

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2016.0738

基于螺旋理论的水下机器人矢量推进球面并联机构的运动学建模

徐 瀚¹, 李 静², 陈 原¹, 张荣敏¹, 高 军¹

(1. 山东大学(威海)机电与信息工程学院, 山东 威海 264209; 2. 烟台工贸技师学院, 山东 烟台 264000)

摘要: 为设计结构简单、具备旋转运动传递和空间姿态调整双重功能的水下机器人推进机构, 采用构造过约束并联机构的方法设计了一种 3 自由度球面并联矢量推进机构。基于螺旋理论构建了机构的拓扑结构模型, 分析了机构的运动特性, 计算了机构的位姿正、逆解。在闭链约束方程的基础上运用矢量代数法推导出了机构的雅可比矩阵。利用特征结构配置的解耦法建立了机构速度和加速度的解析模型, 并进行了相应的数值算例分析, 计算了机构的运动学正、逆解, 得到了可达工作空间, 并用仿真软件 Adams 验证了数值计算方法的正确性。设计的矢量推进机构具有较大的偏转范围。

关键词: 矢量推进; 水下机器人; 螺旋理论; 球面并联机构

中图分类号: U664.8

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2016)-06-0738-08

Kinematic Modeling of Spherical Parallel Manipulator with Vectored Thrust Function for Underwater Robot Based on Screw Theory

XU Han¹, LI Jing², CHEN Yuan¹, ZHANG Rongmin¹, GAO Jun¹

(1. School of Mechanical, Electrical & Information Engineering, Shandong University at Weihai, Weihai 264209, China;
2. Yantai Industry & Trade Technician College, Yantai 264000, China)

Abstract: To design a simple-structured thruster with rotation transmission and attitude adjustment functions for underwater robots, a method of constructing an over-constrained parallel manipulator is adopted to develop a 3 degree-of-freedom (DOF) spherical parallel manipulator with vectored thrust function. Based on screw theory, topological structure model of the manipulator is constructed to analyze the motion characteristics of the mechanism and calculate the forward and inverse solutions of the manipulator pose. Jacobian matrix of the manipulator is deduced by employing the vector algebra method on the basis of closed chain constraint equations. The analytical models of the manipulator velocity and acceleration are established by decoupling the configuration of feature structure, and then corresponding numerical calculation examples are given. The forward and inverse solutions of the manipulator kinematics are calculated to obtain the reachable workspace, and the correctness of the proposed numerical calculation method is verified by Adams software. The proposed manipulator with vectored thrust function has a large deflection range.

Keywords: vectored thrust; underwater robot; screw theory; spherical parallel manipulator

1 引言 (Introduction)

推进器是保障水下机器人机动灵活作业的关键结构部件。单个螺旋桨推进器只能产生大小可变且方向固定(沿转动轴方向)的推进力, 而当机器人需要进行不同方向导向操纵运动时, 比如俯仰和偏转, 就需要安装多个推进器来产生多维方向推进力。与单螺旋桨推进器相比, 多螺旋桨推进器会降低低速航行时的水下定位能力, 增加机器人的航行阻力。与一般推进器不同, 矢量推进器^[1-3]除了能

提供前进推进力外, 还能根据机器人导向操纵任务需求产生其它多维方向上的推进力, 从而使得水下机器人在低速航行时的导向操纵运动不会完全依赖于航行速度, 这样极大地提高了低速航行时的水下定位能力。水下机器人任何导向操纵动作都可以分解为螺旋桨旋转和螺旋桨空间姿态调整这两个运动, 这类具有多条传动链且运动关系耦合的复杂导向操纵动作不宜采用传统串联机器人机构来实现, 而多自由度并联机构解耦难度大, 又易造成机构奇异性等^[4]。少自由度球面并联机构^[4-6]能够灵活地

实现空间多维转动, 将其应用于水下机器人的矢量推进机构具有极大的可行性. 本文将根据水下机器人导向操纵动作的运动特性, 提出一种结构简单的 3 自由度矢量推进球面并联机构.

球面并联机构运动学模型的数值求解法迭代时间长, 不适合实时控制; 而封闭求解法求解难度大, 机构不同解法各异, 不能进行建模方法上的统一归纳. 螺旋代数法具有数值求解法^[7]的分析模型简单和封闭求解法的求解结果完备等优点, 能极大地提高并联机构运动学模型的求解效率. Delsignore 等利用螺旋理论对仿生下颚机构进行了位置建模^[8]. Jaime 等利用螺旋理论对 3 支链非对称并联机构进行了速度分析^[9]. Khalil 等利用螺旋理论对 4 自由度医用内窥镜并联机构进行了位姿和速度建模^[10]. Glazunov 利用螺旋理论的方法设计了一类 3 支链解耦并联机器人并进行运动学研究^[11]. 以上文献^[8-11]仅对并联机构的运动学的位姿和速度模型进行了研究, 很少考虑加速度的正反解模型, 造成运动学模型的不完整性. 矢量推进球面并联机构的导向操纵动作耦合且传动链复杂, 本文将利用螺旋理论对球面并联机构进行运动学分析, 建立该机构位姿、速度和加速度等运动学模型, 并根据运动学位姿正解分析球面并联机构在理论上的可达工作空间, 并在此基础上, 计算机构工作的灵活性, 给出运动学分析的数值算例.

2 矢量推进球面并联机构的概念设计 (Conceptual design of spherical parallel manipulator with vectored thrust function)

并联机构的运动副运动及其所受到的刚体约束都可表达为如下螺旋形式^[12]:

$$\mathcal{S} = (\mathcal{S}_r; \mathcal{S}_s)^T = (\mathcal{S}; \mathcal{S}_0 + h\mathcal{S})^T = \begin{cases} (\mathcal{S}; \mathcal{S}_0)^T & (h = 0) \\ (\mathbf{0}; \mathcal{S})^T & (h = \infty) \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathcal{S}_r 和 \mathcal{S}_s 分别是螺旋 \mathcal{S} 的主部和副部, \mathcal{S} 描述了有向转轴的单位方向向量或者单位角速度; \mathcal{S}_0 描述了轴线对坐标原点的矩; h 是螺旋的节距. 当螺旋节距 h 为 0 时, \mathcal{S} 和 \mathcal{S}_0 在运动空间正交, 此时旋量 $(\mathcal{S}; \mathcal{S}_0)^T$ 可以用来表示转动副 (R) 所产生的运动螺旋或力约束螺旋. 节距 h 趋向于无穷大时, 旋量 $(\mathbf{0}; \mathcal{S})^T$ 表示移动副 (P) 所产生的运动螺旋或力偶约束螺旋.

如图 1(a) 所示, 任何一条运动支链都是由各

种运动关节连接而成, 在笛卡儿坐标系中由 m 个运动关节串联而成的运动支链的运动螺旋系可表达为 $\mathcal{S}^{\omega*} = [\mathcal{S}^{\omega 1}, \mathcal{S}^{\omega 2}, \dots, \mathcal{S}^{\omega m}]$, 确定最大线性无关组 $\mathcal{S}^{\omega} = [\mathcal{S}^{\omega 1}, \mathcal{S}^{\omega 2}, \dots, \mathcal{S}^{\omega n}]$ 可知该串联支链末端所能实现的运动类型. 根据末端约束螺旋 \mathcal{S}^{τ} 与运动螺旋 \mathcal{S}^{ω} 的互易原理, 可推导出末端约束螺旋系 $\mathcal{S}^{\tau} = [\mathcal{S}^{\tau 1}, \mathcal{S}^{\tau 2}, \dots, \mathcal{S}^{\tau(6-n)}]$, 从而可知该串联运动支链末端所受到的约束类型.

如图 1(b) 所示, 并联机构动平台通常通过 k ($k \geq 2$) 条串联支链与固定基座相连, 为了求得并联机构终端约束螺旋, 首先须求出 k 条支链运动螺旋系的最大线性无关组 \mathcal{S}_j^{ω} ($j = 1, 2, \dots, k$), 再依次推导出 k 条支链的末端约束螺旋 \mathcal{S}_j^{τ} ($j = 1, 2, \dots, k$), 最后组合 k 条支链的末端约束螺旋得到并联机构动平台的终端约束螺旋系 $\mathcal{S}_p^{\tau*} = [\mathcal{S}_1^{\tau}, \mathcal{S}_2^{\tau}, \dots, \mathcal{S}_j^{\tau}, \dots, \mathcal{S}_k^{\tau}]$, 进而求得终端约束螺旋系 $\mathcal{S}_p^{\tau*}$ 的最大线性无关组 \mathcal{S}_p^{τ} , 并根据并联机构终端约束螺旋和终端运动螺旋互易积为 0 的原理, 可计算出并联机构终端运动螺旋系 $\mathcal{S}_p^{\omega} = [\mathcal{S}_p^{\omega 1}, \mathcal{S}_p^{\omega 2}, \dots, \mathcal{S}_p^{\omega(6-k)}]$, 由终端运动螺旋系可知该并联执行机构末端所能实现的运动类型.

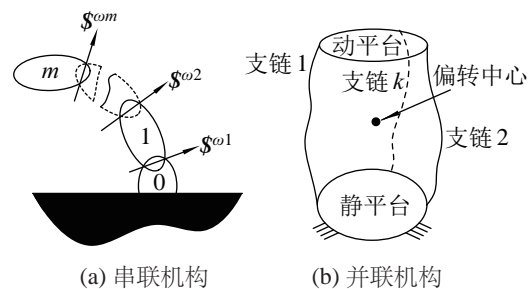


图 1 基于螺旋理论的并联机构概念设计方法

Fig.1 Conceptual design method of parallel manipulator based on screw theory

根据矢量推进螺旋桨的性能要求, 螺旋桨末端应该具有 3 个转动, 并受到 3 个约束力, 因此螺旋桨末端的运动属于旋量三系. 设定坐标原点与某时刻动平台的转动中心重合, 而 x 轴和 y 轴分别与 2 个正交的旋转轴线重合. 因此, 可以写出具有 3 个转动自由度的螺旋桨末端在笛卡儿坐标系下的运动螺旋系为

$$\mathcal{S}^{\omega} = [\mathcal{S}^{\omega 1}, \mathcal{S}^{\omega 2}, \mathcal{S}^{\omega 3}] \quad (2)$$

式中 $\mathcal{S}^{\omega 1} = (1, 0, 0; 0, 0, 0)^T$, $\mathcal{S}^{\omega 2} = (0, 1, 0; 0, 0, 0)^T$ 和 $\mathcal{S}^{\omega 3} = (0, 0, 1; 0, 0, 0)^T$ 分别表示绕 x 、 y 和 z 轴的转动. 那么, 作用在末端螺旋桨上的约束螺旋系为

$$\mathcal{S}^{\tau} = [\mathcal{S}^{\tau 1}, \mathcal{S}^{\tau 2}, \mathcal{S}^{\tau 3}] \quad (3)$$

式中 $\mathcal{S}^{\tau 1} = (1, 0, 0; 0, 0, 0)^T$, $\mathcal{S}^{\tau 2} = (0, 1, 0; 0, 0, 0)^T$ 和

$\$^{\tau^3} = (0, 0, 1; 0, 0, 0)^T$ 分别表示沿 x 、 y 和 z 轴的约束力. 式 (3) 正好给出了 RU 运动链的运动螺旋系的一组基, 也就是说用 RU 单串联运动链连接螺旋桨与固定推进电机固定基座的方案能够满足矢量偏转螺旋桨设计的功能要求. 但此类设计中, 需要给万向节 U 副的 2 个转动提供 2 个独立的驱动, 制造实现难度大, 而且存在机构稳定性欠缺的问题, 难以达到水下机器人的稳定可靠的作业要求. 因此本文考虑并联结构方案, 通过添加过约束支链方法, 提出了如图 2 所示的矢量推进机构的概念设计思想.

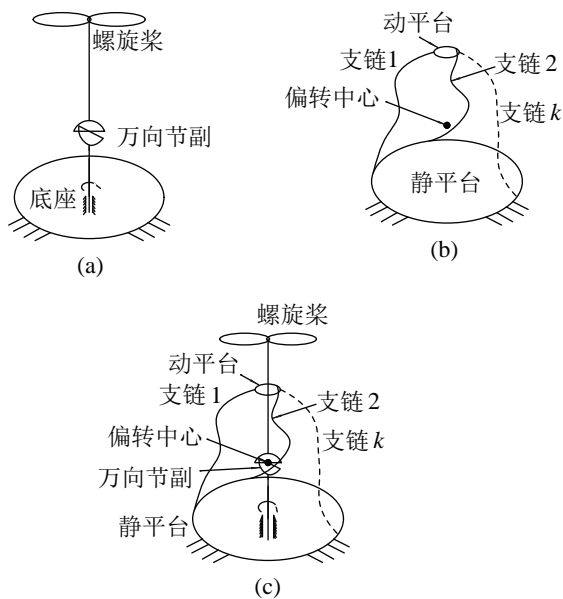


图 2 水下机器人矢量推进机构设计原理

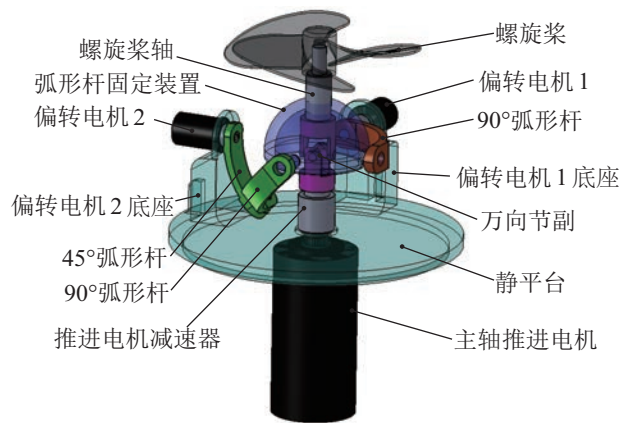
Fig.2 Design principle of the manipulator with vectored thrust function for underwater robot

推进器末端螺旋桨应具有 3 个转动自由度, 绕其中心轴转动主要实现螺旋桨旋转推进, 而另 2 个转动自由度完成螺旋桨空间姿态的调整. 螺旋桨的中间旋转机构设计成如图 2(a) 所示的运动支链, 该支链能实现球面 3 维转动自由度. 为了实现 2 自由度的空间姿态调整机构, 本文将采用如图 2(b) 所示的由多条运动支链构成的并联机构. 当图 2(a) 中的万向节副的转动中心与图 2(b) 中的动平台转动中心重合时, 就组合为如图 2(c) 所示的矢量推进机构, 螺旋桨既能偏转导向操纵, 也能旋转向前推进.

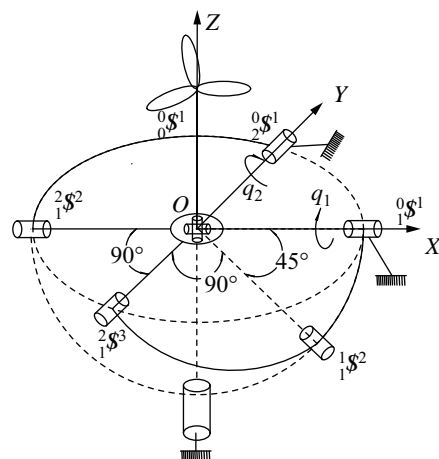
依据图 2 概念设计可知末端螺旋桨在固定笛卡儿坐标系下的运动螺旋系为 $\$^{\omega}_0 = [\$^{\omega_1}_0, \$^{\omega_2}_0, \$^{\omega_3}_0]$, 其中 $\$^{\omega_1}_0$ 、 $\$^{\omega_2}_0$ 和 $\$^{\omega_3}_0$ 分别表示绕 X 、 Y 和 Z 轴的 3 维转动的螺旋. 计算出作用在末端螺旋桨上的约束螺旋系为 $\$^{\tau}_0 = [\$^{\tau_1}_0, \$^{\tau_2}_0, \$^{\tau_3}_0]$, 其中 $\$^{\tau_1}_0$ 、 $\$^{\tau_2}_0$ 和 $\$^{\tau_3}_0$ 分别表示沿 X 、 Y 和 Z 轴 3 个方向的约束螺旋. 而运动支链的末端约束螺旋等价于图 2 中的并联机构末端

约束螺旋, 所以用单串联运动链来连接螺旋桨可满足末端螺旋桨矢量推进的设计要求. 但前文提到单串联支链稳定性较差且不易添加驱动副, 而球面并联机构能够灵活地实现空间多维转动的优点, 因此本文采用并联机构添加过约束的设计方案.

根据上述概念设计思想, 本文设计出了如图 3 所示的水下机器人矢量推进机构. 如图 3(a) 矢量推进机构 3 维结构所示, 一根 90° 弧形杆首尾分别连接运动输入部件和弧形杆固定装置构成支链; 一根 45° 弧形杆与一根 90° 弧形杆连接, 二者的另一端分别与运动输入装置和弧形杆固定装置相连, 构成支链. 机构中所有转动副的轴线均通过万向节副的转动中心, 从而保证螺旋桨末端的工作空间仍在一个球面上.



(a) 矢量推进机构 3 维结构



(b) 矢量推进机构拓扑结构模型

图 3 水下机器人矢量推进机构
Fig.3 Manipulator with vectored thrust function for underwater robot

由图 3(b) 矢量推进机构拓扑结构模型可知, 支链在笛卡儿坐标系下的运动螺旋系为

$$\$^{\omega}_2 = [\$^{\omega_1}_2, \$^{\omega_2}_2] \tag{4}$$

其中 $\$2^i$ 表示 RR 支链中第 i 个运动螺旋, $i = 0, 1$, 且

$$\begin{cases} \$2^1 = (\$2f^1; \mathbf{0})^T = (0, 1, 0; 0, 0, 0)^T \\ \$2^2 = (\$2f^2; \mathbf{0})^T = (-Cq_2, 0, Sq_2; 0, 0, 0)^T \end{cases} \quad (5)$$

其中分别用 C 和 S 代替是 cos 和 sin 运算, 下同. 利用螺旋互易理论可求出作用在 RR 支链末端的约束螺旋系为 $\$2^i = [\$2^1, \$2^2, \$2^3, \$2^4]$, 其中 $\$2^i$ 表示 RR 支链末端约束螺旋系中第 i 个螺旋, $i = 1, 2, 3, 4$. 同理, 支链在固定笛卡儿坐标系下的运动螺旋系为

$$\$1^0 = [\$1^1, \$1^2, \$1^3] \quad (6)$$

其中 $\$1^i$ 表示 RRR 支链的第 i 个运动螺旋, $i = 0, 1, 2$, 且

$$\begin{cases} \$1^1 = (\$1f^1; \mathbf{0})^T = (1, 0, 0; 0, 0, 0)^T \\ \$1^2 = (\$1f^2; \mathbf{0})^T = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}Sq_1, -\frac{\sqrt{2}}{2}Cq_1; 0, 0, 0)^T \\ \$1^3 = (\$1f^3; \mathbf{0})^T = (L_\epsilon, M_\epsilon, N_\epsilon; 0, 0, 0)^T \end{cases} \quad (7)$$

式中 L_ϵ 、 M_ϵ 、 N_ϵ 可由式 (8) 计算

$$\$1f^3 = (L_\epsilon, M_\epsilon, N_\epsilon)^T = (\$2f^2 \times \$1f^2) / \varpi_1 \quad (8)$$

式中: $\varpi_1 = \|\$2f^2 \times \$1f^2\|$, 所以 $L_\epsilon = -\frac{\sqrt{2}}{2}Sq_1Sq_2 / \varpi_1$, $M_\epsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}(Sq_2 - Cq_1Cq_2) / \varpi_1$, $N_\epsilon = -\frac{\sqrt{2}}{2}Sq_1Cq_2 / \varpi_1$. 利用螺旋互易理论也可求出作用在 RRR 支链末端的约束螺旋为 $\$1^i = [\$1^1, \$1^2, \$1^3]$, 其中 $\$1^i$ 表示 RRR 支链末端约束螺旋系中第 i 个螺旋 ($i = 1, 2, 3$). 那么并联平台末端的约束螺旋系 $\$p^*$ 的表达式为

$$\$p^* = [\$1^1, \$1^2, \$1^3, \$2^1, \$2^2, \$2^3, \$2^4] \quad (9)$$

求出平台末端的约束螺旋矩阵 $\$p^*$ 的最大线性无关组 $\$p^*$, 再根据并联机构终端约束螺旋和终端运动螺旋互易积为 0 的条件 (即 $\$p^* \circ \$p^* = 0$), 可求得并联平台末端运动螺旋系的一组基为

$$\$p^0 = [\$p^1, \$p^2] \quad (10)$$

式中: $\$p^1 = (1, 0, 0; 0, 0, 0)^T$ 表示动平台沿 X 轴的转动, $\$p^2 = (0, 1, 0; 0, 0, 0)^T$ 表示动平台沿 Y 轴的转动, 因此如图 2(b) 所示的由 RRR-RR 支链组成的并联平台能实现 2 维偏转运动.

应用矢量推进机构的水下机器人工作原理如图 4 所示, RR 和 RRR 支链的偏转量分别定义为 Δq_1 和 Δq_2 , 则图 4(a)~(c) 分别表示 3 种不同的工作状态.

图 4(a) 中 $(0, +20^\circ)$ 表示 RR 支链保持不动, 而 RRR 支链单独顺时针转动 20° ; 图 4(b) 中 $(-20^\circ, 0)$ 表示 RRR 支链保持不动, 而 RR 支链单独逆时针转动 20° ; 图 4(c) 中 $(+10^\circ, -10^\circ)$ 表示 RR 支链顺时针转动 10° , 而 RRR 支链逆时针转动 10° . 3 种不同的状态分别实现了水下机器人的俯仰姿态调整、偏转姿态调整和俯仰加偏转姿态调整.

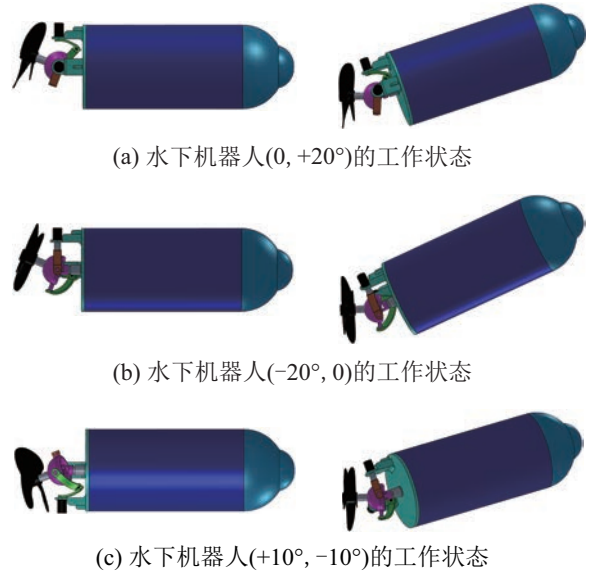


图 4 水下机器人的工作原理

Fig.4 Operation principle of the underwater robot

3 矢量推进球面并联机构的运动学建模 (Kinematic modeling of spherical parallel manipulator with vectored thrust function)

图 3(b) 中坐标系 O-XYZ 的原点设置在螺旋桨主推支链上万向节转动中心, X 轴和 Y 轴分别通过两偏转运动的输入轴, 即机构中所有转动副都通过坐标系的原点.

3.1 运动学位姿正解和逆解

在 2 个输入偏转电机转角 φ_j ($j = 1, 2$) 已知的条件下求解螺旋桨末端方位 $\$0f$, 这是位姿正解要解决的问题, 其模型可表达为

$$\$0f = (\$2f^2 \times \$1f^3) / \varpi_2 = (L_\epsilon^*, M_\epsilon^*, N_\epsilon^*)^T \quad (11)$$

其中: $\varpi_2 = \|\$2f^2 \times \$1f^3\|$, 将式 (8) 中的 $\$1f^3$ 代入式 (11) 中可计算出螺旋桨末端方位

$$\begin{cases} L_\epsilon^* = -S\varphi_1 M_\epsilon / \varpi_2 \\ M_\epsilon^* = (S\varphi_2 L_\epsilon + C\varphi_2 N_\epsilon) / \varpi_2 \\ N_\epsilon^* = -C\varphi_2 M_\epsilon / \varpi_2 \end{cases} \quad (12)$$

将 L_ε^* 、 M_ε^* 和 N_ε^* 的值代入式 (9) 可得到位姿正解模型。

位姿逆解模型求解螺旋桨末端姿态已知条件下 (即螺旋桨的方向矢量已知条件下) 的 2 个偏转电机输入转角。在笛卡儿坐标系下 $\$_{0f} = (L_\varepsilon^*, M_\varepsilon^*, N_\varepsilon^*)^T$ 用来表示螺旋桨轴的方向向量, 结合方程 (12) 可以求解出 φ_j ($j = 1, 2$)。

$$\begin{cases} \varphi_1 = -\arctan M_\varepsilon^* N_\varepsilon^* / L_\varepsilon^{*2} \\ \varphi_2 = \arctan L_\varepsilon^* / N_\varepsilon^* \end{cases} \quad (13)$$

3.2 瞬时运动学速度模型和雅可比矩阵

刚体速度螺旋 $\v 可以表示为 $\$^v = (\boldsymbol{\omega}; \mathbf{v}_0)^T$ 或 $\$^v = \boldsymbol{\omega}\$, 其中 $\boldsymbol{\omega}$ 是刚体的角速度, 而 \mathbf{v}_0 表示相对于坐标原点 O 的线速度。利用特征结构配置的解耦法^[13], 对矢量推进球面并联机构中的两条支链单独进行分析, 可得到螺旋桨末端的速度螺旋:$

$$\$^v = {}_0^1\omega^1 \$_1^{\omega 1} + {}_1^1\omega^2 \$_1^{\omega 2} + {}_1^2\omega^3 \$_1^{\omega 3} \quad (14)$$

$$\$^v = {}_2^0\omega^1 \$_2^{\omega 1} + {}_2^1\omega^2 \$_2^{\omega 2} \quad (15)$$

其中: ${}^0\omega^1 = \dot{q}_j$, ${}^i\omega^{i+1}$ 表示第 j 条支链中物体 $i+1$ 对于物体 i 的相对速度。联立式 (14) 和 (15), 通过消除 $\v 推理出如下式子:

$$\dot{q}_1 \$_1^{\omega 1} - \dot{q}_2 \$_2^{\omega 1} = -{}_1^1\omega^2 \$_1^{\omega 2} - {}_1^2\omega^3 \$_1^{\omega 3} + {}_2^1\omega^2 \$_2^{\omega 2} \quad (16)$$

将 $\$_1^{\omega 1}$ 、 $\$_1^{\omega 2}$ 、 $\$_1^{\omega 3}$ 、 $\$_2^{\omega 1}$ 和 $\$_2^{\omega 2}$ 的值代入式 (16), 可分别求得 ${}_1^1\omega^2$ 、 ${}_1^2\omega^3$ 和 ${}_2^1\omega^2$ 的值:

$$\begin{cases} {}_1^1\omega^2 = \frac{S q_1 S q_2 C q_2}{2 \varepsilon_2^2} \dot{q}_1 + \frac{C q_1}{2 \varepsilon_2^2} \dot{q}_2 \\ {}_1^2\omega^3 = -\frac{C q_1 C q_2}{\sqrt{2} \varepsilon_2} \dot{q}_1 + \frac{S q_1 S q_2}{\sqrt{2} \varepsilon_2} \dot{q}_2 \\ {}_2^1\omega^2 = \frac{C q_2}{2 \varepsilon_2^2} \dot{q}_1 + \frac{S q_1 S q_2 C q_2}{2 \varepsilon_2^2} \dot{q}_2 \end{cases} \quad (17)$$

将式 (17) 代入式 (16) 可以得到机构中螺旋桨末端的速度螺旋

$$\$^v = \$_J^v \dot{q}_1 + \$_J^v \dot{q}_2 \quad (18)$$

其中: $\$_J^v$ ($i = 1, 2$) 为偏旋量, 且

$$\begin{aligned} \$_J^v &= \frac{C q_1}{2 \varepsilon_2^2} \$_1^{\omega 1} + \frac{S q_1 S q_2}{\sqrt{2} \varepsilon_2} \$_1^{\omega 2} \\ \$_J^v &= \$_2^{\omega 1} + \frac{S q_1 S q_2 C q_2}{2 \varepsilon_2^2} \$_2^{\omega 2} - \frac{C q_1 C q_2}{\sqrt{2} \varepsilon_2} \$_2^{\omega 3} \end{aligned}$$

螺旋桨末端速度 $\$^v = (\boldsymbol{\omega}; \mathbf{v}_0)^T$ 中的线速度为 $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$ 。由式 (18) 可知, 螺旋桨末端的角速度可表达为

$$\boldsymbol{\omega} = \$_{Jf}^v \dot{q}_1 + \$_{Jf}^v \dot{q}_2 \quad (19)$$

其中: $\$_{Jf}^v$ 是偏旋量 $\$_J^v$ 的主部 ($i = 1, 2$)。将式 (16) 变换为矩阵的形式可得:

$$\mathbf{J}_i^v \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_0^v \begin{bmatrix} -{}_1^1\omega^2 \\ -{}_1^2\omega^3 \\ {}_2^1\omega^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中: $\mathbf{J}_i^v = (\$_{1f}^{\omega 1}, -\$_{2f}^{\omega 1}, \$_f^*)^T$, $\mathbf{J}_0^v = (-\$_{1f}^{\omega 2}, \$_{1f}^{\omega 3}, \$_{2f}^{\omega 2})^T$ 。为避免引入不必要的奇异点, 取螺旋桨初始位置的方向向量为 $\$_f^* = (0, 0, 1)^T$, 因此矢量推进球面并联机构的雅可比矩阵为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} = (\mathbf{J}_0^v)^{-1} \mathbf{J}_i^v \quad (21)$$

3.3 加速度逆解模型

矢量推进球面并联机构的加速度逆解模型求解末端加速度 $\$^a = (\ddot{\boldsymbol{\omega}}; \mathbf{v}_0)^T$ 已知条件下的各个输入关节加速度 \ddot{q}_j ($j = 1, 2$)。利用特征结构配置的解耦法^[13], 对矢量推进球面并联机构的两条支链分别进行加速度分析, 可得如下式子:

$$\$^a = {}_0^1\dot{\omega}^1 \$_1^{\omega 1} + {}_1^1\dot{\omega}^2 \$_1^{\omega 2} + {}_1^2\dot{\omega}^3 \$_1^{\omega 3} + \$_{\text{Lie}}^1 \quad (22)$$

$$\$^a = {}_2^0\dot{\omega}^1 \$_2^{\omega 1} + {}_2^1\dot{\omega}^2 \$_2^{\omega 2} + \$_{\text{Lie}}^2 \quad (23)$$

其中: ${}^0\dot{\omega}^1 = \ddot{q}_j$ ($j = 1, 2$), $\$_{\text{Lie}}^j$ ($j = 1, 2$) 指的是李代数螺旋。若旋量 $\$_1 = (\$_{1f}; \$_{1s})^T$ 和旋量 $\$_2 = (\$_{2f}; \$_{2s})^T$ 是 3 维欧几里得群 $E(3)$ 上的李代数, 而 $\$_{if}$ 和 $\$_{is}$ ($i = 1, 2$) 是 $E(3)$ 李代数的基元, 则定义一种非退化对称双线性型克莱因运算形式^[13], $\text{KL}(\$_1; \$_2) = \{\$; \$\} = \$_{1f} \cdot \$_{2s} + \$_{2f} \cdot \$_{1s}$, 则可知

$$\begin{cases} \$_{\text{Lie}}^1 = \{\dot{q}_1 \$_1^{\omega 1}; {}_1^1\omega^2 \$_1^{\omega 2} + {}_1^2\omega^3 \$_1^{\omega 3}\} + \\ \quad \{\dot{q}_1 \omega^2 \$_1^{\omega 2}; {}_1^2\omega^3 \$_1^{\omega 3}\} \\ \$_{\text{Lie}}^2 = \{\dot{q}_2 \$_2^{\omega 1}; {}_2^1\omega^2 \$_2^{\omega 2}\} \end{cases} \quad (24)$$

联立式 (22) 和 (23), 通过消除 $\a , 并将 $\$_{\text{Lie}}^1$ 和 $\$_{\text{Lie}}^2$ 代入可得如下式子:

$$\mathbf{J}_0^a \begin{bmatrix} {}_1^1\dot{\omega}^2 \\ {}_1^2\dot{\omega}^3 \\ {}_2^1\dot{\omega}^2 \end{bmatrix} = \ddot{q}_1 \$_1^{\omega 1} - \ddot{q}_2 \$_2^{\omega 1} + \$_{\text{Lie}}^1 - \$_{\text{Lie}}^2 \quad (25)$$

其中: $\mathbf{J}_0^a = (-\$_{1f}^{\omega 2}, -\$_{1f}^{\omega 3}, \$_{2f}^{\omega 2})^T$ 。将 $\$_{1f}^{\omega 1}$ 、 $\$_{1f}^{\omega 2}$ 、 $\$_{1f}^{\omega 3}$ 、 $\$_{2f}^{\omega 1}$ 和 $\$_{2f}^{\omega 2}$ 的值代入式 (23), 可分别求得 ${}_1^1\dot{\omega}^2$ 、 ${}_1^2\dot{\omega}^3$

和 $\frac{1}{2}\dot{\omega}^2$ 的值.

$$\begin{cases} \frac{1}{1}\dot{\omega}^2 = \frac{S_{q_1}S_{q_2}C_{q_2}\ddot{q}_1 + C_{q_1}\ddot{q}_2}{2\varpi_2^2} \\ \frac{2}{1}\dot{\omega}^3 = \frac{-C_{q_1}C_{q_2}\ddot{q}_1 + S_{q_1}S_{q_2}\ddot{q}_2}{\sqrt{2}\varpi_2} \\ \frac{1}{2}\dot{\omega}^2 = \frac{S_{q_2}\ddot{q}_1 + S_{q_1}C_{q_1}C_{q_2}\ddot{q}_2}{2\varpi_2^2} \end{cases} \quad (26)$$

将式 (22) 和式 (23) 分别写成如下矩阵形式:

$$J_{11}^a [\ddot{q}_1, \frac{1}{1}\dot{\omega}^2, \frac{2}{1}\dot{\omega}^3]^T = \mathcal{S}^a - \mathcal{S}_{Lie}^1 \quad (27)$$

$$J_{12}^a [\ddot{q}_2, \frac{1}{2}\dot{\omega}^2, 0]^T = \mathcal{S}^a - \mathcal{S}_{Lie}^1 \quad (28)$$

其中: $J_{11}^a = [S_1^{\omega_1}, S_1^{\omega_2}, S_1^{\omega_3}]$, $J_{12}^a = [S_2^{\omega_1}, S_2^{\omega_2}, 0]$. 将 $\frac{1}{1}\dot{\omega}^2$ 、 $\frac{2}{1}\dot{\omega}^3$ 和 $\frac{1}{2}\dot{\omega}^2$ 的值代入式 (27) 和 (28) 进一步求解可求得 \ddot{q}_j ($j=1,2$) 的值.

3.4 加速度正解模型

矢量推进球面并联机构的加速度正解与加速度逆解是一对互逆过程, 指的是在已知第 j 条支链的第 i 个关节的加速度 $\frac{i}{j}\dot{\omega}^{i+1}$ 的情况下, 求解螺旋桨末端顶点相对于静平台的加速度 \mathcal{S}^a . 由于式 (5) 和 (7) 中所有运动螺旋 $\mathcal{S} = (\mathcal{S}_i; \mathcal{S}_s)^T$ 中的副部 $\mathcal{S}_s = \mathbf{0}$, 所以克莱因运算形式 $KL(\mathcal{S}_i; \mathcal{S}_j) = 0$, $\mathcal{S}_k \in \{S_1^{\omega_1}, S_1^{\omega_2}, S_1^{\omega_3}, S_2^{\omega_1}, S_2^{\omega_2}\}$ ($k=i$ 或 j). 利用克莱因形式变换能够使旋量运算变得简便^[14], 对式 (25) 应用克莱因形式变换可得到

$$\begin{cases} \{S_1^{\omega_1}; \mathcal{S}^a\} = \{S_1^{\omega_1}; S_{Lie}^1\} \\ \{S_1^{\omega_2}; \mathcal{S}^a\} = \{S_1^{\omega_2}; S_{Lie}^1\} \\ \{S_1^{\omega_3}; \mathcal{S}^a\} = \{S_1^{\omega_3}; S_{Lie}^1\} \end{cases} \quad (29)$$

对式 (26) 应用克莱因形式变换可得到

$$\begin{cases} \{S_2^{\omega_1}; \mathcal{S}^a\} = \{S_2^{\omega_1}; S_{Lie}^2\} \\ \{S_2^{\omega_2}; \mathcal{S}^a\} = \{S_2^{\omega_2}; S_{Lie}^2\} \end{cases} \quad (30)$$

联立式 (29) 和 (30) 可得

$$J_S^T I_5 \mathcal{S}^a = \begin{bmatrix} \{S_1^{\omega_1}; S_{Lie}^1\} \\ \{S_1^{\omega_2}; S_{Lie}^1\} \\ \{S_1^{\omega_3}; S_{Lie}^1\} \\ \{S_2^{\omega_1}; S_{Lie}^2\} \\ \{S_2^{\omega_2}; S_{Lie}^2\} \end{bmatrix} \quad (31)$$

式中: $J_S = [S_1^{\omega_1}, S_1^{\omega_2}, S_1^{\omega_3}, S_2^{\omega_1}, S_2^{\omega_2}]^T$, I_5 是 5 阶单位矩阵.

由于式 (31) 中各参数均已知, 所以可以求得 \mathcal{S}^a 的值. 而螺旋桨末端的加速度 $\mathcal{S}^a = (\dot{\omega}; \dot{\nu}_0)^T$ 中

$\dot{\nu}_0 = \mathbf{0}$, 所以 $\dot{\omega}$ 即可表示螺旋桨末端的加速度特征:

$$\dot{\omega} = \frac{S_{q_1}S_{q_2}S_{1f}^{\omega_2}}{2\varpi_2^2}\ddot{q}_1 + \left(\frac{S_{q_1}C_{q_1}C_{q_2}S_{1f}^{\omega_2}}{2\varpi_2^2} + S_{1f}^{\omega_1}\right)\ddot{q}_2 \quad (32)$$

4 数值仿真结果分析 (Analysis of numerical simulation result)

由于该少自由度推进机构的特性是增加水下机器人的灵活性和机动性, 所以进行螺旋桨的有效工作空间分析和奇异性分析就显得尤为重要. 根据 SolidWorks 建模数据确定了如表 1 所示的矢量推进球面并联机构的几何数据参数.

表 1 矢量推进球面并联机构的几何数据参数

Tab.1 Geometric data parameters of the spherical parallel manipulator with vectored thrust function

元素	指标	数据
弧形杆固定装置	球面半径	20 mm
第 1 条支链 90° 弧形杆	球面半径	22.5 mm
第 2 条支链 45° 弧形杆	球面半径	25 mm
第 2 条支链 90° 弧形杆	球面半径	22.5 mm
螺旋桨轴	到转动中心长度	80 mm
中心轴万向节	偏转范围 δ_{max}	$\pm\pi/4$
第 1 条支链输入 q_1	偏转范围	$\pm\pi/4$
$q_1 = \pi/4 \sin t$	时间	$\pm\pi/2$
第 2 条支链输入 q_2	偏转范围	$\pm\pi/6$
$q_2 = -\pi/4 \sin t$	时间	$\pm 2\pi$

4.1 工作空间分析

获得水下机器人螺旋桨推进器工作空间是基于数值运算的方法, 求解水下机器人推进器螺旋桨方向向量所映射的 3 维空间, 并确保该求解方法不超过其物理限制. 这些限制包括以下运动链的隐式约束.

(1) 中心支链万向节副约束. 本机构中中心轴选用的是十字轴式刚性万向节, 其最大偏转角度 δ_{max} 为 $\pm\pi/4$, 且各偏转支链的转动中心相交于万向节的偏转中心, 因而第 1 条运动链的输入角被限制为 $\pm\pi/4$.

(2) 杆件相互干扰的约束. 基于杆件运动时最小间距可能性的考虑, 本机构中只需考虑第 2 条运动链中 45° 弧形杆件和杆件固定装置的相互干扰可能性, 因为在各偏转杆件的偏转中心与中心轴万向节重合的条件下, 其他的杆件不存在相互干扰和碰撞的可能性.

结合运动学正解式 (11) 和 (12), 得到螺旋桨末端方位的向量可以表示为 $\mathcal{S}_{of} = (L_\epsilon^*, M_\epsilon^*, N_\epsilon^*)^T$, 将其

单位化可得到其单位向量:

$$\mathbf{s} = (e_1, e_2, e_3)^T \quad (33)$$

其中

$$\begin{cases} e_1 = L_\varepsilon^* / \sqrt{L_\varepsilon^{*2} + M_\varepsilon^{*2} + N_\varepsilon^{*2}} \\ e_2 = M_\varepsilon^* / \sqrt{L_\varepsilon^{*2} + M_\varepsilon^{*2} + N_\varepsilon^{*2}} \\ e_3 = N_\varepsilon^* / \sqrt{L_\varepsilon^{*2} + M_\varepsilon^{*2} + N_\varepsilon^{*2}} \end{cases} \quad (34)$$

继而可以求得螺旋桨末端的有效工作空间, 如图 5 所示. 工作空间呈局部球面状, 且 Z 轴坐标值的变化范围为 40 mm 到 80 mm.

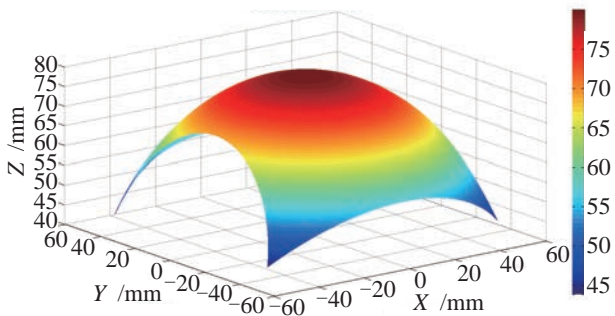


图 5 螺旋桨可达工作空间

Fig.5 Reachable workspace of the propeller

4.2 灵巧性能分析

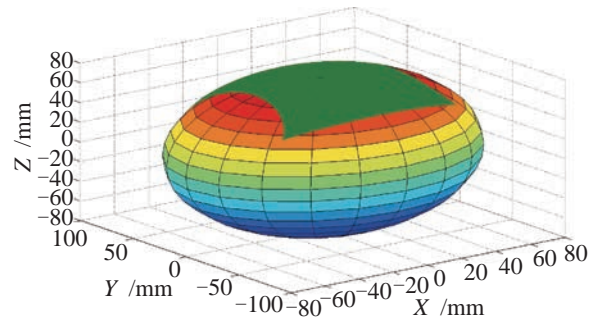
当 $\mathbf{J}_i^y [q_1, q_2, 0]^T = \mathbf{J}_0^y [-1\omega^2, -1\omega^3, 1/2\omega^2]^T$ 中的 \mathbf{J}_i^y 或 \mathbf{J}_0^y 中存在奇异矩阵, 则速度矩阵无法求解, 即机构存在奇异性.

所以分析本机构的奇异性就可以转化为求解机构中螺旋桨末端的瞬时速度螺旋的雅可比矩阵 $\mathbf{J} = (\mathbf{J}_0^y)^{-1} \mathbf{J}_i^y$ 的奇异性, 即求解雅可比矩阵的行列式值 $|\mathbf{J}|$ 等于 0 或者极其接近 0 的情况.

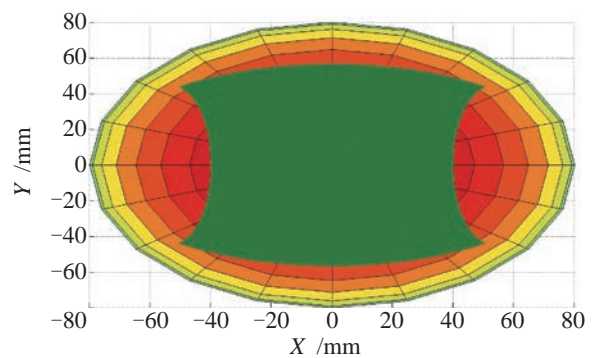
$$|\mathbf{J}| = \begin{vmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (35)$$

将式 (21) 中各值代入, 可知式 (35) 无解. 所以速度矩阵 (21) 非奇异, 即本水下机器人推进机构不存在奇异位置.

为更有效地考察螺旋桨矢量推进器的工作性能指标, 将其有效工作空间映射在 1 个半径为 80 mm 的球面上, 如图 6 所示. 对工作空间进行全局分析可知, 螺旋桨末端的有效工作空间分别关于坐标系 X 和 Y 轴对称, 螺旋桨偏转姿态调整和俯仰姿态调整范围分别达到 $\pm\pi/4$ 和 $\pm\pi/6$, 有效工作范围较大, 结合式 (35) 分析可知工作空间内无奇异位置, 因此螺旋桨能满足矢量偏转的设计和工作要求.



(a) 3D视图



(b) 俯视图 (X-Y)

图 6 螺旋桨工作空间全局分析

Fig.6 Global analysis of propeller workspace

4.3 瞬时运动学仿真分析

对水下机器人推进机构的运动学正解进行分析可以得到水下机器人推进机构螺旋桨末端的速度.

根据式 (19) 利用 MATLAB 并结合表 1 中几何数据参数, 可得到水下机器人推进机构螺旋桨末端的角速度 ω 的 3 个分量 ω_x 、 ω_y 、 ω_z 随时间变化曲线, 如图 7(a) 所示. 为验证数值计算方法的正确性, 将水下机器人矢量推进机构的 SolidWorks 模型导入到仿真软件 Adams 进行仿真验证, 得到螺旋桨末端角速度的 3 个分量随时间变化的曲线, 如图 7(b) 所示, 对比可知二者几乎完全重合.

对水下机器人推进机构的加速度正解进行分析可知, 螺旋桨末端的加速度 $\mathbf{s}^a = (\dot{\omega}; \dot{\mathbf{v}}_0)^T$ 中 $\dot{\mathbf{v}}_0 = 0$, 结合式 (32) 求得 \mathbf{s}^a 的结果, 可知 $\dot{\omega}$ 的 3 个分量 $\dot{\omega}_x$ 、 $\dot{\omega}_y$ 、 $\dot{\omega}_z$ 随时间变化曲线如图 8(a) 所示. 利用 Adams 对水下机器人矢量推进机构螺旋桨末端角加速度仿真, 得到其 3 个分量随时间变化曲线, 如图 8(b) 所示.

经以上分析可知, 基于螺旋理论对矢量推进机构的瞬时运动学进行分析的结果, 与利用 Adams 软件进行仿真分析的结果吻合, 验证了本文提出的水下机器人矢量推进球面并联机构的运动学建模方法的正确性.

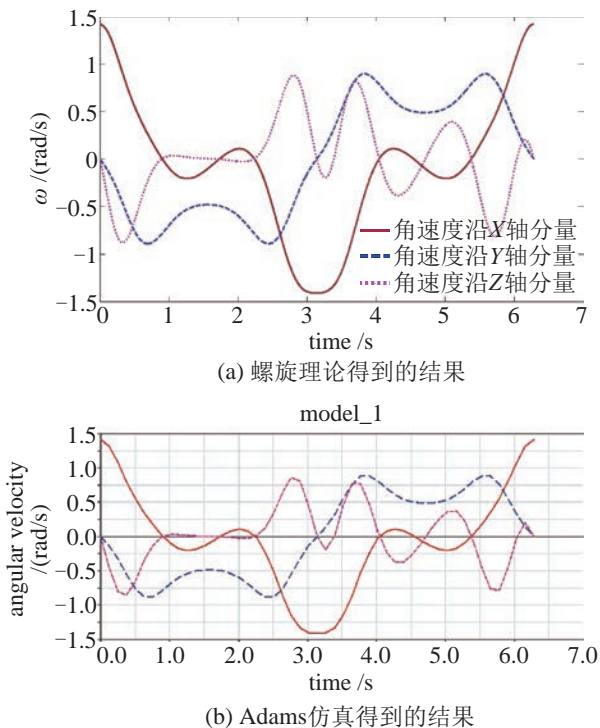


图 7 螺旋桨角速度变化曲线

Fig.7 Angular velocity change curve of the propeller

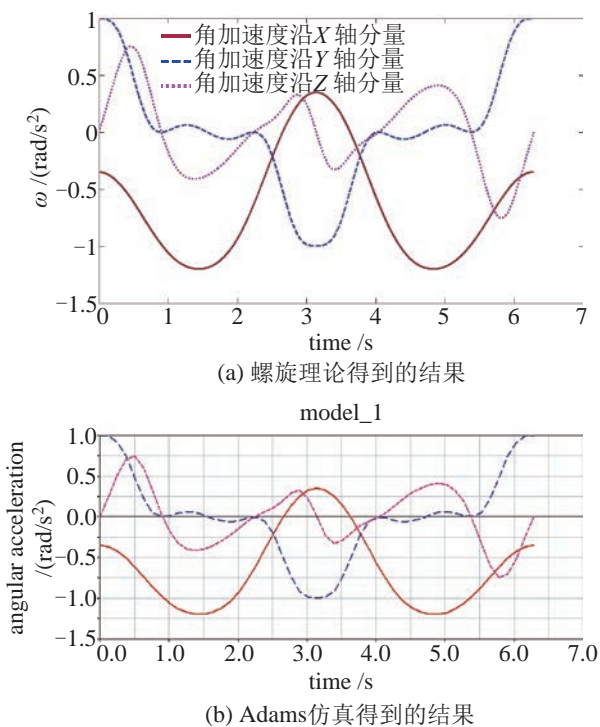


图 8 螺旋桨角加速度变化曲线

Fig.8 Angular acceleration change curve of the propeller

5 结论 (Conclusion)

本文利用添加过约束支链的思路设计了一种应用于水下机器人的新型并联矢量螺旋桨推进装置. 该矢量螺旋桨能实现 3 个独立的转动自由度. 运用螺旋理论运动学建模方法, 能够简单有效地获得机

构的运动学正逆解和特征参数. 此装置结构简单, 运动灵活, 有效工作空间对称、范围较大, 满足水下机器人矢量推进的工作要求, 在水下航行领域具有较广阔的应用前景.

参考文献 (References)

- [1] Kybeom K, Gregory L, Ryan P R, et al. A study on simultaneous design of a hall effect thruster and its low-thrust trajectory[J]. Acta Astronautica, 2016, 119(2): 34-47.
- [2] Roque S P, Cecilia E, Garcia C, et al. Experiences and results from designing and developing a 6-DOF underwater parallel robot[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2011, 56(3): 101-112.
- [3] 高富东, 潘存云, 杨政, 等. 多矢量推进水下航行器 6 自由度非线性建模与分析 [J]. 机械工程学报, 2011, 47(5): 93-100.
Gao F D, Pan C Y, Yang Z, et al. Nonlinear mathematics modeling and analysis of the vectored thruster autonomous underwater vehicle in 6-DOF motions[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(5): 93-100.
- [4] Khalil I, Ahmed R, Mohamed F, et al. Development of a new 4-DOF endoscopic parallel manipulator based on screw theory for laparoscopic surgery[J]. Mechatronics, 2015, 28: 4-17.
- [5] Lin X H, Guo S X. Development of a spherical underwater robot equipped with multiple vectored water-jet-based thrusters [J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2012, 67(3/4): 307-321.
- [6] Wu K, Yu J J, Zong G H, et al. A family of rotational parallel manipulators with equal-diameter spherical pure rotation[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 6(1): 267-280.
- [7] 罗二娟, 牟德君, 刘晓, 等. 耦合型 3 自由度并联稳定平台机构及其运动特征 [J]. 机器人, 2010, 32(5): 681-687.
Luo E J, Mu D J, Liu X, et al. A 3-DOF coupling parallel mechanism for stabilized platform and its motion characteristics[J]. Robot, 2010, 32(5): 681-687.
- [8] Delsignore M J, Krovi V N. Screw-theoretic analysis models for felid jaw mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(2): 147-159.
- [9] Jaime G A, Agustín R A, Héctor R G, et al. Kinematics of an asymmetrical three-legged parallel manipulator by means of the screw theory[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(7): 1013-1023.
- [10] Khalil I, Ahmed R, Mohamed F, et al. Development of a new 4-DOF endoscopic parallel manipulator based on screw theory for laparoscopic surgery[J]. Mechatronics, 2015, 28: 4-17.
- [11] Glazunov V. Design of decoupled parallel manipulators by means of the theory of screws[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(2): 239-250.
- [12] 郭盛, 方跃法, 岳聪. 基于螺旋理论的单闭环多自由度过约束机构综合 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(11): 38-45.
Guo S, Fang Y F, Yue C. Structure synthesis of single closed-loop multi-degree of freedom of over-constrained mechanism based on screw theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(11): 38-45.
- [13] Glazunov V A, Levin S V, Shalyukhin K A, et al. Development of mechanisms of parallel structure with four degrees of freedom and partial decoupling[J]. Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2010, 39(5): 407-411. (下转第 753 页)

- [13] Yu J, Wang M, Su Z, et al. Dynamic modeling of a CPG-governed multijoint robotic fish[J]. *Advanced Robotics*, 2013, 27(4): 275-285.
- [14] 汪明, 喻俊志, 谭民. 胸鳍推进型机器鱼的 CPG 控制及实现 [J]. *机器人*, 2010, 32(2): 248-255.
Wang M, Yu J Z, Tan M. Central pattern generator based control and implementation for a pectoral-fin propelled robotic fish[J]. *Robot*, 2010, 32(2): 248-255.
- [15] Ikeda M, Watanabe K, Nagai I. Propulsion movement control using CPG for a Manta robot[C]//2012 Joint 6th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems, SCIS 2012 and 13th International Symposium on Advanced Intelligence Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2012: 755-758.
- [16] Ikeda M, Hikasa S, Watanabe K, et al. A CPG design of considering the attitude for the propulsion control of a Manta robot[C]//39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 6354-6358.
- [17] Cao Y, Bi S S, Cai Y R, et al. Applying central pattern generators to control the robofish with oscillating pectoral fins[J]. *Industrial Robot*, 2015, 42(5): 392-405.
- [18] Zhou C, Low K H. Kinematic modeling framework for biomimetic undulatory fin motion based on coupled nonlinear oscillators[C]//23rd IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2010: 934-939.
- [19] Zhou C, Low K H. Optimization of swimming locomotion for fish robots with multi-actuation[C]//IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, USA: IEEE, 2011: 2120-2125.
- [20] Rosenberger L J. Pectoral fin locomotion in batoid fishes: Undulation versus oscillation[J]. *Journal of Experimental Biology*, 2001, 204(2): 379-394.
- [21] 王田苗, 杨兴帮, 梁建宏. 中央鳍/对鳍推进模式的仿生自主水下机器人发展现状综述 [J]. *机器人*, 2013, 35(3): 352-362, 384.
Wang T M, Yang X B, Liang J H. A survey on bionic autonomous underwater vehicles propelled by median and/or paired fin mode[J]. *Robot*, 2013, 35(3): 352-362, 384.

作者简介:

- 王扬威 (1980-), 男, 博士, 讲师. 研究领域: 仿生机器人, 机电一体化技术, 智能装备.
- 闫勇程 (1991-), 男, 硕士生. 研究领域: 智能机器人技术.
- 刘凯 (1981-), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 数控技术, 机器人, 机电一体化等.

(上接第 745 页)

- [14] Gallardo J, Rico J M, Frisoli A, et al. Dynamics of parallel manipulators by means of screw theory[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2003, 38(11): 1113-1131.

作者简介:

徐瀚 (1990-), 男, 硕士生. 研究领域: 水下机器人结

构设计.

- 李静 (1982-), 女, 硕士, 讲师. 研究领域: 机电装备技术.
- 陈原 (1976-), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 机器人机构学.