

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2016.0513

一种面向交互应用的串联弹性驱动器有限时间输出反馈控制方法

王萌^{1,2}, 孙雷^{1,2}, 尹伟^{1,2}, 董帅^{1,2}, 刘景泰^{1,2}

(1. 南开大学机器人与信息自动化研究所, 天津 300350; 2. 天津市智能机器人技术重点实验室, 天津 300350)

摘要: 串联弹性驱动器 (SEA) 被广泛地应用于机器人与环境、机器人与人的交互场景中, 针对这种交互应用, 本文提出了一种新型的有限时间输出反馈控制策略 (FTOFC), 保证 SEA 的输出力矩在交互过程中能够快速达到期望值/轨迹. 具体而言, 首先对 SEA 的动力学模型进行了分析和变换; 其次, 基于有限时间控制理论, 设计了有限时间扩张状态观测器和 2 阶滑模控制器, 将两者结合实现了一种有限时间输出反馈控制策略, 并对闭环系统的稳定性及信号有界性进行了严格的理论分析. 相比于已有方法, 本文方法有以下 3 个方面的优势: 1) 本文的控制方法适用于非线性 SEA, 更具有通用性; 2) 本文方法基于有限时间控制理论, 具有更优的暂态响应性能; 3) 本文控制方法充分考虑了交互过程中负载端动力学可能会发生剧烈变化的情况, 更适用于交互应用. 为了验证以上 3 点, 在自主搭建的单关节 SEA 交互机器人平台上进行了实验验证并与传统的级联 PID 方法进行了对比, 结果表明本文设计的控制器能取得更好的控制效果, 并且对外界干扰具有很强的鲁棒性.

关键词: 串联弹性驱动器; 力矩控制; 人-机交互

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2016)-05-0513-09

A Finite Time Output Feedback Control Approach for Interaction-oriented Series Elastic Actuators

WANG Meng^{1,2}, SUN Lei^{1,2}, YIN Wei^{1,2}, DONG Shuai^{1,2}, LIU Jingtai^{1,2}

(1. Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300350, China;

2. Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Tianjin 300350, China)

Abstract: Series elastic actuators (SEAs) are widely used as mechanical drives in robots that intelligently interact with environments and humans. Specific to these applications, a novel finite time output feedback controller (FTOFC) is presented to generate the desired torque. In particular, the generic dynamics of SEA systems is described and some analysis and transformation operations are performed. Then based on the recently developed finite-time control technique, a finite time observer and a continuous second order sliding-mode control scheme are introduced to synthesize the control law, on the basis of which some theoretical analysis is implemented to show the stability and boundedness of the closed-loop signals. Compared with existing methods, the contribution of the paper is three-fold: 1) the controller is suitable for nonlinear SEAs, which implies it is more generic; 2) the finite-time convergence property is guaranteed to have a better transient performance; 3) the controller works well even in the presence of unknown payload parameters and external disturbances. To demonstrate these merits, some experiments are carried out on the self-built single-joint SEA robot. The experimental results show that the designed controller achieves better performance than the traditional cascade-PID controller, in terms of robustness against system uncertainties.

Keywords: series elastic actuator; torque control; human-robot interaction

1 引言 (Introduction)

随着机器人技术的发展, 机器人越来越多地需要与环境和人发生物理接触. 在交互过程中完成不同的作业任务已成为机器人技术的一个重要发展方向. 传统的机器人为了保证高速和高精度的性能,

往往采用刚性驱动器, 一旦出现操作失误, 将对环境中的对象和人本身的安全造成威胁. 采用串联弹性驱动器 (SEA) 替代传统的驱动器可以有效地解决上述问题, 提高机器人的柔顺性和安全交互能力. SEA 是一种将弹性组件串联于电机和负载之间的柔性驱动器, 由于弹性组件的引入, 机器人的输

出呈现被动柔性, 可以实现对外力的缓冲, 进而确保机器人能够与环境和人完成友好、安全的物理接触. 另外, 弹性组件可以用来测量作用在关节上的力矩, 进而实现力矩闭环, 确保关节力矩的精确输出. 基于以上优点, 串联弹性驱动器被广泛地当作理想力源应用于机器人交互系统中^[1-5].

针对 SEA 的力/力矩控制问题, 国内外相关研究机构已经开展了很多研究工作. 首先, Pratt 等人在提出 SEA 概念的同时给出了一种前馈补偿与 PID 反馈相结合的控制策略^[6]. 随后, Pratt 等人又提出了级联 PID 控制方法^[7], 其中力矩控制环和位置控制环分别作为控制外环和控制内环; Wyeth^[8-9]对级联 PID 控制策略作了一定的改进, 用电动机速度环代替了电机位置环作为控制内环, 并进行了相关的理论分析和实验验证; Vallery^[10]等人结合无源控制理论对级联 PID 控制的参数选取作了进一步研究; Tagliamonte^[11]等人结合阻抗控制理论对级联 PID 控制策略进行了进一步的扩展; 由于结构简单, 便于应用, 级联 PID 控制方法目前被广泛应用于 SEA 的力/力矩控制中^[12-14]. 为了提升系统的鲁棒性, Kong^[15-16]等人提出了基于线性扰动观测器 (linear disturbance observer, LDOB) 的控制方法; Yoo^[17]等人提出了基于内部补偿器 (robust internal-loop compensator, RIC) 的控制方法, 其原理类似于 LDOB; 除此之外, 一系列先进控制策略, 如自适应控制^[18-19]、滑模控制^[20]、 H_2 最优控制^[21]、神经网络^[22]等, 也都被应用于 SEA 的控制问题上并取得了不错的效果.

然而, 包括上述列举的文献在内, 已有的绝大多数 SEA 力/力矩控制方法都是针对线性 SEA 模型的, 即 SEA 弹性组件被视为线性弹簧, SEA 的输出力矩与电机和负载端的相对转角呈线性关系. 为了追求更高的能量密度和更好的仿生特性, SEA 的机械结构越来越复杂, 导致非线性 SEA 的出现 (力/力矩输出与电机和负载的相对转角呈现非线性关系, 在一些文献中, 这类驱动器也被称作变刚度驱动器/变阻抗驱动器, VSA/VIA)^[23-25]. 显然, 非线性 SEA 的力/力矩控制问题更有难度, 目前该方面的研究还相对较少. 文 [26-27] 应用级联 PID 控制方法来控制非线性 SEA, 对于复杂模型来说, PID 控制是一种简单有效的控制方法, 但该方法在理论上难以作进一步的分析; 文 [28-29] 提出了一种模型线性化的方法, 将描述 SEA 力矩输出特性的非线性函数进行局部线性化, 之后利用线性系统理论分别设计 LDOB 和控制器使系统稳定, 相应

的, 该控制方法最大的不足在于只能确保系统在局部稳定; 文 [30-31] 分别针对投掷和敲击任务, 提出了基于最优控制理论的控制方法, 但是该类方法在分析过程中假定负载端的动力学模型已知, 无法应对在交互应用中负载端动力学模型剧烈变化的情况; 文 [32-33] 提出了一种基于延时估计的控制方法, 但该类方法只能保证控制误差全局最终一致有界 (GUUB); 在我们之前的研究中^[34], 提出过一种基于非线性扰动观测器 (NDOB) 的滑模控制方法, 但该方法对 SEA 动力学建模中可能存在的内外扰动缺乏分析. 另外值得一提的是, 除级联 PID 控制方法外, 上述其余控制方法均假设位置和速度信号可直接测得; 而在实际系统中, 受重量和成本的限制, 往往不安装测速传感器, 速度信号需要通过数值微分运算来得到, 这样的信号往往掺杂较大的测量噪声, 容易引起系统颤振.

考虑到上述问题, 本文提出了一种面向交互应用的串联弹性驱动器有限时间输出反馈控制方法 (FTOFC). 具体而言, 首先通过对 SEA 动力学模型的分析 and 变换, 对 SEA 力矩控制问题进行了详尽的描述; 在此基础上, 设计了有限时间扩张状态观测器和 2 阶滑模控制器, 实现了 SEA 的有限时间输出反馈控制. 本文通过李亚普诺夫方法对控制器的稳定性及闭环系统中信号的有界性进行了严格的数学分析. 最后, 利用自主搭建的 SEA 实验平台进行了实验验证, 并与传统的级联 PID 控制方法进行了对比. 结果表明, 本文设计的控制器能够取得更好的控制效果, 并且能够更好地应对交互过程中负载端动力学模型发生剧烈变化的情形 (碰撞等), 具有更强的鲁棒性.

2 问题描述 (Problem statement)

本文研究的对象是如图 1 所示的旋转型非线性 SEA. 该 SEA 主要由伺服电机 (配有谐波减速器) 和弹性组件两部分组成, 弹性组件的机械结构参考了文 [23] 的设计, 弹性来源于 3 个模具压簧, 当电机与负载发生相对转动时, 滚轮会沿圆弧轨道运动, 进而压缩 3 个压簧, 压簧压缩产生的力会传递至负载端, 产生输出力矩, 根据图 1, 该 SEA 系统的力矩输出和电机与负载间的相对转角关系如下:

$$\sin \theta = \frac{c\varphi}{R-r} \quad (1)$$

$$\Delta y = (R-r)(1 - \cos \theta) \quad (2)$$

$$F = 3k_s \Delta y \quad (3)$$

$$\tau_{SEA} = 3k_s c (R-r) (\tan \theta - \sin \theta) \quad (4)$$

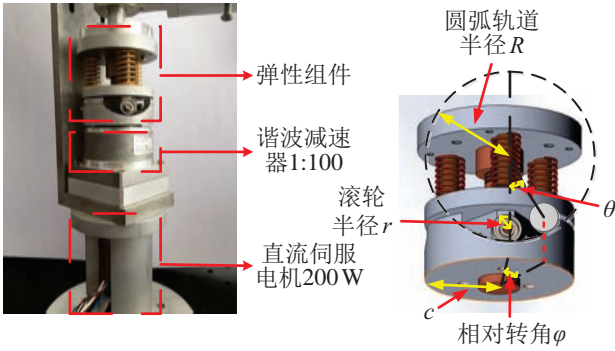


图 1 非线性 SEA

Fig.1 The nonlinear SEA

表 1 SEA 机械模型参数

Tab.1 The model parameters of the SEA

机械参数	值
K_s	13600 N/m
c	0.018 m
R	0.020 m
r	0.005 m

式 (1) ~ (4) 中, φ 为电机和负载的相对转角, θ 表示滚轮在圆弧轨道转过的角度, R, r 分别表示圆弧轨道和滚轮的半径, Δy 表示压簧的压缩量, F 表示 3 个压簧产生的合力, τ_{SEA} 为 SEA 的输出力矩. 该 SEA 的相关机械参数如表 1 所示. SEA 的模型参数辨识方法参见文 [35], 其模型验证结果如图 2 所示, 通过该实验结果可以看出, 虽然摩擦、传感器延时等因素导致了一定的迟滞现象, 但理论值与实际测量值的偏差在 $\pm 0.3 \text{ N}\cdot\text{m}$ 之内, 说明了式 (1) ~ (4) 的有效性. 同时通过模型验证, 可以得到 SEA 的一个重要性质, 将其归纳如下:

性质 1: SEA 的输出力矩 τ_{SEA} 与电机和负载端的相对转角 φ 间呈连续的一一映射关系, 即 $\tau_{SEA} = f(\varphi)$, $f(\varphi)$ 为关于 φ 的连续可逆函数, 且 $f(\varphi) \in C^2$.

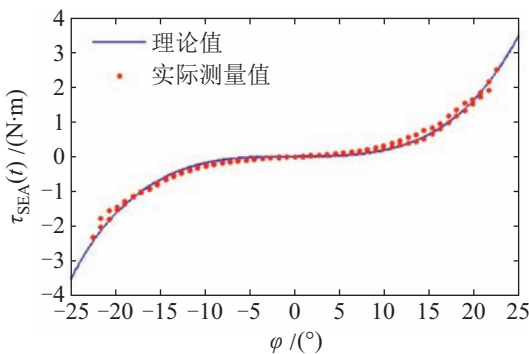


图 2 非线性 SEA 模型验证

Fig.2 Verification of the nonlinear SEA model

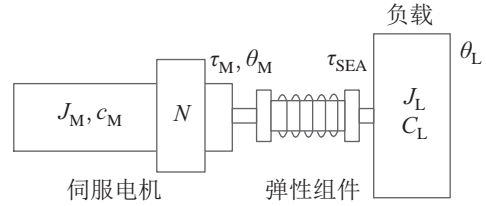


图 3 单关节 SEA 机器人系统示意图

Fig.3 Schematic of the single-joint SEA robot system

单关节 SEA 机器人系统的示意图如图 3 所示, 其动力学方程可描述如下:

$$\begin{cases} \tau_M = J_M \ddot{\theta}_M + c_M \dot{\theta}_M + \tau_{SEA} + d_M \\ \tau_{SEA} = f(\varphi) = J_L(\theta_L) \ddot{\theta}_L + C_L(\dot{\theta}_L, \theta_L) + d_L \\ \varphi = \theta_M - \theta_L \end{cases} \quad (5)$$

式 (5) 中, J_M, c_M 分别代表电机 (含减速器的整体) 的转动惯量和阻尼系数; $\theta_M(t)$ 代表电机端的转动角度; $J_L(\theta_L)$ 代表负载的惯量, $C_L(\dot{\theta}_L, \theta_L)$ 包含负载端科氏力、重力等因素; $\theta_L(t)$ 代表负载端的转动角度; $\tau_M(t)$ 为电机的驱动力矩; $\tau_{SEA}(t)$ 代表 SEA 的输出力矩; $d_M(t), d_L(t)$ 分别代表系统电机端和负载端的扰动项, 包括模型误差、外界扰动等因素.

结合性质 1, SEA 的力矩控制问题可以转化为电机端和输出端的相对位置控制问题, 即控制 SEA 电机端与负载端的相对角度等价于控制 SEA 的力矩输出, 其数学表示如下:

$$\varphi(t) \rightarrow \varphi_d(t) \Rightarrow \tau_{SEA}(t) \rightarrow \tau_{SEA,d}(t) \quad (6)$$

式 (6) 中, $\tau_{SEA,d}(t)$ 表示 SEA 的期望输出力矩, $\varphi_d(t)$ 表示电机端和负载端的期望相对角度, $\tau_{SEA,d}(t)$ 和 $\varphi_d(t)$ 可以通过映射关系 $f(\varphi)$ 相互转化, 即 $\tau_{SEA,d} = f(\varphi_d)$, $\varphi_d = f^{-1}(\tau_{SEA,d})$. 考虑到驱动器的物理约束及跟踪力矩轨迹的平滑性, 期望力矩 $\tau_{SEA,d}(t)$ ($\varphi_d(t)$) 应该足够平滑: $\tau_{SEA,d}(t)$ ($\varphi_d(t)$)、 $\dot{\tau}_{SEA,d}(t)$ ($\dot{\varphi}_d(t)$) 和 $\ddot{\tau}_{SEA,d}(t)$ ($\ddot{\varphi}_d(t)$) 均有界.

由于在机器人与环境/人的交互过程中, 负载端的动力学模型往往完全未知且会发生剧烈的变化^[1-5], 为了使控制器能够很好地处理这种情形, 对 SEA 的动力学方程作如下整理, 定义状态变量 $x_1(t) = \varphi(t)$, $x_2(t) = \dot{\varphi}(t)$, 则可得:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = J_M^{-1}(\tau_M - f(x_1)) + d(t) \end{cases} \quad (7)$$

其中 $d(t) = -\ddot{\theta}_L - J_M^{-1}(c_M \dot{\theta}_L + d_M + c_M x_2)$, 视为系统的集总扰动项. 至此, 可以将 SEA 的控制问题描述如下: 在实变扰动 $d(t)$ 的干扰下, 设计控制律

$\tau_M(t)$ 使得状态变量 $x_1(t)$ 收敛至 $x_{1,d}(t)$. 为了后续的控制分析, 考虑到实际情况和物理约束, 在缺乏先验知识的前提下, 对 $d(t)$ 做出以下假设:

假设 1: 扰动 $|d(t)|$ 可微, 即扰动变化率 $|\dot{d}(t)|$ 有界, $|\dot{d}(t)| \leq \bar{h}$, 其中 \bar{h} 为大于 0 的实常数^[36].

3 控制器设计与分析 (Controller design and analysis)

本节将进行 SEA 的力矩控制器设计, 主要包括有限时间扩张观测器和 2 阶滑模控制器的设计. 区别于传统的控制器分析方法, 本文将从有限时间收敛的角度对观测器和控制器的收敛性进行分析, 即借助有限时间控制理论寻找收敛时间点 T 来证明被控系统的控制输出将在有限时间内收敛.

3.1 观测器设计

首先通过反馈线性化, 引入辅助输入变量 $u(t) = J_M^{-1}(\tau_M(t) - f(x_1))$, 将动力学方程 (7) 整理如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u + d \\ y = x_1 \end{cases} \quad (8)$$

根据上式, 定义变量 $x_3(t) = d(t)$, 可得如下扩张系统:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 u + \mathbf{B}_2 h \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_1 \mathbf{x} \\ \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, $h(t)$ 为扰动变化率. 根据式 (9), 构造扩张状态观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_1 u + \mathbf{B}_2 u_o \\ \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_k \mathbf{z} + \mathbf{B}_k \mathbf{C}_1 (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) \\ \mathbf{u}_o = \mathbf{C}_k \mathbf{z} \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}(t) = [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \hat{x}_3]^T$ 为对系统状态 $\mathbf{x}(t)$ 的在线估计, $\mathbf{z}(t)$ 为辅助变量, $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k, \mathbf{C}_k$ 为观测器参数矩阵, 满足关系 $\mathbf{A}_k = \mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k - \mathbf{B}_k \mathbf{C}_1$, 具体形式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &= \begin{bmatrix} -3\gamma & 1 & 0 \\ -3\gamma^2 & 0 & 1 \\ -2\gamma^3 & -3\gamma^2 & -3\gamma \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} 3\gamma \\ 3\gamma^2 \\ \gamma^3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_k &= -[\gamma^3 \ 3\gamma^2 \ 3\gamma] \end{aligned} \quad (11)$$

其中实数 $\gamma > 1$ 为观测器参数[†]. 在给出观测器的收敛性分析前, 首先给出所需的引理.

引理 1^[36] n 阶线性系统 $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{J}\mathbf{x}(t)$, 系统矩阵 $\mathbf{J} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为具有 n 个重特征值 $\lambda \in \mathbf{R}$ 的约当阵. 设 $V(t) = \|\mathbf{x}(t)\|_2^2$, 则 $\dot{V}(t) \leq 2(1 + \lambda)V(t)$. 其中, $\|\cdot\|_2$ 代表向量的 2 范数.

定理 1 本文所提出的扩张观测器 (10), 可以跟踪 SEA 扩张系统 (9) 的状态变量 $\mathbf{x}(t)$, 且观测误差 $\mathbf{e}_o(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ 能够在有限时间内收敛. 即:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists T_o > 0, t > T_o, \|\mathbf{e}_o(t)\|_2 \leq \varepsilon \quad (12)$$

证明: 将式 (10) 整理如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_1 u + \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_k \mathbf{z} + \mathbf{B}_k \mathbf{C}_1 (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) \end{cases} \quad (13)$$

通过计算可知观测器参数矩阵 $\mathbf{B}_k, \mathbf{C}_k$ 满足以下条件:

$$\begin{aligned} \lambda_i(\mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k) &= -\gamma, \quad i = 1, 2, 3 \\ \lambda_i(\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_k \mathbf{C}_1) &= -\gamma, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\lambda_i(\cdot)$ 表示矩阵的第 i 个特征值. 根据观测误差向量 $\mathbf{e}_o(t) = [e_1(t) \ e_2(t) \ e_3(t)]^T = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ 定义辅助向量 $\mathbf{X}(t) = [\mathbf{e}_o(t) \ \mathbf{z}(t)]$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}_x \mathbf{X} + \mathbf{B}_x h \\ \mathbf{A}_x &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k \\ \mathbf{B}_k \mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_x = \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

对 \mathbf{A}_x 进行相似变换可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_x &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k \\ \mathbf{B}_k \mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k - \mathbf{B}_k \mathbf{C}_1 \end{bmatrix} \sim \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k & \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k \\ 0 & \mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_k \mathbf{C}_1 \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}_x \end{aligned} \quad (16)$$

结合式 (14), 根据相似矩阵和分块矩阵的性质可知 $\lambda_i(\mathbf{A}_x) = -\gamma, \quad i = 1, 2, \dots, 6$, 则通过线性变换

[†] 理论上, 观测器参数 γ 可以选择实部大于 1 的复数, 但考虑到如果观测器矩阵存在复数, 将增加实际系统实现的复杂性, 文中限定观测器参数 γ 为实数.

$\mathbf{X}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{Y}(t)$, 可将闭环系统 (15) 变换为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Y}} &= \mathbf{J}\mathbf{Y} + \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x h \\ \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} -\gamma & 1 & \cdots & \mathbf{0} \\ & -\gamma & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ \mathbf{0} & & & -\gamma \end{bmatrix}_{6 \times 6} \end{aligned} \quad (17)$$

取李亚普诺夫函数 $V(t) = \|\mathbf{Y}(t)\|_2^2$, 对其求导有:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\mathbf{Y}}^T \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \dot{\mathbf{Y}} \\ &= 2[\mathbf{Y}^T \mathbf{J}\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x h] \\ &\leq 2\mathbf{Y}^T \mathbf{J}\mathbf{Y} + 2\|\mathbf{Y}\|_2 \|\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x\|_2 |h| \end{aligned} \quad (18)$$

对不等式右边第 1 项应用引理 1 可得:

$$2\mathbf{Y}^T \mathbf{J}\mathbf{Y} \leq 2(1-\gamma)\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} \quad (19)$$

将上式代入式 (18) 便可得:

$$\dot{V} \leq 2(1-\gamma)V + 2\|\mathbf{Y}\|_2 \|\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x\|_2 |h| \quad (20)$$

取 $v(t) = \sqrt{V(t)} = \|\mathbf{Y}(t)\|_2$, 可得:

$$\dot{v} \leq (1-\gamma)v + \|\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x\|_2 \bar{h} \quad (21)$$

将上式两端积分有:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Y}(t)\|_2 &\leq -\frac{\bar{h}}{1-\gamma} \|\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x\|_2 + (\|\mathbf{Y}(0)\|_2 + \\ &\frac{\bar{h}}{1-\gamma} \|\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x\|_2) e^{(1-\gamma)t} \end{aligned} \quad (22)$$

根据向量范数和矩阵范数的相容性, 结合式 (22) 可得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\|\mathbf{Q}\|_2} \|\mathbf{X}(t)\|_2 &\leq \|\mathbf{Y}(t)\|_2 \leq -\frac{\bar{h}}{1-\gamma} \|\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x\|_2 + \\ &(\|\mathbf{Y}(0)\|_2 + \frac{\bar{h}}{1-\gamma} \|\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x\|_2) e^{(1-\gamma)t} \end{aligned} \quad (23)$$

最终可整理得:

$$\|\mathbf{X}(t)\|_2 \leq -\frac{k(\gamma)\bar{h}}{1-\gamma} + (\kappa_2(\mathbf{Q})\|\mathbf{X}(0)\|_2 + \frac{k(\gamma)\bar{h}}{1-\gamma}) e^{(1-\gamma)t} \quad (24)$$

其中 $\mathbf{X}(0)$ 为系统初始时刻的状态, $k(\gamma) = \|\mathbf{Q}\|_2 \cdot \|\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}_x\|_2$, $\kappa_2(\mathbf{Q}) = \|\mathbf{Q}\|_2 \cdot \|\mathbf{Q}^{-1}\|_2$. 当取 $\gamma > 1$ 时, 注意到 $\|\mathbf{e}_o(t)\|_2 \leq \|\mathbf{X}(t)\|_2$, 结合式 (24) 可得如下结论:

在 $t \rightarrow +\infty$ 时, 式 (24) 右端第 2 项将以 $e^{(1-\gamma)t}$ 的速度趋于 0, 则有当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $\|\mathbf{e}_o(t)\|_2 \leq \|\mathbf{X}(t)\|_2$

$\leq -k(\gamma)\bar{h}/(1-\gamma)$. 因此, $\|\mathbf{e}_o(t)\|_2$ 能以不低于 $e^{(1-\gamma)t}$ 的速度收敛至区间 $[0, -k(\gamma)\bar{h}/(1-\gamma)]$ 内, 即:

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon > 0, \exists T_0 &\geq \ln \frac{(1-\gamma)\varepsilon + k(\gamma)\bar{h}}{(1-\gamma)\kappa_2(\mathbf{Q})\|\mathbf{X}(0)\|_2 + k(\gamma)\bar{h}} \\ t > T_0, \|\mathbf{e}_o(t)\|_2 &\leq \varepsilon \end{aligned} \quad (25)$$

证毕.

3.2 控制器设计

首先定义输出误差 $y_e(t) = x_{1,d}(t) - x_1(t)$ 和辅助变量 $\tilde{x}_2(t) = \dot{x}_{1,d}(t) - \dot{x}_2(t)$, 结合式 (9)、(10) 得到如下系统误差方程:

$$\begin{cases} \dot{y}_e = \tilde{x}_2 + e_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = -u - \hat{x}_3 + \ddot{x}_{1,d} \\ \dot{\hat{x}}_3 = \mathbf{C}_k \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_k \mathbf{z} + \mathbf{B}_k e_1 \end{cases} \quad (26)$$

设计系统滑模面 $s = \tilde{x}_2 + \lambda y_e$, 其中 $\lambda > 1$ 为正实数. 结合滑模面设计输入 $u(t)$ 如下:

$$\begin{aligned} u &= -\hat{x}_3 + \ddot{x}_{1,d} + \lambda \tilde{x}_2 + k_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s) + \\ &k_2 \int_0^t \text{sgn}(s) d\tau \end{aligned} \quad (27)$$

其中 k_1, k_2 为两个正实数, 最终形成的控制输入为

$$\begin{aligned} \tau_M &= f(x_1) + J_M(-\hat{x}_3 + \ddot{x}_{1,d} + \lambda \tilde{x}_2 + \\ &k_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s) + k_2 \int_0^t \text{sgn}(s) d\tau) \end{aligned} \quad (28)$$

3.3 收敛性分析

本节将讨论闭环系统的收敛性, 共分为以下 3 步: 1) 系统状态会在有限时间内收敛于滑模面上; 2) 系统状态在有限时间内不会逃逸; 3) 输出误差会在有限时间内收敛, 即 SEA 输出力矩在有限时间内跟踪上期望值/轨迹.

1) 滑模面的收敛性分析

对滑模面 s 求导可得:

$$\dot{s} = -u - \hat{x}_3 + \ddot{x}_{1,d} + \lambda \tilde{x}_2 + \lambda e_2 \quad (29)$$

将式 (27) 代入得到闭环方程:

$$\dot{s} = -k_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s) - k_2 \int_0^t \text{sgn}(s) d\tau + \lambda e_2 \quad (30)$$

根据文 [37] 的结论可知, 随着 e_2 的收敛, 通过调节控制增益 k_1, k_2 , 在本文控制器的作用下, 系统状态会在有限时间 $t \geq T_s = 2V_{T_s}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{\zeta}(0))/\chi(\mathbf{P})$ 时收敛至滑模面 $s = 0$, 其中:

$$V_{T_s} = \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\zeta}, \quad \boldsymbol{\zeta}^T = [|s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s), -k_2 \int_0^t \text{sgn}(s) ds]$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{2k_2+1}{k_1} & -1 \\ -1 & \frac{k_1^2+2k_2+1}{2k_1k_2} \end{bmatrix}$$

$$\chi(\mathbf{P}) = 1/\lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}(\mathbf{P})$$

$\lambda_{\max}(\mathbf{P})$ 为矩阵 \mathbf{P} 的最大特征值.

2) 系统状态有界性分析

选取如下李亚普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y}(t)\|_2^2 + \frac{1}{2} y_e^2 + \frac{1}{2} \tilde{x}_2^2 + \frac{1}{2} s^2 \quad (31)$$

对其求导, 并注意到 $|s|^\alpha < 1 + |s|$, $0 < \alpha < 1$, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} (\mathbf{Y}^T \dot{\mathbf{Y}} + \dot{\mathbf{Y}}^T \mathbf{Y}) + y_e \dot{y}_e + \tilde{x}_2 \dot{\tilde{x}}_2 + s \dot{s} \\ &\leq (1-\gamma) \|\mathbf{Y}\|_2^2 + L_1 + y_e (\tilde{x}_2 + e_2) + \\ &\quad \frac{\tilde{x}_2}{\lambda} (-\tilde{x}_2 - k_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s) - k_2 \int_0^t \text{sgn}(s) d\tau) + \\ &\quad s (-k_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s) - k_2 \int_0^t \text{sgn}(s) d\tau + \lambda e_2) \\ &\leq (1-\gamma) \|\mathbf{Y}\|_2^2 + L_1 + \frac{1}{2} (y_e^2 + \tilde{x}_2^2 + y_e^2 + e_2^2) + \\ &\quad \frac{k_1}{2\lambda} (\tilde{x}_2^2 + 1 + \tilde{x}_2^2 + s^2) + \frac{k_2}{2\lambda} (\tilde{x}_2^2 + t^2) + \\ &\quad \frac{k_2}{2} (s^2 + t^2) + \frac{\lambda}{2} (s^2 + e_2^2) \\ &\leq K_v V + L_v \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} L_1 &= \|\mathbf{Y}\|_2 \|\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{B}_x\|_2 \bar{h} \\ K_v &= \max \left\{ 1-\gamma, 1, \frac{1}{2} + \frac{k_1}{\lambda} + \frac{k_2}{2\lambda}, \frac{\lambda}{2} + \frac{k_1}{2\lambda} + \frac{k_2}{2} \right\} \\ L_v &= L_1 + \left(\frac{k_2}{2} + \frac{k_2}{2\lambda} \right) t^2 + \frac{1+\lambda}{2} e_2^2 \end{aligned}$$

在有限时间内均为有界常数. 因此, 可以得到结论: $V(t), \tilde{x}_2(t), y_e(t), s(t)$ 在有限时间内有界.

3) 误差收敛性分析

根据定理 1, 可知扩张观测器 (10) 能够对系统状态和扰动实现有效观测, 随着观测误差在有限时间内收敛, 系统滑模面的动态方程将变化为

$$s = \lambda y_e + \dot{y}_e - e_2 = 0 \quad (33)$$

根据上式结合定理 1 可得结论:

$$t > T_0, y_e \leq \frac{\varepsilon}{\lambda} + (y_e(0) - \frac{\varepsilon}{\lambda}) e^{-\lambda t} \quad (34)$$

定理 2 本文所提出的控制器 (28) 可以实现 SEA 的力矩跟踪控制, 且输出误差在有限时间内收敛, 即:

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon_y > 0, \exists T \geq T_s + T_0 + \ln \frac{\lambda \varepsilon_y - \varepsilon}{\lambda y_e(0) - \varepsilon} \\ t > T, |y_e| \leq \varepsilon_y \end{aligned} \quad (35)$$

4 实验验证 (Experiment verification)

为了验证本文方法的有效性, 本节将在自主搭建的单关节 SEA 交互机器人平台上进行实验验证.

4.1 实验配置

在给出实验结果之前, 首先简要介绍一下本文的实验平台. 如图 4 所示, 本文的单关节 SEA 机器人由机械主体、实时控制系统以及驱动装置 3 部分组成. 在机械主体与驱动装置部分, 机器人可沿电机旋转轴进行平面旋转运动, 驱动源选用 Maxon 直流伺服电机驱动 (减速比 $N = 1:100$), 伺服电机端配有相对码盘 (4000PPR), 负载端安装有绝对码盘 (4096PPR), 弹性组件串联于电机和负载之间. 实时控制系统部分, 采用运行在 Linux-Xenomai 实时操作环境下的 PC104 作为主控制器, 控制周期设定为 1 ms. 除此之外, 利用 FPGA (现场可编程门阵列) 实现了 CAN、SSI 等总线接口来实现电机端码盘和负载端码盘信号的采集和处理, 并将处理后的信号传送至 PC104, 同时 PC104 将控制量通过 FPGA 下发至驱动器, 控制电机完成相应的指令.

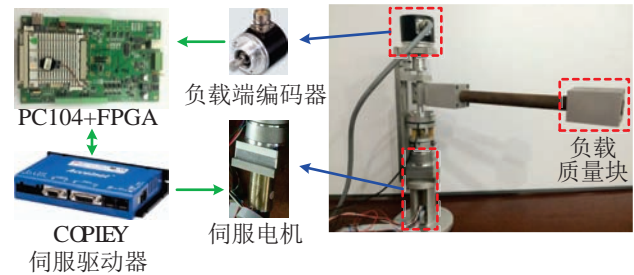


图 4 SEA 实验平台

Fig.4 The SEA experimental bed

4.2 实验验证

为了体现本文控制方法在交互应用中的性能, 在碰撞、释放、人一机交互 3 种常见的交互情境下分别进行了控制实验. 单关节 SEA 机器人固定在操作平台上, 实验中, 利用固定挡板和手持负载运动来实现不同的交互场景. 具体而言, 在第 1 组实验中, 负载端一开始处于自由运动状态, 之后负载与固定挡板发生碰撞, 负载运动被迫停止. 第 2 组实验中, 负载端初始时受固定挡板阻碍, 在其作用下处于静止状态, 之后撤去挡板, 负载进入自由运动状态. 第 3 组实验中, 人手持负载进行运动, 利用 SEA 模拟光滑轴承 (输出力矩为 0), 进行零阻抗控制实验. 为了体现本文方法的优势, 在此与文 [24] 中的级联 PID 控制方法进行比较 (级联 PID 控制方法被广泛用于 SEA 的力矩控制中 [11-13, 24], 在模

型复杂的情况下, PID 是一种简单有效的输出反馈控制策略, 因此在此用作比较). 经过调节, 本文设计的观测器参数为 $\gamma = 20.0$, 控制器相关参数为 $\lambda = 20$, $k_1 = 20$, $k_2 = 80$, 级联 PID 控制器力矩环控制参数为 $k_{op} = 10$, $k_{oi} = 3$, $k_{od} = 0.5$, 速度环控制参数为 $k_{ip} = 3$, $k_{ii} = 1$, $k_{id} = 0$. 在实验结果中, 力矩值是由相对转角 φ 通过式 (1) ~ (4) 计算而得, 力矩误差变量 $e_\tau(t)$ 是通过式 $e_\tau(t) = f(\varphi(t)) - f(\varphi_d(t))$ 计算而得. 接下来, 通过具体的 3 组实验加以说明.

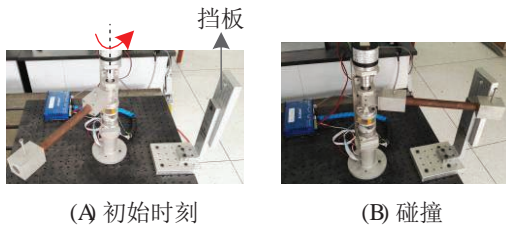


图 5 实验 1 的实验场景
Fig.5 Experimental scene of experiment 1

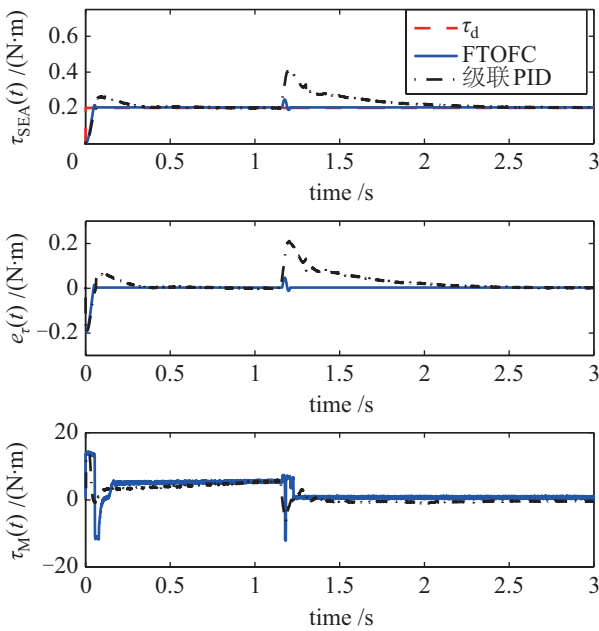


图 6 实验 1 的实验结果
Fig.6 Experimental results of experiment 1

实验 1: 碰撞

实验 1 的实验场景如图 5 所示, 实验结果如图 6 所示. 对实验结果进行分析, 初始阶段, 两种控制方法均能使 SEA 输出力矩达到期望值, 相较于级联 PID 控制方法, 本文控制方法的调节时间和超调量都更小, 表现出了其有限时间收敛的暂态响应优势. 碰撞发生后, 本文控制方法能够使输出力矩更快地恢复到期望值, 而级联 PID 控制方法则需要更长的调整时间, 充分说明了本文方法能够更好地

应对负载端动力学模型在交互作用中发生的剧烈变化, 拥有更强的鲁棒性.

实验 2: 释放

实验 2 的实验场景如图 7 所示, 实验结果如图 8 所示. 初始时刻, 与第 1 组实验结果类似, 本文的控制方法与级联 PID 控制方法都能够使 SEA 的输出力矩收敛至期望值, 本文控制方法的优势体现在暂态性能上. 之后撤去负载端的阻力, 负载进入自由运动状态, 本文方法能够很好地适应负载端的变化, SEA 的输出力矩基本没有受到影响, 而级联 PID 控制器的性能明显下降, SEA 输出力矩需要较长的时间才能恢复到期望值. 本组实验结果进一步体现出本文的控制方法拥有更强的鲁棒性, 更适用于交互式机器人系统.

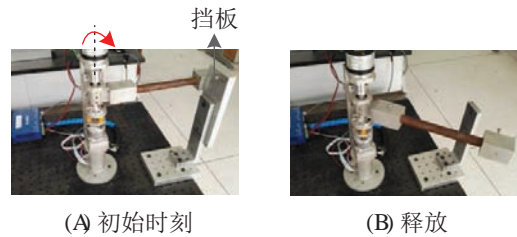


图 7 实验 2 的实验场景
Fig.7 Experimental scene of experiment 2

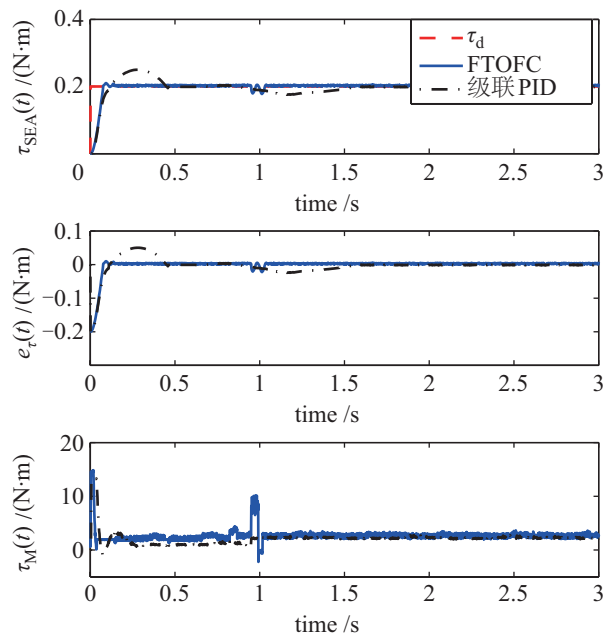


图 8 实验 2 的实验结果
Fig.8 Experimental results of experiment 2

实验 3: 人一机交互控制

在人一机交互场景中, 零阻抗控制经常被用来评估控制器的控制性能, 在实验过程中驱动器保持零力矩输出, 提高了机器人系统的透明度

(transparency). 该组实验的场景如图 9 所示, 实验结果如图 10 所示, 可以看出, 在本文控制算法的作用下, 负载能够很好地跟随人的运动, SEA 输出力矩被控制在很小的范围内, 而级联 PID 控制器的控制误差相对较大, 表明本文控制方法拥有更好的低阻抗特性, 能够有效地提升机器人在人一机交互应用中的透明度.

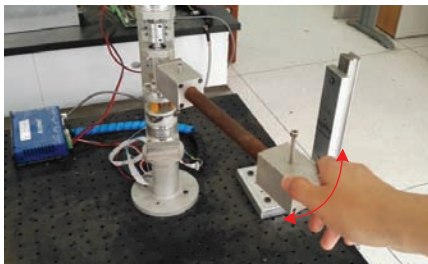


图 9 实验 3 的实验场景

Fig.9 Experimental scene of experiment 3

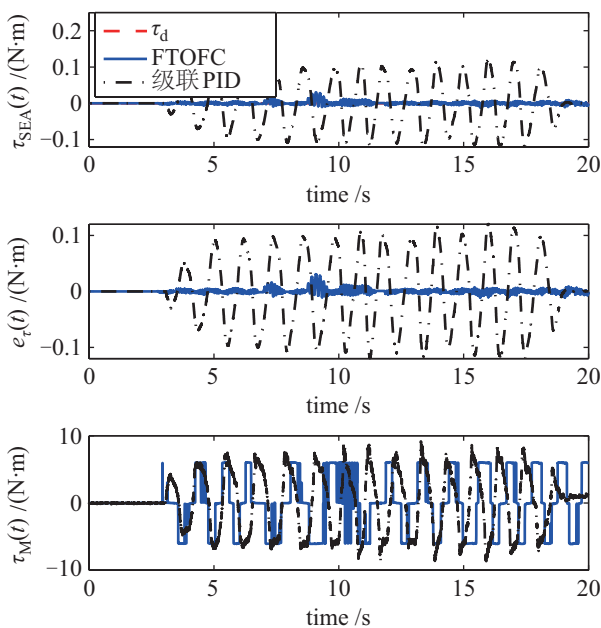


图 10 实验 3 的实验结果

Fig.10 Experimental results of experiment 3

通过 3 组实验的结果可以看出, 本文的控制方法能够很好地适应负载端动力学模型发生的变化, 有效地实现交互场景下的 SEA 力矩控制, 具有很好的暂态响应性能和鲁棒性, 相比级联 PID 控制器有着更优越的控制性能.

5 总结 (Conclusion)

为实现 SEA 的力矩控制, 本文提出了一种有限时间收敛的输出反馈控制策略. 与现有的 SEA 力/力矩控制方法相比, 本文控制方法是一种适用于非线性 SEA 的有限时间输出反馈控制方法, 拥

有更好的暂态响应性能, 且能够很好地应对交互场景中负载端动力学模型发生剧烈变化的情况, 拥有更强的鲁棒性. 文中对控制器的收敛性进行了严格的数学分析, 并在自主搭建的单关节 SEA 机器人系统中进行了实验, 实验结果验证了本文方法的有效性及其鲁棒性. 目前, 实验室正在搭建多关节 SEA 机器人平台, 在接下来的工作中, 将对多关节 SEA 机器人的力控制问题进行进一步研究.

参考文献 (References)

- [1] Veneman J F, Ekkelenkamp R, Kruidhof R, et al. A series elastic- and Bowden-cable-based actuation system for use as torque actuator in exoskeleton-type robots[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2006, 25(3): 261-281.
- [2] Vallery H, Veneman J, van Asseldonk E, et al. Compliant actuation of rehabilitation robots: Benefits and limitations of series elastic actuators[J]. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 2008, 15(3): 60-69.
- [3] Sulzer J S, Roiz R A, Peshkin M A, et al. A highly backdrivable, lightweight knee actuator for investigating gait in stroke[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, 25(3): 539-548.
- [4] Mathijssen G, Lefeber D, Vanderborght B. Variable recruitment of parallel elastic elements: Series-parallel elastic actuators (SPEA) with dephased mutilated gears[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(2): 594-602.
- [5] Pfeifer S, Pagel A, Riener R, et al. Actuator with angle-dependent elasticity for biomimetic transfemoral prostheses[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(3): 1384-1394.
- [6] Pratt G A, Williamson M M. Series elastic actuators[C]// *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Piscataway, USA: IEEE, 1995: 399-406.
- [7] Pratt G A, Willisson P, Bolton C, et al. Late motor processing in low-impedance robots: Impedance control of series-elastic actuators[C]// *American Control Conference*. Piscataway, USA: IEEE, 2004: 3245-3251.
- [8] Wyeth G. Control issues for velocity sourced series elastic actuators[C]// *Proceedings of the Australasian Conference on Robotics and Automation*. Australia: Australian Robotics and Automation Association Inc., 2006.
- [9] Wyeth G. Demonstrating the safety and performance of a velocity sourced series elastic actuator[C]// *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway, USA: IEEE, 2008: 3642-3647.
- [10] Vallery H, Ekkelenkamp R, van der Kooij H, et al. Passive and accurate torque control of series elastic actuators[C]// *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 3534-3538.
- [11] Tagliamonte N L, Accoto D, Guglielmelli E. Rendering viscoelasticity with series elastic actuators using cascade control[C]// *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 2424-2429.
- [12] Li Y F, Chu C Y, Xu J Y, et al. A humanoid robotic wrist with two-dimensional series elastic actuation for accurate force/torque interaction[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, 21(3): 1315-1325.

- [13] Oblak J, Matjacic Z. On stability and passivity of haptic devices characterized by a series elastic actuation and considerable end-point mass[C]//IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics. Piscataway, USA: IEEE, 2011.
- [14] Tagliamonte N L, Accoto D. Passivity constraints for the impedance control of series elastic actuators[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2014, 228(3): 138-153.
- [15] Kong K, Bae J, Tomizuka M. Control of rotary series elastic actuator for ideal force-mode actuation in human-robot interaction applications[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2009, 14(1): 105-118.
- [16] Kong K, Bae J, Tomizuka M. A compact rotary series elastic actuator for human assistive systems[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2012, 17(2): 288-297.
- [17] Yoo S, Chung W K. SEA force/torque servo control with model-based robust motion control and link-side motion feedback[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 1042-1048.
- [18] Calanca A, Fiorini P. Human-adaptive control of series elastic actuators[J]. Robotica, 2014, 32(8): 1301-1316.
- [19] Zhu Q G, Mao Y C, Xiong R, et al. Adaptive torque and position control for a legged robot based on a series elastic actuator[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2016, 13: No.26.
- [20] Bae J, Kong K, Tomizuka M. Gait phase-based smoothed sliding mode control for a rotary series elastic actuator installed on the knee joint[C]//American Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 2010: 6030-6035.
- [21] Misgeld B J E, Pomprapa A, Leonhardt S. Robust control of compliant actuators using positive real H_2 -controller synthesis[C]//American Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 5477-5483.
- [22] 朱秋国, 熊蓉, 吕铨杰, 等. 新型串联弹性驱动器设计与速度控制[J]. 电机与控制学报, 2015, 19(6): 83-88.
Zhu Q G, Xiong R, Lü C J, et al. Novel series elastic actuator design and velocity control[J]. Electric Machines and Control, 2015, 19(6): 83-88.
- [23] Wolf S, Hirzinger G. A new variable stiffness design: Matching requirements of the next robot generation[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2008: 1741-1746.
- [24] Jafari A, Tsagarakis N G, Caldwell D G. A novel intrinsically energy efficient actuator with adjustable stiffness (AwAS)[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(1): 355-365.
- [25] Mooney L, Herr H. Continuously-variable series-elastic actuator[C]//IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics. Piscataway, USA: IEEE, 2013.
- [26] Paine N, Sentis L. A new prismatic series elastic actuator with compact size and high performance[C]//IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, USA: IEEE, 2012: 1759-1766.
- [27] Laffranchi M, Chen L, Kashiri N, et al. Development and control of a series elastic actuator equipped with a semi active friction damper for human friendly robots[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2014, 62(12): 1827-1836.
- [28] Austin J, Schepelmann A, Geyer H. Control and evaluation of series elastic actuators with nonlinear rubber springs[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 6563-6568.
- [29] Yu H Y, Huang S N, Chen G, et al. Human-robot interaction control of rehabilitation robots with series elastic actuators[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5): 1089-1100.
- [30] Garabini M, Passaglia A, Belo F, et al. Optimality principles in stiffness control: The VSA kick[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2012: 3341-3346.
- [31] Braun D, Howard M, Vijayakumar S. Optimal variable stiffness control: Formulation and application to explosive movement tasks[J]. Autonomous Robots, 2012, 33(3): 237-253.
- [32] Lee J, Laffranchi M, Kashiri N, et al. Model-free force tracking control of piezoelectric actuators: Application to variable damping actuator[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 2283-2289.
- [33] Lee J, Jin M, Tsagarakis N G, et al. Terminal sliding-mode based force tracking control of piezoelectric actuators for variable physical damping system[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 2407-2413.
- [34] Wang M, Sun L, Yin W, et al. A novel sliding mode control for series elastic actuator torque tracking with an extended disturbance observer[C]//IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 2407-2412.
- [35] Dong S, Zhou L, Wang M, et al. Variable stiffness estimation of a series elastic actuator[C]//Proceedings of the Chinese Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 2016: 2114-2119.
- [36] 杨明, 董晨, 王松艳, 等. 基于有限时间输出反馈的线性扩张状态观测器[J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 59-66.
Yang M, Dong C, Wang S Y, et al. Linear extended state observer based on finite-time output feedback[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(1): 59-66.
- [37] Moreno J A, Osorio M. Strict Lyapunov functions for the super-twisting algorithm[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(4): 1035-1040.

作者简介:

- 王萌 (1990-), 男, 博士生. 研究领域: 机器人控制, 非线性控制, 人机交互.
- 孙雷 (1977-), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 轨迹规划, 机器人系统.
- 尹伟 (1991-), 男, 博士生. 研究领域: 工业机器人, 抖动抑制, 位置控制.