

# 基于虚拟孔径扩展的子带信息融合宽带 DOA 估计

邓佳欣, 廖桂生, 杨志伟, 朱江

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 如何有效地利用宽带信号各频点所提供的信息实现高精度波达角 (direction of arrival, DOA) 估计一直是热点问题, 针对宽带 DOA 估计问题, 提出一种基于孔径扩展的子带信息融合 (subband information fusion, SIF) DOA 估计方法。该方法在宽带信号的频域模型基础上, 结合虚拟阵列方法实现孔径扩展, 并联合各子带信息统一处理, 从而提高 DOA 估计的精度。与其他 SIF 方法相比, 该方法利用二阶统计量将数据转化为单快拍模型, 不仅提高了可估计信源数目, 而且极大地降低了运算复杂度, 同时在小快拍、低信噪比条件下仍能得到 DOA 估计结果。仿真实验验证了所提方法的有效性。

**关键词:** 波达角估计; 宽带信号; 虚拟阵列; 子带信息融合

**中图分类号:** TN 957.52

**文献标志码:** A

**DOI:**10.3969/j.issn.1001-506X.2016.02.01

## Subband information fusion for wideband DOA estimation based on virtual array

DENG Jia-xin, LIAO Gui-sheng, YANG Zhi-wei, ZHU Jiang

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** This paper focuses on how to utilize the wideband signal information to get efficient direction of arrival (DOA) estimation. A subband information fusion (SIF) DOA estimation method based on virtual array is proposed. By combining the virtual array theory with the data in the frequency domain, the aperture is extended and the accuracy of DOA estimation is improved jointly with the SIF method in the proposed algorithm. Compared with the other SIF method, not only the estimated source number is increased, but also the processing speed. Meanwhile, DOA estimation is guaranteed under small snapshots and low signal-to-noise ration. The numerical simulations show the feasibility of the algorithm.

**Keywords:** direction of arrival (DOA) estimation; wideband signal; virtual array; subband information fusion (SIF)

## 0 引言

随着阵列信号处理技术的发展, 信号环境日益复杂, 窄带信号探测系统已经无法满足当前的需要。宽带信号因为携带信息量大、抗干扰能力强、混淆背景相关性小、分辨率高等优势进入大家的视野<sup>[1]</sup>。目前, 在雷达、声纳以及无线通信等领域应用很广泛, 使得研究宽带信号的波达角 (direction of arrival, DOA) 估计问题成为阵列信号处理的一个重要课题。

目前的宽带信号 DOA 估计算法主要分为 3 类: 最大似然类<sup>[2-3]</sup>、子空间类<sup>[4-6]</sup>和稀疏信号表示类<sup>[7-10]</sup>。在高斯白噪声的假设下, 最大似然类算法得到的解是最优的, 但是其运算量大, 易收敛到局部极值点, 不利于实际应用。相对于最大似然类算法, 子空间类算法虽然不能得到最优解, 但是

其运算量相对较小且估计性能比较好; 文献[4]实现简单, 但分辨力差, 低信噪比下性能不佳, 且不能分辨相干信号; 文献[5-6]通过构造聚焦矩阵, 实现宽带 DOA 估计, 可处理相干信号, 但需要对信号的角度进行预先估计, 且预估角精度对算法性能有很大影响。文献[6]结合 Khatri-Rao 子空间方法, 利用凸优化工具求解聚焦问题, 减少聚焦对噪声的影响。稀疏信号表示 (sparse signal representation, SSR) 类<sup>[7-10]</sup>方法充分利用了目标在空间分布上的稀疏性, 通过约束空间稀疏信号矢量范数及最小化残差恢复空间稀疏信号矢量, 得到信号角度估计。基于  $l_1$  范数的奇异值分解 (singular value decomposition based on  $l_1$ -norm,  $l_1$ -SVD) 算法<sup>[7]</sup>通过对数据进行奇异值分解, 保留信号子空间, 达到降维和能量积累的目的。文献[8]提出了联合  $l_{2,0}$  范数近似 (joint  $l_{2,0}$  approximation, JLZA) 算法, 并扩展到宽带信号

收稿日期: 2013-12-05; 修回日期: 2015-05-09; 网络优先出版日期: 2015-06-18。

网络优先出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20150618.0908.004.html>

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (61231017) 资助课题

DOA 估计中。宽带协方差矩阵稀疏表示(wideband covariance matrix sparse representation, W-CMSR)算法<sup>[9]</sup>则利用空域测量信息进行 DOA 估计。但 JLZA 算法和  $l_1$ -SVD 算法不能联合使用所有子带信息,使得估计性能下降,而 W-CMSR 算法则存在空间模糊问题。最近,文献[10]在文献[11]的基础上,将窄带模型扩展至宽带信号模型,提出子带信息融合(subband information fusion, SIF)的宽带 DOA 估计算法,将所有子带信息融合成整体来估计一个表征信源方位的稀疏指示矢量,相比于传统的波束形成方法,其空间模糊条件得到很大改善。但该方法进行信息融合处理时,运算量很大,不利于实际应用。

针对上述问题,提出了一种结合虚拟阵列的 SIF 算法。利用虚拟阵列,在孔径扩展的同时,去除数据中的冗余行,得到重排后的单快拍数据;生成各列正交的联合字典,得到目标函数;最后对目标函数进行求解,得到最终结果。仿真结果表明,相对于 SIF 方法,该方法在信源数估计方面,能够突破阵元数的限制,另外,利用二阶统计量进行孔径扩展的同时,将数据转化为单快拍模型,极大程度地降低了运算复杂度。实际上,二阶统计量对信号能量有积累作用,保证了在低信噪比环境下的估计精度像质量。

## 1 谱估计模型

考虑  $M$  维的均匀线阵,阵元间距为  $d$ ,  $P$  个波达角为  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]$  的宽带信号入射到该阵列上,中心频率为  $f_c$ ,带宽为  $B$ ,采样频率为  $f_s$ ,则第  $m$  个阵元的接收数据为

$$x_m(t) = \sum_{p=1}^P s_p(t - \tau_{m,p}) + n_m(t), 0 \leq t \leq T, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

式中,  $\{s_p(t)\}_{p=1}^P$  是宽带信号;  $\{n_m(t)\}_{m=1}^M$  是各阵元的加性噪声;  $T$  是观测时长;  $\{\tau_{m,p}\}$  是第  $p$  个信源在第  $m$  个阵元处的时延。

将观测时间  $T$  内的  $L = JK$  个采样点均匀的划分成  $K$  段,对每一段进行  $J$  点离散傅里叶变换,可得到宽带模型。

$$\mathbf{X}_k(f_j) = \mathbf{A}(f_j)\mathbf{S}_k(f_j) + \mathbf{N}_k(f_j) \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{X}_k(f_j)$ ,  $\mathbf{S}_k(f_j)$ ,  $\mathbf{N}_k(f_j)$  分别为对应频点的接收数据、信号和噪声的离散傅里叶(discrete Fourier transform, DFT)变换,其中  $k = 1, 2, \dots, K, j = 1, 2, \dots, J$ 。对应式(2)所示的宽带模型,其阵列流形为

$$\mathbf{A}(f_j) = [\mathbf{a}_1(f_j) \quad \mathbf{a}_2(f_j) \quad \dots \quad \mathbf{a}_P(f_j)] \quad (3)$$

$$\mathbf{a}_p(f_j) = \left[ 1 \quad e^{-i2\pi f_j \frac{d \sin \theta_p}{c}} \quad \dots \quad e^{-i2\pi f_j \frac{(M-1)d \sin \theta_p}{c}} \right]^T \quad (4)$$

式中,  $J$  是指将带宽为  $B$  的信号划分为  $J$  个子带,这说明式(2)对于不同频点  $f_1, f_2, \dots, f_j$  有  $J$  个等式成立。

## 2 基于虚拟阵列的信息融合宽带 DOA 估计

### 2.1 SIF 方法

非相干子空间方法<sup>[4]</sup>是针对各个频点的数据,分别进行 DOA 估计,并对各个结果进行平均得到信号的 DOA 估

计,而相干子空间方法<sup>[5-6]</sup>为了提高估计的性能,将各个频点的数据通过聚焦矩阵变换到同一个频点,再进行估计,虽然性能有了明显提升,但空间模糊现象比较明显,分辨率不高。文献[10]利用稀疏表征矢量,将各个频点的数据进行联合处理,结合稀疏重构方法,能有效抑制空间模糊,并获取各个信号的来波方向。

将式(2)简化为

$$\mathbf{X}_{j,k} = \mathbf{A}_j \mathbf{S}_{j,k} + \mathbf{N}_{j,k} = \sum_{p=1}^P \mathbf{a}_j(\theta_p) s_{j,k}(p) + \mathbf{N}_{j,k} \quad (5)$$

式中,  $s_{j,k}(p)$  为来波方向为  $\theta_p$  的宽带信号在频点  $f_j$  处的第  $k$  次采样。选取一组波达角  $\Theta = \{\theta_q\}_{q=1}^Q, Q \gg P$ , 假定这一组角度足够密集,涵盖了信号的真实来波方向。此时阵列输出模型式(5)可以描述为

$$\mathbf{X}_{j,k} = \sum_{q=1}^Q \mathbf{a}_j(\theta_q) v_{j,k}(q) + \mathbf{N}_{j,k} = \tilde{\mathbf{A}}_j \mathbf{V}_{j,k} + \mathbf{N}_{j,k} \quad (6)$$

式中,  $v_{j,k}(q)$  是对应于  $\theta_q$  方向上的信源幅度;  $\mathbf{a}_j(\theta_q)$  是  $\theta_q$  处的导向矢量;  $\tilde{\mathbf{A}}_j$  是对应频点下  $Q$  个信号的过完备基;  $\mathbf{V}_{j,k}$  是由  $v_{j,k}(q)$  组成的矢量。在理想情况下  $\mathbf{V}_{j,k}$  的非零元素的位置对应的就是真实的信源位置,假定  $\mathbf{V}_{j,k}$  的非零元素对应的位置构成集合  $\mathbf{G} = \{q_1, q_2, \dots, q_P\}$ , 则有  $v_{j,k}(q_p) = s_{j,k}(p)$ 。由数据模型可知,  $\mathbf{V}_{j,k} (j = 1, 2, \dots, J, k = 1, 2, \dots, K)$  有相同的稀疏结构,即各个频点对应的非零元素具有相同的集合  $\mathbf{G}$ 。按式(7)构造  $Q$  维的字典  $\mathbf{D}^{[10]}$ 。

$$\mathbf{D}\mathbf{D}^H = \Phi = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \Psi_{j,k}^H \Psi_{j,k} \quad (7)$$

式中

$$\Psi_{j,k} = [\mathbf{a}_j(\theta_1) \hat{v}_{j,k}(1) \quad \dots \quad \mathbf{a}_j(\theta_Q) \hat{v}_{j,k}(Q)] \quad (8)$$

$$\hat{v}_{j,k}(q) = (\mathbf{a}_j^H(\theta_q) \mathbf{a}_j(\theta_q))^{-1} \mathbf{a}_j^H(\theta_q) \mathbf{X}_{j,k} \quad (9)$$

对厄米矩阵  $\Phi$  进行特征分解有  $\Phi = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^H$ , 则  $\mathbf{D} = \mathbf{U}\mathbf{A}^{1/2}$ 。若  $\Phi$  的秩为  $r$ , 则有  $\text{rank}(\mathbf{D}) = \text{rank}(\Phi) = r$ 。定义稀疏指示矢量  $\mathbf{g}$ , 其与  $\mathbf{V}_{j,k}$  有相同的稀疏结构, 非零元素对应的位置即为信源方向。  $\mathbf{g}$  可通过最小化残差量  $\|\mathbf{y} - \mathbf{D}^H \mathbf{g}\|^2$  和  $l_p (0 \leq p \leq 1)$  范数求解, 即为信息融合算法, 优化函数为

$$\min_{\mathbf{g}} f(\mathbf{g}) : f(\mathbf{g}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{D}^H \mathbf{g}\|^2 + \lambda \|\mathbf{g}\|_p \quad (10)$$

式中

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{h} \quad (11)$$

$$\mathbf{h} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \Psi_{j,k}^H \mathbf{X}_{j,k} \quad (12)$$

式(10)也可等价描述为

$$\arg \min_{\mathbf{g}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \|\mathbf{X}_{j,k} - \Psi_{j,k} \mathbf{g}\|^2 + \lambda \|\mathbf{g}\|_p \quad (13)$$

式(13)表明 SIF 算法将各个频点的采样数据进行联合处理, 估计稀疏表征矢量  $\mathbf{g}$ 。由于字典  $\mathbf{D}$  中包含了各个频点的测量信息, 当不等式(14)成立时, 联合各个频点能够有效抑制空间模糊<sup>[10]</sup>。

$$d < \frac{\pi c}{\Delta\omega} \quad (14)$$

式中,  $\Delta\omega = \omega_k - \omega_{k-1}$ 。

## 2.2 基于虚拟阵列的 SIF 算法

SIF 方法在构造联合字典  $\mathbf{D}$  时,并没有将各频点的多次快拍进行联合处理,对第  $j$  个频点的第  $k$  次快拍构建的  $\Psi_{j,k}$ ,如式(7)~式(9)所示,在信噪比较低的条件下,利用最小二乘式(9)得到的信号能量  $\mathbf{V}_{j,k}$  存在较大的误差,导致字典  $\mathbf{D}$  不能准确表征信号特性,同时,该方法对每个频点的每次快拍都进行求逆运算,计算量较高。利用虚拟孔径扩展方法<sup>[12]</sup>,能够在低信噪比条件下,确保字典  $\mathbf{D}$  中包含目标的有效信息,从而实现目标 DOA 估计。

若信号与噪声之间彼此不相关,可得到各个频点的接收数据式(2)的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{x_j} = \mathbf{E}\{\mathbf{X}_j \mathbf{X}_j^H\} = \mathbf{A}_j \mathbf{R}_s \mathbf{A}_j^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{A}_j \text{diag}\{\sigma_{s_1}^2, \sigma_{s_2}^2, \dots, \sigma_{s_P}^2\} \mathbf{A}_j^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{I}$  是单位矩阵;  $\sigma_{s_1}^2, \sigma_{s_2}^2, \dots, \sigma_{s_P}^2$  是  $P$  个信号源的方差;  $\sigma_n^2$  是各频点噪声的方差(假定各频点的噪声独立同分布)。文献[13-14]指出数据协方差矩阵矢量化能够达到扩展阵列孔径的效果,从而提高空间分辨率。对式(15)进行矢量化,得到

$$\mathbf{y}_j = \text{vec}(\mathbf{R}_{x_j}) =$$

$$\text{vec}(\mathbf{A}_j \mathbf{R}_s \mathbf{A}_j^H) + \sigma_n^2 \text{vec}(\mathbf{I}) = (\mathbf{A}_j^* \odot \mathbf{A}_j) \mathbf{g}_j + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (16)$$

式中,  $\text{vec}(\mathbf{R}_{x_j})$  是将  $\mathbf{R}_{x_j}$  的各个列依次堆在一起得到的矢量;  $\mathbf{g}_j = [\sigma_{s_1}^2, \sigma_{s_2}^2, \dots, \sigma_{s_P}^2]^T$ ;  $\mathbf{I}_M = [\mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_M^T]^T$ ;  $\mathbf{e}_m$  是第  $m$  个元素为 1 其余全为 0 的矢量。式(16)中  $\mathbf{y}_j$  的形式类似一个虚拟阵列的信号模型<sup>[13-14]</sup>,在这个信号模型中,  $\mathbf{A}_j^* \odot \mathbf{A}_j$  如同式(2)的阵列流型,  $\mathbf{g}_j$  则表示频点  $j$  的接收信号矢量,噪声矢量为  $\sigma_n^2 \mathbf{I}_M$ 。

定义虚拟阵列流型矩阵  $\bar{\mathbf{A}}_j = \mathbf{A}_j^* \odot \mathbf{A}_j$ 。其中  $\bar{\mathbf{A}}_j$  由  $P$  个虚拟导向矢量组成,即

$$\bar{\mathbf{A}}_j =$$

$$[\mathbf{a}_j^*(\theta_1) \otimes \mathbf{a}_j(\theta_1) \quad \mathbf{a}_j^*(\theta_2) \otimes \mathbf{a}_j(\theta_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}_j^*(\theta_P) \otimes \mathbf{a}_j(\theta_P)] \quad (17)$$

从式(17)可知,虚拟阵列的孔径由  $\mathbf{a}_j^*(\theta_1) \otimes \mathbf{a}_j(\theta_1)$  的不同元素决定,对于均匀线阵,最大扩展孔径为  $(2M-1)d$ 。由于式(17)中的 kronecker 积操作,阵列流型中出现了很多重复的行,将  $\mathbf{y}_j$  中不同的项全部提取出来,则可以得到新的数据接收模型为

$$\tilde{\mathbf{y}}_j = \tilde{\mathbf{A}}_j \mathbf{g}_j + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{e}} \quad (18)$$

式中,虚拟阵列流型  $\tilde{\mathbf{A}} = [\tilde{\mathbf{a}}_j(\theta_1), \tilde{\mathbf{a}}_j(\theta_2), \dots, \tilde{\mathbf{a}}_j(\theta_P)]$ ;  $\tilde{\mathbf{e}}$  是第  $M+1$  个元素为 1 其余全为零的矢量;  $\tilde{\mathbf{A}}$  中的导向矢量为

$$\tilde{\mathbf{a}}_j(\theta) = \begin{bmatrix} e^{i2\pi f_j \frac{(M-1)d \sin \theta}{c}} & \dots & 1 & \dots & e^{-i2\pi f_j \frac{(M-1)d \sin \theta}{c}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

通过比较式(19)与式(4),可知阵列孔径被扩展为原来的 2 倍,同时,由式(18)可知,在扩展孔径过程中,对协方差数据的矢量化处理,数据由多快拍变化成单快拍,此时,结合 SIF 方法,不仅能够提高分辨率,同时,能够极大程度的提高运算速度。具体的算法流程如下:

**步骤 1** 将回波数据进行分段,得到  $K$  段数据,并对各段数据进行 DFT 处理,得到  $J$  个频点的数据。

**步骤 2** 对各个频点的数据进行扩展孔径操作,得到

如式(18)所示的单快拍数据模型。

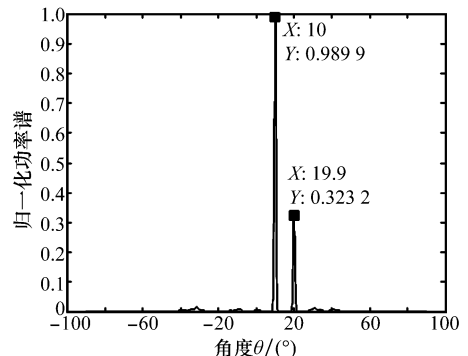
**步骤 3** 对各频点的处理数据,按照式(7)~式(9)构建单快拍 SIF 模型(即  $K=1$ ),得到联合字典  $\mathbf{D}$  与厄米矩阵  $\Phi$ ,并利用文献[10]中的求解步骤,即可得到扩展孔径之后的宽带信号 DOA 估计结果。

## 3 仿真实验

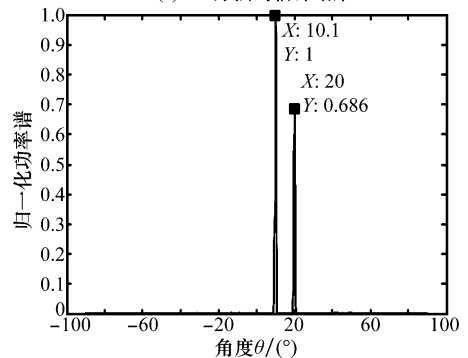
本节通过实验验证所提方法的性能,主要是和文献[10]的 SIF 方法进行比较。后续的所有仿真实验中,所提方法与 SIF 方法所用的稀疏字典搜索角度间隔均为  $0.1^\circ$ ,若将角度搜索间隔缩小,可以相应的提高 DOA 估计精度,但是对于 SIF 方法,其运算速度会随着稀疏字典维数的增加而显著提高,为了便于分析,都采用  $0.1^\circ$  的搜索间隔。

### 3.1 DOA 估计分辨率性能

采用均匀等距线阵,阵元数目  $M=7$ ,载频  $f_c=100$  MHz,带宽  $B=40$  MHz,阵元间距  $d=7\lambda/2$ ,信噪比 SNR=0 dB,DFT 频点数  $J=32$ ,每个频点的采样数  $K=50$ 。两个不相关的宽带信号分别以  $\theta_1=10^\circ, \theta_2=20^\circ$  两个角度入射,求解目标函数的迭代次数均为 3 次,采用所提方法与 SIF 方法得到的结果如图 1 所示。



(a) SIF 方法的估计结果



(b) 所提方法的估计结果

图 1 采用所提方法与 SIF 方法得到的 DOA 估计结果

从图 1 的结果可以看出,对于来自  $\theta_1, \theta_2$  的两个宽带信号,两种方法都能够实现角度估计,但所提方法得到的信号归一化功率谱更为接近,而 SIF 方法的两个信号功率谱相差比较明显,在凸优化问题迭代求解的过程中,能量朝着其中一个信号聚集的现象比较明显。当两个宽带信号角度逐

渐接近,以  $\theta_1 = 10^\circ, \theta_2 = 13^\circ$  入射时,可得到如图 2 所示的结果,图 2 的结果可以看出,两种方法都能够准确地检测出两

个信号,但图 2(a)显示,当角度离得很近的时候,会出现一些伪峰,影响 DOA 估计的结果。

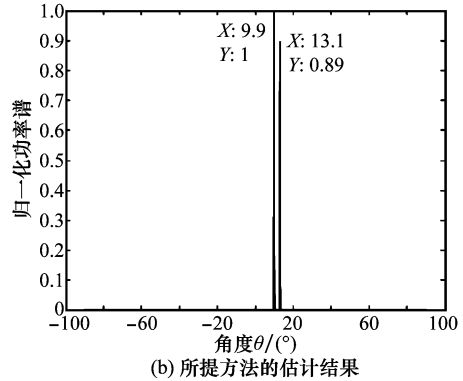
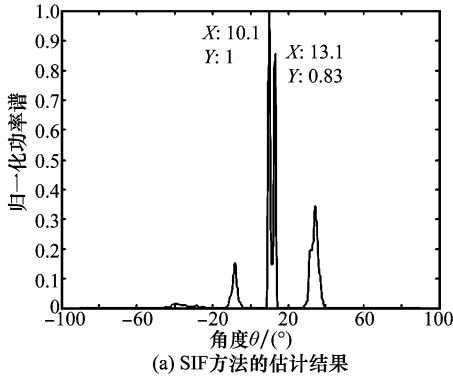


图 2 采用所提方法与 SIF 方法得到的 DOA 估计结果

### 3.2 可分辨信源数目

采用相同的实验参数,本节主要针对不同数目的信源 DOA 估计。传统的 DOA 估计方法和稀疏类 DOA 估计方法<sup>[7-8,15]</sup>中,存在可估计信源数目上限,通常可估计信源数目少于阵列的自由度。图 3 和图 4 分别是在信源数目少于上限和信源数目大于上限时,采用 SIF 方法与所提方法进行 DOA 估计的结果。图 3 的入射信源数目为 6,入射角度分别为 $[-42^\circ, -17.6^\circ, -9.3^\circ, 2.1^\circ, 16.8^\circ, 45^\circ]$ ,图 4 中入射的信源数目为 12,入射角度分别为 $[-21^\circ, -17.6^\circ, -13.8^\circ, -9.3^\circ, -5.2^\circ, -1.6^\circ, 2.1^\circ, 6^\circ, 9.7^\circ, 13.3^\circ, 16.8^\circ, 20.5^\circ]$ 。

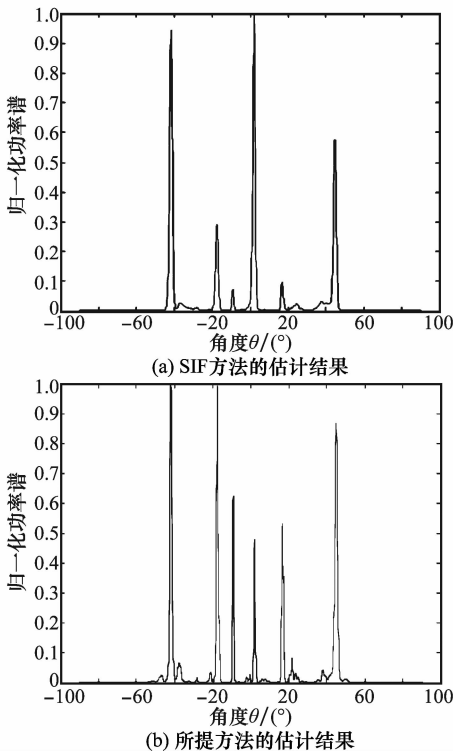


图 3 信源数目低于上限时的 DOA 估计结果

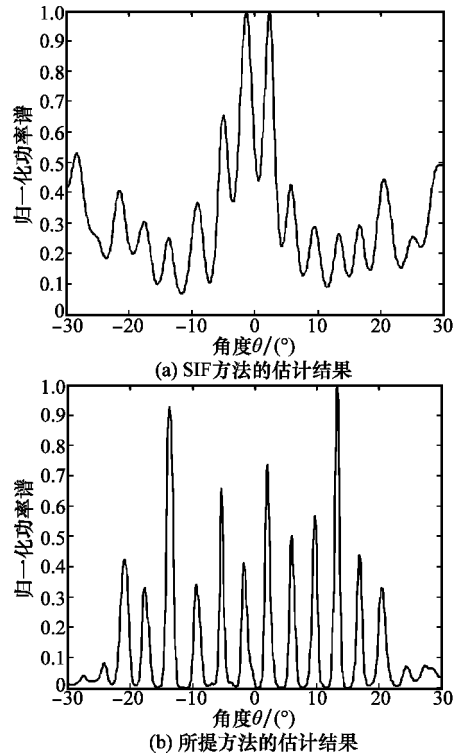


图 4 信源数目超过上限时的 DOA 估计结果

由图 3(a)与图 4(a)可知,在信源数目低于阵列自由度或超过阵列自由度时,SIF 方法虽然可以检测到各个信号,但大部分信号能量被个别强信号所淹没,不利于判断,SIF 方法的估计性能显著下降,无法有效的实现检测,然而,从图 3(b)与图 4(b)可知,在信源数目为 6 或者 12 时,各个信号的归一化功率不存在明显差异,都能被检测出来,并且与真实的信源角度相符。可见,所提方法在结合了虚拟孔径之后,能够突破传统可估计信源数目的上限,在实现 DOA 估计的同时,增加可估计信源数目。

### 3.3 分辨概率分析

当算法检测到两个信源,且估计偏差的绝对值之和不

大于  $2^\circ$  时, 认定其为正确分辨, 分辨概率即为正确分辨的次数与实验总数的比值。现将一信源固定于  $-10^\circ$ , 另一个信源与该信源的角度差逐渐增大, 信噪比为 10 dB, 每个频点的采样数  $K=20$ , 其他条件不变, 进行 400 次蒙特卡罗实验得到结果如图 5 所示。

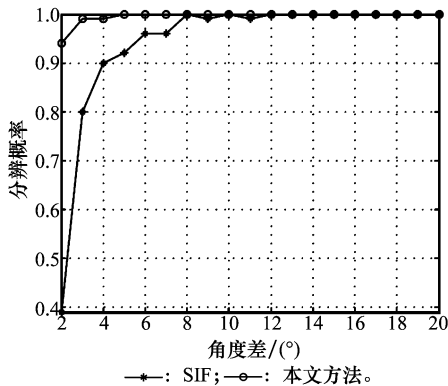


图5 分辨概率随角度差的估计结果

由图 5 可知, 两类算法在角度差大于  $8^\circ$  时均可以实现有效估计, 然而, 所提方法通过扩展孔径方法, 能够显著增加孔径, 提高分辨率, 在角度差为  $2^\circ$  时也可以实现精确地估计, 而 SIF 在信源角度差较小时, 无法实现准确估计。当阵元间距比较大时, 传统的相干信号子空间类算法存在空间模糊现象, 估计精度较差, 而 SIF 和所提方法能够联合字典解空间模糊, 因此没有与相干信号子空间类方法进行对比。

为了体现本文所提方法与 SIF 在不同信噪比条件下的 DOA 估计精度, 选取两个信源目标, 分别位于  $10^\circ$  与  $14^\circ$ 。为保证所提方法在低信噪比下的 DOA 估计性能, 每个频点的采样数为 50。均方根误差的定义为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\theta_{q,l} - \hat{\theta}_{q,l})^2} \quad (20)$$

式中,  $L$  代表蒙特卡罗实验的次数, 进行 400 次蒙特卡罗实验, 可得到如图 6 所示的结果。

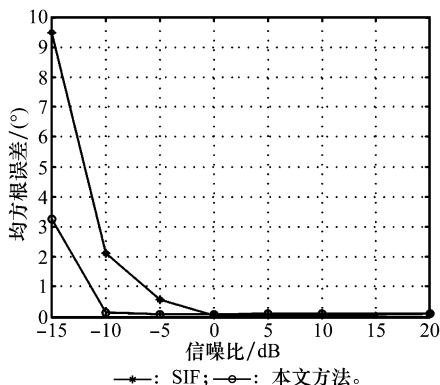


图6 均方根误差随信噪比的变化

从图 6 可知, 在低信噪比条件下, SIF 方法因不能准确构造联合字典, 导致 DOA 估计精度显著下降, 而本文方法

在低信噪比条件下, 仍能够实现目标的 DOA 估计。当信噪比较高时, 本文所提的方法相较于 SIF 方法, 存在约 0.5 个分辨单元的 DOA 估计精度差, 但随着构建字典的搜索步长逐渐减小, DOA 估计的绝对误差也会越来越小。

### 3.4 运算量分析

所提方法在结合虚拟阵列的情况下, 能够将多快拍数据转化为单快拍模型, 结合 SIF 方法能够更准确地估计出联合字典  $D$ , 不再需要对各个频点的各次采样数据分别进行求逆操作, 同时, 能够在更少的迭代次数内, 达到与 SIF 方法同样的估计性能, 进而显著提高运算速度, 更快速地估计出信源的位置。表 1 为采用 SIF 方法与所提方法准确估计出两个信号  $\theta_1=10^\circ, \theta_2=14^\circ$  所需要的各频点最小快拍数及对应的运算时间。该实验采用的 Matlab 版本为 version 8.1.0.604, 设备是 Intel Pentium P8400 双核 2.3 GHz, 运行内存为 2 GB。

表1 两种方法 DOA 估计的所需快拍数及运算时间

信噪比	SIF 方法		所提方法	
	运算时间/s	最小快拍数	运算时间/s	最小快拍数
-10	失效		75.3	20
-5	失效		75.5	10
0	4 560.4	50	75.5	5
5	230.4	10	75.7	5
10	238.9	10	76.5	1
20	206.2	5	75.0	1

由表 1 可知, 低信噪比情况下, SIF 方法所用的时间要远远高于本文所提方法的计算时间, 在低信噪比时, 需要增加采样数, 进而提高信噪比来实现准确的 DOA 估计, 另外, SIF 方法没有能量积累过程, 克服噪声能力差, 需要比所提方法更多的样本数来保证联合字典的精确构造, 因而 SIF 方法所用时间明显增加; 当信噪比逐渐提高时, 准确估计角度所需要的快拍数逐渐减少, 相应地, SIF 方法所需要的运算时间也越来越少, 而所提方法的计算时间不存在较大的变化。可见, 在信噪比较高的条件下, SIF 方法有一定的适用性, 但在小快拍, 低信噪比条件下, 所提方法在提高运算速度的同时, 实现了目标的 DOA 估计。因此, 所提方法更加具有工程应用价值。

## 4 结论

本文提出了一种改进的 SIF 方法, SIF 方法在求解联合字典时需要计算各频点的各次采样估计值, 运算量巨大, 同时, 利用最小二乘估计采样点幅度时, 不存在能量积累, 在低信噪比条件下性能有一定下降。所提方法结合了虚拟孔径的概念后, 上述情况均有明显改善, 同时, 还能增加可估计信源的数目。研究表明, 该方法不仅能够准确估计信源角度, 增加可估计信源数目, 还能够极大程度地提高运算速度, 为工程应用提供可行性。然而, 在孔径扩展的过程中, 噪声类型由白噪声转变为冲击噪声, 如果能够在冲击噪

声的背景下,构建新的凸优化问题模型,可以进一步提升方法在低信噪比条件下的适用性,同时,针对相干信号,无法实现孔径扩展,需要进一步的研究。

## 参考文献:

- [1] Wang F, Li J, Liu J, et al. System realization of broadband digital beam forming for digital array radar[J]. *Journal of Radars*, 2013, 2(3): 314 - 318. (王峰, 李婧, 刘俊, 等. 宽带数字阵雷达数字波束形成系统研究[J]. *雷达学报*, 2013, 2(3): 314 - 318.)
- [2] Joe C C, Ralph E H, Yao K. Maximum-likelihood source localization and unknown sensor location estimation for wideband signals in the near-field[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(8): 1843 - 1854.
- [3] Lu L, Wu H. Novel robust direction-of-arrival based source localization algorithm for wideband signals[J]. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2012, 11(11): 3850 - 3859.
- [4] Wax M, Shan T J, Kailath T M W, et al. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods [J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1984, 32(4): 817 - 827.
- [5] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources[J]. *IEEE Trans. on Acoustics Speech*, 1985, 33(4): 823 - 831.
- [6] Pan J, Zhou J J. Khatri-Rao subspace wideband DOA estimation based on convex optimization[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(1): 80 - 84. (潘捷, 周建江. 基于凸优化的 Khatri-Rao 子空间宽带 DOA 估计[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(1): 80 - 84.)
- [7] Malioutov D, Çetin M, Alan S W. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010 - 3022.
- [8] Hyder M M, Mahata K. Direction of arrival estimation using a mixed  $l_{2,0}$  norm approximation[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2010, 58(9): 4646 - 4655.
- [9] Zhang M L, Zhi T H, Yi Y Z. Direction-of-arrival estimation of wideband signals via covariance matrix sparse representation[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2011, 59(9): 4256 - 4270.
- [10] Luo J A, Zhang X P, Wang Z. A new subband information fusion method for wideband DOA estimation using sparse signal representation[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2013: 4016 - 4020.
- [11] Luo J, Zhang X P, Wang Z. Direction-of-arrival estimation using sparse variable projection optimization[C]// *Proc. of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 2012: 3106 - 3109.
- [12] Hu N, Ye Z F, Xu X, et al. DOA estimation for sparse array via sparse signal reconstruction[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronics Systems*, 2013, 49(2): 760 - 773.
- [13] Ma W K, Hsieh T H, Chi C Y. DOA estimation of quasi-stationary signals with less sensors than sources and unknown spatial noise covariance; a Khatri-Rao subspace approach [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2010, 58(4): 2168 - 2180.
- [14] Pal P, Vaidyanathan P P. Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4167 - 4181.
- [15] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. *Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21 - 30.

## 作者简介:

邓佳欣(1990 -),女,博士研究生,主要研究方向为宽带信号 DOA 估计。

E-mail: jxdeng0501@163.com

廖桂生(1963 -),男,教授,博士,主要研究方向为雷达探测系统信号处理、空时自适应处理、天基预警和阵列信号处理。

E-mail: gsliao@xidian.edu.cn

杨志伟(1980 -),男,副教授,博士,主要研究方向为多维阵列信号处理、地面运动目标检测。

E-mail: yangzw@xidian.edu.cn

朱江(1989 -),男,博士研究生,主要研究方向为雷达 ISAR 成像。

E-mail: jiang\_z\_2012@163.com