

文章编号: 1000-4750(2017)02-0242-07

沥青混合料黏弹性主曲线模拟及换算

王志臣^{1,3}, 郭乃胜², 赵颖华², 陈忠达³

(1. 长安大学材料科学与工程学院, 陕西, 西安 710061; 2. 大连海事大学道路与桥梁工程研究所, 大连, 辽宁 116026;

3. 长安大学特殊地区公路工程教育部重点实验室, 陕西 西安 710064)

摘 要: 基于时间-温度等效原理将不同温度下沥青混合料的储存模量和蠕变柔量进行平移形成主曲线, 采用广义 Maxwell 和 Kelvin 模型分别模拟沥青混合料的松弛和蠕变特性, 利用 Prony 级数表达式和 Laplace 变换实现黏弹性主曲线间的相互换算, 并将换算结果与试验结果进行了比较。结果表明, 广义 Maxwell 和 Kelvin 模型可以较好地模拟沥青混合料黏弹性主曲线, 储存模量和蠕变柔量主曲线相互换算结果与试验结果规律基本一致, 松弛模量实际结果应介于由储存模量和蠕变柔量换算的松弛模量主曲线之间, 这可为沥青混合料黏弹性力学研究及黏弹性参数的获取提供有益参考。

关键词: 道路工程; 沥青混合料; 黏弹性; 主曲线; 动态模量; 换算

中图分类号: U414 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.08.0647

VISCOELASTIC MASTER CURVE SIMULATION AND CONVERSION OF ASPHALT MIXTURES

WANG Zhi-chen^{1,3}, GUO Nai-sheng², ZHAO Ying-hua², CHEN Zhong-da³

(1. School of Materials Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710061, China;

2. Institute of Road and Bridge Engineering, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116026, China;

3. Key Laboratory of Highway Engineering in Special Region of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract: Master curves of dynamic modulus and creep compliance of asphalt mixtures at different temperatures are developed on the basis of time-temperature superposition principle. Generalized Maxwell and Kelvin models are performed to simulate relaxation and creep behavior, respectively. The viscoelastic master curves are converted reciprocally by using Prony series and Laplace transformation principle, and the converted master curves are compared with test results. The results show that the generalized Maxwell and Kelvin models can be employed to simulate viscoelastic master curves of asphalt mixtures; the viscoelastic master curves for creep and relaxation can be converted reciprocally; the master curves of storage modulus and creep compliance obtained from conversion are consistent with the test results; the authentic master curves of relaxation modulus should be between the results converted from storage modulus and creep compliance. The results provide a useful reference for the study on the viscoelastic mechanics and viscoelastic parameters of asphalt mixtures.

Key words: road engineering; asphalt mixtures; viscoelasticity; master curve; dynamic modulus; conversion

沥青混合料属于一种宽温度域黏弹性材料, 其黏弹性行为与温度和时间(频率)密切关联^[1]。通过

力学性能试验可以获得沥青混合料的黏弹性参数, 如动态(储存、损耗)模量、蠕变柔量和松弛模量,

收稿日期: 2015-08-08; 修改日期: 2016-05-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(51308084); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(3132014223)

通讯作者: 郭乃胜(1978—), 男, 辽宁人, 副教授, 博士, 主要从事道路工程研究(E-mail: naishengguo@126.com)。

作者简介: 王志臣(1987—), 男, 黑龙江人, 博士生, 主要从事道路材料研究(E-mail: zhichenwang@aliyun.com);

赵颖华(1954—), 女, 辽宁人, 教授, 博士, 博导, 主要从事工程力学研究(E-mail: yhzhaod@dlmu.edu.cn);

陈忠达(1956—), 男, 江苏人, 教授, 博士, 博导, 主要从事道路工程研究(E-mail: 0292335657@163.com)。

且三者之间可以采用一定的方法相互换算。

动态模量更能够反映车辆荷载作用下沥青路面的实际受力状态, 沥青路面的新设计体系也将动态模量作为材料设计参数^[2]。受试验设备、时间及成本等因素制约, 较难通过试验直接获得宽频率、宽温度范围内的动态模量, 而利用时间-温度等效原理建立动态模量主曲线成为描述更宽的频率和温度范围内沥青混合料动态黏弹性能的重要途径。基于动态模量主曲线的“S”型假设, 采用最小二乘法进行 Sigmoidal 函数拟合, 在拟合过程中确定水平位移。已有研究成果表明, 采用上述方法建立的动态模量主曲线能够全面的描述沥青混合料的动态黏弹性能^[3-4]。

蠕变柔量可分为动、静两种。动蠕变试验更接近于路面的实际受力状态, 但非定值的荷载导致较难采用流变模型来模拟其蠕变性能; 静蠕变试验因操作简单、模拟方法成熟而被广泛应用。目前关于沥青混合料蠕变性能的研究主要集中于不同温度下的沥青混合料蠕变性能试验, 并采用 Burgers 或“四单元、五参数”等模型表征其蠕变性能^[5-6], 但短期特定条件下的研究结果并不能全面反映沥青混合料的黏弹性能, 能否借鉴动态模量主曲线的确定方法, 建立能够表征沥青混合料长期黏弹特性的蠕变柔量主曲线仍需进一步探讨。

在实际试验操作中, 以恒应变来测定沥青混合料的应力松弛性能对于设备的应变和温度控制精度要求较高, 利用常规的力学性能测试系统, 如 MTS、SPT 等难以进行^[7], 然而, 采用应力控制的动态模量和蠕变柔量试验则相对容易实现。因此, 有必要采用一定的方法对黏弹性主曲线进行相互换算。Park 和 Schapery^[8]提出了一种基于 Prony 级数的换算方法, 相对于传统的积分型理论计算, 该方法在进行黏弹性主曲线转换时更为简单实用, 并在时域和频域间转换时呈现出良好的一致性。赵延庆等^[9]采用 Wiechert 模型的 Prony 级数表达式来模拟沥青混合料的动态(储存、损耗)模量, 在确定了储存模量主曲线后, 利用配置法和相关的黏弹性理论将储存模量换算为松弛模量, 但未对换算结果准确性进行验证。

为此, 本文基于动态模量和蠕变柔量试验结果, 利用时间-温度等效原理建立沥青混合料的储存模量和蠕变柔量主曲线, 分别采用广义 Maxwell 和 Kelvin 模型来模拟沥青混合料宽时间(频率)范围

内的动、静黏弹性能, 应用 Laplace 变换原理实现黏弹性主曲线间的换算, 将换算结果与试验结果进行比较, 以此验证模拟及换算方法的有效性。

1 广义 Maxwell 与 Kelvin 模型

材料的黏弹性行为可以用由弹簧和黏壶元件以不同形式组合而成的力学模型来加以描述, 弹簧与黏壶串联形成的 Maxwell 模型[M]为黏弹性流体模型, 适合于描述应力松弛行为; 弹簧与黏壶并联形成的 Kelvin 模型[K]为黏弹性固体模型, 适用于描述蠕变变形。综合上述特征, 由[M]和[K]模型串联形成的 Burgers 模型可以用来描述沥青混合料蠕变与松弛行为, 但该模型忽视了黏滞度随加载时间而增大的固结效应^[10], 徐世法等^[11]对 Burgers 模型进行简单修正, 提出了能够较为准确表征沥青混合料变形特征的“四单元、五参数”模型。上述模型构成简单, 在短期黏弹性行为模拟时具有一定的准确性, 而描述沥青混合料长期复杂的黏弹性行为则需要更多的元件, 广义 Maxwell 模型由若干个[M]模型和一个弹簧并联而成, 广义 Kelvin 模型由若干个[K]模型和一个弹簧串联而成, 分别可以用来描述较为复杂的松弛和蠕变行为。

利用广义 Maxwell 和 Kelvin 模型可以获得时域内松弛模量 $E(t)$ 和蠕变柔量 $J(t)$ 的 Prony 级数表达式^[8]:

$$E(t) = E_e + \sum_{i=1}^m E_i e^{-t/\rho_i} \quad (1)$$

$$J(t) = J_g + \sum_{j=1}^n J_j (1 - e^{-t/\tau_j}) \quad (2)$$

式中: E_e 代表平衡模量; E_i 代表松弛强度; ρ_i 代表松弛时间; J_g 代表玻璃态模量; J_j 代表蠕变延迟强度; τ_j 代表延迟时间。

广义 Maxwell 模型中弹簧和[M]模型的本构方程的形式分别为:

$$\sigma_e = E_e \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\sigma_i}{dt} \frac{1}{E_i} + \frac{\sigma_i}{\eta_i} \quad (4)$$

广义 Maxwell 模型的应力计算式为:

$$\sigma = \sigma_e + \sum_{i=1}^m \sigma_i \quad (5)$$

应用积分变换理论, 对式(3)~式(4)进行 Fourier 变换, 或输入复数应力 $\sigma = \sigma^* e^{i\omega t}$ 和应变 $\varepsilon = \varepsilon^* e^{i\omega t}$ 至式(4), 并将上述结果代入式(5), 利用松弛时间关

系式 $\rho_i = \eta_i / E_i$ ，可以得到复数模量 $E^*(\omega)$ 为：

$$E^*(\omega) = E_c + \sum_{i=1}^m E_i \frac{i\omega\rho_i}{1+i\omega\rho_i} \quad (6)$$

由式(6)获得储存模量 $E'(\omega)$ 的 Prony 级数表达式为：

$$E'(\omega) = E_c + \sum_{i=1}^m E_i \frac{\omega^2 \rho_i^2}{1+\omega^2 \rho_i^2} \quad (7)$$

2 储存模量与蠕变柔量主曲线

本研究选用三种不同类型密级配沥青混合料，分别记作为 Mix-9.5、Mix-19、Mix-25，技术指标如表 1 所示^[12]。

表 1 沥青混合料技术指标

Table 1 Technical properties of asphalt mixtures

	最大公称粒径/mm	沥青用量/(%)	空隙率/(%)	毛体积密度/(g/cm ³)
Mix-9.5	9.5	4.93	6.5	2.458
Mix-19	19.0	4.89	6.8	2.350
Mix-25	25.0	3.91	6.8	2.461

三种类型沥青混合料试件动态模量试验分别在 -12.5℃、4.4℃、21.1℃、37.8℃ 和 54.4℃ 五种温度下进行，每种温度下测定六种不同频率(0.1 Hz、0.5 Hz、1 Hz、5 Hz、10 Hz 和 25 Hz)的动态模量和相位角。蠕变柔量分别在七种温度(-15℃、-8℃、0℃、10℃、20℃、30℃和 40℃)下进行，测定 1000s 内的变形量。限于篇幅原因，本研究仅给出 Mix-9.5 试件的试验结果，具体如图 1~图 2 所示^[12]。

储存模量可由动态模量 $|E^*|$ 及相位角 δ 计算得出：

$$E'(\omega) = |E^*(\omega)| \cos \delta \quad (8)$$

依据时间-温度等效原理将不同温度下动态模量曲线平移形成主曲线，平移采用的位移因子用 a_i

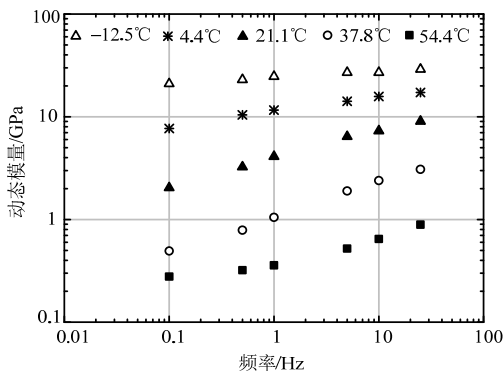


图 1 Mix-9.5 动态模量试验结果
Fig.1 Dynamic modulus of Mix-9.5

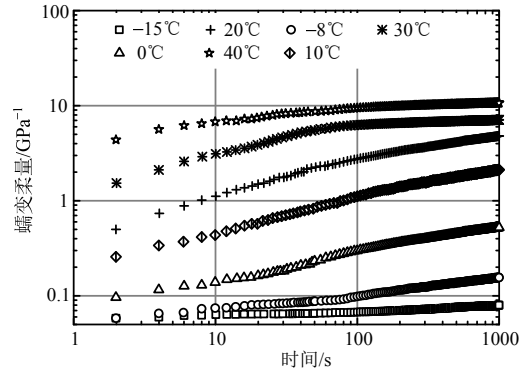


图 2 Mix-9.5 蠕变柔量试验结果
Fig.2 Creep compliance of Mix-9.5

表示，动态模量和蠕变柔量相对于参考温度的水平位移 $\lg a_i$ 可通过最小二乘法拟合得出，使之成为 Sigmoidal 函数^[9]，本研究选定参考温度为 20℃，应用上述方法得到储存模量和蠕变柔量试验主曲线。

3 模型参数确定

应用式(7)对储存模量主曲线进行拟合计算，确定储存模量 Prony 级数参数。若直接求解式(7)含有 ρ_i 和 $E_i (i=1,2,\dots,m)$ 共 $2m$ 个未知参数，需要求解 $2m$ 个非线性方程组，为了简化求解过程，通常采用配置法预先确定若干个松弛时间点，配置点之间的距离一般在对数坐标轴相差 1，并包含全部松弛时间(频率)点^[13]。为方便计算，令 $\rho_i = 1/\omega_i$ ，涵盖本研究频率配置点可写为 $\omega_i = 10^{i-6} (i=1,2,\dots,14)$ ，因此配置松弛时间点为 $\rho_i = 10^{6-i} (i=1,2,\dots,14)$ 。

表 2 Prony 级数参数

Table 2 Prony series parameters

i	Mix-9.5		Mix-19		Mix-25	
	E_i /GPa	J_i /GPa ⁻¹	E_i /GPa	J_i /GPa ⁻¹	E_i /GPa	J_i /GPa ⁻¹
0	0.25169 ^a	0.05083 ^b	0.13147 ^a	0.05659 ^b	0.33253 ^a	0.02142 ^b
1	5.94×10^{-11}	0.010499	0.190993	1.03×10^{-7}	3.73×10^{-12}	6.01×10^{-3}
2	0.059625	0.00291	0.042278	6.77×10^{-14}	0.23485	1.40×10^{-2}
3	0.095133	0.003731	0.332567	5.39×10^{-13}	0.410577	1.51×10^{-3}
4	0.582986	0.024311	0.884121	0.028946	1.697203	0.033003
5	1.259405	0.084138	1.654311	0.013472	2.340824	4.75×10^{-13}
6	3.274306	1.49×10^{-12}	3.338061	0.05829	6.420144	0.066858
7	3.002519	0.679577	4.753492	0.19903	5.101774	0.110372
8	3.689998	0.829209	5.044034	0.614176	3.687425	0.411466
9	4.450645	2.181859	4.257752	1.61031	3.23916	1.126328
10	3.888355	2.532117	4.470528	1.978577	3.691725	1.997319
11	3.421839	1.401905	3.031604	2.121068	3.75149	2.006657
12	3.259862	2.87145	1.471531	1.39×10^{-14}	1.40153	2.60×10^{-17}
13	6.61×10^{-12}	1.24×10^{-14}	2.92×10^{-14}	1.69×10^{-9}	1.29×10^{-8}	3.07726
14	193.5435	1.85×10^{-15}	2.02×10^{-9}	31.22828	2575.314	12.22099

注：上标 a 代表 E_c ；b 代表 J_g

同理,应用式(2)对蠕变柔量主曲线进行拟合计算时,配置点 $t_j=10^{j-7}$ ($j=1,2,\dots,14$),延迟时间点 $\tau_j=2\times 10^{j-7}$ ($j=1,2,\dots,14$).计算得出储存模量和蠕变柔量 Prony 级数参数见表 2。

4 黏弹性主曲线换算

4.1 由储存模量和蠕变柔量换算松弛模量主曲线

由储存模量换算松弛模量主曲线可直接应用广义 Maxwell 模型的 Prony 级数表达式,将表 2 中的储存模量 Prony 级数参数结果代入式(1),实现频域向时域的转换,得到时域内松弛模量 $E_1(t)$ 。

由蠕变柔量换算松弛模量主曲线需要进行 Laplace 变换。依据 Boltzmann 线性叠加原理,松弛模量与蠕变柔量积分型本构关系式为:

$$\int_0^t E(t-\xi) \frac{dJ(\xi)}{d\xi} d\xi = 1 \quad (9)$$

通过式(9)的 Laplace 变换推导,得出 Laplace 变换域内松弛模量与蠕变柔量关系式为^[14]:

$$J(s) = \frac{1}{s^2 E(s)} \quad (10)$$

式中, s 为 Laplace 变换因子。

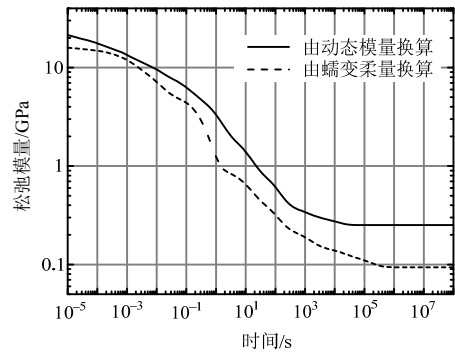
将表 2 中的蠕变柔量 Prony 级数参数代入式(2),并对其进行 Laplace 变换,将变换结果代入式(10)求得 Laplace 变换域内的松弛模量 $E_2(s)$,应用 Laplace 逆变换计算时域内松弛模量 $E_2(t)$ 。

由动态模量和蠕变柔量换算得到松弛模量主曲线结果对比见图 3。

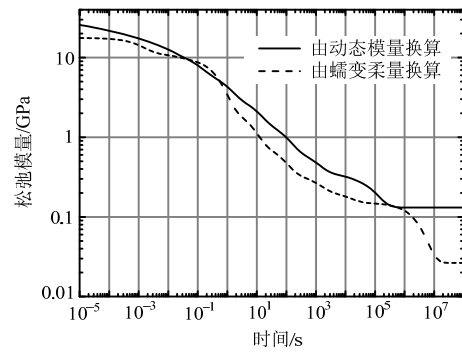
从图 3 可以看出,两种方法换算得到的松弛模量主曲线规律基本一致,满足随着时间的延长,模量值逐渐下降的松弛模量主曲线特性。由动态模量换算得到的松弛模量 $E_1(t)$ 结果高于由蠕变柔量换算结果 $E_2(t)$,误差的产生可归因于频域-时域换算和 Laplace 变换误差。模量值愈低两者相差愈明显,这与对数坐标下,模量值较低时,差异的放大效应直接相关。三种沥青混合料中, Mix-19 的 $E_1(t)$ 和 $E_2(t)$ 相差最小,表现出较好的换算一致性。

通过一系列模拟和换算,将较简单得到的沥青混合料储存模量和蠕变柔量试验结果换算为较难直接通过试验获得的松弛模量,这为沥青混合料松弛模量主曲线的获取提供了重要途径和依据,限于松弛试验的复杂性和当前试验条件,采用松弛试验结果来对两种方法的换算精度进行验证存在困难。因此,如何通过储存模量和蠕变柔量试验结果对松

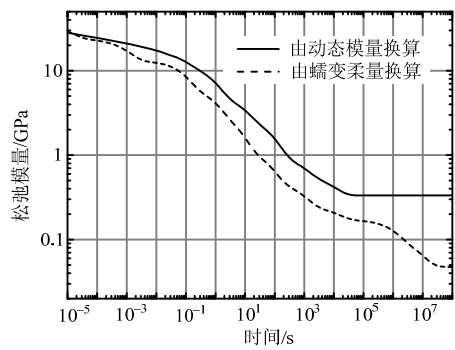
弛模量主曲线换算结果进行验证仍需进一步探讨。



(a) Mix-9.5



(b) Mix-19



(c) Mix-25

图 3 松弛模量主曲线换算结果比较

Fig.3 Comparison of relaxation modulus converted from dynamic modulus and creep compliance

4.2 由储存模量换算蠕变柔量主曲线

以松弛模量 $E_1(t)$ 为过渡换算参数,将由储存模量换算得到的松弛模量 $E_1(t)$ 进行 Laplace 变换,代入式(10)求得 Laplace 变换域内的蠕变柔量 $J_1(s)$,应用 Laplace 逆变换计算时域内蠕变柔量 $J_1(t)$ 如图 4 所示。

从图 4 可以看出,由储存模量换算得到的蠕变柔量主曲线同样呈“S”型特征。在小于 0.1 s 时,换算结果与试验结果相差较小,尤其在 0.001 s 附近,三种类型沥青混合料换算结果与试验结果基本

一致。在 0.1 s 之后，随着时间的延长，换算结果与试验结果差异逐渐增大，换算值低于试验值。三种类型沥青混合料中，Mix-19 换算结果与试验结果较为接近，换算效果最为理想。

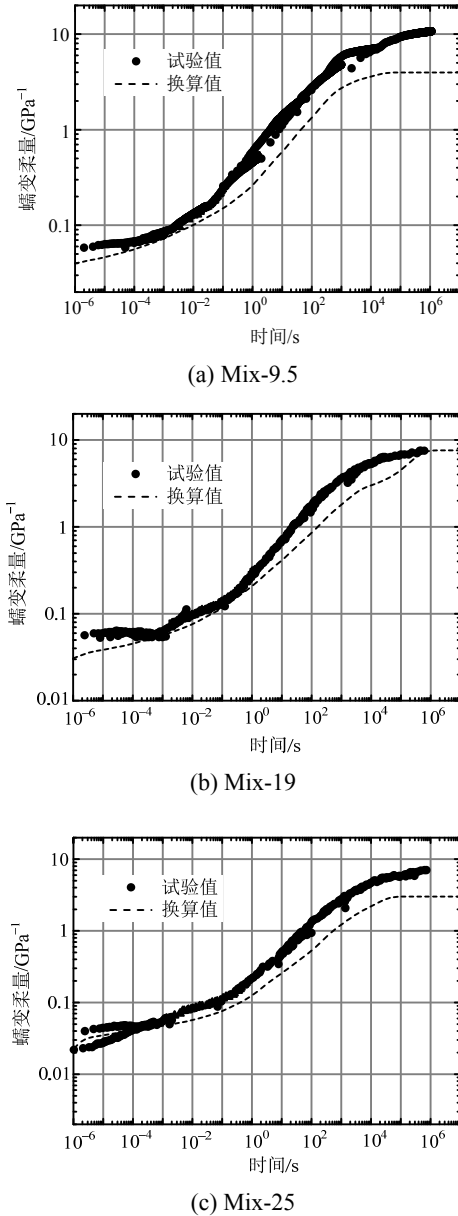


图 4 蠕变柔量换算结果与试验结果比较

Fig.4 Comparison of converted creep compliance and measured results

4.3 由蠕变柔量换算储存模量主曲线

以松弛模量 $E_2(t)$ 为过渡换算参数，利用 $E_2(t)$ 的函数表达式求得 Prony 级数参数 ρ_i 和 E_i ，并将其代入式(7)换算得到储存模量 $E'_2(\omega)$ 见图 5。

由图 5 可以看出，由蠕变柔量换算得到的储存模量与试验获得的主曲线规律基本一致，在 10 Hz~10000 Hz 频率范围内换算结果与试验结果

较为接近，其余频率范围换算值常低于试验值。

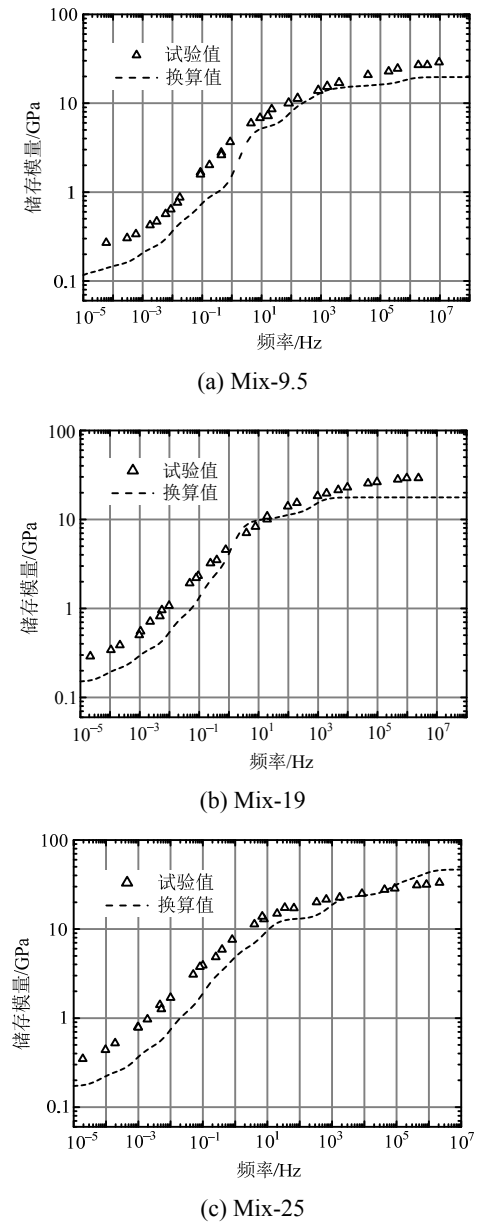


图 5 储存模量换算结果与试验结果比较

Fig.5 Comparison of converted storage modulus and measured results

另外，由图 4 和图 5 可见，蠕变柔量和储存模量主曲线的换算结果均低于试验结果。蠕变柔量与松弛模量成反比关系，由储存模量换算得到的蠕变柔量 $J_1(t)$ 低于试验结果，表明过渡换算参数松弛模量 $E_1(t)$ 比实际结果偏高。由式(1)和式(4)可得储存模量和松弛模量成正比关系，由蠕变柔量换算得到的储存模量 $E'_2(\omega)$ 低于试验结果，表明过渡换算参数松弛模量 $E_2(t)$ 比实际结果偏低。由上述分析可得，本研究中实际松弛模量应介于 $E_1(t)$ 和 $E_2(t)$ 之间，综合采用储存模量和蠕变柔量进行黏弹性主曲

线换算可对松弛模量主曲线的换算结果进行验证。

4.4 误差讨论

分析沥青混合料黏弹性主曲线模拟及相互换算的过程, 换算误差可能与下列因素有关:

1) 主曲线获取, 由图 4、图 5 不难发现, 主曲线整体表现 Sigmoidal 函数特征, 但部分数据点出现偏离现象, 其中蠕变柔量主曲线更为明显, 导致采用 Prony 级数拟合计算曲线部分位置出现波动, 影响模拟精度。Park 和 Kim^[15]认为这种数据变异性主要是由于试验误差和时间-温度等效的不完全认知所导致, 提出了采用幂函数预拟合光滑曲线, Prony 级数二次拟合的处理方法, 减少了变异点对主曲线模拟的影响, 但该幂函数能否真实反映沥青混合料主曲线的实际值仍需探讨。

2) 蠕变损伤, 沥青混合料的损伤主要是由于内部空洞或微裂纹的逐渐扩展所形成^[16], 相对对动态模量试验, 蠕变试验加载时间较长, 易产生蠕变损伤, 导致蠕变柔量实测值高于未损伤的沥青混合料, 这与本研究中蠕变柔量换算值低于试验值的结论相吻合。文献[16-17]通过损伤因子的引入, 提出了表述沥青混合料蠕变损伤特性的黏弹性模型。借鉴于此, 将损伤因子引入广义模型中, 减少蠕变损伤对换算误差的影响需要进一步探讨。

3) Laplace 变换, 蠕变柔量与松弛模量主曲线间的换算需要反复进行 Laplace 变换, 研究中采用了 Mathematic 程序以较为简单和精确的计算出结果, 但由于主曲线 Prony 级数参数较多, 公式较为复杂, 因此在变换过程中可能产生误差。为了方便换算, 一些学者也给出了蠕变柔量和松弛模量之间的近似换算公式^[18-19]:

$$E(t)J(t) \approx \frac{\sin n\pi}{n\pi} \quad (11)$$

$$J(t) \approx \frac{E(t)}{E^2(t) + (\pi^2 t^2 / 4)(dE(t)/dt)^2} \quad (12)$$

$$E(t)J(t) \approx 1 \quad (13)$$

应用式(11)~式(13)进行换算时不需要进行 Laplace 变换, 便于应用。但由于上述公式仍是建立在 Laplace 变换式(10)的基础上, 并且需要假设满足一定条件方可得出, 例如式(11)假设松弛模量满足 $E(t) \approx bt^{-n}$, 因此将可能产生更大的换算误差, 文献[19]表明应用式(11)~式(13)得出的松弛模量换算结果与数值积分转换结果相对最大偏差达到 30%。为了避免时域内 Laplace 变换误差的产生, 建立频

域内沥青混合料复数蠕变柔量与复数松弛模量主曲线间的换算关系将在后续研究中开展。

5 结论

本文通过建立三种不同类型沥青混合料的储存模量和蠕变柔量主曲线, 利用 Prony 级数表达式和 Laplace 变换对主曲线进行模拟及黏弹性参数换算, 得到以下结论:

(1) 利用广义 Maxwell 和 Kelvin 模型对沥青混合料储存和蠕变柔量主曲线进行模拟, 获得松弛模量和蠕变柔量 Prony 级数表达式, 采用配置法可以更方便计算得到其 Prony 级数参数。

(2) 应用 Laplace 变换及 Prony 级数表达式可由储存模量和蠕变柔量换算松弛模量主曲线, 通过动态模量与蠕变柔量主曲线相互换算与试验结果比较, 表明松弛模量实际结果应介于由储存模量和蠕变柔量换算的松弛模量主曲线之间。

(3) 综合采用储存模量和蠕变柔量进行黏弹性主曲线换算为沥青混合料黏弹性力学研究及黏弹性参数的获取提供了有益参考。关于换算误差的修正及模型的改进将在今后的研究工作中开展。

参考文献:

- [1] 董满生, 余志平, 鹿婧, 等. 考虑温度效应的沥青混合料粘弹性力学模型[J]. 固体力学学报, 2014, 35(增刊): 165-172.
Dong Mansheng, Yu Zhiping, Lu Jing, et al. Viscoelastic constitutive model of asphalt mixture considering temperature effect [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2014, 35(Suppl): 165-172. (in Chinese)
- [2] 郭乃胜, 赵颖华. 基于细观力学的沥青混合料动态模量预测[J]. 工程力学, 2012, 29(10): 13-19.
Guo Naisheng, Zhao Yinghua. Dynamic modulus prediction of asphalt mixtures based on micromechanics [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(10): 13-19. (in Chinese)
- [3] 赵延庆, 吴剑, 文健. 沥青混合料动态模量及其主曲线的确定与分析[J]. 公路, 2006, 51(8): 163-166.
Zhao Yanqing, Wu Jian, Wen Jian. Determination and analysis of dynamic modulus of asphalt mixture and its master curve [J]. Highway, 2006, 51(8): 163-166. (in Chinese)
- [4] Sakhaeifar M S, Kim Y R, Pooyan Kabir. New predictive models for the dynamic modulus of hot mix asphalt [J]. Construction and Building Materials, 2015, 76(2): 221-231.
- [5] 王志臣. 基于细观力学的沥青混合料黏弹性能研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2011.

- Wang Zhichen. Study on viscoelastic properties of asphalt mixtures based on micromechanics [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2011. (in Chinese)
- [6] 李皓玉, 杨绍普, 刘进, 等. 移动分布荷载下层状粘弹性体系的动力响应分析[J]. 工程力学, 2015, 32(1): 120—127.
- Li Haoyu, Yang Shaopu, Liu Jin, et al. Dynamic response in multilayered viscoelastic medium generated by moving distributed loads [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(1): 120—127. (in Chinese)
- [7] 薛忠军, 张肖宁, 詹小丽, 等. 基于蠕变试验计算沥青的低温松弛弹性模量[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2007, 35(2): 64—68.
- Xue Zhongjun, Zhang Xiaoning, Zhan Xiaoli, et al. Calculation of low-temperature relaxed modulus of elasticity for bitumen via creep test [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2007, 35(2): 64—68. (in Chinese)
- [8] Park S W, Schapery R A. Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I—A numerical method based on Prony series [J]. International Journal of Solids and Structures, 1999, 36(11): 1653—1675.
- [9] 赵延庆, 唐积民, 白龙. 利用沥青混合料复数模量确定松弛模量研究[J]. 建筑材料学报, 2012, 15(4): 498—502.
- Zhao Yanqing, Tang Jimin, Bai Long. Determination of relaxation modulus using complex modulus of asphalt mixtures [J]. Journal of Building Materials, 2012, 15(4): 498—502. (in Chinese)
- [10] 郑健龙. Burgers 粘弹性模型在沥青混合料疲劳特性分析中的应用[J]. 长沙交通学院学报, 1995, 11(3): 33—42
- Zheng Jianlong. Application of burgers model to the analysis of fatigue characteristic of bituminous mixtures [J]. Journal of Changsha Communications Institute, 1995, 11(3): 33—42. (in Chinese)
- [11] 徐世法, 朱照宏. 高等级道路沥青路面车辙的预测方法[J]. 土木工程学报, 1993, 26(6): 28—36.
- Xu Shifa, Zhu Zhaohong. Method of predicting wheel rut for high level asphalt pavement [J]. China Civil Engineering Journal, 1993, 26(6): 28—36. (in Chinese)
- [12] Katcha S W. Analysis of hot-mix asphalt (HMA) linear viscoelastic and bimodular properties using uniaxial compression and indirect tension (IDT) tests [D]. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2007.
- [13] Schapery R A. A simple collocation method for fitting viscoelastic models to experimental data [R]. Pasadena, CA: GALCIT SM61-23, California Institute of Technology, 1961.
- [14] 赵颖华, 侯金成, 郭乃胜. 基于细观力学的纤维沥青混凝土有效松弛模量[J]. 工程力学, 2009, 26(2): 85—90.
- Zhao Yinghua, Hou Jincheng, Guo Naisheng. Effective relaxation moduli of fiber reinforced asphalt concrete based on micromechanics [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(2): 85—90. (in Chinese)
- [15] Park S W, Kim Y R. Fitting prony-series viscoelastic models with power-law presmoothing [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2001, 13(1): 26—32.
- [16] 张久鹏, 黄晓明, 马涛. 沥青混合料损伤蠕变特性及模型研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(12): 1867—1871.
- Zhang Jiupeng, Huang Xiaoming, Ma Tao. Damage-creep characteristics and model of asphalt mixture [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(12): 1867—1871. (in Chinese)
- [17] 郑健龙, 吕松涛, 田小草. 基于蠕变试验的沥青粘弹性损伤特性[J]. 工程力学, 2008, 25(2): 193—196.
- Zheng Jianlong, Lü Songtao, Tian Xiaoge. Viscoelastic damage characteristics of asphalt based on creep test [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(2): 193—196. (in Chinese)
- [18] Kim Y R, Lee Y C, Lee H J. Correspondence principle for characterization of asphalt concrete [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 1995, 1(7): 59—68.
- [19] 赵伯华. 松弛与蠕变力学特性转换关系研究[J]. 实验力学, 1995, 10(2): 140—144.
- Zhao Bohua. Conversion relations between relaxation and creep [J]. Journal of Experimental Mechanics, 1995, 10(2): 140—144. (in Chinese)