

文章编号: 1000-4750(2017)02-0021-07

风致积雪重分布的拉格朗日方法与现场实测研究

周暄毅¹, 谭敏海^{1,2}, 晏克勤³, 顾明¹, 胡学富¹

(1. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 上海浦东工程建设管理有限公司, 上海 201203;

3. 湖北理工学院土木建筑工程学院, 湖北, 黄石 435003)

摘 要: 采用拉格朗日方法, 模拟了立方体周围积雪重分布的情况, 同时在东北地区利用真实的雪颗粒对立方体周围积雪重分布进行了现场实测。将数值模拟和现场实测结果进行比较, 两者在整体趋势上吻合较好。在立方体前方处均发生积雪沉积; 在立方体侧边迎风端出现积雪侵蚀; 在立方体的背风区, 侵蚀量较小。由于该文的数值模拟方法未考虑横风向风速对雪粒的作用, 在立方体迎风前方的底部, 数值模拟方法的结果与实测有一定的差异。该文还分析了数值模拟中的雪颗粒阈值摩擦速度对积雪沉积侵蚀的影响。

关键词: 拉格朗日方法; 现场实测; 积雪重分布; 沉积; 侵蚀

中图分类号: TU312.1 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.07.0573

LAGRANGIAN METHOD MODELING AND FIELD MEASUREMENT ON SNOWDRIFT

ZHOU Xuan-yi¹, TAN Min-hai^{1,2}, YAN Ke-qin³, GU Ming¹, HU Xue-fu¹

(1. State Key Laboratory of Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Shanghai Pudong Project Development Co. Ltd., Shanghai 201203, China;

3. College of Civil Engineering, Hubei Polytechnic University, Huangshi, Hubei 435003, China)

Abstract: The re-distribution of snow around a cube is modelled through the Lagrangian method. Real snow particles are also used during field measurements in the northeast region of China. The results of the numerical simulation are compared with those from the field measurements, and the results are found to agree with each other in trend. Snow deposition occurs in front of the cube and snow erosion is found at windward sides. Small amounts of snow deposition are observed in the leeward region of cube. Since the crosswind is not considered in the numerical simulation, the results of the numerical simulation were found to be very different from those from the field measurement at the bottom of the cube's windward side. At the same time, the influence of the snow particle's threshold friction velocity on deposition/erosion is also analyzed in the paper.

Key words: Lagrangian method; field measurement; snowdrift; deposition; erosion

风致积雪漂移是指积雪在风力作用下发生的复杂漂移堆积运动。研究风致积雪漂移运动的研究方法有数值模拟、实地观测、风洞试验等。其中数

值模拟方法又可分为欧拉方法和拉格朗日方法。

拉格朗日方法是从微观角度直观地对雪粒运动进行研究。由于拉格朗日方法跟踪的雪粒数目

收稿日期: 2015-07-13; 修改日期: 2015-10-17

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51278368, 51478359); 科技部国家重点实验室基金项目(SLDRCE14-B-10)

通讯作者: 周暄毅(1975—), 男, 湖南长沙人, 副研究员, 博士, 主要从事结构风工程研究(E-mail: zhouxytj@tongji.edu.cn).

作者简介: 谭敏海(1988—), 男, 湖北襄阳人, 硕士生, 主要从事结构风工程研究(E-mail: viptmh@126.com);

晏克勤(1974—), 女, 四川金堂人, 副教授, 博士, 主要从事结构风工程研究(E-mail: drkqyan@126.com);

顾明(1957—), 男, 江苏兴化人, 教授, 博士, 主要从事结构风工程研究(E-mail: minggu@tongji.edu.cn);

胡学富(1989—), 男, 陕西榆林人, 硕士生, 主要从事结构风工程研究(E-mail: 1193487950@qq.com).

多, 导致了该方法计算量大, 使其运用受到了一定限制。近年来, 随着计算机性能的快速提高, 越来越多的学者开始采用拉格朗日方法研究风雪运动的两相流问题, 并取得了一定的成果: Unger 和 Haff^[1]建立了颗粒跃移运动的计算模型; Anderson 和 Haff^[2-3]通过试验研究了颗粒起跳机制, 提出了颗粒碰撞模型; Shao 和 Li^[4]通过大涡模拟方法分析了碰撞过程中颗粒的能量变化, 并得出流体起动激起颗粒数目的计算公式; Sugiura 和 Maeno^[5]通过风洞试验结果给出了压实雪粒及松散雪粒碰撞的击溅函数; Huang 和 Sang 等^[6]采用拉格朗日方法模拟了风吹雪过程, 并考虑了颗粒对风场的修正作用; 周炬毅等^[7-8]采用拉格朗日方法模拟了风雪运动, 并分析了雪颗粒的运动特性。

现场实测是研究风致积雪运动的重要方法。Beyers 等^[9]对立方体周围积雪漂移进行了三维数值模拟研究。由于现场实测受到场地、天气等诸多条件限制, 这方面发表成果并不多。风洞试验是研究漂移雪荷载的有效手段。刘庆宽等^[10]和 Zhou 等^[11]在风洞中采用硅砂等模拟雪颗粒, 研究了典型屋盖屋面的积雪分布。

由于拉格朗日方法可直观的研究风致积雪运动, 因而本文采用该方法模拟雪粒运动过程。同时为了验证数值模拟的结果, 本文在东北地区实测了立方体周围风致积雪漂移情况, 并将数值模拟结果和实测结果进行了比较。

1 拉格朗日模拟方法

1.1 雪粒运动方程

在雪粒运动中, 假定雪粒为直径相等、密度相等的球体。雪粒运动中仅考虑重力、浮力、阻力对其运动的影响。雪粒的运动轨迹可用 (x_p, z_p, t) 表示, 则雪粒运动方程为:

$$m_p \frac{d^2x}{dt^2} = f_x = \frac{1}{2} C_D \rho u_r \left(u - \frac{dx}{dt} \right) \pi \left(\frac{d_p}{2} \right)^2 \quad (1)$$

$$m_p \frac{d^2z}{dt^2} = f_z = F_F - F_G - \frac{1}{2} C_D \rho u_r \left(u - \frac{dz}{dt} \right) \pi \left(\frac{d_p}{2} \right)^2 \quad (2)$$

式中: x 和 z 分别表示雪粒运动的水平方向和竖直方向; t 为某一任意时刻; f_x 为空气阻力 F_D 的水平分量; m_p 表示雪粒质量; ρ 表示空气密度; d_p 为雪粒直径; C_D 为阻力系数, 这里 $C_D = 24 / Re_p$; u

表示雪粒速度; u_r 表示雪粒和空气的相对速度; f_z 表示雪粒在 z 方向上受到的合力; F_F 表示雪粒受到的浮力; F_G 表示雪粒的重力。以上运动方程仅考虑颗粒在 xoz 二维平面内的运动。

1.2 雪粒起动方式

本文将雪粒起动方式分为碰撞起动和流体起动^[12]。

1) 碰撞起动

在风吹雪运动中, 来流中的雪粒碰撞雪面可能会引起雪粒的起跳。雪面上雪粒的起跳主要是由气流中运动雪粒对雪层表面处于静止状态的雪粒碰撞引起, 这种起动方式称为颗粒碰撞起动, 这个过程被称为击溅过程。本文采用学者 Sugiura 和 Maeno^[5]基于风洞实验得到的击溅函数来模拟雪粒的碰撞起动过程, 具体计算过程参见文献。

2) 流体起动

流体起动是指雪粒起动由风对雪层表面雪粒的直接作用引起。Naaim 等^[13]指出, 单位时间雪层单位面积的侵蚀通量 φ_e 可以写成如下形式:

$$\varphi_e = N_a m_p \quad (3)$$

$$\varphi_e = A(\rho u_*^2 - \rho u_{*r}^2) \quad (4)$$

式中: N_a 表示单位时间单位面积流体起动的雪粒数目; u_* 表示壁面摩擦速度; u_{*r} 表示雪粒阈值摩擦速度。

由式(3)和式(4)可得出:

$$N_a = \frac{\rho A(u_*^2 - u_{*r}^2)}{m_p} \quad (5)$$

式(5)中, 系数 A 与表层雪粒的粘结程度有关, 这里 $\rho A = 7 \times 10^{-4}$ ^[11]。

假定雪粒在跃移运动中, 流体起动的雪粒起跳全部为垂直起跳, 垂直起跳初速度的概率分布函数采用 Anderson 和 Haff^[2]提出的 Gamma 分布形式。

1.3 雪层的沉积与侵蚀

将雪面沿着 x 轴方向等间距划分为若干个网格, 在计算过程中统计单位时间内各网格内发生沉积侵蚀的雪粒数目。当各网格内单位时间发生沉积侵蚀的雪粒数目基本恒定时, 计算达到稳定状态。统计此时雪层壁面发生沉积侵蚀的雪粒数目。

沉积侵蚀雪粒数目 N_h 统计如下式所示:

$$N_h = N_s + N_e + N_d \quad (6)$$

其中: N_s 表示流体起动引起的侵蚀颗粒数目; N_e 表示颗粒碰撞引起的侵蚀颗粒数目; N_d 表示颗粒碰

撞引起的沉积颗粒数目。

当沉积侵蚀雪粒数目 N_h 为正数时, 该网格内发生沉积; 当沉积侵蚀雪粒数目 N_h 为负数时, 该网格内发生侵蚀。

2 数值计算

本文对高度 $H=0.1\text{ m}$ 的立方体周围雪粒运动情况进行了研究。实质上采用的是欧拉-拉格朗日方法。即, 风场采用欧拉方法模拟, 这里利用商业软件 Fluent 进行计算; 雪粒运动轨迹采用拉格朗日方法模拟。在这两个过程中, 分别采用不同的计算域和边界条件进行模拟。

2.1 风场模拟

在风场模拟中, 顺风向的计算域 x 方向总长度为 $25H$, 其中立方体前方计算域长度为 $6.5H$, 立方体后方的计算域长度为 $17.5H$; y 方向计算域的总宽度为 $10H$, 立方体置于横风向的对称轴上; z 方向高度为 $10H$ 。近壁面网格尺寸为 5 mm 。计算域如图 1 所示。

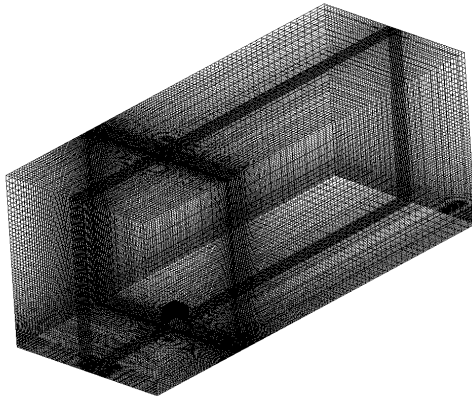


图 1 Fluent 计算域及网格划分

Fig.1 Computational domain and mesh scheme in Fluent

计算域为速度入口边界条件, 风剖面采用与下文现场实测相同的对数风剖面^[14]:

$$u = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (7)$$

其中: 粗糙高度 z_0 为 $7.94 \times 10^{-4}\text{ m}$; 摩擦速度 u_* 为 0.45 m/s ; 卡门常数 k 为 0.4 。 0.1 m 高度处的风速为 5.5 m/s 。出流面采用自由出流边界; 立方体表面和地面采用无滑移的壁面条件; 流域顶部和侧面采用对称边界条件; 湍流模型采用可实现的 $k-\varepsilon$ 模型; 在计算中采用了标准壁面函数; 采用 Simple 算法求解压力速度耦合方程; 对流项采用二阶迎风格式进行离散; 以残差为 10^{-5} 作为收敛标准进行迭代计算。

2.2 雪粒运动轨迹模拟

雪粒运动轨迹模拟中, 采用与 Nishimura 和 Hunt^[15] 风洞试验相同的雪粒密度和雪粒直径, 雪粒密度为 910 kg/m^3 , 雪粒直径为 0.48 mm ^[15]。雪粒阈值摩擦速度 $u_{*f}=0.2\text{ m/s}$ 。计算域 x 方向总长度为 $10H$, 其中立方体前方计算域长度为 $3H$, 立方体背风区的计算域长度为 $6H$; y 方向总宽度为 $3H$, 立方体在 y 向中轴线位置; 流域 z 向高度为 $3H$ 。计算域如图 2 所示。

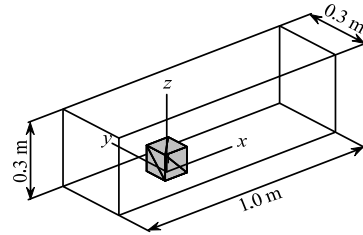


图 2 雪粒运动轨迹计算域

Fig.2 Computational domain for calculating snow particles trajectory

由于雪粒跃移运动高度均小于计算域高度, 因而这里可不考虑雪粒离开计算域顶部的情况。

本文采用的击溅函数仅考虑雪粒二维运动, 即颗粒在 xoz 平面内运动, 由于没有考虑雪粒沿横风向的运动情况, 数值模拟结果与试验结果有一定的差异, 这在文后的结果分析中可以见到。另外, 本文不考虑颗粒运动后的气动粗糙度对风场的影响。为了模拟立方体周围积雪沉积侵蚀情况, 本文采用了如下简化处理方法: 先截取 xoz 平面为中心面, 沿 y 轴正方向以等间距 $H/10$ 依次取 21 个二维截面, 每个截面的间距为 1 cm 。这样从前面风场计算得到的三维风速场中共截取 22 个二维面, 从每个二维面中提取风场的数据, 利用拉格朗日方法进行计算; y 轴负方向的结果则利用对称性获得。得到二维平面内的沉积侵蚀结果后, 将所有二维截面的计算结果进行插值, 从而得到三维计算域内的沉积侵蚀结果。计算流程如图 3 所示。

3 现场实测

现场实测在黑龙江省哈尔滨市的冬季进行, 将天然的雪颗粒均匀平铺在地面上。与数值模拟方法类似, 现场实测的立方体边长为 10 cm , 初始积雪深度为 20 mm , 温度为 -15°C , 相对湿度为 80% , 积雪堆积密度为 150 kg/m^3 , 风剖面根据现场的布置实测得出, 并拟合成对数风剖面(见式(7))^[14]。 0.1 m 高度处风速与数值模拟时一致, 为 5.5 m/s 。现场实

测风吹雪的试验时间为 120 s。现场实测示意图如图 4 所示。

方底部、背风区及侧面出现漩涡引起的，与图 5(a)、图 5(b)结果一致。

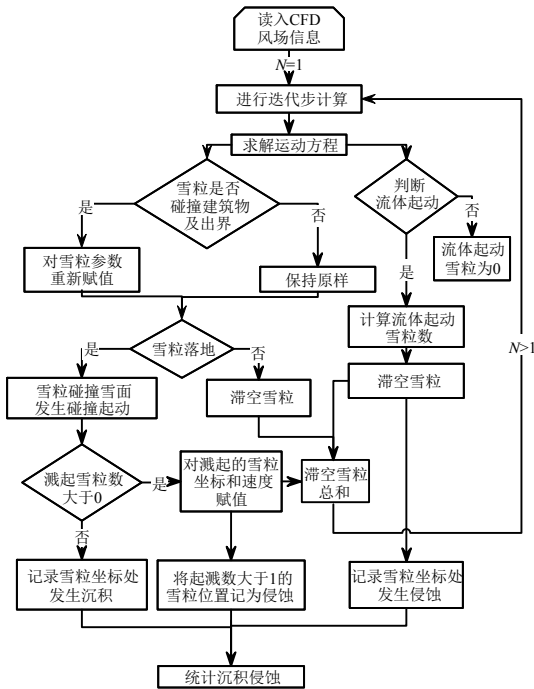


图 3 计算流程图

Fig.3 Calculation procedure

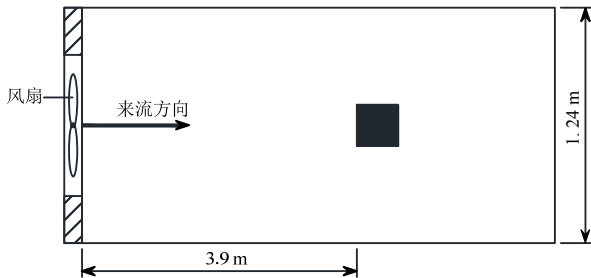


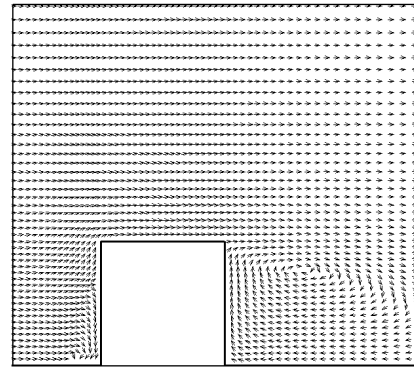
图 4 现场实测示意图

Fig.4 Layout of of field measurement

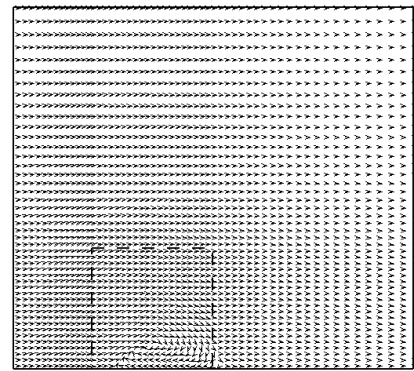
4 结果分析

4.1 风场模拟结果

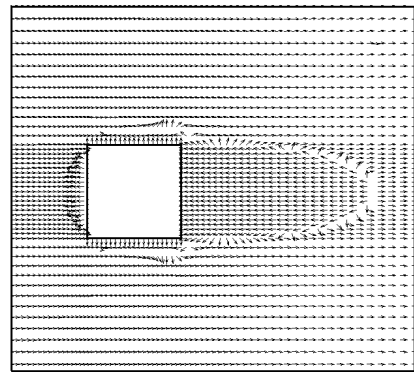
立方体剖面处的速度矢量如图 5 所示。图 5(a) 为立方体中轴线 $y=0$ 剖面处速度矢量图。由图 5(a) 可知，在立方体迎风前缘并没有明显的分离现象；在立方体前方和背风区出现两处明显的漩涡。图 5(b) 为立方体左侧 $y=0.06\text{ m}$ 剖面处速度矢量图，由图 5(b) 可知，立方体迎风面底部位置处的风速与来流方向相反，这是由立方体左侧靠近立方体位置处的漩涡引起的。图 5(c) 为立方体 $z=0.05\text{ m}$ 剖面处速度矢量图。由图 5(c) 可知，该剖面处靠近立方体前后处，风速方向与来流方向相反；靠近立方体侧面，风速方向与来流方向也不相同。这是由于立方体前



(a) 中轴线 $y=0$ 剖面



(b) $y=0.06\text{ m}$ 剖面



(c) $z=0.05\text{ m}$ 剖面

图 5 风速矢量图

Fig.5 Velocity vectors around cube

壁面摩擦速度等值线如图 6 所示。从图中可见，在地面靠近立方体出壁面摩擦速度较小，为 0.1 m/s ；在离开立方体不远处，壁面摩擦速度逐渐增大，最大值超过 0.25 m/s 。在立方体侧边迎风端，壁面摩擦速度最大值达 0.35 m/s 。在立方体背风区壁面摩擦速度较小，在 $0.10\text{ m/s}\sim 0.15\text{ m/s}$ 范围内。壁面摩擦速度的特性与立方体周边的沉积侵蚀状

态关系密切。

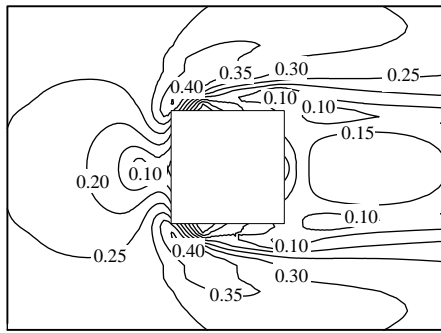


图 6 壁面摩擦速度等值线图 / (m/s)
Fig.6 Contour of wall friction velocity

4.2 立方体周围积雪分布

本文比较了拉格朗日方法和现场实测得到的结果。风吹雪后的积雪深度用初始积雪深度无量纲化。数值模拟中， $y=0$ 截面处雪粒在立方体周围分布如图 7 所示。现场实测立方体周围积雪分布的照片见图 8。

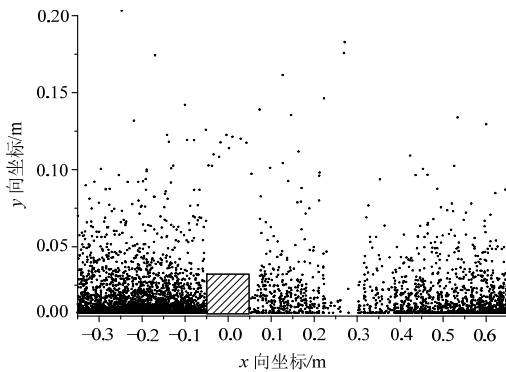


图 7 数值模拟 $y=0$ 截面雪粒分布图
Fig.7 Snow particle distribution of numerical simulated results on the section of $y=0$

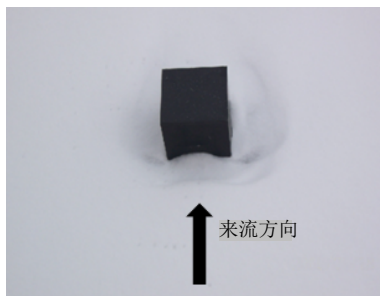
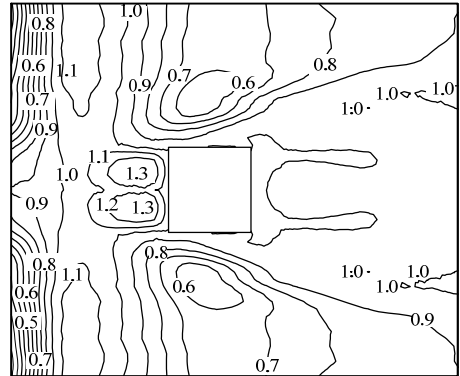


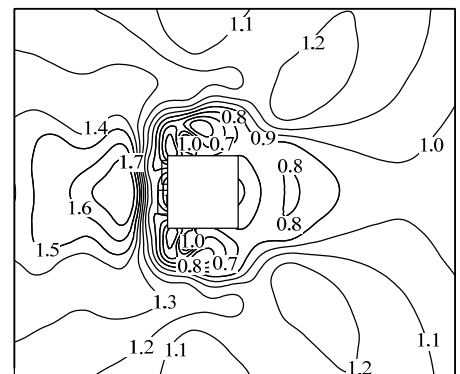
图 8 现场实测立方体周围积雪照片
Fig.8 Picture of snow re-distribution around cube during field measurement

将无量纲化后的积雪深度进行比较，结果如图 9 所示。从图中可见，数值模拟和现场实测结果趋势基本一致。在立方体迎风前方处均发生积雪沉积，具体数值有差异；在立方体侧边迎风端，均发生积雪侵蚀；在立方体的背风区，侵蚀量较小。图

中亦可见数值模拟和现场实测结果有不同之处。现场实测中，在非常靠近立方体迎风前方的底部处，发生了积雪侵蚀现象，而数值模拟中并未发生侵蚀。通过分析，原因可能是在靠近立方体位置处横风向风速较大，横风向风速使积雪向立方体两侧移



(a) 数值模拟结果



(b) 现场实测结果

图 9 立方体周围积雪分布
Fig.9 Snow re-distribution around cube

动，导致在立方体底部发生侵蚀。由于现场实测结果包含了横风向风速的作用，而本文的数值模拟并未考虑横风向风速的影响，因此出现结果差异。现场实测结果中，立方体两侧积雪侵蚀区域较小，而数值模拟中，立方体两侧积雪侵蚀区域较大。通过分析，原因可能是由于现场实测和数值模拟风场差别导致。在数值模拟中，风场采用的是现场实测时根据实测拟合的风场，横风向各截面处采取相同的风场；而现场实测在开口试验段进行，在横风向不同截面处的风场会有一些的差别。

4.3 不同剖面上的沉积侵蚀

在 $y=0\text{ m}$ 、 $y=0.02\text{ m}$ 、 $y=0.04\text{ m}$ 、 $y=0.06\text{ m}$ 、 $y=0.08\text{ m}$ 共 5 个截面位置处对数值模拟得到的雪粒质量变化率进行了分析，计算结果如图 10 所示。

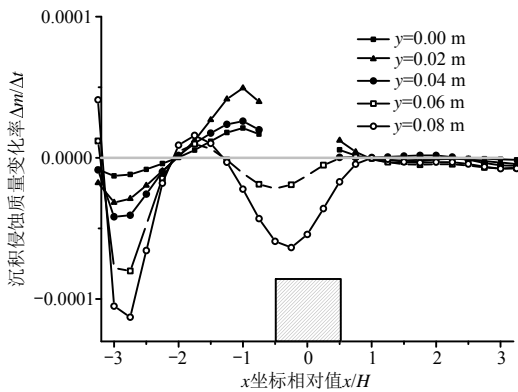


图 10 立方体不同剖面处雪粒质量变化率

Fig.10 Rate of change in snow particle mass at different sections

当雪粒质量变化率为正，表示在该处发生沉积，当雪粒质量变化率为负，表示在该处发生侵蚀。结果表明，在 $y=0$ 、 $y=0.02\text{ m}$ 、 $y=0.04\text{ m}$ 截面处的沉积侵蚀变化规律一致。当 $-3.2 < x/H < -2$ 时，发生侵蚀；当 $-2 < x/H < -0.5$ 时，发生沉积；当 $0.5 < x/H < 1$ 时，发生很小的沉积， $y=0.02\text{ m}$ 处沉积量较大， $y=0$ 和 $y=0.04\text{ m}$ 截面处沉积量较小；当 $x/H > 1$ 时，基本未发生沉积侵蚀。在邻近立方体的侧壁区域的 $y=0.06\text{ m}$ 、 $y=0.08\text{ m}$ 截面上，沉积侵蚀变化规律一致。 $y=0.08\text{ m}$ 截面处的沉积侵蚀变化率绝对值均大于 $y=0.06\text{ m}$ 截面。当 $-3.2 < x/H < -2$ 时，发生侵蚀；当 $-2 < x/H < -1.5$ 时，发生沉积；当 $-1.5 < x/H < 1$ 时，发生侵蚀； $x/H > 1$ 时，当 $y=0$ 、 $y=0.02\text{ m}$ 、 $y=0.04\text{ m}$ 时，截面基本未发生沉积侵蚀。

4.4 不同阈值摩擦速度时立方体中轴线上沉积侵蚀

由于雪粒的阈值摩擦速度在一定范围内发生

变化，因而本文计算了不同阈值摩擦速度下立方体中轴线上的沉积侵蚀质量变化率。壁面摩擦速度如图 11 所示。计算得到的不同阈值摩擦速度下立方体中轴线 $y=0$ 上的沉积侵蚀情况如图 12 所示。

结果表明，当阈值摩擦速度在 0.08 m/s ~ 0.18 m/s 增大时，沉积侵蚀质量变化率的绝对值均降低。当阈值摩擦速度由 0.08 m/s 增加到 0.18 m/s 时， $x/H=-3$ 处的最大侵蚀质量变化率降低了 37.3%， $x/H=-1$ 处的最大沉积质量变化率降低了 55.1%。因此可以得出：壁面摩擦速度和阈值摩擦速度的差值与质量变化率密切相关，当壁面摩擦速度和阈值摩擦速度差值减小时，流体起动的雪粒数减小，雪粒质量变化率的绝对值减小。

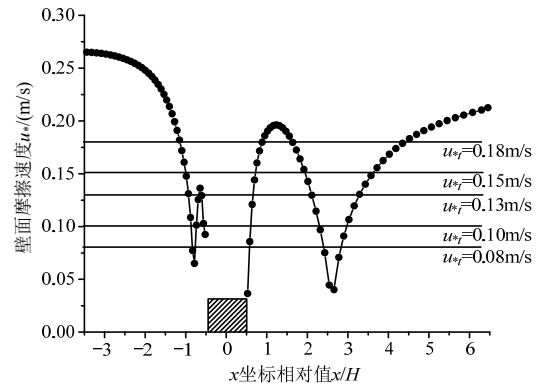


图 11 壁面摩擦速度图

Fig.11 Wall friction velocity

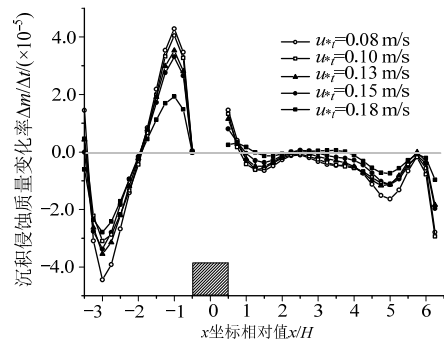


图 12 立方体的中轴线上沉积侵蚀质量变化率

Fig.12 Rate of change of snow deposition/erosion (by mass) on the central section

5 结论

本文采用拉格朗日数值模拟和现场实测方法，模拟了立方体周围积雪沉积侵蚀的情况，得出了如下结论：

- (1) 数值模拟结果与现场实测结果进行比较，两者趋势上吻合较好。在立方体前方处均发生积雪沉积；在立方体侧边迎风端均发生积雪侵蚀；在立方体的背风区，侵蚀量较小。

(2) 分析了阈值摩擦速度对积雪沉积侵蚀的影响。壁面摩擦速度和阈值摩擦速度的差值与质量变化率密切相关, 当壁面摩擦速度和阈值摩擦速度差值减小时, 流体起动的雪粒数减小, 雪粒质量变化率的绝对值减小。

(3) 尽管拉格朗日方法可以反映立方体周围积雪堆积的大致趋势, 但由于本文的数值模拟方法未考虑横风向风速对雪粒的作用, 在横风向风速较大位置处, 如立方体迎风前方的底部, 数值模拟方法的结果与实测有一定的差异。因而在今后的研究中, 将进一步考虑横风向风速对颗粒运动的作用。同时, 将考虑颗粒运动后的气动粗糙度对风场的影响。

参考文献:

- [1] Ungar J E, Haff P K. Steady state saltation in air [J]. *Sedimentology*, 1987, 34(2): 289—299.
- [2] Anderson R S, Haff P K. Simulation of eolian saltation [J]. *Science*, 1988, 241(4867): 820—823.
- [3] Anderson R S, Haff P K. Wind modification and bed response during saltation of sand in air [J]. *Acta Mech*, 1991, 1: 21—51.
- [4] Shao Yaping, Li An. Numerical modelling of saltation in the atmospheric surface layer [J]. *Boundary-Layer Meteorology*, 1999, 91: 199—225.
- [5] Sugiura K, Maeno N. Wind-tunnel measurements of restitution coefficients and ejection number of snow particles in drifting snow: Determination of splash functions [J]. *Boundary-Layer Meteorology*, 2000, 95(1): 123—143.
- [6] Huang N, Sang J, Han K. A numerical simulation of the effects of snow particle shapes on blowing snow development [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2011, 116(D22206), DOI: 10.1029/2011JD016657.
- [7] 周晖毅, 刘长卿, 顾明. 跃移雪颗粒运动特性的数值模拟研究[J]. *同济大学学报*, 2013, 41(4): 522—529, 546. Zhou Xuanyi, Liu Changqing, Gu Ming. Numerical simulation on movement characteristics of saltating snow particles [J]. *Journal of Tongji University*, 2013, 41(4): 522—529, 546. (in Chinese)
- [8] 周晖毅, 刘长卿, 顾明, 谭敏海. 拉格朗日方法在风雪运动模拟中的应用[J]. *工程力学*, 2015, 32(1): 36—42. Zhou Xuanyi, Liu Changqing, Gu Ming, Tan Minhai. Application of Lagrangian method to snowdrift model [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(1): 36—42. (in Chinese)
- [9] Beyers M, Sundsbø P A, Harms T M. Numerical simulation of three-dimensional, transient snow drifting around a cube [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2004, 92(9): 725—747.
- [10] 刘庆宽, 赵善博, 孟绍军, 李宗益, 马文勇, 刘小兵. 雪荷载规范比较与风致雪漂移风洞试验方法研究[J]. *工程力学*, 2015, 32(1): 50—56. Liu Qingkuan, Zhao Shanbo, Meng shaojun, Li Zongyi, Ma Wenyong, Liu Xiaobing. Codes comparison and wind tunnel simulation of wind-induced snowdrift [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(1): 50—56. (in Chinese)
- [11] Zhou X Y, Hu J H, Gu M. Wind tunnel test of snow loads on a stepped flat roof using different granular materials [J]. *Natural Hazards*, 2014, 74(3): 1629—1648.
- [12] Bagnold R A. The physics of blown sand and desert dunes [M]. Mineola, NewYork: Dover Publications Inc, 2005: 32—33.
- [13] Naaim M, Naaim-Bouvet F, Martinez H. Numerical simulation of drifting snow: Erosion and deposition models [J]. *Annals of Glaciology*, 1998, 26: 191—196.
- [14] 晏克勤. 风致积雪漂移及屋面雪荷载的数值模拟与试验研究[D]. 上海: 同济大学, 2012. Yan Keqin. Numerical simulation and field investigation on wind induced snow drifting and roof snow load [D]. Shanghai: Tongji University, 2012. (in Chinese)
- [15] Nishimura K, Hunt J C R. Saltation and incipient suspension above a flat particle bed below a turbulent boundary layer [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 417: 77—102.