

# 基于熵权和区间灰数信息的灰色聚类模型

钱丽丽<sup>1,2</sup>, 刘思峰<sup>1</sup>, 谢乃明<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学经济与管理学院, 江苏 南京 210016;

2. 上海立信会计学院, 上海 200235)

**摘要:** 针对区间灰数的灰色聚类模型中指标权重确定的问题, 借鉴信息熵的思想, 引入灰色熵权确定指标权重, 构造了基于熵权和区间灰数信息的聚类评估算法。该算法以区间灰数本身的信息为依据通过计算灰熵来获得聚类指标权重。最后以实际问题为背景进行算例研究, 结果表明由所提算法所得的归一化聚类系数矩阵区分度更好, 验证了所提算法的有效性和可行性。

**关键词:** 灰色聚类; 典型白化权函数; 区间灰数; 灰色熵权

**中图分类号:** N 941.5

**文献标志码:** A

**DOI:**10.3969/j.issn.1001-506X.2016.02.17

## Grey clustering model based on entropy-weight and grey numbers

QIAN Li-Li<sup>1,2</sup>, LIU Si-feng<sup>1</sup>, XIE Nai-ming<sup>1</sup>

(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,

Nanjing 210016, China; 2. Shanghai Lixin University of Commerce, Shanghai 200235, China)

**Abstract:** There are some problems in determining the index weight in the model of grey clustering for interval grey numbers. According to the definition of entropy, the method of grey entropy-weight is proposed to determine the index weight, thus the corresponding algorithm is conducted. In the grey clustering model based on the entropy and interval grey numbers, the index weight is given by calculating the grey entropy on the basis of the grey numbers' information. Finally, a practical example is presented and studied. The results show the better distinction degree of the normalized matrix with clustering coefficients, which can illustrate the effectiveness and the practicality of the proposed model.

**Keywords:** grey clustering; typical weight function of whitenization; interval grey number; grey entropy-weight

## 0 引言

自文献[1]创立灰色系统理论以来, 灰色聚类分析作为重要的聚类技术和灰技术, 不仅被广泛应用于经济、环境质量评估、军事、生物学、交通等领域<sup>[2-9]</sup>, 而且一直以来都是人们理论探讨的热点。灰色白化权函数聚类是一种重要实用的聚类方法。目前, 关于灰色白化权函数聚类理论方面的研究主要集中在以下几个方面: ①白化权函数的构造, 文献[10]提出基于三角白化权函数的灰色聚类评估; 文献[11]用混合白化权函数取代了原来的纯三角白化权函数, 解决了聚类指标取值范围延拓难题; 文献[12]提出了灰色最优聚类, 并改进了经典白化权函数; 文献[13]通过构建区间灰数集上的积分均值函数, 讨论了样本值为区间灰数情形的白化权函数, 建立了区间灰数的灰色变权

和定权聚类模型。②聚类指标权重的确定, 针对传统灰色聚类方法中指标权重是事先给定的、不具有客观性的问题, 文献[14]借鉴信息熵的思想, 提出了基于熵权确定权重的方法, 构造了基于熵权的灰色定权聚类评估的算法; 文献[15]提出了一种基于指标白化权函数值离差最大化的灰色聚类指标权重确定方法; 文献[16]通过定义白化权函数的分类区分度来度量各指标对聚类对象的分类所做的贡献, 据此确定聚类指标的权重。③关于灰色聚类决策, 文献[17]研究了在聚类系数无显著性差异下的综合聚类评估, 提出了两阶段灰色聚类决策方法; 文献[18]构建了灰色定权聚类与粗糙集变精度的杂合模型。④聚类结果灰度测度, 文献[19]提出在灰朦胧集上建立灰色聚类, 给出了灰聚类分析结果灰性测度方法, 并研究其相关性质。

收稿日期:2014-09-23; 修回日期:2015-04-14; 网络优先出版日期:2015-10-15。

网络优先出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20151015.1944.008.html>

基金项目: 欧盟第 7 研究框架玛丽·居里国际人才引进计划 Fellow 项目 (FP7-PIIF-GA-2013-629051); 国家自然科学基金 (11101283, 71171113, 71111130211) 资助课题

值得注意,以上研究中对于区间灰数的聚类模型的探讨较少。在现实生活中,由于环境的复杂性和不确定性,聚类模型中的观测值或评价价值常常为灰数,所以对灰数的聚类研究更利于人们做出合理准确的评估。文献[13]已构建了区间灰数的灰色定权和变权聚类模型,但根据灰色系统理论中“信息被充分利用”的理念,文献[13]还有不足之处,其忽略了研究区间灰数本身的状态和信息对聚类指标权重的直接影响。在灰色白化权函数聚类分析中,权重问题的研究占有重要的地位,因为权重的合理性直接影响着聚类的科学性。目前相关文献所提出的确定聚类指标权重的方法都只是针对观测值为实数的情形。基于此,本文将对区间灰数的灰色聚类中指标权重确定问题做进一步的研究,充分考虑和挖掘区间灰数本身的信息,建立基于区间灰数的灰色熵权<sup>[20]</sup>,由此计算出聚类指标的权重灰数,并根据灰数“核”<sup>[21]</sup>的思想确定聚类指标的权重,提出了基于熵权和区间灰数信息的灰色聚类模型。最后利用该模型进行了实例计算,得到的归一化聚类系数矩阵区分度更好,说明了该方法的有效性和可行性。

### 1 基本概念

**定义 1**<sup>[13]</sup> 设有  $n$  个聚类对象,  $m$  个聚类指标,  $s$  个不同灰类,根据第  $i$  个对象关于  $j$  指标的区间灰数观测值,将

第  $i$  个对象归入第  $k$  个灰类,称为区间灰数的灰色聚类。

**定义 2**<sup>[13]</sup> 设  $A \subseteq R, \forall a, b \in R$ , 称  $\otimes \in [a, b]$  或  $\otimes \in [b, a]$  为由  $A$  中元素生成的区间灰数,  $[A]$  表示由  $A$  中任意元素生成的全体区间灰数集合。

**定义 3**<sup>[13]</sup> 设  $f: A \rightarrow R$  是  $A$  上的连续函数,  $F: [A] \rightarrow R, \otimes \in [a, b]$ , 称  $F(\otimes) = \frac{\int_a^b f(t) dt}{b-a}$  为函数  $f$  在  $[A]$  上的积分均值函数。

**定义 4**<sup>[13]</sup> 已知  $f_j^k(\cdot)$  为聚类指标观测值是实数的白化权函数,如果样本值为区间灰数,即  $\otimes_{ij} \in [a_{ij}, b_{ij}]$ , 则定义其白化权函数为  $f_j^k(\cdot)$  所对应的积分均值函数为

$$F_j^k(\otimes_{ij}) = \frac{\int_{a_{ij}}^{b_{ij}} f_j^k(x) dx}{b_{ij} - a_{ij}}$$

**命题 1** 已知典型白化权函数为

$$f_j^k(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, x_j^k(1)) \cup (x_j^k(4), +\infty) \\ (x - x_j^k(1)) / (x_j^k(2) - x_j^k(1)), & x \in [x_j^k(1), x_j^k(2)] \\ 1, & x \in [x_j^k(2), x_j^k(3)] \\ (x_j^k(4) - x) / (x_j^k(4) - x_j^k(3)), & x \in [x_j^k(3), x_j^k(4)] \end{cases}$$

则典型的区间灰数白化权函数为

$$F_j^k(\otimes_{ij}) = \begin{cases} 0, & b_{ij} \leq x_j^k(1); a_{ij} \geq x_j^k(4) \\ \frac{(b_{ij} - x_j^k(1))^2}{2(x_j^k(2) - x_j^k(1))(b_{ij} - a_{ij})}, & a_{ij} \leq x_j^k(1) < b_{ij} \leq x_j^k(2) \\ \frac{2b_{ij} - (x_j^k(1) + x_j^k(2))}{2(b_{ij} - a_{ij})}, & a_{ij} \leq x_j^k(1) < x_j^k(2) < b_{ij} \leq x_j^k(3) \\ \frac{2x_j^k(3) - (x_j^k(1) + x_j^k(2)) + 2d}{2(b_{ij} - a_{ij})}, & a_{ij} \leq x_j^k(1) < x_j^k(2) < x_j^k(3) < b_{ij} \leq x_j^k(4) \\ \frac{x_j^k(3) - x_j^k(2) + x_j^k(4) - x_j^k(1)}{2(b_{ij} - a_{ij})}, & a_{ij} \leq x_j^k(1) < x_j^k(2) < x_j^k(3) < x_j^k(4) \leq b_{ij} \\ \frac{b_{ij} + a_{ij} - 2x_j^k(1)}{2(x_j^k(2) - x_j^k(1))}, & x_j^k(1) \leq a_{ij} < b_{ij} \leq x_j^k(2) \\ \frac{c + b_{ij} - x_j^k(2)}{(b_{ij} - a_{ij})}, & x_j^k(1) \leq a_{ij} < x_j^k(2) < b_{ij} \leq x_j^k(3) \\ \frac{c + d + (x_j^k(3) - x_j^k(2))}{b_{ij} - a_{ij}}, & x_j^k(1) \leq a_{ij} < x_j^k(2) < x_j^k(3) < b_{ij} \leq x_j^k(4) \\ \frac{2c + 2(x_j^k(3) - x_j^k(2)) + (x_j^k(4) - x_j^k(3))}{2(b_{ij} - a_{ij})}, & x_j^k(1) \leq a_{ij} < x_j^k(2) < x_j^k(3) < b_{ij} < x_j^k(4) \\ 1, & x_j^k(2) \leq a_{ij} < b_{ij} \leq x_j^k(3) \\ \frac{(x_j^k(3) - a_{ij}) + d}{b_{ij} - a_{ij}}, & x_j^k(2) \leq a_{ij} < x_j^k(3) < b_{ij} \leq x_j^k(4) \\ \frac{2(x_j^k(3) - a_{ij}) + (x_j^k(4) - x_j^k(3))}{2(b_{ij} - a_{ij})}, & x_j^k(2) \leq a_{ij} < x_j^k(3) < x_j^k(4) < b_{ij} \\ \frac{2x_j^k(4) - b_{ij} - a_{ij}}{x_j^k(4) - x_j^k(3)}, & x_j^k(3) \leq a_{ij} < b_{ij} \leq x_j^k(4) \\ \frac{(x_j^k(4) - a_{ij})^2}{2(x_j^k(4) - x_j^k(3))(b_{ij} - a_{ij})}, & x_j^k(3) \leq a_{ij} < x_j^k(4) < b_{ij} \end{cases}$$

其中

$$\otimes_{ij} \in [a_{ij}, b_{ij}]$$

$$c = \frac{(x_j^k(2) - a_{ij})(1/2x_j^k(2) + 1/2a_{ij} - x_j^k(1))}{x_j^k(2) - x_j^k(1)}$$

$$d = \frac{(b_{ij} - x_j^k(3))(x_j^k(4) - 1/2x_j^k(3) - 1/2b_{ij})}{x_j^k(4) - x_j^k(3)}$$

类似,可构造关于上限测度、适中测度、下限测度的区间灰数白化权函数<sup>[13]</sup>,情况比典型白化权函数要简单,这里不再一一赘述。

### 2 区间灰数的灰色熵权

目前熵值赋权法应用广泛,其根据各指标的信息量的大小来确定指标权数。关于熵权的概念,具体可参考文献<sup>[14,20]</sup>。按照信息论观点,指标的变异程度反映其能提供的信息量的多少,从而影响着指标的权重大小。而信息量的大小就可用熵值来测度,信息量越大,熵越小。

当属性值为区间灰数时,属性值之间的差异性也在一个区间内变化,这时每一个属性值所对应的熵就是一个区间灰数熵,所对应的熵权也是一个区间灰数权重,即灰色熵权。

**定义 5** 设有  $n$  个聚类对象,  $m$  个聚类指标,  $s$  个不同灰类, 设对第  $i$  个对象关于第  $j$  个指标的评价值为区间灰数  $\otimes_{ij} \in [a_{ij}, b_{ij}] (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m)$ , 则称  $n$  个对象  $m$  个指标的评价值构成的矩阵为灰评价矩阵, 记为  $T = (\otimes_{ij})_{n \times m}$ 。

通过标准区间灰数<sup>[22]</sup>的定义,可将灰评价矩阵写为  $T = (a_{ij} + \beta_{ij}\gamma_{ij})_{n \times m} (0 \leq \gamma_{ij} \leq 1)$ 。由于在熵中的变量取值范围限定在  $[0, 1]$ , 所以本文采用归一化方法对原始数据进行处理,

$$\text{令 } \tilde{p}_{ij} = \frac{a_{ij} + \beta_{ij}\gamma_{ij}}{\sum_{i=1}^n (a_{ij} + \beta_{ij}\gamma_{ij})}$$

这时灰评价矩阵记为  $T = (\tilde{p}_{ij})_{n \times m}$ 。

**定义 6** 称  $\tilde{E}_j = -k \sum_{i=1}^n \tilde{p}_{ij} \ln \tilde{p}_{ij}$  为第  $j$  个指标的灰熵,

$$\text{其中, } k = \frac{1}{\ln n}.$$

通过计算可求出  $\tilde{E}_j$  的最大值  $E_j^U$  和最小值  $E_j^L$ , 即  $\tilde{E}_j \in [E_j^L, E_j^U]$ 。

**定义 7** 称  $\tilde{\omega}_j = \frac{1 - \tilde{E}_j}{m - \sum_{j=1}^m \tilde{E}_j}$  为第  $j$  个指标的灰色熵权。

显然  $\tilde{\omega}_j \in [\omega_j^L, \omega_j^U]$ , 其中

$$\omega_j^L = \frac{1 - E_j^U}{m - \sum_{j=1}^m E_j^L}, \omega_j^U = \frac{1 - E_j^L}{m - \sum_{j=1}^m E_j^U}$$

根据区间灰数“核”<sup>[21]</sup>的思想,可取  $\hat{\omega}_j = 1/2(\omega_j^L + \omega_j^U) (j=1, 2, \dots, m)$ , 归一化处理后便得指标权重向量  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ 。

### 3 基于熵权和区间灰数的聚类模型

综上所述,可得基于熵权和区间灰数信息的聚类分析

算法如下:

**步骤 1** 给出  $j$  指标  $k$  子类区间灰数的白化权函数  $F_j^k(\cdot) (j=1, 2, \dots, m, k=1, 2, \dots, s)$ , 根据对象  $i$  关于指标  $j$  的评价灰矩阵  $T = (\otimes_{ij})_{n \times m} (i=1, 2, \dots, n)$  求出  $n$  个对象的区间灰数白化权函数值的矩阵。

**步骤 2** 通过灰色熵权法确定各指标的聚类权重  $\omega_j (j=1, 2, \dots, m)$ , 可分为 3 个小步骤:

- (1) 根据定义 6 计算出第  $j$  个指标的灰熵  $\tilde{E}_j \in [E_j^L, E_j^U]$ ;
- (2) 根据定义 7 计算出第  $j$  个指标的灰色熵权  $\tilde{\omega}_j \in [\omega_j^L, \omega_j^U]$

(3) 取  $\hat{\omega}_j = 1/2(\omega_j^L + \omega_j^U) (j=1, 2, \dots, m)$ , 归一化处理后计算出聚类指标权重向量  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ 。

**步骤 3** 根据步骤 1 得到的白化权函数  $F_j^k(\cdot)$ 、步骤 2 得出的聚类权  $\omega_j$ , 计算灰色定权聚类系数  $\sigma_i^k = \sum_{j=1}^m F_j^k(\otimes_{ij}) \cdot \omega_j (i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots, s)$

**步骤 4** 若  $\max_{1 \leq k \leq s} \{\sigma_i^k\} = \sigma_i^{k^*}$ , 则判定对象  $i$  属于灰类  $k^*$ 。

### 4 算例分析

在某复杂产品制造企业的生产过程中,大量关键组件都需要供应商的协作与配合。因此,如何科学合理地评价和选择供应商,对企业项目成败以及企业平稳发展具有重要意义。产品质量、价格、交货期、竞争力、服务水平是常用于评价供应商的 5 个指标。设在某关键组件供应商的选择决策中,有甲、乙、丙 3 家供应商入围。由于评估专家组对供应商的了解及认识具有一定的主观性和模糊性,仅用一个实数来表示对相关指标的打分或评价,显得不太合适,因此有必要将样本值用区间灰数形式来表现。

设按以上 5 个评价指标对 3 家供应商打分所得评价灰矩阵为

$$T(\otimes_{ij}) =$$

$$\begin{bmatrix} [70, 80] & [80, 85] & [60, 70] & [50, 60] & [70, 75] \\ [90, 95] & [75, 80] & [80, 85] & [70, 80] & [80, 85] \\ [65, 70] & [85, 90] & [70, 75] & [50, 60] & [60, 65] \end{bmatrix}$$

按照“优”“良”“中”3 个灰类,采用白化权函数,对 3 家供应商进行定权聚类。

$$f_1^1[75, 80, -, -], f_2^1[80, 90, -, -], f_3^1[60, 85, -, -],$$

$$f_4^1[55, 75, -, -], f_5^1[70, 85, -, -]$$

$$f_1^2[60, 65, -, 75], f_2^2[65, 70, -, 85], f_3^2[55, 70, -, 80],$$

$$f_4^2[35, 40, -, 55], f_5^2[60, 75, -, 80]$$

$$f_1^3[-, -, 55, 65], f_2^3[-, -, 50, 65], f_3^3[-, -, 50, 70],$$

$$f_4^3[-, -, 35, 50], f_5^3[-, -, 60, 70]$$

#### 4.1 计算步骤及结果

**步骤 1** 构造相应的区间灰数的白化权函数,可得 3 个对象的  $j$  指标  $k$  子类的区间灰数白化权函数值矩阵为

$$F_1 = (F_j^k(\otimes_{ij})) = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/5 & 1/16 & 1/6 \\ 1/8 & 1/6 & 2/3 & 1/12 & 5/6 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = (F_j^k(\otimes_{2j})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9/10 & 15/16 & 5/6 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\delta_i^k)_2 = \begin{pmatrix} 0.29 & 0.63 & 0.08 \\ 0.86 & 0.13 & 0 \\ 0.34 & 0.44 & 0.22 \end{pmatrix}$$

$$F_3 = (F_j^k(\otimes_{3j})) = \begin{pmatrix} 0 & 3/4 & 1/2 & 1/16 & 0 \\ 3/4 & 0 & 3/4 & 1/12 & 1/6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3/4 \end{pmatrix}$$

比较二者的显著性差异系数<sup>[17]</sup>和主分量<sup>[11]</sup>,结果如表 1 所示。

表 1 算法结果比较

聚类系数向量	显著性差异系数 $\theta_i$		主分量个数	
	本文结果	用文献[13]方法所得结果	本文结果	用文献[13]方法所得结果
$\delta_1$	0.32	0.34	2 个	2 个
$\delta_2$	0.97	0.73	1 个	1 个
$\delta_3$	0.36	0.10	2 个	3 个

其中,运用文献[13]的方法所得归一化聚类系数向量  $\delta_3$  的主分量有 3 个,且显著性差异系数  $\theta_3 = 0.10 < 1 - 2/s = 1/3$ ,差异不显著;而运用本文方法所得的相应主分量为 2 个,且  $\theta_3 = 0.36 > 1/3$ ,即最大主分量与其余主分量差异显著。所以运用本文方法可以使聚类对象 3 的主分量个数减少,且聚类系数由无显著性差异变为了有显著性差异,本文所得结果更有效、更可靠。

### 5 结 论

在现实世界中,由于信息的不完全和不精确,观测值具有不确定性或灰性,所以对区间灰数的聚类研究是有必要的也是有意义的。特别是区间灰数本身就包含丰富的信息,本文由此出发,引入区间灰数的灰色熵权来确定聚类指标的权重,提出了基于熵权和区间灰数信息的灰色聚类模型。该模型以区间灰数本身的信息为依据,通过计算灰熵来得到权重,是相对客观的赋权法,在一定程度上能克服区间灰数聚类中权重确定的主观性问题,是对区间灰数聚类方法的补充和完善。

### 参考文献:

- [1] Deng J L. Control problem of grey system[J]. *Systems and Control Letters*, 1982, 1(5): 288 - 294.
- [2] Yuan C Q, Liu S F. Core of grey cluster and its application in evaluation of scientific and technological strength[J]. *Journal of Grey System*, 2012, 24(4): 327 - 336.
- [3] Pei L L, Wang Z X. An optimized grey cluster model for evaluating quality of labor force[J]. *Journal of Software*, 2013, 8(10): 2489 - 2494.
- [4] Xie N M, Liu S F, Zhan H B. On the selection of international cooperation key-technology projects based on grey cluster model[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services*, 2013: 366 - 370.
- [5] Jian L R, Zhao H H, Liu Y, et al. Civil aircraft suppliers selection based on grey target and grey cluster decision method[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 2014: 1691 - 1696.
- [6] Shen M X, Xu J, Wang S. Grey cluster decision making way for

步骤 2 (1)先考虑  $j=1$  时,

$$\otimes_{11} = 70 + 10\gamma_{11}, \gamma_{11} \in [0, 1]$$

$$\otimes_{21} = 90 + 5\gamma_{21}, \gamma_{21} \in [0, 1]$$

$$\otimes_{31} = 65 + 5\gamma_{31}, \gamma_{31} \in [0, 1]$$

则

$$\tilde{p}_{11} = \frac{70 + 10\gamma_{11}}{225 + 10\gamma_{11} + 5\gamma_{21} + 5\gamma_{31}},$$

$$\tilde{p}_{21} = \frac{90 + 5\gamma_{21}}{225 + 10\gamma_{11} + 5\gamma_{21} + 5\gamma_{31}}$$

$$\tilde{p}_{31} = \frac{65 + 5\gamma_{31}}{225 + 10\gamma_{11} + 5\gamma_{21} + 5\gamma_{31}}$$

$$\tilde{E}_1 = -\frac{1}{\ln 3}(\tilde{p}_{11} \ln \tilde{p}_{11} + \tilde{p}_{21} \ln \tilde{p}_{21} + \tilde{p}_{31} \ln \tilde{p}_{31})$$

用 Matlab 软件求解  $\tilde{E}_1 \in [0.987 1, 0.995 2]$

同样的方法求解可得  $\tilde{E}_2 \in [0.997 4, 0.999 7], \tilde{E}_3 \in [0.990 8, 0.998 6], \tilde{E}_4 \in [0.975 8, 0.997 5], \tilde{E}_5 \in [0.990 7, 0.996 8]$

(2) 根据定义 7, 计算出  $\tilde{\omega}_1 \in [0.08, 1.06], \tilde{\omega}_2 \in [0.01, 0.21], \tilde{\omega}_3 \in [0.02, 0.75], \tilde{\omega}_4 \in [0.04, 1.98], \tilde{\omega}_5 \in [0.05, 0.76]$

(3)  $\hat{\omega} = (0.57, 0.11, 0.39, 1.01, 0.41)$ , 归一化可得权重  $\omega = (0.23, 0.04, 0.16, 0.41, 0.16)$ 。

步骤 3 计算得区间灰数聚类系数矩阵

$$(\sigma_i^k)_1 = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.31 & 0.04 \\ 0.89 & 0.02 & 0 \\ 0.14 & 0.35 & 0.12 \end{pmatrix}$$

步骤 4  $\max_{1 \leq k \leq 3} \{\sigma_1^k\} = \sigma_1^2, \max_{1 \leq k \leq 3} \{\sigma_2^k\} = \sigma_2^1, \max_{1 \leq k \leq 3} \{\sigma_3^k\} = \sigma_3^2$ 。

结果表明, 供应商甲和丙属于“良”灰类, 供应商乙属于“优”灰类。

### 4.2 方法比较

目前关于区间灰数信息的灰色聚类方法较少, 采用文献[13]所提区间灰数的定权聚类模型对本例进行求解, 所得聚类系数矩阵为

$$(\delta_i^k)_2 = \begin{pmatrix} 0.19 & 0.41 & 0.05 \\ 0.72 & 0.11 & 0 \\ 0.28 & 0.36 & 0.18 \end{pmatrix}$$

为了说明本文所提方法的科学性和有效性, 现进一步考虑二者的归一化聚类系数矩阵<sup>[17]</sup>, 分别为

$$(\delta_i^k)_1 = \begin{pmatrix} 0.30 & 0.62 & 0.08 \\ 0.98 & 0.02 & 0 \\ 0.22 & 0.58 & 0.20 \end{pmatrix}$$

- the threat ordering of aerial targets[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008,30(9):1721-1723. (申卯兴,许进,王帅.空中目标威胁排序的灰色聚类决策方法[J].系统工程与电子技术,2008,30(9):1721-1723.)
- [7] Wang J K, Ning H S, Chen W S. Airport bird-strike risk assessment model with grey clustering evaluation method[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2012,21(3):409-413.
- [8] Li S Z, Zhang Z D, He R S. Application of grey clustering evaluations in coal railway transportation[J]. *Kybernetes*, 2012,41(5/6):714-725.
- [9] Jia T B, Mi C M, Zhang T. Organization power configuration model based on grey clustering[J]. *Journal of Grey System*, 2013,25(2):69-80.
- [10] Liu S F, Lin Y. *Grey systems theory and application*[M]. Berlin:Springer-Verlag,2010:107-148.
- [11] Liu S F, Fang Z G, Yang Y J. Two stages decision model with grey synthetic measure and a betterment of triangular whitening weight function[J]. *Control and Decision*, 2014,29(7):1232-1238. (刘思峰,方志耕,杨英杰等.两阶段灰色综合测度决策模型与三角白化权函数的改进[J].控制与决策,2014,29(7):1232-1238.)
- [12] Xiao X P, Xiao W. Optimal grey clustering model and application[J]. *Operations Research and Management Science*, 1997,6(1):21-26. (肖新平,肖伟.灰色最优聚类理论模型及其应用[J].运筹与管理,1997,6(1):21-26.)
- [13] Zhou W J, Dang Y G, Xiong P P. Grey clustering model for interval grey number with variable and fixed weights[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2013,33(10):2590-2595 (周伟杰,党耀国,熊萍萍,刘红生.区间灰数的灰色变权与定权聚类模型[J].系统工程理论与实践,2013,33(10):2590-2595.)
- [14] Mi C M, Liu S F, Dang Y G, et al. Study on grey entropy weight clustering decision-making[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2006,28(12):1823-1825 (米传民,刘思峰,党耀国,等.灰色熵权聚类决策方法研究[J].系统工程与电子技术,2006,28(12):1823-1825)
- [15] Dong Y Z, Dang Y G. Grey clustering method based on maximizing deviations[J]. *Systems Engineering Theory & Practice*, 2009,29(9):141-146. (董一哲,党耀国.基于离差最大化的灰色聚类方法[J].系统工程理论与实践,2009,29(9):141-146.)
- [16] Wang Z X, Dang Y G, Liu S F. Grey clusters with variable weights based on the classification degree of the whitening weight functions[J]. *Statistics & Information Forum*, 2011,26(6):23-27. (王正新,党耀国,刘思峰.基于白化权函数分类区分度的变权灰色聚类[J].统计与信息论坛,2011,26(6):23-27.)
- [17] Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the integrated grey clustering method under the clustering coefficient without distinguished difference [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2005,13(4):69-73. (党耀国,刘思峰,刘斌,等.聚类系数无显著性差异下的灰色综合聚类方法研究[J].中国管理科学,2005,13(4):69-73.)
- [18] Liu Y, Jian L R, Liu S F. Probabilistic decision method based on the hybrid model of grey clustering and variable precision rough fuzzyset[J]. *Systems Engineering*, 2012,30(5):89-95. (刘勇,菅利荣,刘思峰.杂合灰色聚类与变精度粗糙模糊集的概率决策方法[J].系统工程,2012,30(5):89-95.)
- [19] Zhang Q S. Measure of grey characteristics of grey clustering result[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2002,10(2):54-56. (张岐山.灰聚类分析结果灰性的测度[J].中国管理科学,2002,10(2):54-56.)
- [20] Wang P F. The study of uncertain multiple attribute decision-making problems based on the grey entropy[D]. Jiangsu: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (王鹏飞.基于灰熵的不确定多属性决策问题研究[D].江苏:南京航空航天大学.)
- [21] Liu S F, Fang Z G, Xie N M. Algorithm rules of interval grey numbers based on the kernel and the degree of greyness of grey numbers[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010,32(2):313-316. (刘思峰,方志耕,谢乃明.基于核和灰度的区间灰数运算法则[J].系统工程与电子技术,2010,32(2):313-316.)
- [22] Fang Z G, Liu S F, Lu F. Study on Improvement of token and arithmetic of interval grey numbers and its GM(1,1) model[J]. *Chinese Journal of Engineering Science*, 2005,7(2):58-61. (方志耕,刘思峰,陆芳等.区间灰数表征与算法改进及其GM(1,1)模型应用研究[J].中国工程科学,2005,7(2):58-61.)

## 作者简介:

钱丽丽(1979-),女,讲师,博士研究生,主要研究方向为灰色系统理论、决策分析。

E-mail: liliqianlili@126.com

刘思峰(1955-),男,教授,博士研究生导师,主要研究方向为灰色系统理论、系统方法与模型。

E-mail: sfliu@nuaa.edu.cn

谢乃明(1981-),男,副教授,博士,主要研究方向为灰色系统理论、复杂装备研制管理。

E-mail: naimingxie@nuaa.edu.cn