

§ 5.3 二次曲线的切线

定义5.3.1 如果直线与二次曲线相交于相互重合的两个点，那么这条直线就叫做二次曲线的切线，这个重合的交点叫做切点，如果直线全部在二次曲线上，我们也称它为二次曲线的切线，直线上的每个点都可以看作切点.

定义5.3.2 二次曲线(1)上满足条件

$$F_1(x_0, y_0) = F_2(x_0, y_0) = 0$$

的点 (x_0, y_0) 叫做二次曲线的奇异点，简称奇点；二次曲线的非奇异点叫做二次曲线的正常点.

定理5.3.1 如果 (x_0, y_0) 是二次曲线(1)的正常点, 那么通过 (x_0, y_0) 的切线方程是

$$(x-x_0)F_1(x_0, y_0) + (y-y_0)F_2(x_0, y_0) = 0,$$

如果 (x_0, y_0) 是二次曲线(1)的奇异点, 那么通过 (x_0, y_0) 的切线不确定, 或者说过点 (x_0, y_0) 的每一条直线都是二次曲线(1)的切线.

推论 如果 (x_0, y_0) 是二次曲线(1)的正常点, 那么通过 (x_0, y_0) 的切线方程是:

$$a_{11}x_0x + a_{12}(x_0y + xy_0) + a_{22}y_0y + a_{13}(x + x_0) + a_{23}(y + y_0) + a_{33} = 0$$

例1 求二次曲线 $x^2-xy+y^2+2x-4y-3=0$ 在点 $(2,1)$ 的切线方程.

解: 因为 $F(2, 1)=4-2+1+4-4-3=0$,

且 $F_1(2, 1)=5/2 \neq 0$, $F_2(2, 1)=-2 \neq 0$

所以 $(2, 1)$ 是二次曲线上的正常点, 因此在点 $(2, 1)$ 的切线方程为:

$$5/2 (x-2) - 2(y-1) = 0$$

$$\text{即: } 5x - 4y - 6 = 0$$

小节：
二次曲线切线方程及求法
二次曲线奇点及求法

作业：
P200:第1题， P201: 第2、3(1)题