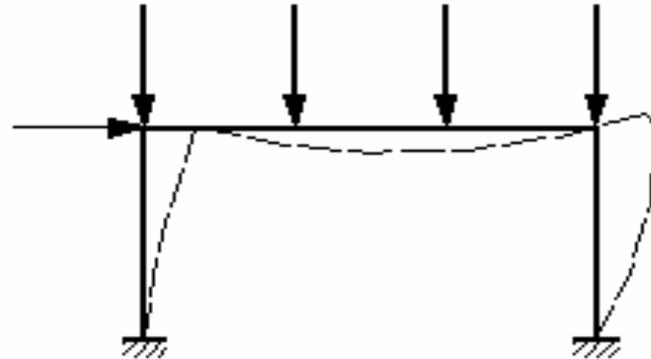


■ 5、结构侧移和构件挠度引起的附加内力

◆ 二阶效应——轴力在结构变形和位移时产生的附加内力。



无侧移

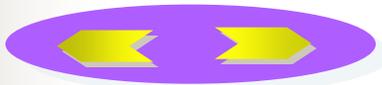


有侧移

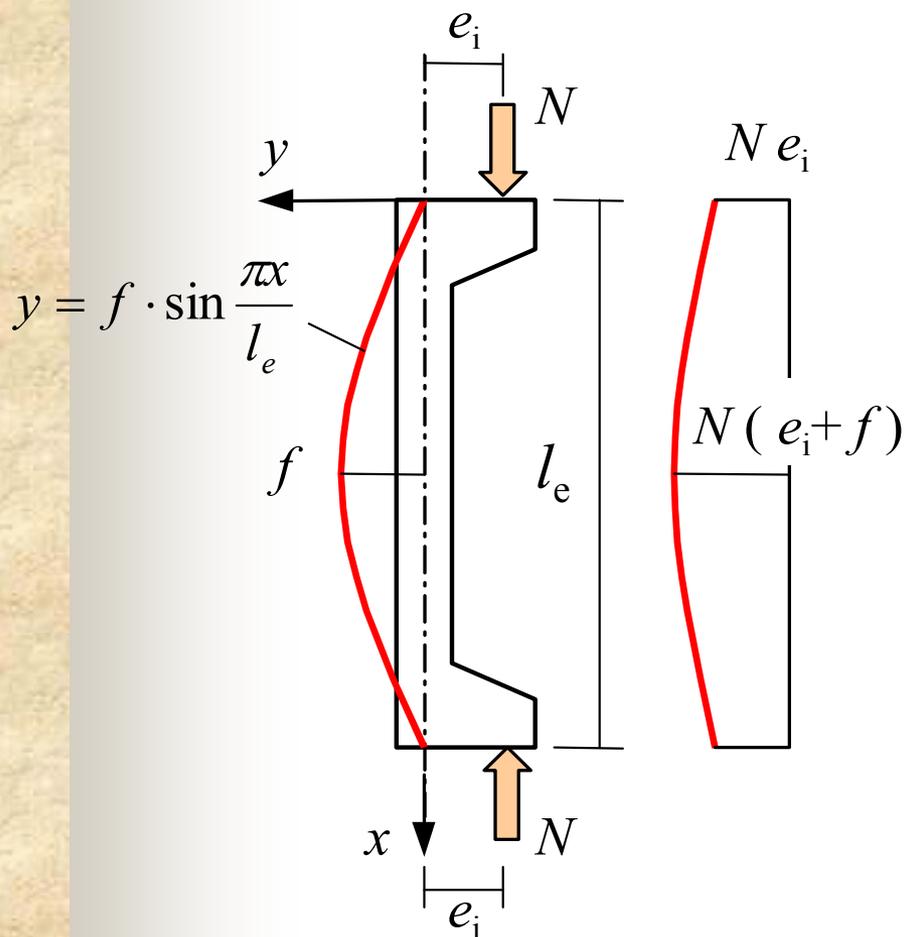
◆ 考虑二阶效应的方法

无侧移钢筋混凝土柱： $\eta-l_0$ 法

考虑二阶效应的弹性分析方法



(1) η - l_0 法(偏心距增大法)



- ◆ 由于侧向挠曲变形，轴向力将产生**二阶效应**，引起附加弯矩。
- ◆ 对于长细比较大的构件，二阶效应引起附加弯矩不能忽略。
- ◆ 图示典型偏心受压柱，跨中侧向挠度为 f 。
- ◆ 对跨中截面，轴力 N 的**偏心距为 $e_i + f$** ，即跨中截面的弯矩为 $M = N(e_i + f)$ 。

(1) $\eta-l_0$ 法(偏心距增大法)

在截面和初始偏心距相同的情况下，柱的长细比 l_0/h 不同，侧向挠度 f 的大小不同，影响程度会有很大差别，将产生不同的破坏类型。

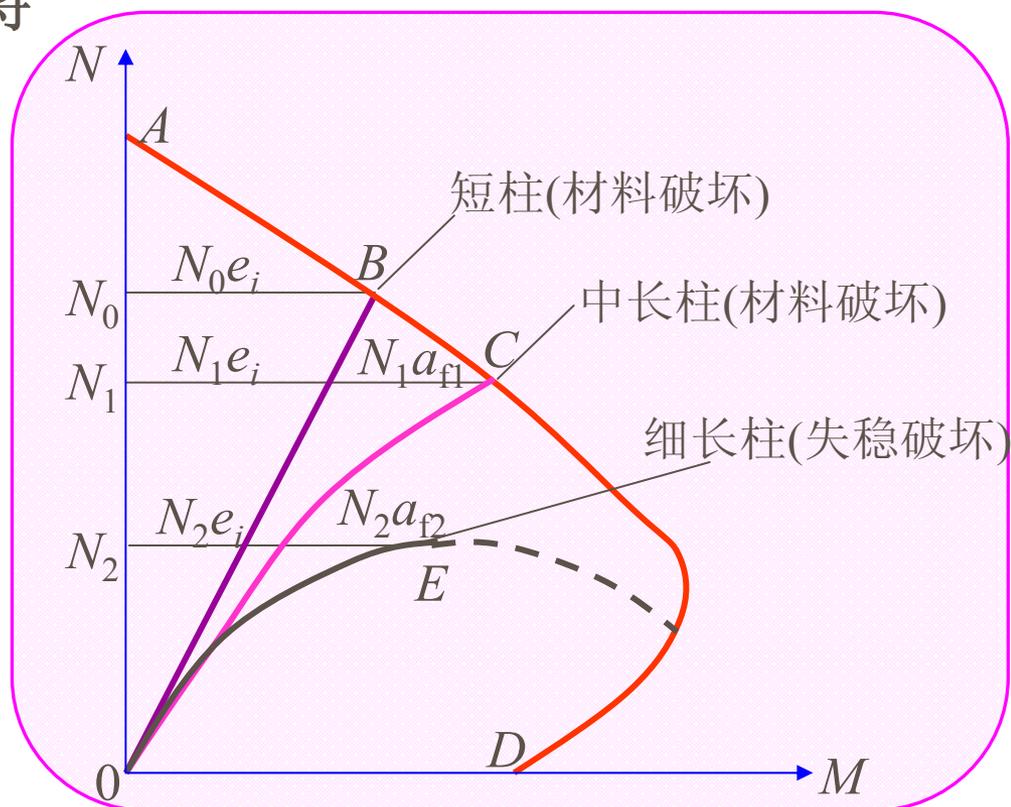


- 轴压构件中：

$$\text{稳定系数 } \varphi = \frac{N_{\text{长}}}{N_{\text{短}}}$$

- 偏压构件中：

偏心距增大系数 η



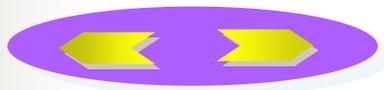
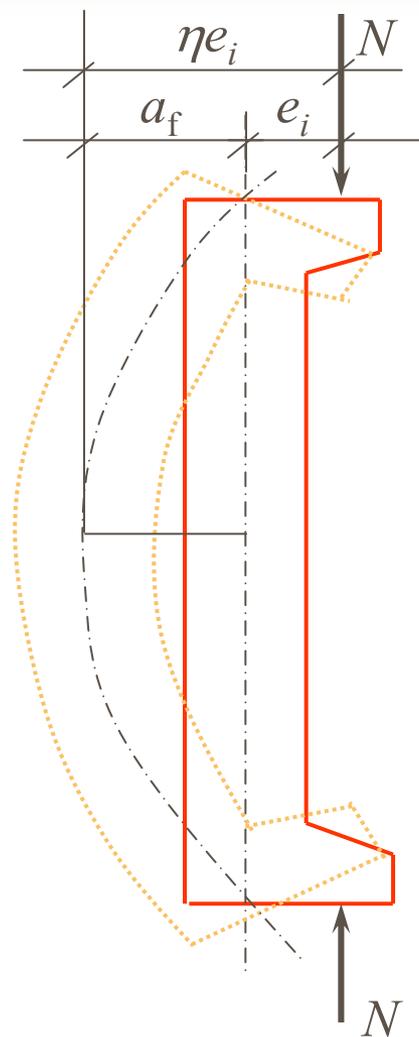
(1) $\eta-l_0$ 法(偏心距增大法)

$$\eta = 1 + \alpha_f / e_i$$

...7-2

$$\alpha_f = \frac{l_0^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{\rho}$$

$$\text{又} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y}{h_0}$$



考虑徐变影响后， ε_{cu} 乘以增大系数1.25，得：

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1.25\varepsilon_{cu} + f_y / E_s}{h_0} = \frac{1.25 \times 0.0033 + 300 / (2 \times 10^5)}{h_0} = \frac{1}{178h_0}$$

再考虑偏心距和长细比的影响，得：

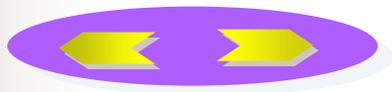
$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{178h_0} \zeta_1 \zeta_2$$

代入

$$a_f = \frac{l_0^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{\rho}$$



$$a_f = \frac{l_0^2}{10} \cdot \frac{1}{178h_0} \zeta_1 \zeta_2 = \frac{l_0^2}{1780h_0} \zeta_1 \zeta_2$$



令 $h/h_0 = 1.1$ 得:

$$\eta = 1 + \frac{a_f}{e_i} = 1 + \frac{1}{1400e_i/h_0} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \zeta_1 \zeta_2$$

构件计算长度

...7-3

截面曲率修正系数

构件长细比对截面曲率的影响系数

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N}$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01 \frac{l_0}{h}$$

当 $\zeta_1 > 1.0$ 时, 取 $\zeta_1 = 1.0$ 。

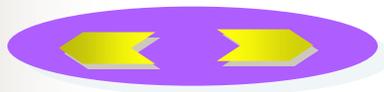
当 $l_0/h < 15$ 时, 取 $\zeta_2 = 1.0$ 。

当偏心受压构件的长细比 $l_0/i \leq 17.5$ (对应的矩形截面为 $l_0/h \leq 5$) 时, 可取 $\eta = 1.0$; 当 $l_0/i > 17.5$ 时, 要按公式计算。



(2)考虑二阶效应的弹性分析法

- ◆ 采用有限元程序进行结构弹性分析，分析过程中应将**构件刚度折减**：
梁为**0.4**；柱为**0.6**；
剪力墙、核心筒壁为**0.45**
- ◆ 按这样求得的内力可直接用于截面设计， e_i 不需要再乘 η 系数。



7.2.2 建筑工程中偏心受压构件承载力计算

■ 偏心受压构件常用的截面形式

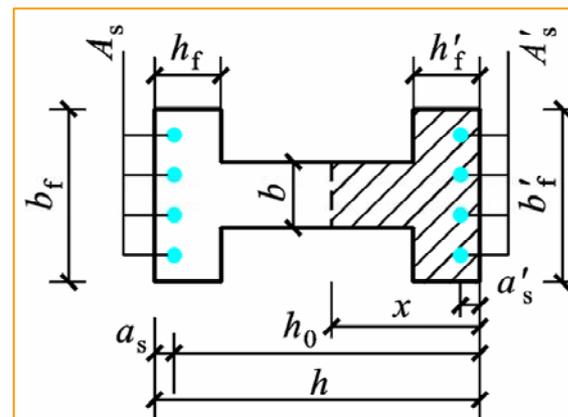
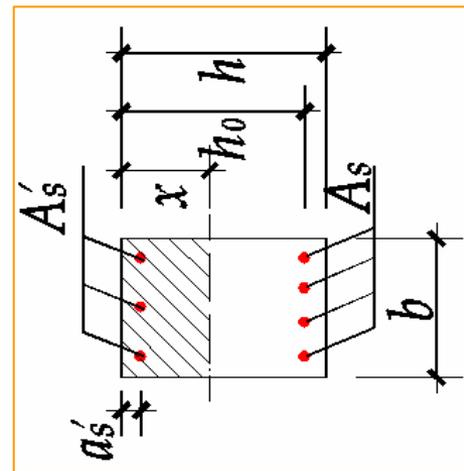
- 矩形截面
- 工字形截面

■ 截面的配筋方式：

- 非对称配筋
- 对称配筋

■ 承载力的计算：

- 截面设计
- 截面复核



7.2.2 建筑工程中偏心受压构件承载力计算

■ 一、矩形截面偏心受压构件

■ 1.基本假定

- 1) 平截面假定
- 2) 不考虑混凝土的抗拉强度。即认为拉力全部由受拉钢筋承担
- 3) 已知钢筋和混凝土的应力—应变关系（本构关系）
- 4) $x \geq 2a'_s$ ，受压钢筋能够达到抗压强度设计值。

2.小偏心受压构件中受拉钢筋或压应力较小边钢筋应力 σ_s (σ'_s)值

◆1) 平截面假定法

$$\sigma_s = 0.0033(0.8/\xi - 1)E_s$$

- 当 $\sigma_s > 0$ 时, A_s 受拉; 反之, 当 $\sigma_s < 0$ 时, A_s 受压。
- σ_s 与 ξ 间呈双曲线型的函数关系。
- 如果 ε_c 与 x/x_0 不是定值 (当偏心距小到使全截面受压时, 非均匀受压 $\varepsilon_{cu} = 0.0033$ 逐步过渡到轴压 $\varepsilon_{cu} = 0.002$), σ_s 与 ξ 的关系更趋复杂。因而《规范》建议采用近似计算法。

2.小偏心受压构件中受拉钢筋或压应力较小边钢筋应力 σ_s (σ'_s)值

◆2) 近似算法

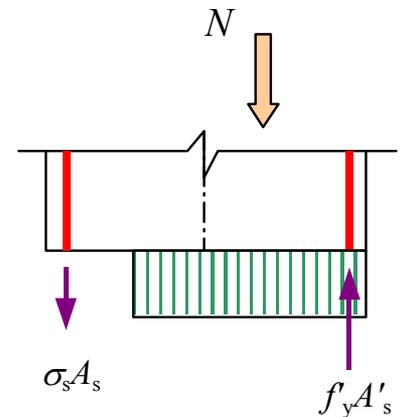
- 根据实测结果可近似按下式计算:

混凝土 \leq C50

$$\sigma_s = f_y (\xi - 0.8) / (\xi_b - 0.8)$$

混凝土 \geq C55

$$\sigma_s = f_y (\xi - \beta_1) / (\xi_b - \beta_1)$$



■ 3. 基本公式

$$N \leq \alpha_1 f_c b h_0 \xi + f_y' A_s' - \sigma_s A_s$$

$$Ne \leq \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi) + f_y' A_s' (h_0 - a_s')$$

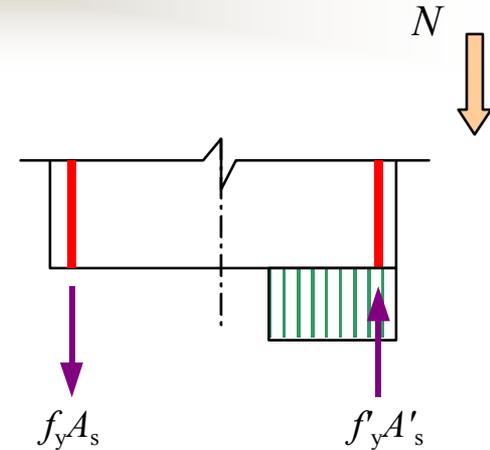
$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s \quad e' = \eta e_i - \frac{h}{2} + a_s'$$

e —轴向力作用点至受拉钢筋 A_s 合力点之间的距离

e' —轴向力作用点至受拉钢筋 A_s 合力点之间的距离

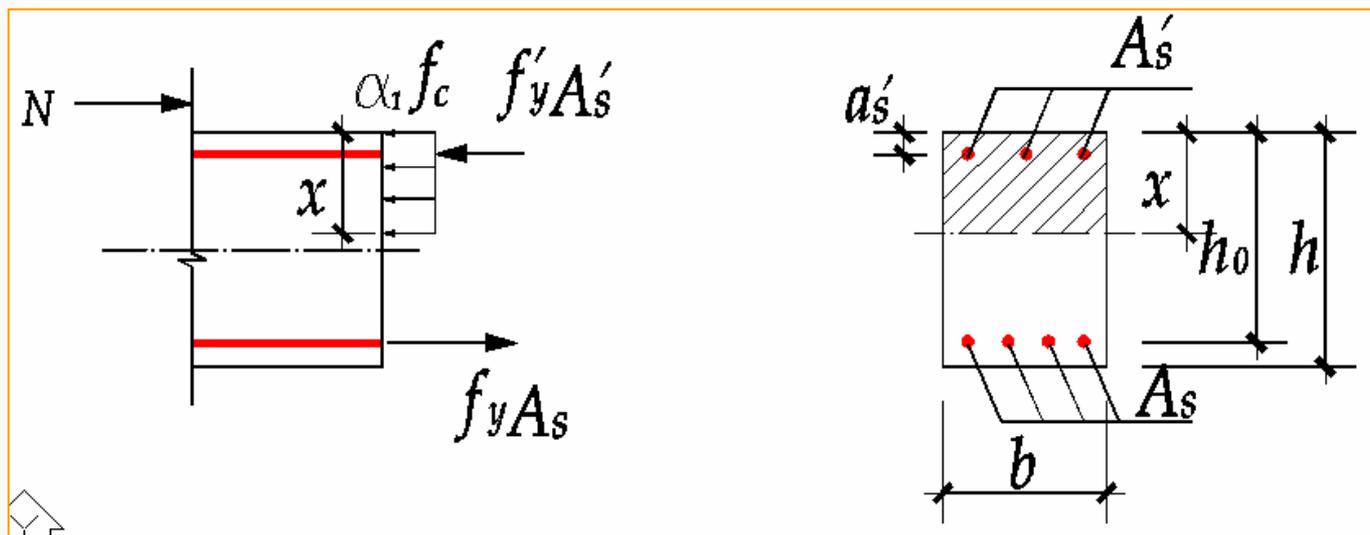
■ 小偏心受压构件: $\sigma_s = f_y (\xi - \beta_1) / (\xi_b - \beta_1)$

■ 大偏心受压构件: $\sigma_s = f_y$



❖ 二、矩形截面非对称配筋构件正截面承载力

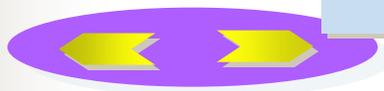
◆ (一) 大偏压



$$\sum X = 0, N \leq \alpha_1 f_c b x + f_y' A_s' - f_y A_s \quad \dots 7-12$$

$$\sum M = 0, N e \leq \alpha_1 f_c b x (h_0 - x/2) + f_y' A_s' (h_0 - a_s') \quad \dots 7-13$$

$$e = \eta e_i + 0.5h - a_s \quad \dots 7-14$$



❖ 二、矩形截面非对称配筋构件正截面承载力

◆ 两种偏心受压承情况的判别

近似判别条件：

当 $\eta e_i < 0.3h_0$ 时，可按小偏心受压计算；

当 $\eta e_i > 0.3h_0$ 时，可按大偏心受压计算。

◆ (一) 大偏压——非对称配筋

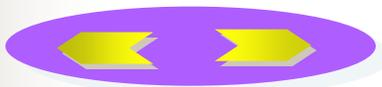
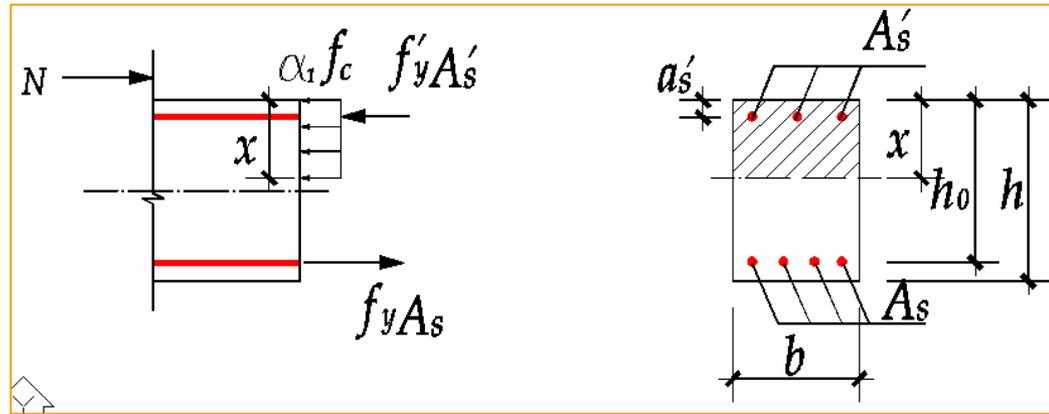
$$\sum X = 0, N \leq \alpha_1 f_c b x + f_y' A_s' - f_y A_s$$

$$\sum M = 0, Ne \leq \alpha_1 f_c b x (h_0 - x/2) + f_y' A_s' (h_0 - a_s')$$

$$e = \eta e_i + 0.5h - a_s$$

适用条件:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi \leq \xi_b \\ x \geq 2a_s' \\ A_s \geq \rho_{\min} bh \end{array} \right.$$



◆ (一) 大偏压——非对称配筋

➤ 截面设计——情形1: A_s 、 A'_s 均未知。

补充条件:

$$x = \xi_b h_0$$

...7-15

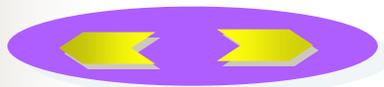
$$\text{则: } A'_s = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_b (1 - 0.5 \xi_b)}{f'_y (h_0 - a'_s)}$$

...7-16

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b h_0 \xi_b + f'_y A'_s - N}{f_y}$$

...7-17

➤ 截面设计——情形2: 已知 A'_s , 求 A_s 。



◆ (一) 大偏压——非对称配筋

➤ 截面设计——情形2: 已知 A'_s , 求 A_s 。

$$\alpha_s = \frac{Ne - f'_y(h_0 - a'_s)}{\alpha_1 f_c b h_0^2} \quad \longrightarrow \quad \xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s}$$

1. 若 $\frac{2a'_s}{h_0} \leq \xi \leq \xi_b$, 则有: $A_s = \frac{\alpha_1 f_c b \xi h_0 + f'_y A'_s - N}{f_y} \geq \rho_{\min} b h_0$

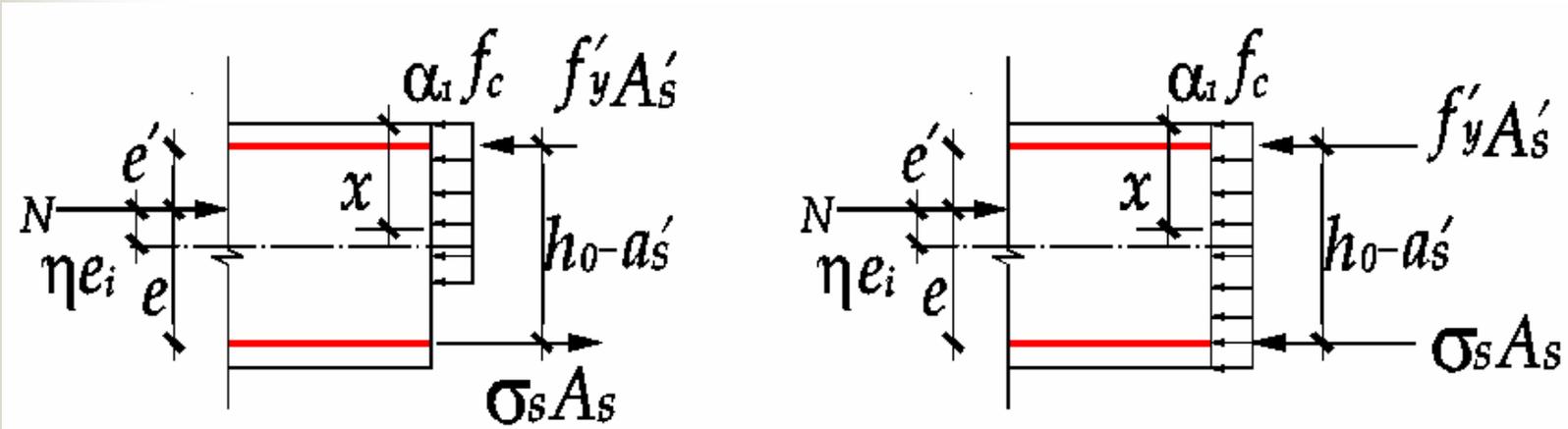
2. 若 $\xi > \xi_b$ 表明 A'_s 配置不足, 应重新设计 A'_s 和 A_s (即按情况1设计)

3. 若 $\xi < 2a'_s / h_0$, 表明 A'_s 不能屈服取 $x = 2a'_s$,

对 A'_s 合力中心取矩, 则有: $A_s = \frac{N(\eta e_i - \frac{h}{2} + a'_s)}{f_y (h_0 - a'_s)}$

判断

◆ (二) 小偏压——非对称配筋



● 基本公式

$$\sum X = 0, N \leq \alpha_1 f_c b x + f'_y A'_s - \sigma_s A_s \quad \dots 7-18$$

$$\sum M = 0, Ne \leq \alpha_1 f_c b x (h_0 - x/2) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) \quad \dots 7-19$$

$$\sigma_s = \frac{\xi - \beta_1}{\xi_b - \beta_1} f_y \quad \dots 7-20$$

◆ (二) 小偏压——非对称配筋

● 基本公式

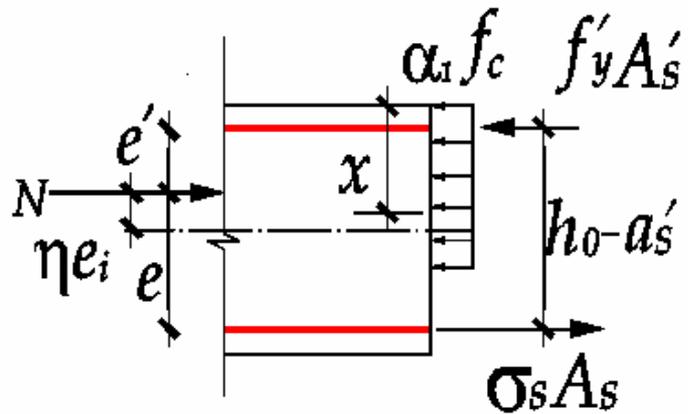
$$\sum X = 0, N \leq \alpha_1 f_c b x + f'_y A'_s - \sigma_s A_s \quad \dots 7-18$$

$$\sum M = 0, Ne \leq \alpha_1 f_c b x (h_0 - x/2) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) \quad \dots 7-19$$

$$\sigma_s = \frac{\xi - \beta_1}{\xi_b - \beta_1} f_y \quad \dots 7-20$$

适用条件:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi > \xi_b \\ \xi \leq \xi_{\max} = \frac{h}{h_0} \\ A_s \geq \rho_{\min} bh \end{array} \right.$$



◆ (二) 小偏压——非对称配筋

➤ 截面设计

$$\text{令: } A_s = \rho_{\min} bh = 0.002bh \quad \dots 7-21$$

$$\text{可得: } A_s = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi)}{f_y (h_0 - a'_s)} \quad \dots 7-22$$

式中:

$$\xi = \left(\frac{a'_s}{h_0} - \frac{A}{B} \right) + \sqrt{\left(\frac{a'_s}{h_0} - \frac{A}{B} \right)^2 + \frac{2(\beta_1 - \xi_b) Ne'}{B} + 2\beta_1 \frac{A}{B}}$$

$$A = f_y A_s (h_0 - a'_s) = 0.002 b h f_y (h_0 - a'_s)$$

$$B = (\beta_1 - \xi_b) \alpha_1 f_c b h_0^2$$

◆ (二) 小偏压——非对称配筋

当 $e_0 \leq 0.15h_0$ 且 $N \geq f_c b h_0$ 时，尚应验算 A_s 一侧受压破坏（反向破坏）的可能性。

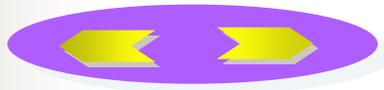
$$Ne' = \alpha_1 f_c b h (h'_0 - h/2) + f'_y A_s (h'_0 - a_s) \quad \dots 7-23$$

$$A_s = \frac{Ne' - \alpha_1 f_c b h (h_0 - 0.5h)}{f'_y (h'_0 - a_s)} \quad \dots 7-24$$

式中：

$$\begin{cases} e' = h/2 - a'_s - e_i \\ e_i = e_0 - e_a \end{cases}$$

此时不考虑 η ， e_i 中扣除 e_a 。



◆ (三) 截面承载力复核

① 弯矩作用平面内的承载力计算

A. 给定轴向力设计值 N ，求弯矩设计值 M

步骤：1. 计算 N_b ，由式(7-1)计算；

2. 当 $N \leq N_b$ 时为大偏压；

3. 由式(7-6)计算 x ，再将 x 代入式(7-7)求 e ；

4. 由式(7-3)算得 η 代入式(6-8)求 e_0 ，这时取 e_a 为20mm或 $h/30$ 较大值；有 $e_i = e_a + e_0$ ，由 $\eta(e_a + e_0) + h/2 - a_s = e$ ，求得 e_0 ；

5. $M = Ne_0$ 即为所求。

7. 当 $N > N_b$ 则为小偏心受压情况，将已知数据代入式(7-12)和式(7-14)求 x ，再将 x 及 η 代入式(7-13)求 e_0 及 M 。

◆ (三) 截面承载力复核

B. 给定荷载的偏心距 e_0 ，求轴向力设计值 N

由于截面尺寸、配筋及 e_0 为已知：

1. $e_a=20\text{mm}$ 或 $h/30$, $e_i=e_0+e_a$,

2. 当 $e_i \geq 0.3h_0$ 时，按大偏心受压情况进行截面复核；

3. 取 $\zeta_1=1.0$ 按已知的 l_0/h 由式(7-3)计算偏心距增大系数 η ；

4. 将 $e = \eta e_i + h/2 - a_s$ 及已知数据代入式(7-6)及式(7-7)，联立求解 x 及 N ，即可。

5. 当 $e_i < 0.3h_0$ 时，此时可能为大偏压或小偏压。

◆ (三) 截面承载力复核

B. 给定荷载的偏心距 e_0 ，求轴向力设计值 N

6. 由于承载力 N 为未知，可接近似公式 $\zeta_1 = 1.2 + 2.7 e_i / h_0$
求 ζ_1

7. 再代入式(7-3)计算 η (试算)。如 $\eta e_i \geq 0.3h_0$ ，需按大偏心受压计算。

8. $\eta e_i < 0.3h_0$ 则确属小偏心受压，将已知数据代入式(7-12)及式(7-13)联立求解 x 及 N ；

9. 当求得 $N \leq \alpha_1 f_c b h$ 即为所求。当 $N > \alpha_1 f_c b h$ 时，尚需按式(7-25)求 N ，与求得的 N 相比，两者之间取较小值。

□ 计算例题

❖ (四) 垂直弯矩作用平面的轴压承载力验算

- 当轴向压力设计值 N 较大且弯矩作用平面内的偏心距较小时，若垂直于弯矩作用平面的长细比 l_0 / b 较大或 b 边长较小时，则有可能由垂直于弯矩作用平面的轴心受压承载力起控制作用。
- 因此，《规范》规定：偏心受压构件除应计算弯矩作用平面的受压承载力外，尚应按轴心受压构件验算垂直于弯矩作用平面的受压承载力，此时可不考虑弯矩的作用，但应考虑纵向弯曲影响(取稳定系数)。这种验算，无论在截面设计和承载力校核时都应进行。在一般情形下，小偏心受压构件需要进行验算，对于对称配筋的大偏心受压构件，当 $l_0 / b \leq 24$ 时，一般可不进行验算。

❖三、矩形截面对称配筋偏心受压构件正截面承载力

$$A'_s = A_s \quad f'_y = f_y \quad a'_s = a_s$$

◆（一）大偏压

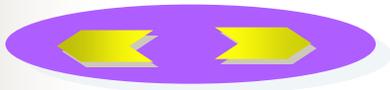
1.判别式： $\xi \leq \xi_b$ 或 $\eta e_i \geq 0.3h_0$ 且 $N \leq \alpha_1 f_c \xi_b b h_0$

2.计算式：由式（7-12）得： $x = N / \alpha_1 f_c b \dots 7-25$

由式（7-13）得： $A_s = A'_s = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b x (h_0 - 0.5x)}{f'_y (h_0 - a'_s)}$

$\dots 7-26$

式中： $e = \eta e_i + h/2 - a_s$



◆ (二) 小偏压

1.判别式： $\xi > \xi_b$ 或 $\eta e_i < 0.3h_0$
 或 $\eta e_i > 0.3h_0$ 但 $N > f_c \xi_b b h_0$

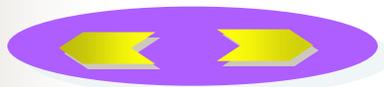
2.计算式： $\sigma_s = \frac{\xi - \beta_1}{\xi_b - \beta_1} f_y$

由式 (7-18) 有：

$$\begin{aligned} N &= \alpha_1 f_c b h_0 \xi + f'_y A'_s - \sigma_s A_s = \alpha_1 f_c b h_0 \xi + (f'_y - \sigma_s) A'_s \\ &= \alpha_1 f_c b h_0 \xi + f'_y \left(1 - \frac{\xi - \beta_1}{\xi_b - \beta_1}\right) A'_s \end{aligned}$$

$$\text{得： } f'_y A'_s = \frac{N - \alpha_1 f_c b h_0 \xi}{1 - \frac{\xi - \beta_1}{\xi_b - \beta_1}} = \frac{N - \alpha_1 f_c b h_0 \xi}{\frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - \beta_1}}$$

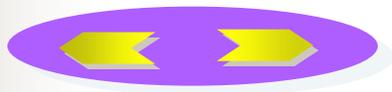
...7-27



以式(7-27)代入式(7-13)得：

$$Ne = \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi) + \frac{N - \alpha_1 f_c b h_0 \xi}{\xi_b - \xi} (h_0 - a'_s) \quad \dots 7-28$$

$$Ne \left(\frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - \beta_1} \right) = \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi) \left(\frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - \beta_1} \right) + (N - \alpha_1 f_c b h_0 \xi) (h_0 - a'_s) \quad \dots 7-29$$

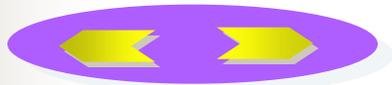


式(7-29)为 ξ 的三次方程，可用迭代法或近似法求解。

$$\bar{y} = \xi(1 - 0.5\xi) \frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - \beta_1} \quad \dots 7-30$$

则式(7-29)可写成

$$\frac{Ne}{\alpha_1 f_c b h_0^2} \left(\frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - \beta_1} \right) - \left(\frac{N}{\alpha_1 f_c b h_0^2} - \frac{\xi}{h_0} \right) (h_0 - a') = \bar{y} \quad \dots 7-31$$

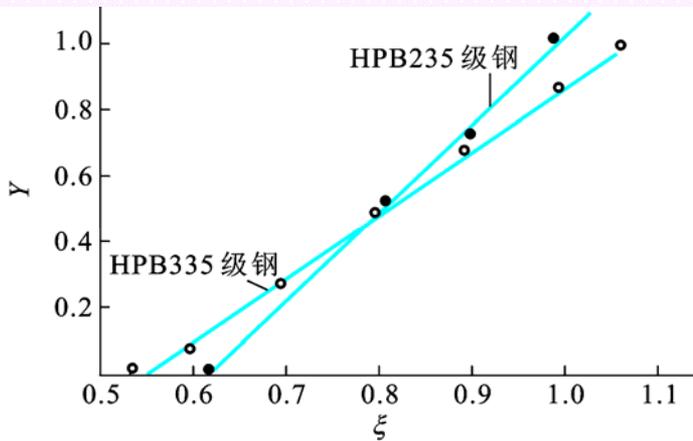


\bar{y} 与 ξ 的关系如下:

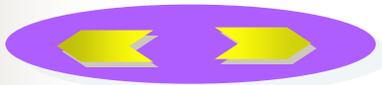
$$\text{HPB235: } \bar{y} = 2.702(\xi - 0.62)$$

$$\text{HRB335: } \bar{y} = 1.964(\xi - 0.55)$$

为计算方便, 对各级热轧钢筋, y 与 ξ 的关系统一取为:



$$\bar{y} = 0.43 \frac{\xi - \xi_b}{\beta_1 - \xi_b} \quad \dots 7-32$$



将式 (7-32) 代入式 (7-31) ， 经整理后得：

$$\xi = \frac{N - \xi_b \alpha_1 f_c b h_0}{\frac{Ne - 0.43 \alpha_1 f_c b h_0^2}{(\beta_1 - \xi_b)(h_0 - a'_s)} + \alpha_1 f_c b h_0} + \xi_b \quad \dots 7-34$$

由式 (7-19) 得：

$$A_s = A'_s = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b x (h_0 - 0.5x)}{f'_y (h_0 - a'_s)} = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b h^2 \xi (1 - 0.5\xi)}{f'_y (h_0 - a'_s)} \quad \dots 7-35$$

◆ 截面复核

步骤与非对称时相同，引入对称配筋条件即可。

□ 计算例题