

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2016.0486

一类不满足 Pieper 准则的机器人逆运动学解析解获取方法

于凌涛, 王文杰, 王正雨, 谷庆, 王岚

(哈尔滨工程大学机电工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 当机器人构型不满足 Pieper 准则的时候, 传统的运动学建模方法通常无法求出机器人逆运动学解析解. 针对不满足 Pieper 准则的机器人构型, 基于相邻关节轴换位前后正运动学结果不变的准则, 提出一种全新的运动学建模方法——相邻关节轴建立顺序换位法, 并给出了适用该方法的机器人构型条件. 以一种不满足 Pieper 准则的微创腹腔镜手术机器人为例, 应用该方法求解出其精确的解析解, 并通过 Matlab Simulink 仿真验证了该方法的正确性.

关键词: Pieper 准则; 解析解; 逆运动学; 运动学建模

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2016)-04-0486-09

Acquisition Method of Inverse Kinematics Analytical Solutions for a Class of Robots Dissatisfying the Pieper Criterion

YU Lingtao, WANG Wenjie, WANG Zhengyu, GU Qing, WANG Lan

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: The analytical solution of robot inverse kinematics can't be obtained by traditional methods of kinematical modeling when the robot configuration doesn't conform to the "Pieper criterion". For this problem, a new method of exchanging the establishment order of adjacent joint axes is presented based on invariance property of the forward kinematics results after exchanging the establishment order. The robot configuration conditions for applying the proposed method are given. A minimally invasive surgery robot which doesn't conform to the "Pieper criterion" is taken as an example, the precise analytical solution is obtained by the proposed method, and the correctness of the proposed method is verified through Matlab Simulink.

Keywords: Pieper criterion; analytical solution; inverse kinematics; kinematical modeling

1 引言 (Introduction)

机器人的逆向运动学问题是其轨迹规划和运动控制的基础. 逆运动学求解的快速性和准确性是影响机器人控制性能的一个主要因素. 所以解析解在机器人控制中具有不可替代的优势. 如何得到机器人的解析解显得尤为重要.

为了满足使用要求有些时候不能不为机器人寻求一种快速精确的解析解求法, 虽然大多数商业化的 6 自由度工业机器人都满足机器人解析解存在的 2 个充分条件 (Pieper 准则^[1]) 之一:

(1) 3 个相邻关节轴交于一点.

(2) 3 个相邻关节轴相互平行.

但是随着机器人应用领域的不断扩展, 多自由

度机器人和结构复杂特殊的机器人的出现, 机器人的构型不再满足解析解存在的条件. 这对于逆运动学的求解来说无疑是很不利的. 例如宙斯系统和达芬奇系统的 7 自由度手术机械臂、天津大学开发的“妙手 A”微创手术机器人^[2]、上海交通大学的“神刀华佗”手术机器人^[3]和哈尔滨工业大学开发的高端微创腹腔镜手术机器人^[4]都不满足解析解存在的条件. 以上机器人均没有求解出其精确的解析解.

当机器人的关节配置满足 Pieper 准则的时候其逆运动学方程具有解析解, 当不满 Pieper 准则的时候无法分离出独立的关节变量, 没有通用的解析解求解方法, 所以很难求得解析解. Lee 等人^[5]采用变量消元法解决逆运动学问题, 刘松国等^[6]提

出了一种通过矩阵分解变换求解一般 6R 机器人逆运动学方程的算法. 吕世增等^[7]提出了一种基于吴方法的 6R 机器人逆运动学旋量方程求解方法. Goldenberg^[8]根据非线性优化的思想, 对牛顿迭代算法进行改进, 运用到 6R 机器人逆运动学求解问题上. Angeles^[9]则根据闭包方程旋转部分具有不变性的特点, 提出了一种迭代算法. Lenarcic^[10]把共轭梯度法运用到 6R 机器人逆运动学求解中. 这些方法虽然取得了一些成功的应用, 但无法得到精确解析解, 且运算量大, 求解困难, 效率低.

Hayashibe 等人^[11-12]提出使用逆雅可比矩阵对逆运动学进行求解的方法. 宙斯系统、达芬奇系统和天津大学“妙手 A”微创手术机器人^[13]的逆运动学求解均使用了该方法, 利用关节瞬时速度代替关节微小时间段内的位移, 但是由于求解过程中对手术机械臂的运动学模型在不同的点进行了线性化, 不可避免地带来线性化误差, 且误差会不断累积. 唐奥林等人^[3]在“神刀华佗”手术机器人逆运动学求解过程中采用位姿分离的方法, 忽略了后 3 个关节对位置的影响, 虽引入误差补偿算法, 但是会对快速性造成影响, 且不能完全消除误差.

近年来, 国内外的学者们将人工神经网络算法^[14]、遗传算法^[15]和 Groebner 基法^[16]应用到了机器人逆运动学求解过程中, 但计算精度往往过于依赖算法本身, 且需要很长的时间来训练样本, 实时性难以保证.

鉴于此, 本文针对不满足 Pieper 准则的机器人逆运动学求解困难且无通用精确解的问题, 基于相邻关节轴换位前后正运动学结果不变的准则, 提出一种全新的运动学建模方法——相邻关节轴建立顺序换位法, 并给出满足该方法的机器人构型条件. 当相邻关节轴换位后满足 Pieper 准则时, 就可以采用此方法方便快捷地求解出其逆运动学解析解.

2 相邻关节轴建立顺序换位法原理 (The principle of the establishing-order exchanging method of adjacent joint axes)

机器人正向运动学是机器人逆向运动学的基础, 由于 DH 法在机器人运动学中有广泛的应用, 所以本文基于 DH 法来建立正向运动学模型. 基本流程是先在各个关节和基座处建立坐标系, 确定各个关节运动学参数, 然后根据式 (1) 求出相邻两个坐标系之间的转换矩阵:

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i \times C\alpha_i & S\theta_i \times S\alpha_i & a_i \times C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i \times C\alpha_i & -C\theta_i \times S\alpha_i & a_i \times S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中: C 代表 cos, S 代表 sin.

最后将各个转换矩阵依次相乘得到工具坐标系相对于基座的转换矩阵:

$${}^0T_n = {}^0T_1 \cdots {}^{i-2}T_{i-1} \cdot {}^{i-1}T_i \cdot {}^iT_{i+1} \cdot {}^{i+1}T_{i+2} \cdots {}^{n-1}T_n \quad (2)$$

以上各个关节的建立顺序是从基座开始依次到工具坐标系的, 转换矩阵也是依次相乘的, 这是串联机器人运动学建模的基本方法.

当机器人构型满足 Pieper 准则的时候, 在机器人逆运动学求解过程中可以单独分离出各个关节变量的表达式, 从而得到逆运动学的解析解, 当机器人构型不满足 Pieper 准则时常规的建模方法无法得到机器人逆运动学的解析解. 但是对于有些特定结构的机器人可以通过改变机器人相邻关节轴的建立顺序, 使之满足解析解存在的条件.

但是换位前后需保证对其正运动学结果没有影响, 即满足式 (3), 其中 0T_n 代表换位前工具坐标系相对于基座坐标系的变换矩阵, ${}^0T_n^a$ 代表换位后工具坐标系相对于基座坐标系的变换矩阵.

$${}^0T_n^a = {}^0T_n \quad (3)$$

本文以旋转关节为例说明相邻关节换位法, 如图 1 所示: 采用坐标系后置法将坐标系 $x_i y_i z_i$ 建立在关节 $i+1$ 处, 采用正常的坐标系建立顺序, 最后工具坐标系 $x_n y_n z_n$ 相对于基座坐标系 $x_0 y_0 z_0$ 的转换矩阵 0T_n 如式 (2) 所示.

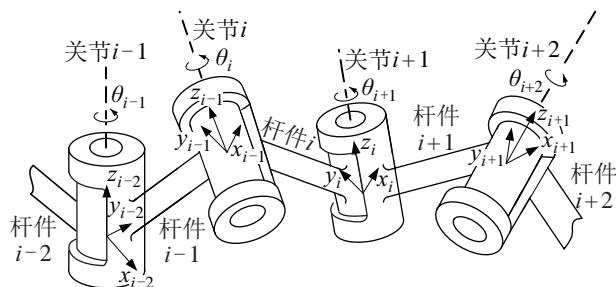


图 1 基于正常关节轴建立顺序的机器人局部坐标系示意图

Fig.1 The robot local coordinate systems based on normal establishing order of joint axes

当改变关节 i 和关节 $i+1$ 关节轴的建立顺序时, 结果如图 2 所示.

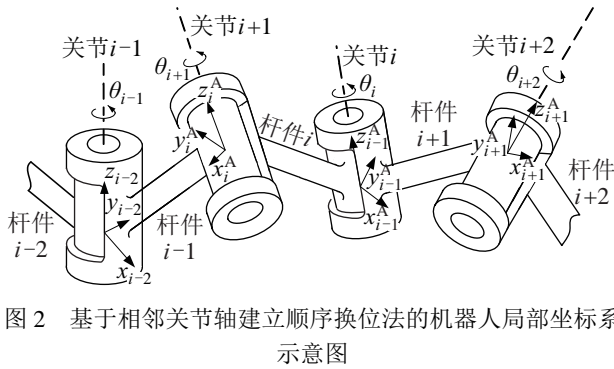


图2 基于相邻关节轴建立顺序换位法的机器人局部坐标系示意图
Fig.2 The robot local coordinate systems based on the method of exchanging the establishing order of adjacent joint axes

相邻关节 i 和 $i+1$ 建立顺序发生改变后坐标系 $x_{i-1}^a y_{i-1}^a z_{i-1}^a$ 、 $x_i^a y_i^a z_i^a$ 、 $x_{i+1}^a y_{i+1}^a z_{i+1}^a$ 相对于关节建立顺序未改变前的坐标系 $x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ 、 $x_i y_i z_i$ 、 $x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$ 已经发生变化, 所以与这 3 个坐标系相关的变换矩阵 ${}^{i-2}T_{i-1}^a$ 、 ${}^{i-1}T_i^a$ 、 ${}^i T_{i+1}^a$ 、 ${}^{i+1}T_{i+2}^a$ 已经发生变化, 但其余坐标系与相邻关节 i 和 $i+1$ 建立顺序未发生改变前一致, 所以其余变换矩阵未发生变化, 此时工具坐标系 $x_n y_n z_n$ 相对于基座坐标系 $x_0 y_0 z_0$ 的变换矩阵 ${}^0T_n^a$ 如式 (4) 所示:

$${}^0T_n^a = {}^0T_1 \dots {}^{i-2}T_{i-1}^a \cdot {}^{i-1}T_i^a \cdot {}^i T_{i+1}^a \cdot {}^{i+1}T_{i+2}^a \dots {}^{n-1}T_n \quad (4)$$

虽然 ${}^{i-2}T_{i-1}^a$ 、 ${}^{i-1}T_i^a$ 、 ${}^i T_{i+1}^a$ 、 ${}^{i+1}T_{i+2}^a$ 与 ${}^{i-2}T_{i-1}$ 、 ${}^{i-1}T_i$ 、 ${}^i T_{i+1}$ 、 ${}^{i+1}T_{i+2}$ 相比已发生变化, 但是当相邻关节 i 和 $i+1$ 的构型满足某些特殊的关系使得式 (5) 成立时, 相邻关节 i 和 $i+1$ 顺序发生改变后, 工具坐标系相对于基座坐标系的变换矩阵未发生变化, 满足式 (3).

$${}^{i-2}T_{i-1} \cdot {}^{i-1}T_i \cdot {}^i T_{i+1} \cdot {}^{i+1}T_{i+2} = {}^{i-2}T_{i-1}^a \cdot {}^{i-1}T_i^a \cdot {}^i T_{i+1}^a \cdot {}^{i+1}T_{i+2}^a \quad (5)$$

也就是说, 当机器人的相邻关节满足某种特殊结构时调整相邻关节轴的建立顺序, 对其最终的正运动学结果没有影响。

在一些不满足解析解存在条件 (Pieper 准则) 的机器人运动学建模过程中可以通过改变关节轴系建立顺序使之满足 Pieper 准则, 从而得到该机器人逆运动学的解析解。

3 相邻关节轴建立顺序换位法适用条件 (The application conditions of the establishing-order rearrangement method of adjacent joint axes)

当相邻关节 i 和 $i+1$ 顺序发生改变后, 需满足式 (5), 才能保证对其运动学结果没有影响, 式

(5) 中包含的参数过多, 很难找出满足式 (5) 的关节构型。为了减少参数, 本文只讨论当相邻关节 i 和 $i+1$ 分别是移动关节和旋转关节且对应坐标系 z_{i-1} 轴和 z_i 轴夹角为零的情况。

由于 z_{i-1} 轴和 z_i 轴平行, 所以当相邻关节 i 和 $i+1$ 建立顺序发生改变后, 对关节 $i+2$ 对应的坐标系没有影响, 即 ${}^{i+1}T_{i+2} = {}^{i+1}T_{i+2}^a$, 式 (5) 可以简化为式 (6):

$${}^{i-2}T_{i-1} \cdot {}^{i-1}T_i \cdot {}^i T_{i+1} = {}^{i-2}T_{i-1}^a \cdot {}^{i-1}T_i^a \cdot {}^i T_{i+1}^a \quad (6)$$

当关节 $i-1$ 是旋转关节的时候, 相邻关节的坐标系如图 3 所示。

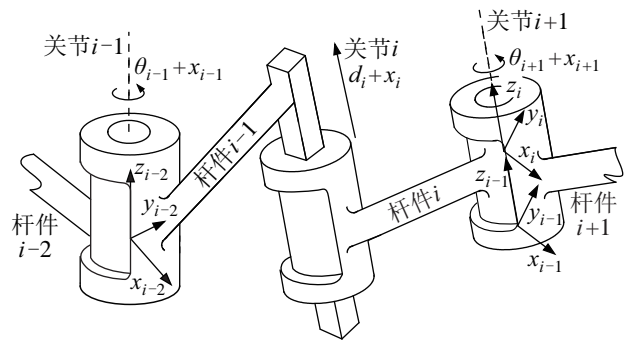


图3 基于传统建模方法的机器人局部坐标系示意图
Fig.3 The robot local coordinate systems based on the traditional modeling method

由于对于移动关节 i 而言, 重要的是 z_{i-1} 的方向, 而 z_{i-1} 轴的位置并不重要, 可以使 z_{i-1} 与 z_i 轴重合, 所以关节 $i-1$ 、 i 和 $i+1$ 的参数如表 1 所示, 其中 x_{i-1} 、 x_i 、 x_{i+1} 分别表示关节 $i-1$ 、 i 和 $i+1$ 的运动量。坐标系 $x_i y_i z_i$ 与坐标系 $x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ 完全平行, 只是在 z 向有一个偏移量。

表1 基于传统建模方法的机器人局部关节运动学参数
Tab.1 The kinematics parameters of the robot local joints based on the traditional modeling method

关节 i	l_i /mm	α_i /rad	d_i /mm	θ_i /rad
$i-1$	a_{i-1}	α_{i-1}	d_{i-1}	$\theta_{i-1} + x_{i-1}$
i	0	0	$d_i + x_i$	0
$i+1$	a_{i+1}	α_{i+1}	d_{i+1}	$\theta_{i+1} + x_{i+1}$

当相邻两关节 i 和 $i+1$ 的建立顺序改变后, 关节坐标系如图 4 所示。

由于两关节 i 和 $i+1$ 的建立顺序改变前 z_{i-1} 和 z_i 重合, 所以当改变两关节 i 和 $i+1$ 的建立顺序时 x_{i-1}^a 轴和未改变前的 x_{i-1} 轴平行, 因此当 z_{i-2} 平行于 z_{i-1} 时, 关节 i (旋转关节) 对应的坐标系 $x_{i-1}^a y_{i-1}^a z_{i-1}^a$ 与未改变关节轴建立顺序时关节 i (移动关节) 对应的坐标系 $x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ 只是在 z 轴方

向有个偏移;当 z_{i-2} 不平行于 z_{i-1} 时, $x_{i-1}^a y_{i-1}^a z_{i-1}^a$ 和 $x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ 完全重合.由于移动关节坐标系的位置可以移动,使坐标系 $x_i^a y_i^a z_i^a$ 的 z_i^a 轴与坐标系 $x_{i-1}^a y_{i-1}^a z_{i-1}^a$ 的 z_{i-1}^a 轴重合,这完全符合坐标系建立的规则.关节 i 和 $i+1$ 的建立顺序发生改变后,关节 $i-1$ 、 i 和关节 $i+1$ 的参数如表2所示.

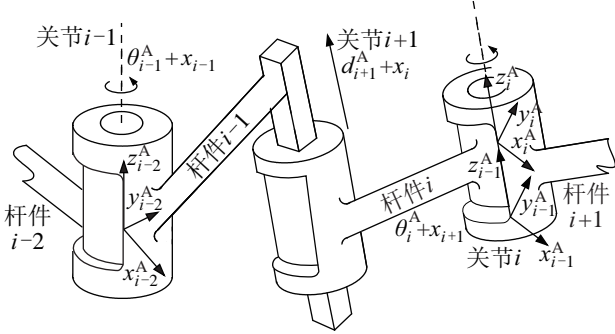


图4 基于全新建模方法的机器人局部坐标系

Fig.4 The robot local coordinate systems based on the new modeling method

表2 基于全新建模方法的机器人局部关节运动学参数

Tab.2 The kinematics parameters of the robot local joints based on the new modeling method

关节 i	l_i /mm	α_i /rad	d_i /mm	θ_i /rad
$i-1$	a_{i-1}	α_{i-1}	d_{i-1}^a	$\theta_{i-1} + x_{i-1}$
i	0	0	d_i^a	$0 + x_{i+1}$
$i+1$	a_{i+1}	α_{i+1}	$d_{i+1}^a + x_i$	θ_{i+1}

对于关节 $i-1$ 而言,其运动学参数只有 d_{i-1}^a 发生变化,其余与关节建立顺序未发生改变之前一致.对于关节 i 而言,它由移动关节变成了旋转关节.关节运动量由 x_i 变成了 x_{i+1} ,运动学参数只有 d 发生变化,由 d_i 变为 d_i^a ,其余均未变化.对于关节 $i+1$ 而言,它由旋转关节变成了移动关节,关节运动量由 x_{i+1} 变成了 x_i ,运动学参数 d 由 d_{i+1} 变为 d_{i+1}^a ,其余均未发生变化.

根据式(1)和表1中参数得到关节建立顺序未发生变化时相邻关节坐标系之间的转换矩阵 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i-1}$, ${}^{i-1}\mathbf{T}_i$, ${}^i\mathbf{T}_{i+1}$,并依次相乘得到式(7):

$${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1} = {}^{i-2}\mathbf{T}_{i-1} \cdot {}^{i-1}\mathbf{T}_i \cdot {}^i\mathbf{T}_{i+1} \quad (7)$$

同理根据式(1)和表2中的参数得到关节轴建立顺序改变后相邻关节坐标系之间的转换矩阵 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i-1}^a$, ${}^{i-1}\mathbf{T}_i^a$, ${}^i\mathbf{T}_{i+1}^a$,依次相乘得到式(8):

$${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a = {}^{i-2}\mathbf{T}_{i-1}^a \cdot {}^{i-1}\mathbf{T}_i^a \cdot {}^i\mathbf{T}_{i+1}^a \quad (8)$$

由式(4)可知 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}$ 和 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a$ 对应元素相等.则式(9)成立,其中 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}(1,4)$ 和 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a(1,4)$ 分别代表

各自矩阵中第1行第4列元素.

$${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}(1,4) = {}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a(1,4) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} {}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}(1,4) &= a_{i-1} \cos(x_{i-1} + \theta_{i-1}) + B + \\ &\quad \sin(x_{i-1} + \theta_{i-1}) \sin \alpha_{i-1} \cdot \\ &\quad (d_i + x_i + d_{i+1}) - C \\ {}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a(1,4) &= a_{i-1} \cos(x_{i-1} + \theta_{i-1}) + B + \\ &\quad \sin(x_{i-1} + \theta_{i-1}) \sin \alpha_{i-1} \cdot \\ &\quad (d_{i+1}^a + x_i + d_i^a) - C \end{aligned}$$

其中 $B = a_{i+1} \cos(x_{i-1} + \theta_{i-1}) \cos(x_{i+1} + \theta_{i+1})$, $C = a_{i+1} \sin(x_{i-1} + \theta_{i-1}) \sin(x_{i+1} + \theta_{i+1}) \cos \alpha_{i-1}$.

可以推出式(10):

$$\sin \alpha_{i-1} (d_i + x_i + d_{i+1}) = \sin \alpha_{i-1} (d_{i+1}^a + x_i + d_i^a) \quad (10)$$

则 $\alpha_{i-1} = 0$ 或者 $d_{i+1} + d_i = d_{i+1}^a + d_i^a$.

当 $\alpha_{i-1} = 0$ 时,由 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}(3,4) = {}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a(3,4)$ 可以得到 $d_{i-1} + d_i + d_{i+1} = d_{i-1}^a + d_i^a + d_{i+1}^a$.当同时满足 $\alpha_{i-1} = 0$ 和 $d_{i-1} + d_i + d_{i+1} = d_{i-1}^a + d_i^a + d_{i+1}^a$ 时,令 $\varphi = x_{i-1} + x_{i+1} + \theta_{i-1} + \theta_{i+1}$,此时

$${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1} = \begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi C\alpha_{i+1} & S\varphi S\alpha_{i+1} & {}^{i-2}p_x \\ S\varphi & C\varphi C\alpha_{i+1} & -C\varphi S\alpha_{i+1} & {}^{i-2}p_y \\ 0 & S\alpha_{i+1} & C\alpha_{i+1} & {}^{i-2}p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中: ${}^{i-2}p_x = a_{i+1} C\varphi + a_{i-1} C(x_{i-1} + \theta_{i-1})$, ${}^{i-2}p_y = a_{i+1} S\varphi + a_{i-1} S(x_{i-1} + \theta_{i-1})$, ${}^{i-2}p_z = d_{i-1} + d_i + d_{i+1} + x_i$.

$${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a = \begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi C\alpha_{i+1} & S\varphi S\alpha_{i+1} & {}^{i-2}p_x^a \\ S\varphi & C\varphi C\alpha_{i+1} & -C\varphi S\alpha_{i+1} & {}^{i-2}p_y^a \\ 0 & S\alpha_{i+1} & C\alpha_{i+1} & {}^{i-2}p_z^a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中: ${}^{i-2}p_x^a = a_{i+1} C\varphi + a_{i-1} C(x_{i-1} + \theta_{i-1})$, ${}^{i-2}p_y^a = a_{i+1} S\varphi + a_{i-1} S(x_{i-1} + \theta_{i-1})$, ${}^{i-2}p_z^a = d_{i-1}^a + d_i^a + d_{i+1}^a + x_i$.

此时 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1} = {}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a$,结合式(1)、(2)、(4)可以得到 ${}^0\mathbf{T}_n = {}^0\mathbf{T}_n$.当 $d_{i+1}^a + d_i^a = d_{i+1} + d_i$ 时,由 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}(3,4) = {}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a(3,4)$ 可以得到 $d_{i-1} = d_{i-1}^a$,同理通过验证可知此时也满足 ${}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1} = {}^{i-2}\mathbf{T}_{i+1}^a$,结合式(1)、(2)、(4)也可以得到 ${}^0\mathbf{T}_n = {}^0\mathbf{T}_n$.

综上所述,当相邻关节 i 和 $i+1$ 分别为移动关节和旋转关节且对应坐标系的关节轴 z_{i-1} 与 z_i 夹角为0,改变关节坐标系建立顺序时,其运动学参数满足条件①、②当中的任何一条,均可使关节坐标系建立顺序改变后工具坐标系相对于基座坐标系的

变换矩阵 ${}^0T_n^a$ 与关节坐标系建立顺序未改变时工具坐标系相对于基座坐标系的变换矩阵 0T_n 相等。

- ① $\alpha_{i-1} = 0$ 且 $d_{i-1} + d_i + d_{i+1} = d_{i-1}^a + d_i^a + d_{i+1}^a$
- ② $d_{i+1} + d_i = d_{i+1}^a + d_i^a$ 且 $d_{i-1} = d_{i-1}^a$

所以在相邻关节分别为移动关节和旋转关节且对应的 z 轴夹角为 0 的情况下满足条件①或者②当中任何一条时, 改变相邻关节 i 和 $i+1$ 的坐标系建立顺序对其运动学求解没有影响。

当关节 i 和 $i+1$ 满足相邻关节轴建立顺序换位法条件且关节配置不满足机器人解析解存在的条件时, 若换位后仍不满足 Pieper 准则, 对机器人的运动学结果没有影响, 若相邻关节轴建立顺序改变后关节配置满足机器人解析解存在的条件, 则可以通过相邻关节轴建立顺序换位法解决此类不满足 Pieper 准则的机器人的解析解求解问题。

4 相邻关节轴建立顺序换位法使用实例 (The example of the method of exchanging adjacent joint axes establishing order)

本文以一种和达芬奇手术机器人、天津大学的“妙手 A”微创手术机器人、上海交通大学的“神刀华佗”手术机器人以及哈尔滨工业大学开发的高端微创腹腔镜手术机器人关节配置一样均不满足 Pieper 准则的腹腔镜手术机器人器械臂为例来说明换位法在机器人逆运动学求解过程中的正确性。

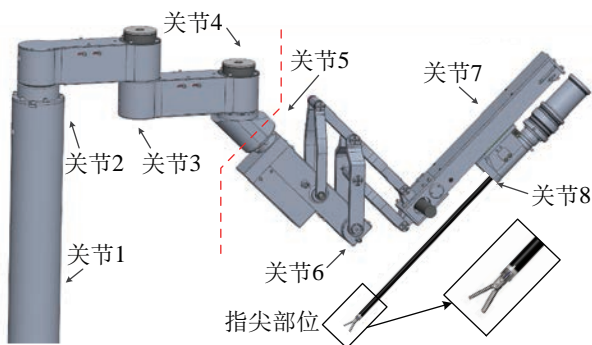


图 5 微创外科手术机器人器械臂 3 维模型
Fig.5 The 3D model of the instrument arm of a minimally invasive surgery robot

该器械臂由两部分组成, 被动关节和主动关节, 被动关节包括 1 个升降自由度和 3 个旋转自由度, 可以实现平行四边形不动点的位置移动, 主动关节由 7 个关节 (其中 3 个关节为微器械关节) 实现微操作器械的位姿控制和手术钳开合运动 (其 3 维模型如图 5 所示)。

4.1 相邻关节轴建立顺序换位法使用条件验证

该器械臂构型虽然不满足解析解存在条件, 但

是关节 5、6 和 8 的轴线交于一点, 当关节 7 (移动关节) 和关节 8 (旋转关节) 满足关节建立顺序换位法条件时, 可以改变关节 7 和关节 8 的建立顺序使之满足解析解存在的条件, 应用 DH 法建立关节轴建立顺序未改变前运动学坐标系, 如图 6 所示。其中运动学参数如表 3 所示。

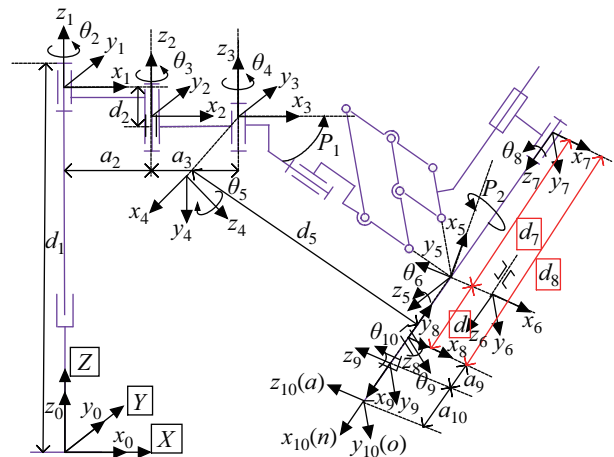


图 6 基于传统模型的微创外科手术机器人器械臂运动学坐标系
Fig.6 The kinematics coordinate systems of the instrument arm of a minimally invasive surgery robot based on the traditional model

表 3 基于传统模型的微创外科手术机器人器械臂运动学参数
Tab.3 Kinematics parameters of the instrument arm of a minimally invasive surgery robot based on the traditional model

关节 i	a_i /mm	α_i /rad	d_i /mm	θ_i /rad
1	0	0	$d_1(1000)$	0
2	200	0	85	$\theta_2(0)$
3	200	0	0	$\theta_3(0)$
4	0	$-(\pi/2 + p_1)$	0	$\theta_4(-\pi/2)$
5	0	$-\pi/2$	450	$\theta_5(-\pi/2)$
6	0	$\pi/2$	0	$\theta_6(-\pi/2 - p_2)$
7	0	0	$d_7(-50)$	0
8	0	$-\pi/2$	90	$\theta_8(0)$
9	8.5	$\pi/2$	0	$\theta_9(-\pi/2)$
10	19.5	0	0	$\theta_{10}(0)$

同理应用 D-H 法建立第 7、8 关节轴建立顺序改变后的运动学坐标系, 如图 7 所示。由于第 7、8 关节分别为移动关节和旋转关节, 且第 7 关节 z_6 轴和第 8 关节的 z_7 轴夹角为 0, 由第 2、3 节的分析可知, 当第 7、8 关节轴建立顺序改变时, 只有关节 6 ~ 8 的运动学参数会发生改变, 如表 4 所示。其余关节的运动学参数如表 3 所示。

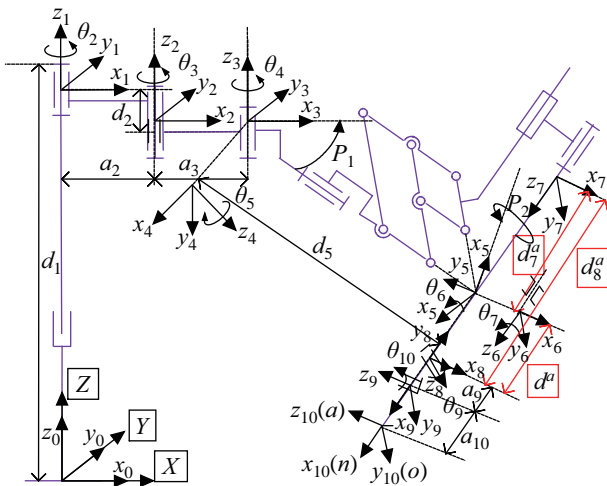


图 7 基于相邻关节轴建立顺序换位法的微创外科手术机器人器械臂运动学坐标系

Fig.7 The kinematics coordinate systems of the instrument arm of a minimally invasive surgery robot based on the method of exchanging the establishing order of adjacent joint axes

表 4 微创外科手术机器人器械臂运动学部分参数

Tab.4 Some kinematics parameters of the instrument arm of a minimally invasive surgery robot

关节 i	a_i /mm	α_i /rad	d_i /mm	θ_i /rad
6^a	0	$\pi/2$	0	$\theta_6(-\pi/2 - p_2)$
7^a	0	0	$d_7^a(-40)$	$\theta_7(0)$
8^a	0	$-\pi/2$	$d_8^a(80)$	0

由表 4 和表 3 中的参数可知第 7 关节轴和第 8 关节轴建立顺序发生变化时, $d_8 + d_7 = d = d^a = d_8^a + d_7^a = 40$ (d 和 d^a 分别如图 6、图 7 所示) 且 $d = d^a$, 满足条件②. 此时, 未换位前按照表 3 中参数和式 (1)、(7) 求得 5T_8 :

$${}^5T_8 = {}^5T_6 \cdot {}^6T_7 \cdot {}^7T_8 \quad (11)$$

换位后按照表 4 中参数和式 (1)、(8) 求得 ${}^5T_8^a$:

$${}^5T_8^a = {}^5T_6^a \cdot {}^6T_7^a \cdot {}^7T_8^a \quad (12)$$

可以发现 ${}^5T_8 = {}^5T_8^a$.

所以, 可以应用相邻关节轴建立顺序换位法来求解此类机器人的解析解.

4.2 器械臂运动学建模

按换位后的顺序逐个建立各个关节轴坐标系, 如图 7 所示, 按式 (1) 求得工具坐标系相对于基座坐标系的旋转变换矩阵:

$${}^0T_n = {}^0T_{10} = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdots {}^9T_{10} \quad (13)$$

其中 ${}^{i-1}T_i$ ($1 \leq i \leq 10$) 中第 6 ~ 8 关节的参数如表 4 所示, 其余关节参数如表 3 所示.

在求解器械臂的逆运动学时应以第 5 主动关节坐标系 $x_4y_4z_4$ 为基系求解, 从第 5 个主动关节坐标系 $x_4y_4z_4$ 到基座坐标系 XYZ 的齐次变换矩阵 0T_4 为常量矩阵, 可由下式求出:

$${}^0T_4 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \quad (14)$$

为求出持镜臂末端位置矢量相对于第 5 主动关节坐标系 $x_4y_4z_4$ 的逆解, 令第 5 主动关节相对于工具坐标系的变换矩阵为 fT_e (常量矩阵):

$${}^fT_e = \begin{bmatrix} {}^f_e n_x & {}^f_e o_x & {}^f_e a_x & {}^f_e p_x \\ {}^f_e n_y & {}^f_e o_y & {}^f_e a_y & {}^f_e p_y \\ {}^f_e n_z & {}^f_e o_z & {}^f_e a_z & {}^f_e p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 fT_e 可由式 (15) 求得:

$${}^fT_e = {}^0T_4^{-1} \cdot {}^0T_n \quad (15)$$

联立式 (13) ~ (15) 可求得 fT_e :

$${}^fT_e = {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \cdot {}^6T_7 \cdot {}^7T_8 \cdot {}^8T_9 \cdot {}^9T_{10} \quad (16)$$

为求 θ_{10} 、 θ_9 、 d_8 , 对式 (16) 左右两侧求逆再乘以 ${}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \cdot {}^6T_7$ 则

$$({}^fT_e)^{-1} \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \cdot {}^6T_7 = ({}^9T_{10})^{-1} \cdot ({}^8T_9)^{-1} \cdot ({}^7T_8)^{-1} \quad (17)$$

设 $({}^fT_e)^{-1} = {}^gT_e = \begin{bmatrix} {}^g_e n_x & {}^g_e o_x & {}^g_e a_x & {}^g_e p_x \\ {}^g_e n_y & {}^g_e o_y & {}^g_e a_y & {}^g_e p_y \\ {}^g_e n_z & {}^g_e o_z & {}^g_e a_z & {}^g_e p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 可求得式

(17) 的左、右两端矩阵第 4 列构成的方程组, 如式 (18) 所示:

$$\begin{cases} {}^g_e p_x + {}^g_e a_x \cdot d_5 = -a_{10} - \cos \theta_{10} \cdot (a_9 + d_8 \cdot \cos \theta_9) \\ {}^g_e p_y + {}^g_e a_y \cdot d_5 = \sin \theta_{10} \cdot (a_9 + d_8 \cdot \cos \theta_9) \\ {}^g_e p_z + {}^g_e a_z \cdot d_5 = -d_8 \cdot \sin \theta_9 \end{cases} \quad (18)$$

根据器械臂主动关节的运动量范围, 求得 d_8 、 θ_9 、 θ_{10} :

$$\begin{cases} d_8 \in [50, 150] \text{ mm} \\ \theta_9 \in [-\pi/2, \pi/2] \text{ rad} \\ \theta_{10} \in [-4\pi/9, 4\pi/9] \text{ rad} \end{cases} \quad (19)$$

$$\theta_{10} = \arctan [-({}^g_e p_y + {}^g_e a_y \cdot d_5) / ({}^g_e p_x + {}^g_e a_x \cdot d_5 + a_{10})] \quad (20)$$

当 $\theta_{10} \neq 0$ 时:

$$\theta_9 = \arctan\left[\frac{(-\frac{g}{e}p_z + \frac{g}{e}a_z \cdot d_5)}{(\frac{g}{e}p_y + \frac{g}{e}a_y \cdot d_5 / \sin \theta_{10} - a_9)}\right] \quad (21)$$

当 $\theta_{10} = 0$ 时:

$$\theta_9 = \arctan\left[\frac{(\frac{g}{e}p_z + \frac{g}{e}a_z \cdot d_5)}{(\frac{g}{e}p_x + \frac{g}{e}a_x \cdot d_5 + a_{10} + a_9)}\right] \quad (22)$$

$$d_8 = [-(\frac{g}{e}p_x + \frac{g}{e}a_x \cdot d_5 + a_{10}) / \cos \theta_{10} - a_9] / \cos \theta_9 \quad (23)$$

为求 θ_7 、 θ_6 、 θ_5 ，将式 (16) 依次右乘 $({}^9T_{10})^{-1}$ 、 $({}^8T_9)^{-1}$ 、 $({}^7T_8)^{-1}$ ，变换为式 (24):

$${}^f_c T \cdot ({}^9T_{10})^{-1} \cdot ({}^8T_9)^{-1} \cdot ({}^7T_8)^{-1} = {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \cdot {}^6T_7 \quad (24)$$

因为式 (24) 左端矩阵均已知，故设此式左端为常值矩阵:

$${}^q_k T = \begin{bmatrix} {}^q_k n_x & {}^q_k o_x & {}^q_k a_x & {}^q_k p_x \\ {}^q_k n_y & {}^q_k o_y & {}^q_k a_y & {}^q_k p_y \\ {}^q_k n_z & {}^q_k o_z & {}^q_k a_z & {}^q_k p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

可求得式 (25) 的左右两端矩阵元素所构成的方程组:

$$\begin{cases} {}^q_k a_x = -\cos(\theta_6 - p_2) \cdot \sin \theta_5 \\ {}^q_k a_y = \cos(\theta_6 - p_2) \cdot \cos \theta_5 \\ {}^q_k a_z = \sin(\theta_6 - p_2) \\ {}^q_k o_z = -\cos(\theta_6 - p_2) \cdot \sin \theta_7 \\ {}^q_k n_z = \cos(\theta_6 - p_2) \cdot \cos \theta_7 \end{cases} \quad (26)$$

器械臂的主动关节的运动范围如式 (27) 所示，据此可求出 θ_7 、 θ_6 、 θ_5 相对于自身基座坐标系的唯一逆解，如式 (28) 所示:

$$\begin{cases} \theta_5 \in [-\pi/3, \pi/3] \text{ rad} \\ \theta_6 \in [0, \pi/3] \text{ rad} \\ \theta_7 \in [-\pi, \pi] \text{ rad} \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \theta_5 = \arctan(-\frac{q}{k}a_x / \frac{q}{k}a_y) \\ \theta_6 = p_2 + \arctan(\frac{q}{k}a_z \cdot \cos \theta_5 / \frac{q}{k}a_y) \\ \theta_7 = \arctan 2[-\frac{q}{k}o_z / \cos(\theta_6 - p_2), \frac{q}{k}n_z / \cos(\theta_6 - p_2)] \end{cases} \quad (28)$$

4.3 器械臂运动学仿真

为了验证上述相邻关节轴建立顺序换位法的正确性，使用 Matlab 软件中的 Simulink 模块搭建了器械臂运动学仿真模型，如图 8 所示。正运动学模型采用 simMechanics 来建模，建模顺序按照原始的关节轴顺序建立（第 7 为移动关节，第 8 为旋转关节），其中 4 个被动关节变量分别设为 800 mm、30°、40°、50°，逆运动学模型采用 function 功能来封装采用相邻关节轴建立顺序换位法所求得的结果。其中 4 个被动关节的变量设为同正运动学模型一样的定值，根据 6 个主动关节的运动范围，运动学正解的输入值如图 9 所示，正解模块计算出器械臂的位姿，再输入到逆运动学模块，计算出逆运动学模块的输出值（如图 10 所示），同时计算输出值与输入值误差（如图 11 所示）。

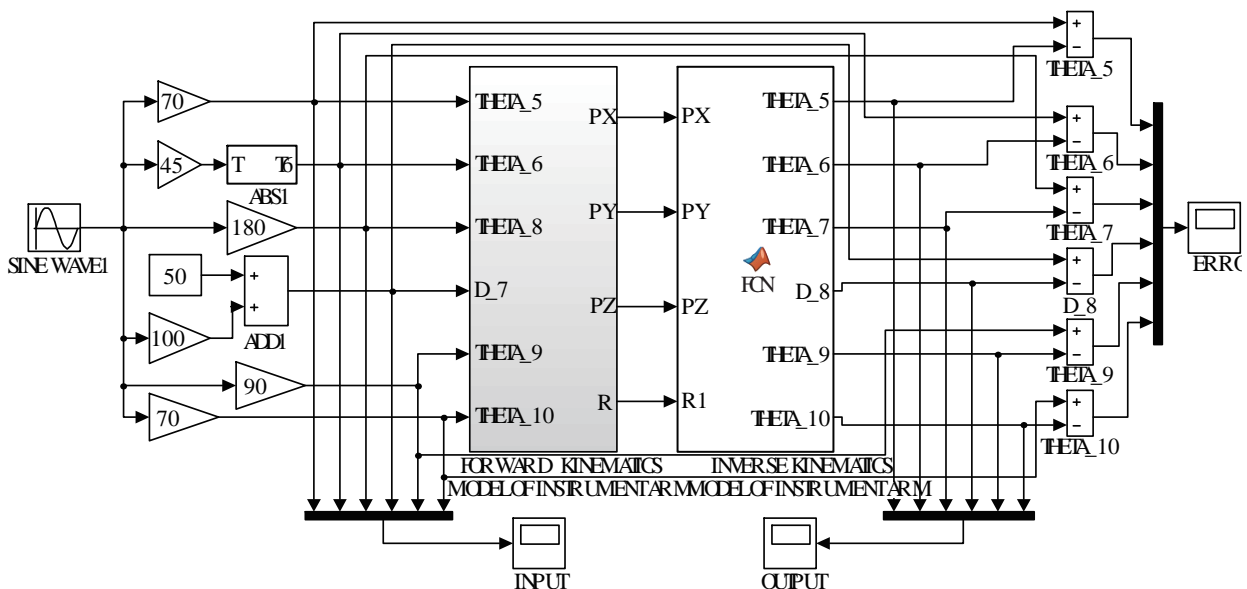


图 8 微创外科手术机器人器械臂运动学仿真模型

Fig.8 The kinematics simulation model of the instrument arm of a minimally invasive surgery robot

对比正运动学模块的输入值和逆运动学模块的输出值可知仿真模型输出值与输入值相等(其中逆运动学模块的第 8 关节和第 7 关节分别与正运动学模块第 7 关节和第 8 关节对应), 从而验证了器械臂逆运动学模型的正确性, 进而说明了相邻关节轴建立顺序换位法的正确性。

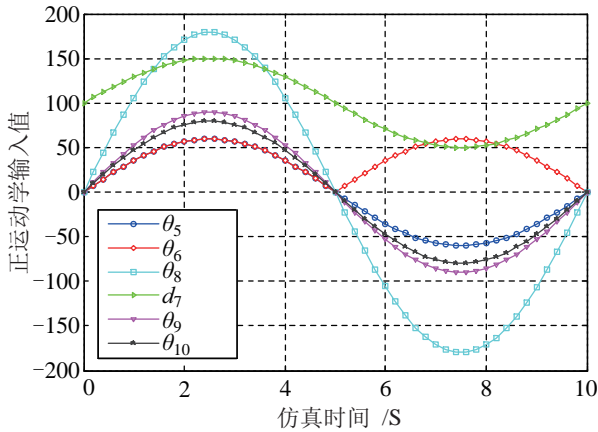


图 9 器械臂正运动学输入值

Fig.9 The input of forward kinematics for the instrument arm

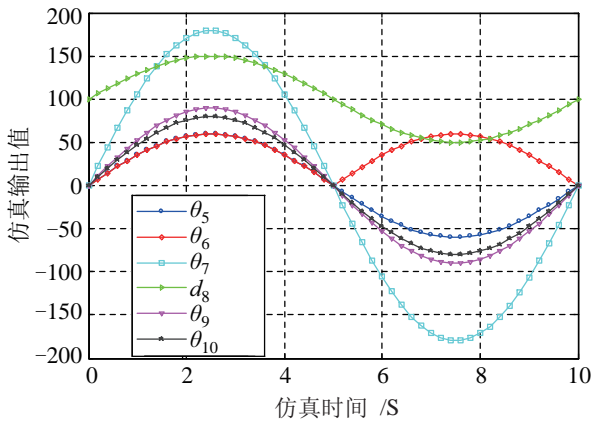


图 10 器械臂逆运动学输出值

Fig.10 The output of inverse kinematics for the instrument arm

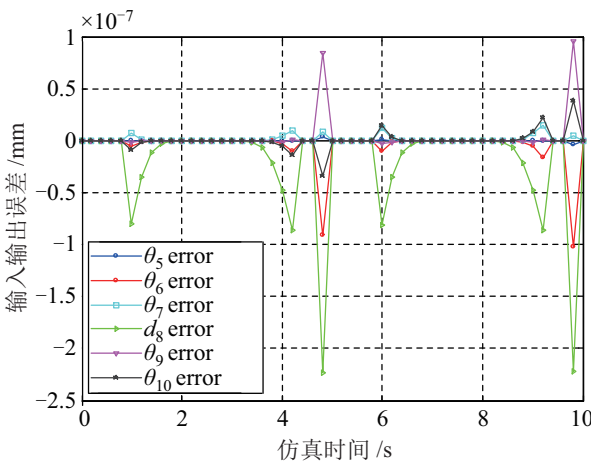


图 11 器械臂逆运动学误差

Fig.11 The inverse kinematics error of the instrument arm

5 结论 (Conclusion)

基于相邻关节轴换位前后正运动学结果不变性提出了一种全新的运动学建模方法——相邻关节轴建立顺序换位法, 解决了一类不满足 Pieper 准则的机器人的解析解求解困难的问题。

给出了满足相邻关节轴建立顺序换位法时运动学参数需满足的条件, 此时对一些不满足 Pieper 准则的机器人可以应用相邻关节轴建立顺序换位法。得到如下结论: 若换位后仍然不满足 Pieper 准则, 对其运动学结果也是没有影响的, 若换位后满足 Pieper 准则, 则可以求得其精确的解析解。

针对一种不满足 Pieper 准则的手术机器人, 求解出其精确的解析解表达式, 通过仿真验证了解析解的正确性。这说明本文的相邻关节轴建立顺序换位法具有一定的理论意义和实际运用价值, 为其他满足该条件的机器人提供了一种快速通用的精确解析求解方法, 丰富了机器人运动学建模和解析求解理论。

参考文献 (References)

- [1] Siciliano B, Khatib O. Springer handbook of robotics[M]. Berlin, Germany: Springer, 2008: 84-85.
- [2] 王树新, 丁杰男, 贲今天, 等. 显微外科手术机器人——“妙手”系统的研究[J]. 机器人, 2006, 28(2): 130-135. Wang S X, Ding J N, Yun J T, et al. A robotic system for microsurgery: The “MicroHand” system[J]. Robot, 2006, 28(2): 130-135.
- [3] 唐奥林. 面向主从式微创外科手术机器人的遥操作运动控制策略研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014. Tang A L. Research on the teleoperation motion control strategy for a master-slave minimally invasive surgical robot[D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2014.
- [4] 马如奇. 微创腹腔镜外科手术机器人执行系统研制及其控制算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013. Ma R Q. Development of the celiac minimally invasive surgery robotic executing system and research on its control algorithm [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013.
- [5] Lee H Y, Liang C G. A new vector theory for the analysis of spatial mechanisms[J]. Mechanisms and Machine Theory, 1988, 23(3): 209-217.
- [6] 刘松国, 朱世强, 王宣银. 基于矩阵分解的一般 6R 机器人实时高精度逆运动学算法[J]. 机械工程学报, 2008, 44(11): 304-309. Liu S G, Zhu S Q, Wang X Y. Real-time and high-accurate inverse kinematics algorithm for general 6R robots based on matrix decomposition[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44 (11): 304-309.
- [7] 吕世增, 张大卫, 刘海年. 基于吴方法的 6R 机器人逆运动学旋量方程求解[J]. 机械工程学报, 2010, 46(17): 35-41. Lü S Z, Zhang D W, Liu H N. Solution of screw equation for inverse kinematics of 6R robot based on Wu’s method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(17): 35-41.

- [8] Goldenberg A A, Benhabib B, Fenton R G. A complete generalized solution to the inverse kinematics of robots[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1985, 1(1): 14-20.
- [9] Angeles J. On the numerical solution of the inverse kinematic problem[J]. International Journal of Robotics Research, 1985, 4(2): 21-37.
- [10] Lenarcic J. An efficient numerical approach for calculating the inverse kinematics for robot manipulators[J]. Robotica, 1985, 3(1): 21-26.
- [11] Hayashibe M, Suzuki N, Hashizume M, et al. Robotic surgery setup simulation with the integration of inverse-kinematics computation and medical imaging[J]. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 2006, 83(1): 63-72.
- [12] Hayashibe M, Suzuki N, Hashizume M, et al. Preoperative planning system for surgical robotics setup with kinematics and haptics[J]. International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery, 2005, 1(2): 76-85.
- [13] 丁杰男, 王树新, 俞今天, 等. 主从式外科手术机器人实时控制算法[J]. 机械工程学报, 2006, 42(12): 163-168.
Wang S X, Ding J N, Yun J T, et al. Realtime control algorithm for teleoperated surgery robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(12): 163-168.
- [14] Karlik B, Aydin S. An improved approach to the solution of inverse kinematics problems for robot manipulators[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2000, 13(2): 159-164.
- [15] Huang W X, Tan S L, Li X H. Inverse kinematics of compliant manipulator based on the immune genetic algorithm [C]//International Conference on Natural Computation. Piscataway, USA: IEEE, 2008: 390-394.
- [16] 杭鲁滨, 王彦, 杨廷力. 基于 Groebner 基法的一般串联 6R 机器人机构逆运动学分析[J]. 上海交通大学学报, 2004, 38(6): 853-856.
Hang L B, Wang Y, Yang T L. Inverse kinematic analysis of the general 6R serial robot mechanism based on Groebner basis[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2004, 38(6): 853-856.

作者简介:

于凌涛 (1977-), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 腹腔手术机器人, 并联机器人.

王文杰 (1988-), 男, 博士生. 研究领域: 腹腔手术机器人, 并联机器人.