

# 基于小波变换的图像压缩中小波基的评价与选取

甘宸伊,姚远,杨彦伟,刘小兵,高喆荣

(中国人民解放军63788部队,陕西渭南714000)

**摘要:**针对图像压缩中小波基的选取自由度高的问题,讨论了小波基的选择依据,分析了正交性、对称性、正则性、支撑性和消失矩等性能指标对图像编码的影响。研究了利用均方误差和峰值信噪比对图像品质的评价方法。利用MATLAB仿真,采用SPIHT压缩算法,使用4种小波基对测试图像进行压缩,对比其均方误差、最大误差、峰值信噪比和压缩比,并对实验结果进行了分析,发现具有对称性和紧支撑性,正则性较好的双正交小波综合性能最好,为小波基的选择提供了参考标准。

**关键词:**图像压缩;小波基;双正交;对称性;均方误差;信噪比

**本文引用格式:**甘宸伊,姚远,杨彦伟,等.基于小波变换的图像压缩中小波基的评价与选取[J].兵器装备工程学报,2016(12):105-107.

**Citation format:**GAN Chen-yi, YAO Yuan, YANG Yan-wei, et al. Wavelet Evaluation and Selection in Wavelet-Based Image Compression[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2016(12):105-107.

中图分类号:TP751

文献标识码:A

文章编号:2096-2304(2016)12-0105-04

## Wavelet Evaluation and Selection in Wavelet-Based Image Compression

GAN Chen-yi, YAO Yuan, YANG Yan-wei, LIU Xiao-bing, GAO Zhe-rong

(The No. 63788<sup>th</sup> Troop of PLA, Weinan 714000, China)

**Abstract:** Wavelet basis selection was discussed due to its high degree of freedom in image compression. The influence of orthogonality, symmetry, regularity, support and vanishing moments in image coding was analyzed. The method of image quality assessment using mean square error and peak signal to noise ratio was illustrated. Test images were compressed using four different wavelet basis through MATLAB, and mean square error, max error, peak signal to noise ratio and compress ratio were compared respectively. The conclusion is that wavelet basis which are symmetric, tight supported, good regularity and biorthogonal have the best comprehensive performance, which provides reference standard for the choice of wavelet basis.

**Key words:** image compression; wavelet basis; biorthogonal; symmetric; mean square error; peak signal to noise ratio

随着成像技术的高速发展,图像的数据量越来越大,由于存储空间和网络带宽的限制,对图像进行压缩的需求也越来越大。图像压缩,主要是减少冗余信息,如空间冗余、时间

冗余、结构冗余、知识冗余和视觉冗余等<sup>[1]</sup>。由于人眼视觉特性,在某些领域图像压缩允许有一定程度的失真。近年来,利用小波变换对图像处理的技术越来越受人们的关注,

收稿日期:2016-07-25;修回日期:2016-08-30

基金项目:国家自然科学基金项目(F010401);江苏省教育厅自然科学基金资助项目(00SJB51000)

作者简介:甘宸伊(1985—),男,硕士,工程师,主要从事数字图像处理研究。

成为数字图像处理及压缩编码的有力工具<sup>[2]</sup>。小波变换在时域和频域都具有良好的局部化特性,通过改变取样步长,可以聚焦到对象的任何细节,使人们既可以看到‘森林’,又可以看到‘树木’,被称为“数学显微镜”<sup>[3]</sup>。与傅里叶变换相比,小波变换的基函数不是唯一的<sup>[4]</sup>,考虑到图像压缩比和压缩后图像的品质,如何选择合适的小波基函数就成为图像压缩的关键环节。

## 1 小波基的选取

从理论上讲,由分解后的信号可以准确地恢复到原信号,但并非所有的小波基都适合图像压缩中的图像分解<sup>[5]</sup>。小波基对应的滤波器的性质与图像压缩有着重要的关系,主要根据以下几个性能指标,如正交性、对称性、正则性、支撑性和消失矩等,这些都是很重要的特征<sup>[6]</sup>。

1) 正交性:描述了数据的冗余程度,用正交小波基有多尺度分解得到的各子代数据分别落在相互正交的子空间中,使得各子代数据相关性减小<sup>[7]</sup>。但是能准确重建的、正交的、线性相位、有限冲击响应滤波器组是不存在的<sup>[8]</sup>,因此可以将条件放宽为双正交,这样设计的自由度增大,而且双正交滤波器有线性相位,因此在图像处理中应用很广<sup>[9]</sup>。

2) 对称性:在图像处理领域里,一般选择对称或反对称的尺度函数和小波函数,因为具有线性相位,可以构造紧支撑性的正则小波基<sup>[10]</sup>。人类的视觉系统对边缘附近对称的量化误差较非对称的量化误差更不敏感<sup>[11]</sup>,利用这个特性,在对图像的边缘部分做边界延拓时,能够更精确的重构图像的边缘部分<sup>[12]</sup>,提高了重构图像的品质。

3) 正则性:函数 $\psi(t)$ 称为 $r = N + \alpha$  ( $0 < \alpha \leq N$ ) 正则的,如果 $\psi(t)$ 具有 $N$ 阶连续导数,且对任意 $t, h \in \mathbb{R}$ ,有 $|\psi^N(t+h) - \psi^N(t)| < c|h|^\alpha$ ,其中 $c$ 是和 $t, h$ 无关的常数<sup>[13]</sup>。

正则性是函数光滑程度的一种描述,正则性阶数 $r$ 越大,函数就越光滑。小波和尺度函数的正则性阶数越高,滤波器的正则性也越好<sup>[13]</sup>。光滑信号在经过正则性很差的分解滤波器后,其输出随着小波变换级数的增加将很快出现不连续性,而不连续性将导致高频子带中系数的增多,从而不利于压缩和量化。同样,如果重构滤波器的正则性很差,量化带来的误差在重构时就不能很好地被平滑掉,那么重建图像误差可视性就强,视觉效果就差。因此正则性好的小波,能在信号或图像的重构中获得较好的平滑效果,减小量化或舍入误差的视觉效果。但是由于正则性越好支撑长度越长,会导致计算时间加大,因此要有所权衡。

4) 支撑性:一般说来,小波正则性越好,消失矩越大,小波的支集宽度越大,对应的滤波器就越长,会导致高幅高频系数的数量相应增多,所以正则性好、消失矩大的滤波器也可能会引起高幅高频系数的增多<sup>[8]</sup>。同时滤波器过长会引起算法复杂度,边界失真加剧。另外滤波器的长度会影响对

信号所能进行的最大分解层数。因此在选择小波基时,希望滤波器是有限长度,即小波具有紧支撑性<sup>[9]</sup>。

5) 消失矩:函数 $\psi(t)$ 具有 $m$  ( $m \in \mathbb{N}$ ) 阶消失矩,若 $\int_{-\infty}^{\infty} t^p \psi(t) dt = 0, p = 0, 1, 2, \dots, m-1$ 。消失矩表明了小波变换后能量的集中程度<sup>[14]</sup>,消失矩阶数很大时,精细尺度下的高频部分数值有许多是小得可以忽略的,因此用消失矩越大的小波基进行分解后,图像的能量集中,压缩的空间越大。但是消失矩越大,支撑长度也会越长,因此需要折衷处理<sup>[6]</sup>。

## 2 图像品质评价

图像品质评价分为主观评价和客观评价。图像的主观评价就是以人作为图像的观察者,对图像的优劣作出的主观评定。这时,所评价出的图像品质不仅与图像本身的特性有关,而且还与观察者特性以及观察条件有关。图像品质的客观评价方法是根据人眼的主观视觉系统建立数学模型,并通过具体的公式计算图像的品质。传统的图像品质客观评价方法主要包括均方误差和峰值信噪比。

### 1) 均方误差

均方误差法首先计算原始图像和失真像素差值的均方值,然后通过均方值的大小确定失真图像的失真程度,计算公式为: $MSE = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [f(m, n) - f'(m, n)]^2$ ,其中 $M, N$ 为图像的长和宽, $I$ 为原图像, $I'$ 为重建后图像。 $MSE$ 的值越小,压缩后图像的品质越好<sup>[15]</sup>。

### 2) 峰值信噪比

峰值信噪比 $PSNR$ 定义为 $PSNR = 10 \log_{10} \frac{b^2}{MSE}$ ,其中 $b$ 为图像中灰度最大值。 $PSNR$ 值越大,压缩后图像品质越好<sup>[15-17]</sup>。

### 3) 压缩比

图像压缩比,定义为压缩前图像与压缩后图像大小的比值,即 $ratio = \frac{uncompressed\ size}{compressed\ size}$ 。压缩比越大,压缩后图像占用的存储空间越小。

## 3 实验结果

使用 Matlab 提供的 cameraman.tif (256 × 256) 和 liftingbody.png (512 × 512) 图像,分别选用 Haar 小波, Daubechies 小波, Biorthogonal 小波和 Symlet 小波对其进行 3 次分解,采用 SPIHT 压缩算法,对其进行 10 级编码,计算压缩后图像与原图像的均方误差,最大误差,峰值信噪比和压缩比。这 4 种小波的性能参数如表 1 所示。压缩后图像品质如表 2 所示。

表1 haar, db, bior 和 sym 小波性能参数

小波函数	haar	db	bior	sym
正交性	有	有	无	有
双正交性	有	有	有	有
紧支撑性	有	有	有	有
支撑长度	1	$2N - 1$	重构: $2Nr + 1$ 分解: $2Nd + 1$	$2N - 1$
滤波器长度	2	$2N$	$\max(2Nr, 2Nd) + 2$	$2N$
对称性	对称	近似	对称	近似
正则性	0	$0.2N$	$N - 1$	$0.2N$
消失矩	1	$N$	$Nr - 1$	$N$

表2 4种小波基压缩图像品质对比

小波基	图像	均方误差	最大误差	峰值信噪比/dB	图像压缩比
haar	cameraman	4.418	39	41.68	2.162
	liftingbody	11.550	70	37.50	3.173
db4	cameraman	4.281	35	41.81	2.936
	liftingbody	7.449	82	39.41	5.565
bior4.4	cameraman	4.221	25	41.88	3.036
	liftingbody	10.080	93	38.09	5.794
sym4	cameraman	4.214	27	41.87	2.941
	liftingbody	12.400	93	37.20	5.562

## 4 结果分析

### 1) 小波基的对称性

对于线性相位的小波基,通过周期性延拓,重建信号在边界不会产生较大失真,而对于非线性相位小波,边界数据失真则比较明显。紧支集小波的线性相位特征与小波的对称性等价。因此使用对称小波进行小波变换可以克服图像在小波变换中产生的边界失真,可以看到小波基的对称性对图像的压缩性能影响较大。当小波基不具有对称性时(db4和sym4),严重的边界失真会导致明显较差的图像压缩结果。

### 2) 小波基的正则性

显然,小波基正则性的阶数反映了小波的光滑程度。小波基的正则性越高,其尺度函数越光滑,频域的能量越集中。如表2所示,可以看到,小波的正则性在一定程度上决定了小波基的压缩性能。对于大部分图像,小波的正则性越高,小波基的压缩性能越好。例如,db4小波, bior4.4小波和sym4小波具有较高正则性,对于几乎所有的自然图像、科学图像,它们都达到或接近了最优的压缩结果。同时可以发现,压缩后图像的光滑程度也和小波基的正则性相关,正则

性高的小波压缩后的图像要比正则性低的小波光滑。Harr小波的正则性为0,压缩图像有较大跳跃,视觉效果较差。

## 5 结束语

在图像的压缩编码中,小波基的选择对图像的压缩性能有一定影响。小波基的选择评估是一个重要的问题。不同的应用环境中小波基选取的自由度是很大的,图像编码时要综合考虑这些特性,尽量选择支撑性好、消失矩大、正则性好的双正交小波。bior4.4小波是双正交小波,具有对称性和紧支撑性,正则性较好,经过对比实验,也证实了 bior4.4小波综合性能最好,工程应用中,可以优先考虑此小波。但是由于小波的选择与图像特性相关,不存在对任何图像都能实现最佳压缩效果的“最优”小波,只能根据具体的应用要求合理选择小波基,因此研究如何根据图像的特征来自适应的构造适合本图像的最优波基具有重要的意义,在这方面,还需要做进一步的工作。

## 参考文献:

- [1] 高永丽. 基于图像压缩的小波变换中小波基选择研究[J]. 电脑与信息技术, 2009, 17(5): 61-62.
- [2] LINDE Y, BUZO A, CRAY R M. An Algorithm for Vector Quantizer Design[J]. IEEE Trans Commun, 1980, COM-28(1): 84-95.
- [3] RAMAMURTHI B, CERSHO A. Classified Vector Quantization of Images[J]. IEEE Trans Commun, 1986, COM-34(11): 1105-1115.
- [4] XIAO S J, JIANG X Q, BLUNT L, et al. Comparison Study of the Biorthogonal Spline Wavelet Fitting for Areal Rough Surfaces[J]. Matching Tools & Manufacture, 2001, 41: 2103-2111.
- [5] MALLAT S G. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition; the Wavelet Representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 674-693.
- [6] 刘利章. 基于小波变换的图像压缩编码研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2005.
- [7] LIU LI-ZHANG, SHI HAO-SHAN, HUANG TING. An Image Compression Algorithm Based on Improved Successive Approximation Quantization[C]//7th International Conference on Electronic Measurement Instrument. [S. l.]: [s. n.], 2005(6): 422-427.
- [8] 伞兴. 静态图像压缩方法研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2007.
- [9] 付青青. 图像压缩中小波基的选择技术研究[J]. 电脑与信息技术, 2007, 15(5): 8-9.

- 分析[J]. 激光技术, 2015, 39(6): 829-833.
- [5] 赵琦, 樊红英, 李轶国, 等. 大能量中空光束大气传输的仿真与实验比对研究[J]. 激光技术, 2014, 38(4): 542-545.
- [6] 徐青山, 藏海祥, 卞海红. 太阳辐射实用模型的建立与可行性研究[J]. 太阳能学报, 2011, 32(8): 1180-1185.
- [7] 苏成博, 张新燕, 陆锦睿. 乌鲁木齐地区太阳辐射强度分析[J]. 电力学报, 2013, 28(5): 392-396.
- [8] 甘霖, 张合, 张祥金, 等. 非线性发射过载对激光引信光学接收系统的影响[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(9): 2364-2369.
- [9] 于海山, 任宏光, 霍力君, 等. 考虑时间因子的激光引信目标散射回波建模方法[J]. 探测与控制学报, 2015(4): 11-15.
- [10] 安毓英. 光电探测原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004.
- [11] 张颖, 牛燕雄, 杨露, 等. 星载光电成像系统探测能力分析与研究[J]. 光学学报, 2014, 34(1): 1-6.
- [12] 陈慧敏, 刘洋, 朱雄伟, 等. 调频连续波激光引信回波特性仿真分析[J]. 兵工学报, 2015(12): 2247-2253.

(责任编辑 杨继森)

(上接第 107 页)

- [10] 张焯, 汪一鸣. 图像压缩中小波基选择和评估的实用化方法[J]. 苏州大学学报, 2003, 19(1): 54-57.
- [11] 曾凡永, 谷东兵, 宋正勋. 基于小波变换的图像压缩方法中小波基的选取问题探讨[J]. 长春光学精密机械学院学报, 2000, 23(2): 73-74.
- [12] MALLAT S G. Multifrequency Channel Decompositions of Images and Wavelet Models[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, 1989, 37(12): 2091-2110.
- [13] 李晓霞, 苏红旗, 蔡瑞. 基于小波变换的图像压缩中小波基的选取[J]. 科协论坛, 2011(4): 105-106.
- [14] 郝俊瑞, 许红军. 图象压缩中小波基的选择[J]. 桂林电子工业学院学报, 2000, 20(2): 9-11.
- [15] 张一, 成礼智. 小波变换图像压缩中最优小波基的选取方法[J]. 数字电视与数字视频, 2004(10): 4-6.
- [16] COHEN A, DAUBECHIES I, VIAL P. Wavelet Bases on the Interval and Fast Algorithms[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1993, 1(12): 54-81.
- [17] 杨永. 小波图像压缩编码中小波基的选择技术研究[J]. 科学技术与工程, 2010, 10(11): 2747-2749.

(责任编辑 杨继森)

(上接第 125 页)

- [36] REN L, JIA Z G, LI H N, et al. Design and Experimental Study on FBG Hoop-Strain Sensor in Pipeline Monitoring [J]. Optical Fiber Technology, 2014, 20(1): 15-23.
- [37] CH. E. KATSIKOS, G. N. Development and Validation of a Strain-Based Structural Health Monitoring System [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2009, 23(2): 372-383.
- [38] KEIN? NEN H, MOILANEN S, TERVOKOSKI J, et al. Influence of Rotating Band Construction on Gun Tube Loading—Part I: Numerical Approach [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2012, 134(4).
- [39] TOIVOLA J, MOILANEN S, TERVOKOSKI J, et al. Influence of Rotating Band Construction on Gun Tube Loading—Part II: Measurement and Analysis [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2012, 134(4).
- [40] ANDREWS T D. Projectile Driving Band Interactions With Gun Barrels [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2006, 128(2): 273-278.
- [41] 吴斌, 邱健, 郑靖, 等. 枪炮身管疲劳和磨损及其健康监测研究 [C]//第十八届全国疲劳与断裂学术会议. 郑州: 出版社不详, 2016: 15-17.

(责任编辑 唐定国)