

文章编号: 1000-4750(2017)02-0001-11

土工合成材料加筋土挡墙筋材内力分析

刘华北, 汪 磊, 王春海, 张 堃

(华中科技大学土木工程与力学学院, 湖北, 武汉 430074)

摘 要: 土工合成材料加筋土挡墙是一种新型的挡土结构, 它具有经济性好、性能优越、适应性强等优点。而筋材内力计算是该类结构设计的一个关键步骤, 因此该类结构的推广应用需要一种合理易用的内力分析方法。该文讨论了几种土工合成材料加筋土挡墙的筋材内力分析方法, 并对这些方法的优缺点进行评述。这些方法包括基于主动土压力系数的方法、基于经验的 K 刚度法、基于极限平衡的加筋边坡稳定分析方法、基于非线性弹性与变形协调的理论方法、以及基于增量非线性及填土剪胀性的筋材内力分析方法等。通过比较分析发现, 如忽略面板作用且填土强度得到完全发挥, 基于主动土压力系数以及极限平衡边坡分析的方法适用于分析加筋土挡墙在强度极限状态时的筋材内力, 但填土强度的发挥水平决定于筋材的长期刚度。另一方面, 如能合理考虑筋材的长期刚度以及面板的约束作用, 基于筋土变形协调的理论分析方法适用于分析加筋土挡墙在正常工作荷载作用下的筋材内力。

关键词: 土工合成材料加筋土挡墙; 筋材内力; 正常服役状态; 强度极限状态; 分析方法

中图分类号: TU531.7 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2016.06.ST11

ANALYSIS METHODS FOR THE REINFORCEMENT LOADS OF GEOSYNTHETIC-REINFORCED SOIL RETAINING WALLS

LIU Hua-bei, WANG Lei, WANG Chun-hai, ZHANG Ya

(School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: Geosynthetic reinforced soil (GRS) retaining wall is a new type of earth retaining structure. It has the advantages of cost-effectiveness, good performance, and high adaptability, but its application is in need of a rational method to analyze the reinforcement load. Several methods for the analysis of the reinforcement load of GRS retaining walls are discussed, focusing on their applicabilities and limitations. These methods include the active earth pressure method, the K stiffness method, the limit equilibrium method based on slope stability analysis, the nonlinear elastic methods, and the incremental method considering soil dilatancy. It is found that the active earth pressure method and the limit equilibrium method may reasonably calculate the reinforcement load at the strength limit state, providing that the soil strength is fully mobilized, which in turn is dependent on the reinforcement stiffness. Under working stress condition, the analytical methods considering soil-reinforcement compatibility may accurately predict the reinforcement load, providing that the long-term reinforcement stiffness and the influence of facing are properly taken into account.

Key words: geosynthetic reinforced soil retaining walls; reinforcement load; service limit state; strength limit state; analysis method

收稿日期: 2016-06-03; 修改日期: 2016-08-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(51379082)

通讯作者: 刘华北(1973—), 男, 广东人, 教授, 博士生, 主要从事岩土力学及岩土工程研究(E-mail: hbliu@hust.edu.cn).

作者简介: 汪 磊(1987—), 男, 湖北人, 博士生, 主要从事加筋土挡墙与土工合成材料研究(E-mail: yaoshi.wang@163.com);

王春海(1992—), 男, 青海人, 硕士生, 主要从事加筋土边坡及其内力研究(E-mail: chunhaiwang@hust.edu.cn);

张 堃(1990—), 男, 重庆人, 硕士生, 主要从事加筋土挡墙内力研究(E-mail: 290407778@qq.com).

土工合成材料加筋土挡墙是 20 世纪 80 年代出现的一种较新型挡土结构。该种结构以法国工程师 Henri Vidal 所提出的现代加筋土理论为基础, 通过在填土中铺设水平土工合成材料筋材(包括土工格栅、土工织物、土工带等), 利用筋材与填土之间摩擦、咬合作用, 来达到约束土体变形、增强土体强度、提高其稳定性的目的。与之前出现的金属筋材加筋土挡墙不同, 土工合成材料加筋土挡墙中所铺设的水平筋材大多为高分子材料, 如高密度聚乙烯(HDPE)、聚丙烯(PP)、聚酯(PET)等, 筋材层的刚度及强度较金属筋材小, 而且具有一定的蠕变性。但是, 与刚性的金属加筋材料相比, 土工合成材料造价低、耐久性好, 同时为柔性材料, 对填土变形的适应性强, 因此, 其在加筋土挡墙中的应用得到迅速推广。

如图 1 所示, 加筋土挡墙主要包括如下几个关键组成部分: 土工合成材料筋材、素填土、面板等。其中面板往往为素混凝土模块或厚度较小的钢筋混凝土板, 土工合成材料筋材通过摩擦或销钉等与面板连接。压实素填土与筋材层共同作用, 成为加筋土体; 而加筋土体后方填土为受挡土体。加筋土体与面板共同承担来自重力、后方填土压力、以及填土上方荷载的作用。

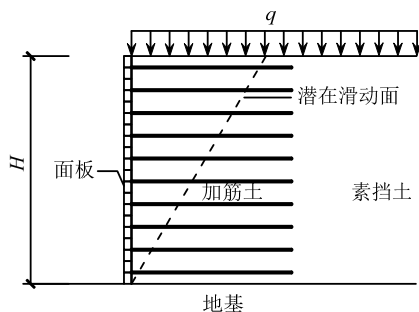


图 1 加筋土挡墙示意图

Fig.1 Illustration of a reinforced soil retaining wall

在土工合成材料筋材-填土相互作用机理方面, 加筋土挡墙中存在两种主要的作用机理。一种是等效围压机理。对于素土, 在大小为 σ_1 的竖向压力作用下, 土体将产生压缩和横向变形, 该横向变形通过筋土界面的咬合和摩擦作用, 使得筋材发生相应的横向变形, 从而带来一定的筋材拉力, 该拉力反作用于素填土, 即产生等效围压。另外一种为摩擦机理, 如图 2 所示。取筋材的一个微分段, N 表示筋材法线方向的土压力, f 表示筋材与填土之间的摩擦系数, b 表示受拉筋材的宽度, dl 表示受拉筋材的长度, T_1 和 T_2 表示筋材两端的轴力, 即

$dT=T_1-T_2$, 如果 $2Nfbdl > dT$, 则拉筋和填土之间不会出现相对滑移, 填土内部不会出现拔出破坏。

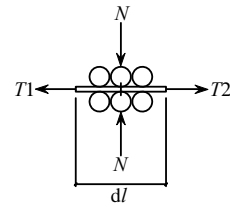


图 2 加筋土摩擦机理示意图

Fig.2 Frictional mechanism of reinforced soil

与传统的重力式挡墙相比, 加筋土挡墙的稳定更加复杂^[1-5]。一方面, 与重力式挡墙类似, 加筋土挡墙中加筋土体与面板一起在挡土土压力、自身重力、以及墙顶荷载 q 的作用下, 可能出现滑移、倾覆、以及地基失稳等多种失效模式, 这些失效模式通称为外部稳定破坏。另一方面, 在填土及外荷载作用下, 土工合成筋材将产生拉力, 筋材的强度需能够满足拉力的要求, 同时, 筋材不能从填土中拔出, 这两种强度要求为内部稳定的要求。此外, 筋材与面板之间也存在连接力是否足够的问题。

与其他工程结构类似, 加筋土结构也存在正常服役和强度极限两种状态。正常服役状态下, 加筋土结构受正常工作荷载作用, 结构的组成材料还存在较大的强度储备, 结构的变形较小, 在允许变形的范围之内。而在强度极限状态下, 结构的组成材料基本达到极限强度, 而外荷载也到达极限, 荷载继续增大将很可能导致结构失稳。对于土工合成材料加筋土挡墙, 由于填土和土工合成材料筋材都属于延性较大的材料, 到达强度极限状态时, 结构的变形往往较大, 填土与筋材、筋材与面板、以及填土与面板之间的几何和力学关系都与正常服役状态有较大区别。

因此, 合理计算土工合成材料筋材在填土重力及外荷载作用下的拉力是加筋土挡墙设计的一个关键问题, 而且, 由于正常服役状态和强度极限状态下的筋土相互作用差别比较大, 在计算筋材内力时需区别对待。自从 20 世纪 80 年代以来, 国内外学者提出了多种计算土工合成材料筋材内力的方法。本文将对其中一些方法进行讨论, 并尝试解释这些方法后面的力学问题, 以期对我国土工合成材料加筋土挡墙的设计提供粗浅的参考。

本文主要内容的组织如下: 首先讨论常规加筋土挡墙设计中的筋材内力计算方法, 然后讨论几种非常规的筋材内力计算方法, 包括基于经验的 K 刚

度法、基于极限平衡的加筋边坡稳定分析方法、以及基于非线性弹性与变形协调的 E-M 方法,之后介绍笔者所提出的基于增量非线性及填土剪胀性的筋材内力分析方法,最后讨论加筋土挡墙面板及其倾角对筋材内力的影响。

1 基于主动土压力理论的筋材内力计算方法

国内外大多数主流的土工合成材料加筋土挡墙设计方法基于主动土压力理论计算筋材内力^[1-4]。在填土自重及外荷载作用下,筋材单位宽度最大拉力为:

$$T_{\max} = K_a(\gamma z + \Delta\sigma_z)S_v \quad (1)$$

其中: γ 为填土重度; z 为筋材层与墙顶之间的距离; $\Delta\sigma_z$ 为墙顶荷载带来的附加竖向应力,对于如图 1 所示的均布荷载情形, $\Delta\sigma_z = q$ 对于其他荷载形式, $\Delta\sigma_z$ 可采用布辛奈斯克解进行计算; S_v 为筋材层的竖向间距。而 K_a 为主动土压力系数,当挡墙墙面直立或近于直立时, $K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi/2)$; φ 为填土的内摩擦角;当墙面有一定倾角时,有些国外规范基于库仑主动土压力理论采用下式计算填土的主动土压力系数^[3]:

$K_a =$

$$\frac{\cos^2(\varphi + \omega)}{\cos^2 \omega \cos(\omega - \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\omega - \delta) \cos(\omega + \beta)}} \right]^2} \quad (2)$$

其中: ω 为墙面与竖直方向的夹角; δ 为填土与面板之间的摩擦角; β 为墙顶倾角。国内外大多数规范规定,筋材最大拉力出现于潜在滑移面位置,而筋材与面板的连接力一般等于潜在滑移面处的最大拉力。潜在滑移面的位置依据朗肯或库仑土压力理论确定。

式(1)的应用简单方便。这种简单算法基于等效围压理论,假定填土在潜在滑移面上的水平土压力完全由筋材的拉力提供,同时假定填土的水平变形较大,在竖向土压力的作用下,填土的剪切应力已经到达峰值强度。式(1)的这种假定是与土工合成材料筋材的较低刚度相对应的。对于金属筋材,由于其刚度比土工合成材料筋材大几个数量级,在竖向土压力作用下,筋材的变形很小,因此,国内外大多数规范以静止土压力系数为基础计算筋材的最

大拉力^[1-4]。

但是,式(1)很难准确地预测实际土工合成材料加筋土挡墙在正常服役状态和强度极限状态下的筋材内力。对于正常服役状态,该公式未考虑面板的挡土功能,也未考虑填土中可能存在的(表观)黏聚力;更关键的是,在正常服役状态下,填土的变形较小,其剪切应力未到达峰值强度,因此筋材的实际内力与填土的非线性刚度以及筋材的刚度直接相关;此外,筋材实际内力还跟填土压实有关,由于填土的弹塑性变形,筋材内力可能随着填土碾压力的增大而上升。由于国内外大多数规范要求填土使用排水性良好的砂性填土,对于强度极限状态,式(1)对筋材内力的估计相对比较准确;但是,即使在强度极限状态,填土强度水平的发挥还是跟筋材的刚度有关。

2 基于经验的 K 刚度法

20 世纪 80 年代以来,为了澄清土工合成材料加筋土挡墙的工作机理,国内外学者进行了一系列的大型模型试验及现场原型试验,获得大量的实测数据^[6-8]。这些实测数据表明,在正常工作荷载作用下,土工合成材料加筋土挡墙的筋材应变比较小,一般在 2% 以下,与之相对应的筋材层最大内力也比式(1)的预测值小。国外有些学者因此认为现有的筋材内力计算理论非常保守,因此,加拿大加筋土专家 Richard Bathurst 与其合作者及学生一起,对大量的实测数据进行统计回归分析,提出了一种计算筋材在工作状态下的筋材最大内力计算方法,该方法采用土的土压力系数以及筋材的刚度作为参考变量,因此称为 K 刚度法^[9-10]。

该方法计算筋材层最大拉力的公式如下:

$$T_{\max} = \frac{1}{2} K \gamma (H + S) S_v D_{t\max} \Phi_g \Phi_l \Phi_{ts} \Phi_{tb} \Phi_c \quad (3)$$

其中: H 为挡土墙高度; S 为墙顶均布荷载的等效填土高度; K 为土压力系数:

$$K = \frac{\cos^2(\varphi + \omega)}{\cos^2 \left(1 + \frac{\sin \varphi}{\cos \omega} \right)^2} \quad (4)$$

$D_{t\max}$ 为筋材内力的分布因子,如图 3 所示:

$$D_{t\max} = T_{\max} / T_{\max\max} \quad (5)$$

$T_{\max\max}$ 为整座墙的最大筋材拉力; Φ_g 为整体刚度因子:

$$\Phi_g = 0.25 \left(\frac{S_g}{p_a} \right)^{0.25} \quad (6)$$

其中, S_g 为整体筋材刚度:

$$S_g = \frac{J_{ave}}{H/n} = \frac{\sum_{i=1}^n J_i}{H} \quad (7)$$

式中: n 为筋材层数; J_i 为第 i 层筋材在 2% 应变时割线刚度。 Φ_l 为局部刚度因子:

$$\Phi_l = \frac{S_l}{S_g} \quad (8)$$

其中, S_l 为局部筋材刚度:

$$S_l = \left(\frac{J}{S_v} \right)_i \quad (9)$$

而 Φ_{fs} 为面板刚度影响因子:

$$\Phi_{fs} = 0.69(F_f)^{0.11}, \quad F_f = \frac{1.5H^4 p_a}{ELb^3(h_{eff}/H)} \quad (10)$$

其中: E 为面板“等效弹性梁”的弹性模量; L 为面板单位长度; b 为面板厚度; h_{eff} 为面板等效高度(等效后可以 100% 传递弯矩)。 Φ_{fb} 为面板倾角的影响因子:

$$\Phi_{fb} = \left(\frac{K_{abh}}{K_{abv}} \right)^{0.5} \quad (11)$$

其中: K_{abh} 为面板倾斜时主动土压力系数水平分量; K_{abv} 为面板竖直时主动土压力系数水平分量。最后; Φ_c 为粘聚力的影响因子:

$$\Phi_c = 1 - 6.5 \frac{c}{\gamma H} \quad (12)$$

式中, Φ_c 的值必须在 0 和 1 之间。

近年来, 国外学者采用该方法分析了一些大型试验, 有的结果与实测数据比较吻合^[11-12], 但也有比实测数据小很多的情况^[13]。

K 刚度法以实测数据为基础, 而且考虑了筋材刚度对筋材层内力的影响, 因此, 应用该方法计算正常工作状态下加筋土挡墙的筋材内力有一定的合理性。但是, 由于在统计回归分析中, Bathurst 等采用均值作为式(3)的基础, 因此, 式(3)估计得到的筋材内力比真实值小的概率也近 50%^[14]。此外, 如图 3 所示的筋材内力分布系数 D_{tmax} 表明, 在挡墙的下部, 面板为填土提供了足够的支撑作用。这要求面板有足够的刚度, 且面板与地基之间存在足够大的水平阻力。国外一些学者的研究表明, 如面

板底部无摩擦, 且面板前方无填土, 筋材内力沿墙高的内力分布与图 3 不同, 而是近于三角形, 面板对潜在滑动面处筋材内力基本没有影响。更重要的是, 笔者认为, K 刚度法缺乏坚实的筋土相互作用机理基础, 也未合理考虑填土刚度的影响。此外, K 刚度法也不能用于计算加筋土挡墙在强度极限状态下的筋材内力。

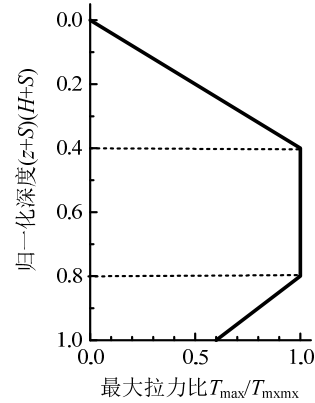


图 3 筋材内力随归一化深度分布

Fig.3 Distribution of reinforcement load with normalized depth

3 基于极限平衡的加筋边坡稳定分析方法

基于极限平衡理论, Leshchinsky 等^[15]将加筋土挡墙视为加筋陡坡, 应用考虑加筋作用的边坡稳定分析方法(如 spencer 法)计算筋材的内力。该方法考虑的是整个滑动体的受力平衡, 锚固区需要的抗拉拔力由滑动体的静力平衡得出。该方法的思路是: 首先假定了滑动破坏面是一条通过坡脚的对数螺旋线, 如图 4 所示, 拉筋提供的抗拔力作为滑动体平衡体系的一部分, 然后在给定的 m 、 q 、 H 、 γ 、 γ_i 和填土强度的情况下, 利用边坡条分法求得满足滑动体平衡及最小滑移安全系数的筋材总拉力以及潜在滑移面的位置。应用本方法计算筋材层在潜在滑移面处的最大内力需假定填土强度的发挥水平, 即最小安全系数, 同时必须假定筋材层最大拉力沿高度的分布。该方法也可以考虑面板底部约束力的影响。Leshchinsky 等^[16]分析了不同拉力分布系数 D_{tmax} 的影响, 他们发现, 当采用类似于图 3 的拉力分布系数, 同时假定合理的面板约束力 R_h , 加筋边坡稳定分析法能得到比较合理的结果。需要指出的是, 应用本方法分析正常工作状态下的筋材内力时, 需假定筋材层保持水平, 即图 4 中的 $\theta_j = 0$ 。

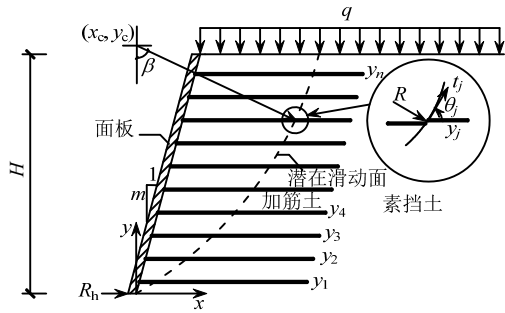


图4 基于极限平衡的加筋边坡稳定分析方法

Fig.4 Stability analysis of reinforced soil slope based on limit equilibrium

应用极限平衡法准确分析加筋土挡墙在正常服役状态下的筋材内力比较困难。这是由于，在正常工作荷载的作用下，填土的强度发挥与填土及筋材刚度直接相关，而且在不同位置有差别，因此难以确定合理的最小安全系数；此外，需要合理量化面板对填土的约束作用。不过，应用极限平衡法分析加筋土挡墙在强度极限状态及大变形情况下的筋材内力还是比较合适的。一方面，大量研究表明，加筋或非加筋边坡的滑移面位置由填土的峰值强度决定^[17-19]，另一方面，当填土的变形较大时，其剪切强度为残余强度。同时筋材的变形也比较大，筋材拉力的方向与滑移面相切(如图4所示)。而实验结果也表明，在加筋土挡墙接近垮塌时，筋材最大拉力沿高度方向基本均匀分布^[20]。因此，如果不考虑面板对加筋土挡墙强度极限状态稳定的贡献，可首先采用填土的峰值摩擦角分析加筋土挡墙的潜在破坏面位置，然后，假定填土在潜在破坏面上的强度为残余强度，分析滑动体在极限平衡(即安全系数=1.0)时筋材的内力^[21]。

另外一类极限平衡法假定加筋土结构中存在无数可能滑移面，这些滑移面可通过一层或多层筋材^[5,22]。在分析时，首先确定安全系数，即填土的强度发挥水平；然后分析保持每个滑动体稳定所需的筋材拉力。采用此类方法可获得设计筋材拉力沿长度方向的变化。不过，与上述的加筋边坡稳定分析方法一样，该类方法得到的筋材内力与实际加筋土结构的筋材内力是有差别的，这是由于，填土的强度发挥水平与筋材及填土的刚度相关，且在结构中不同位置有差别。

4 基于非线性弹性与变形协调的 E-M 方法

从加筋土的等效围压加筋机理可以看出，对于

如图5所示的加筋土单元，当其中素土的竖向应力为 σ_z 时，素土将产生相应的横向变形；由于筋土界面的摩擦及咬合等作用，筋材也出现相应的横向拉伸。沿着水平方向，同一层筋材的变形在不同位置的变形不同。在正常工作荷载的作用下筋材层基本保持水平，如其与面板的连接力低于筋材层的最大拉力，筋材层的拉力分布示意图如图5所示。这时，在加筋土挡墙潜在滑移面位置，筋土界面的剪切应力 τ 很小，接近于零(如图5所示， $\frac{dT_{max}}{dl} = 2\tau = 0$)，从而，在该位置处，素土的横向变形 ε_h 与筋材的拉伸变形 ε_r 一致，即 $\varepsilon_r = \varepsilon_h$ 。也就是说，筋土变形是相容、协调的。

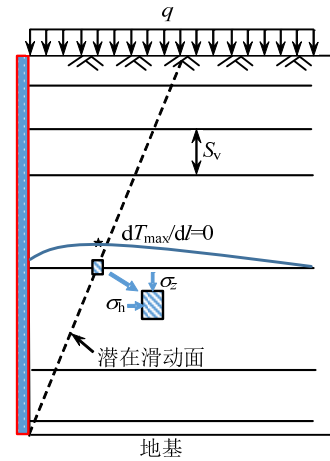


图5 筋材内力与填土应力相互关系示意图

Fig.5 Illustration of the relationship between reinforcement load and soil stress

如果进一步假定在潜在滑移面处，素土的水平应力与筋材的拉力存在如下关系：

$$\sigma_h = T_{max} / S_v \quad (13)$$

理论上，可以通过分析滑移面处土单元的应力-应变关系，同时应用 $\varepsilon_r = \varepsilon_h$ 的条件，分析筋材的水平拉力。基于上述分析，Ehrlich与Mitchell^[23]在1994年提出一种分析筋材内力的理论分析方法。在该方法中，素填土的应力-应变关系假定为非线性弹性，可采用邓肯张模型进行描述，素填土的水平变形与竖向应力的关系采用广义虎克定律分析，并假定其加载泊松比为常数；筋材假定为线弹性。此外，该方法考虑填土压实对筋材内力的影响，以静止土压力理论计算压实时筋材内力的上升，当压实结束时，填土经历弹性卸载，筋材内力有一定程度的下降。

由于假定填土加载时的泊松比为常数，E-M方法能通过积分得到解析解，筋材内力可通过下面的

公式计算:

$$T_{\max} = S_v K_r (\gamma z + \Delta \sigma_z) \quad (14)$$

其中, 土压力系数 K_r 通过下述公式迭代得到:

$$\frac{1}{S_i} \left(\frac{\sigma_z}{p_a} \right)^n = \frac{(1 - \mu_{ur}^2) [(K_r - K_{\Delta 2}) - (K_c - K_{\Delta 2}) OCR]}{(k_u / k) (K_c OCR - K_r) K_r^n} \quad (15)$$

$$\frac{1}{S_i} \left(\frac{\sigma_{zc}}{p_a} \right)^n = \frac{(1 - \mu_0^2) (1 - K_{aa})^2 (K_0 - K_c) K_0}{(K_c - K_{aa}) (K_0 - K_{aa}) K_c^n} \quad (16)$$

$$K_{aa} = K_a / \{ (1 - K_a) [c / (\sigma_{zc} K_c \tan \varphi) + 1] / R_f + K_a \} \quad (17)$$

其中: S_i 为相对筋-土刚度指数, $S_i = J / (k p_a S_v)$; K_c 为压实过程中的土压力系数; K_{aa} 为等效朗肯主动土压力系数; $K_{\Delta 2}$ 为卸载时递减的静止土压力系数 $K_{\Delta 2} = K_0 (OCR - OCR^\alpha) / (OCR - 1)$, OCR 为超固结比 $OCR = \sigma_{zc} / \sigma_z$, α 为卸载系数 $\alpha = 0.7 \sin \varphi$, μ_{ur} 为卸载时的泊松比, $\mu_{ur} = K_{\Delta 2} / (1 + K_{\Delta 2})$; σ_{zc} 为考虑压实作用的历史最大等效竖向土压力:

$$\sigma_{zc} = \begin{cases} \sigma_{zc,i}, & \sigma_z < \sigma_{zc,i} \\ \sigma_z, & \sigma_z > \sigma_{zc,i} \end{cases} \quad (18)$$

$\sigma_{zc,i}$ 为压实土层所产生的等效竖向应力, K_0 为静止土压力系数。本方法以邓肯张模型为基础, 因此, k 、 k_u 、 n 与 R_f 为邓肯张模型参数。

E-M 方法充分考虑了筋土协调变形, 而且, 应用邓肯张模型合理考虑了填土的非线性应力-应变关系, 从这两个角度讲, 它是一种比较科学合理的筋材内力计算方法。但是, 该方法假定填土的横向变形由恒定的泊松比决定, 这与实际填土的行为不符。如假定填土为非线性弹性材料, 随着填土应力的增大, 其泊松比随着增大; 当填土应力到达一定水平, 其横向变形由其剪胀性决定, 这时候非线性弹性理论无法合理描述其应力-应变关系。因此, E-M 方法适用于分析筋材刚度较大的加筋土挡墙^[24], 这时, 填土的变形较小, 采用非线性弹性及常泊松比能比较合理的描述填土的应力-应变关系。另一方面, E-M 方法未考虑面板对填土稳定的贡献。

5 筋材拉力的非线性弹性增量计算方法

由于 E-M 方法未能合理考虑填土横向变形与应力水平之间的非线性关系, 本文第一作者对该法

进行改进, 提出了一种计算直立加筋土挡墙筋材内力的非线性弹性增量方法^[25]。所提出的方法亦暂未考虑面板对填土稳定的贡献。

与 E-M 方法一样, 增量方法假定加筋土挡墙中的应力状态为平面应变状态。在平面应变条件下, 根据广义虎克定律, 可得到在竖向应力增量 $\Delta \sigma_z$ 的作用下横向应变增量的表达式:

$$\Delta \varepsilon_l = \frac{1}{E_t} \times [(1 - \mu_t^2) \Delta \sigma_l - \mu_t (1 + \mu_t) \Delta \sigma_z] \quad (19)$$

根据第 4 节的分析, 如面板对填土的稳定没有贡献, 在潜在滑移面处, 筋材与土体变形协调, $\varepsilon_r = \varepsilon_h$, 素填土的侧向应力增量 $\Delta \sigma_h$ 与筋材内力增量 ΔT 之间可用下式表示:

$$\Delta \sigma_h = \Delta T / S_v = J_t \Delta \varepsilon_r / S_v \quad (20)$$

其中, J_t 为筋材的切线刚度。由此可得筋材应变为:

$$\Delta \varepsilon_r = \Delta \varepsilon_h = \frac{\mu_t (1 + \mu_t) \Delta \sigma_z}{(1 - \mu_t^2) J_t / S_v + E_t} \quad (21)$$

最后可得到筋材内力的增量计算公式:

$$\Delta T = J_t \Delta \varepsilon_r = \frac{J_t \mu_t (1 + \mu_t) \Delta \sigma_z}{\frac{(1 - \mu_t^2) J_t}{S_v} + E_t} \quad (22)$$

其中, 切线模量 E_t 根据邓肯-张模型:

$$E_t = k p_a \left(\frac{\sigma_h}{p_a} \right)^n \left[1 - R_f \frac{(\sigma_z - \sigma_h)(1 - \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_h \sin \varphi} \right]^2 \quad (23)$$

式中: k 为模量系数; n 为模量指数; p_a 为大气压; R_f 为破坏比; c 为黏聚力; φ 为内摩擦角。

切线泊松比可通过下式得到:

$$\mu_t = 0.5 - \frac{E_t}{6B} \quad (24)$$

式中, B 为体积模量, 采用下式计算:

$$B = k_b p_a \left(\frac{\sigma_h}{p_a} \right)^m \quad (25)$$

式中, k_b 、 m 均为材料常数。

非线性增量分析方法也可以比较简单地分析填土压实的作用。与 E-M 方法一样, 首先计算压实影响深度 $z_c = \sigma_{zc,i} / \gamma$; 在 z_c 深度之内的填土的最大竖向应力为等效压实压力 $\sigma_{zc,i}$; 逐步增加竖向土应力 σ_z 至 $\sigma_{zc,i}$, 用式(22)计算筋材层的最大拉力; 然后弹性卸载至加筋层的工作竖向应力。在弹性卸载中, 筋材拉力的减小可采用下式进行计算:

$$\Delta T_r = \frac{J_0 \mu_{ur} (1 + \mu_{ur}) \Delta \sigma_z}{(1 - \mu_{ur}^2) J_0 / S_v + E_{ur}} \quad (26)$$

其中: E_{ur} 为填土的卸载弹性模量, 根据邓肯张模型, $E_{ur} = K_{ur} p_a (\sigma_h / p_a)^n$; μ_{ur} 为填土的卸载泊松比; J_0 为筋材的初始刚度。

与 E-M 方法相比, 非线性弹性增量方法可以一定程度考虑填土横向变形与应力水平之间的非线性关系, 即填土泊松比随应力水平的不断变化, 而填土泊松比对筋材内力的影响是比较大的。如图 6 所示, 对一高 8 m、砂性填土、筋材刚度 $J=500$ kN/m 的加筋土挡墙, 最大筋材内力随着泊松比的增大而增大。图 6 也给出了应用式(22)计算的结果, 与 $\mu=0.45$ 的情况比较接近。需要说明的是, 在本算例中, 填土的初始泊松比为 0.19。非线性弹性增量方法还能够方便地考虑筋材的非线性以及不均匀填土。但是, 由于假定填土为非线性弹性材料, 本方法未考虑填土剪胀带来的影响, 因此, 它适用于分析加筋土在正常工作荷载作用下、填土尚未出现明显剪胀时的筋材内力。笔者采用国外多组大型试验及数值模拟结果验证了本方法的准确性, 具体结果可参见文献[25]。

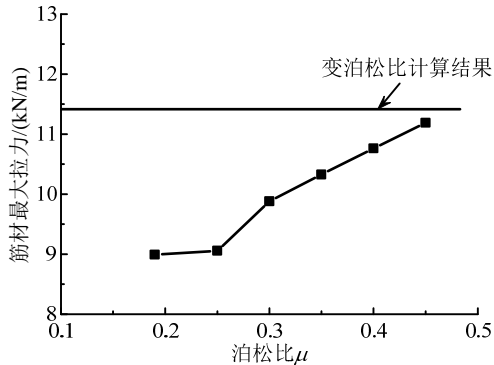


图 6 泊松比对筋材内力的影响

Fig.6 Influence of Poisson's ratio on the reinforcement load

6 考虑填土剪胀的加筋土筋材内力计算方法

非线性弹性理论无法考虑填土的剪胀, 因此不适合分析填土变形较大时的筋材内力, 也不能分析加筋土挡墙到达强度极限时的筋材内力。因此, 本文第一作者提出了一种基于 Rowe 剪胀理论的增量筋材内力计算方法^[26-28]。

在本方法中, 填土的增量应力-应变关系仍表示为:

$$\Delta\sigma_z - \Delta\sigma_h = E_t \Delta\varepsilon_z \quad (27)$$

其中, E_t 的表达式见式(23)。但是, 填土的横向变形与竖向变形的关系应用 Rowe 剪胀关系进行

描述:

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_h} \left(\frac{\Delta\varepsilon_z}{\Delta\varepsilon_h} \right) = K' \quad (28)$$

其中, K' 为 Rowe 剪胀系数, $K' = \frac{1 + \sin \varphi_{cv}}{1 - \sin \varphi_{cv}}$, φ_{cv}

为填土的残余摩擦角。因此:

$$\Delta\varepsilon_z = K' \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_z} \right) \Delta\varepsilon_h \quad (29)$$

若不考虑面板的贡献, 筋材拉力增量与填土横向应力增量的关系仍可用式(20)表示, 将式(20)代入式(27), 即可得到筋材的内力增量为:

$$\Delta T = J_t \Delta\varepsilon_h = J_t \Delta\sigma_z \left/ \left(K' \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_v} \right) E_t + \frac{J_t}{S_v} \right) \right. \quad (30)$$

式(30)可用于计算筋材层在上覆土应力逐渐增加时的筋材最大拉力。而填土压实效果仍可采用与非线性弹性增量法相似的方法分析。即在 z_c 深度之内填土最大竖向应力为等效压实压力 $\sigma_{zc,i}$; 逐步增加竖向土应力 σ_z 至 $\sigma_{zc,i}$, 依据式(30)计算筋材层的最大拉力; 然后弹性卸载至加筋层的工作竖向应力。弹性卸载时筋材内力的减小依据式(26)计算。

与非线性弹性方法相比, 考虑填土剪胀的方法的适用性更广, 它可以分析筋材在不同填土应力水平下的筋材内力。当无黏性填土的应力水平到达其峰值强度时, 采用本方法与基于主动土压力系数的方法得到相同的筋材内力。本方法的验证可参见文献[26-27], 由于篇幅关系, 这里不再赘述。

不过, 从式(23)及式(30)可以看出, 筋材的内力及填土的应力水平与筋材的刚度、填土的刚度以及填土的剪胀性是直接相关的。当填土的刚度较大时, 在相同的竖向应力作用下, 筋材的拉力较大, 相应的填土的横向应力也较大, 填土的剪切应力水平未到达其峰值强度。因此, 对于具体的某一加筋土挡墙, 如要求其在强度极限设计荷载作用下填土的峰值强度得到充分发挥, 筋材刚度必须满足一定的要求。本方法可用于计算该筋材刚度^[28]。为此, 只需对每一层筋材, 通过试算确定其在给定竖向土应力及填土峰值强度时的横向填土变形以及横向土应力, 从而计算相应的筋材刚度。假定砂性填土的三轴压缩摩擦角 $\varphi=42^\circ$ 、Rowe 剪胀系数 $K'=3.0$ 、填土模量数 $k=500$ 和 $k=1000$ 、模量指数 $n=0.5$ 、破坏比 $R_f=0.8$, 图 7 给出了强度极限状态所要求筋材刚度筋材刚度与竖向填土应力的关系。可

以看出,随着竖向应力的增加,满足要求的筋材刚度上升,而且,满足要求筋材刚度随着填土的刚度上升而上升。

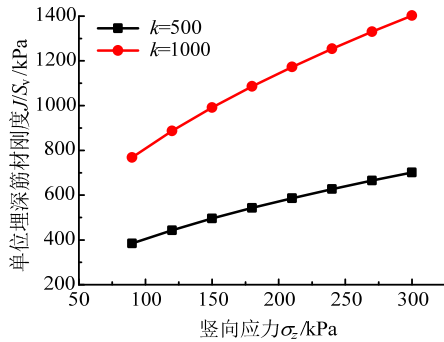


图7 强度极限状态所要求筋材刚度与填土竖向应力的关系
Fig.7 Relationship between required reinforcement stiffness and vertical soil stress at strength limit state

7 加筋土挡墙面板及其倾角的影响

上述的筋材内力分析方法中, K 刚度法通过统计回归分析, 提出采用面板刚度系数和面板倾角系数考虑面板对筋材内力影响的方法。从已有的试验及数值模拟分析结果可以看出, 随着面板刚度的增大, 筋材内力随着减小。但是, 在这些实测或数值模拟例子中, 面板与地基的连接完好, 面板与地基土的相互作用提供了足够的水平阻力。考察图 4 的极限平衡分析可看出, 面板刚度并非直接对挡墙的稳定提供支撑, 而是通过其底部的水平阻力提供对填土稳定的贡献。国外的一些数值模拟研究表明, 当面板底部与地基之间不存在水平阻力时, 面板对加筋土挡墙筋材内力的降低并没有贡献, 筋材内力的大小也与面板的刚度无关^[29]。

基于上述分析, 对于受正常工作荷载作用、且面板与地基之间存在足够大相互作用力的挡墙, 面板刚度的增加将增大作用于面板表面的土压力, 此时, 面板与筋材之间的连接力并不能平衡作用于面板的土压力, 面板起到了平衡潜在滑动面附近部分土压力的作用, 即:

$$\sigma_h = T_{\max} / S_v + \sigma_f \quad (31)$$

其中, σ_f 为面板提供的额外土压力。而当面板底部与地基之间无水平阻力时, 这时面板与筋材之间的连接力平衡了作用于面板上的土压力, 面板对潜在滑动面上的水平土压基本没有作用, 这时式(13)成立, 因而, 筋材内力与面板的刚度无关。

上述的机理比较简单, 但是, 如何在理论分析

方法中予以考虑, 即如何量化 σ_f 还是比较复杂的, 需要进一步研究解决。

不过, 对于强度极限状态分析, 不宜依赖面板对加筋土挡墙稳定的贡献^[30]。这是由于, 在加筋土挡墙的运行期间, 多种不确定因素可能造成水平阻力 R_h 的大量减小甚至丧失。例如, 水流的冲刷可使面板底部失去水平支撑。因此, 目前国内外大多数规范不建议考虑面板对筋材内力的贡献。

在面板倾角方面, 随着面板倾角的增加, 在潜在滑动面附近, 挡墙中下部填土的竖向应力随着下降。这是造成筋材内力下降的一个原因。此外, 随着墙面倾角的变化, 挡墙内加筋土的应力状态也变得复杂, 在无面板支撑情况下式(13)是否适用是一个值得进一步研究的问题。笔者进行了三组加筋土挡墙的非线性有限元模拟分析。这三个挡墙均采用返包式面板, 高 6 m, 因此面板的影响可忽略不计。除了墙面倾角以外, 挡墙的其他参数完全相同。填土采用考虑剪胀的非线性弹塑性模型模拟, 内摩擦角 $\varphi=34^\circ$, 筋材假定为线弹性, $J=1000$ kN/m, 加筋层间距 $S_v=0.5$ m。图 8 给出了三组挡墙筋材层最大拉力随高度的变化。可以看出, 筋材内力随着墙面倾角的增大而减小。而且, 在挡墙的上部, 筋材的最大拉力也有区别, 而在这些位置, 竖向土压力基本无差别。

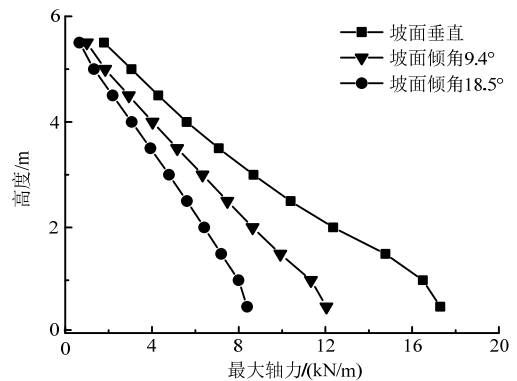


图8 墙面倾角对筋材内力的影响

Fig.8 Influence of facing inclination on reinforcement load

8 讨论

土工合成材料加筋土挡墙的筋材内力是一个比较复杂的力学问题, 它涉及筋-土相互作用、土-面板相互作用、以及筋材-面板相互作用等。筋材内力的大小除决定于结构荷载以外, 还受填土刚度、填土强度、筋材刚度、面板刚度、作用于面板土压

力、筋-土界面强度、土-面板界面强度等因素的影响。在上述这些因素中,填土刚度、填土强度、面板刚度、筋-土界面强度、土-面板界面强度等相对容易量化,但准确确定筋材刚度比较困难。由于土工合成材料有蠕变性,其在填土中的实际刚度随时间变化^[31]。如结构的外荷载基本不变,筋材刚度一般随着时间减小,减小的幅度与材料有关,也与填土的温度变化有关。如何合理确定不同类型筋材在不同时间、不同应变水平、不同温度水平下的筋材刚度是一个值得研究的问题。

上述的内力分析方法都假定筋材的最大拉力出现于潜在滑动面附近。但是,由于填土的压缩性远大于面板的压缩性,筋材与面板连接处会由于填土-面板之间的不均匀沉降出现比较大的连接力^[11-12]。对于高挡墙,该连接力大于潜在滑动面处的筋材拉力,而目前尚无合理的理论或半理论分析方法能够合理估计筋材-面板连接力。

考虑到土工合成材料加筋土挡墙内力计算的复杂性,采用非线性数值方法进行分析是比较合适的^[32-43]。适合于进行加筋土结构值分析的软件一般基于有限单元法或有限差分法。所选用的软件应能够进行非线性分析,拥有能够合理模拟填土及地基土非线性行为的本构模型,而且拥有能够模拟筋材的单元形式。在加筋土结构中,填土的压硬性响应明显,且不同部位填土的应变也有比较大的差别,这些差别导致结构中不同部位填土的模量差别也比较大。因此,填土宜用邓肯张等非线性模型或能模拟土材料压硬性的弹塑性模型模拟。所选用的模型还需能够比较合理的描述填土的体积变形,非线性弹性模型需能够考虑泊松比或体积模量随围压的变化,弹塑性模型需选用合理的剪胀参数。对于土工合成材料筋材,则需合理考虑其刚度随时间的变化。而对于筋土界面,可以采用零厚度接触面单元或薄层接触面单元模拟它们之间的相互作用。接触面的强度参数可通过拉拔实验或直剪实验结果进行标定。文献[32]对加筋土结构数值分析进行了比较系统的讨论,是进行加筋土结构数值分析的有益参考。

9 结论

本文讨论了几种土工合成材料加筋土挡墙的筋材内力分析方法,并对这些方法的优缺点进行评

述。通过比较分析发现,如果填土的强度已完全发挥且面板的作用可以忽略不计,基于主动土压力系数以及极限平衡边坡分析的方法可用于分析加筋土挡墙在强度极限状态时的筋材内力。但是,强度极限状态时填土能否发挥其强度决定于筋土相互作用以及筋材的长期刚度。另一方面,基于筋土变形协调的理论分析方法适用于分析加筋土挡墙在正常工作荷载作用下的筋材内力,但必须合理考虑筋材的长期刚度以及面板的约束作用。本文还指出了筋材内力理论分析所面临的一些困难。

参考文献:

- [1] AASHTO. AASHTO LRFD Bridge Design Specifications [S]. Washington, D C, USA: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2012.
- [2] BS 8006-1:2010, Code of practice for strengthened/reinforced soils and other fills [S]. London, UK: British Standards Institution, 2010.
- [3] NCMA. Design Manual for segmental Retaining Walls-second edition [S]. Washington, D C: National Concrete Masonry Association, 1997.
- [4] TB-10118-2006, 铁路路基土工合成材料应用设计规范 [S]. 北京: 中国铁道出版社, 2006.
TB-10118-2006, Technical code for geosynthetic application on subgrade of railway [S]. Beijing: China Railway Press, 2006. (in Chinese)
- [5] DIBt. German code of practice for the design of reinforced soil structures [S]. German: Deutesche Institute fur Bautechnik, 1997.
- [6] Christopher B R. Deformation response and wall stiffness in relation to reinforced soil wall design [D]. West Lafayette, Indiana, USA: Purdue University, 1993.
- [7] Allen T M, Bathurst R J. Soil reinforcement loads in geosynthetic walls at working stress conditions [J]. Geosynthetics International, 2002, 9(5/6): 525-566.
- [8] 杨广庆, 周亦涛, 周乔勇, 薛晓辉. 土工格栅加筋土挡墙试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(1): 206-210.
Yang Guangqing, Zhou Yitao, Zhou Qiaoyong, Xue Xiaohui. Experimental research on geogrid reinforced earth retaining wall [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(1): 206-210. (in Chinese)
- [9] Allen T M, Bathurst R J, Holtz R D, Walters D, Lee W F. A new working stress method for prediction of reinforcement loads in geosynthetic walls [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40(5): 976-994.
- [10] Bathurst R J, Miyata Y, Nernheim A, Allen T M. Refinement of K-stiffness Method for geosynthetic reinforced soil walls [J]. Geosynthetics International, 2008, 15(4): 269-295.

- [11] Allen T M, Bathurst R J. Design and performance of 6.3-m-high, block-faced geogrid wall designed using k-stiffness method [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2014, 140(2): 0001013.
- [12] Allen T M, Bathurst R J. Performance of an 11 m high block-faced Geogrid wall designed using the K-stiffness method [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2014, 51(1): 16–29.
- [13] Ehrlich M, Becker L D B. Reinforced soil wall measurements and predictions [C]// Palmeira E M, Vidal D M, Sayao A S J F, Ehrlich M, eds. *Proc. 9th Int. Conf. on Geosynthetics: Geosynthetics for a Challenging World*, 2010, 1: 547–559.
- [14] Bathurst R J. Challenges and recent progress in the analysis, design and modelling of geosynthetic reinforced soil walls [C]// *Proceedings of the 10th International Conference on Geosynthetics-Giroud Lecture*, 2014.
- [15] Leshchinsky D, Boedeker R H. Geosynthetic reinforced structures [J]. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 1989, 115(10): 1459–1478.
- [16] Leshchinsky D, Zhu F, Meehan C L. Required unfactored strength of geosynthetic in reinforced earth structures [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2010, 136(2): 281–289.
- [17] 张嘎, 张建民. 基于瑞典条分法的应变软化边坡稳定性评价方法 [J]. *岩土力学*, 2007, 28(1): 12–16.
Zhang Ga, Zhang Jianmin. Stability evaluation of strain-softening slope based on Swedish slice method [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2007, 28(1): 12–16. (in Chinese)
- [18] Liu H, Ling H. Seismic responses of reinforced soil retaining walls and the strain-softening of backfill soils [J]. *International Journal of Geomechanics*, ASCE, 2012, 12(4): 351–356.
- [19] Zhang G, Hu Y, Wang L P. Behaviour and mechanism of failure process of soil slopes [J]. *Environmental Earth Sciences*, 2015, 73(4): 1701–1713.
- [20] Costa C M L, Zornberg J G, Bueno B S, Costa Y D J. Centrifuge evaluation of the time-dependent behavior of geotextile-reinforced soil walls [J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2016, 44(2): 188–200.
- [21] Liu H, Wang C. Discussion of ‘centrifuge evaluation of the time-dependent behavior of geotextile-reinforced soil walls’ by C M L Costa, J G Zornberg, B S Bueno, Y D J Costa [J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2016, 44(2): 188–200.
- [22] Han J, Leshchinsky D. General analytical framework for design of flexible reinforced earth structures [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2006, 132(11): 1427–1435.
- [23] Ehrlich M, Mitchell J K. Working stress design method for reinforced soil walls [J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 1994, 120(4): 625–645.
- [24] Stuedlein A W, Allen T M, Holtz R D, Christopher B R. Assessment of reinforcement strains in very tall mechanically stabilized earth walls [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2012, 138(3): 345–356.
- [25] Liu H. Nonlinear elastic analysis of reinforcement loads for vertical reinforced soil composites without facing restriction [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2016, 142(6): 04016013.
- [26] Liu H, Won M S. Stress dilatancy and reinforcement load of vertical-reinforced soil composite: Analytical method [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 2014, 140(3): 630–639.
- [27] Liu H. Reinforcement load and compression of reinforced soil mass under surcharge loading [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2016, 141(6): 04015017.
- [28] Liu H. Required reinforcement stiffness for vertical geosynthetic reinforced soil walls at strength limit state [J]. *Geotechnique*, 2016, 66(5): 424–434.
- [29] Mirmoradi S H, Ehrlich M. Numerical evaluation of the behavior of GRS walls with segmental block facing under working stress conditions [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2015, 141(3): 04014109.
- [30] Leshchinsky D, Tatsuoka F. Geosynthetic reinforced walls in the public sector: Performance, design, and redundancy [J]. *Geosynthetics Magazine*, 2013, 31(3): 12–21.
- [31] Liu H, Won M. Long-term reinforcement load in geosynthetic-reinforced soil walls [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2009, 135(7): 875–889.
- [32] 介玉新, 李广信. 有限元法在加筋土结构设计中应用的必要性和可行性[J]. *长江科学院院报*, 2014, 31(3): 34–39.
Jie Yuxing, Li Guangxin. Necessity and feasibility of FEM in the design of reinforced soil structure [J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2014, 31(3): 34–39. (in Chinese)
- [33] 刘华北, Ling H I. 土工格栅加筋土挡土墙设计参数的弹塑性有限元研究[J]. *岩土工程学报*, 2004, 26(5): 668–673.
Liu Huabei, Ling H I. Elasto-plastic finite element study for parameters of geogrid-reinforced soil retaining wall [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2004, 26(5): 668–673. (in Chinese)
- [34] 唐晓松, 郑颖人, 王永甫. 土工格栅加筋土挡墙在某机场滑坡治理工程中的应用 [J]. *土木工程学报*, 2011, 44(增刊): 60–64.
Tang Xiaosong, Zheng Yingren, Wang Yongfu. The application of reinforced earth retaining wall with geogrid

- in the treatment engineering of landslide in a certain airport [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2011, 44(Suppl): 60—64. (in Chinese)
- [35] 彭芳乐, 曹延波. 加筋砂土路堤筋材层数影响的有限元分析[J]. *岩土工程学报*, 2011, 33(11): 1701—1707.
Peng Fangle, Cao Yanbo. FEM analysis of effect of reinforced layer numbers on bearing capacity and deformation of reinforced-sand retaining walls [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, 33(11): 1701—1707. (in Chinese)
- [36] 何光春, 汪承志, 刘波. 加筋土护岸挡墙的黏弹塑性有限元分析[J]. *岩土工程学报*, 2008, 30(6): 911—917.
He Guangchun, Wang Chengzhi, Liu Bo. Reinforced earth retaining walls by FEM based on visco-elastoplasticity [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, 30(6): 911—917. (in Chinese)
- [37] 高翔, 石名磊, 刘松玉. 加筋土支撑结构侧向位移的有限元分析[J]. *公路交通科技*, 2003, 20(2): 20—23.
Gao Xiang, Shi Minglei, Liu Songyu. Finite element analysis on lateral displacement of reinforced retaining structure [J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2003, 20(2): 20—23. (in Chinese)
- [38] Hatami K, Bathurst R J. A numerical model for reinforced soil segmental walls under surcharge loading [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2006, 132(6): 673—684.
- [39] Huang B, Bathurst R J, Hatami K. Numerical study of reinforced soil segmental walls using three different constitutive soil models [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2009, 135(10): 1486—1498.
- [40] Ling H I, Leshchinsky D. Finite Element parametric studies of the behavior of segmental block reinforced soil retaining walls [J]. *Geosynthetics International*, 2003, 10(3): 77—94.
- [41] Liu H, Wang X, Song E. Long-term behavior of GRS retaining walls with marginal backfill soils [J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2009, 27(4): 295—307.
- [42] Helwany S M B, Wu J T H, Kitsabunnarat A. Simulating the behavior of GRS bridge abutments. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2007, 133(10): 1229—1240.
- [43] Ling H I, Liu H. Deformation analysis of reinforced soil retaining walls – simplistic versus sophisticated finite element analyses [J]. *Acta Geotechnica*, 2009, 4(3): 203—213.

注: 该文在第 25 届结构工程学术会议(2016 包头)应邀作特邀报告