

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2017.0704

基于虚拟分解控制的液压足式机器人单腿稳定阻抗控制

陈光荣, 王军政, 赵江波, 马立玲, 沈伟

(北京理工大学复杂系统智能控制与决策国家重点实验室, 北京 100081)

摘要: 虽然非线性模型控制法可以很好地解决机器人柔顺性力接触问题, 但也增加了复杂机器人高非线性动态建模控制的复杂度。对此, 本文提出了一种基于虚拟分解控制的液压足式机器人单腿稳定阻抗控制。首先, 给出了虚拟分解控制的数学基础。然后, 将液压足式机器人单腿与无质量虚拟机械手串联成一个合成机械手, 利用虚拟分解控制方法将合成机械手分解成由连杆和关节被控体组成的子系统链, 运用虚拟分解控制的虚拟功率流和虚拟稳定性特性分析各子系统和无质量虚拟机械手的运动学、动力学、控制及虚拟稳定性, 同时分析合成机械手的环境交互动态稳定性, 接着给出一种既能保证系统稳定性又能实现理想阻抗性能的系统控制律增益。最后, 将其运用到液压足式机器人单腿系统中进行验证, 实验结果证明该方法不仅可以有效地减小机器人接触力, 还能很好地跟踪目标阻抗。

关键词: 足式机器人; 阻抗控制; 虚拟分解控制; 虚拟功率流; 稳定性分析

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2017)-05-0704-11

Stable Impedance Control of a Single Leg of Hydraulic Legged Robot Based on Virtual Decomposition Control

CHEN Guangrong, WANG Junzheng, ZHAO Jiangbo, MA Liling, SHEN Wei

(Key Laboratory of Intelligent Control and Decision of Complex Systems, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Even though the nonlinear model-based control method can solve the problem of compliant contact force for robot, it increases the complexity of highly nonlinear dynamics model-based control of the complex robot. As thus, a stable impedance control method based on virtual decomposition control (VDC) is proposed for a single leg of hydraulic legged robot. Firstly, the mathematical preliminaries of VDC is given out. Then, the single leg of hydraulic legged robot is linked with a massless virtual manipulator to be a combined manipulator. The combined manipulator is decomposed into the subsystems consisting of links and joint objects using the VDC approach. The virtual power flow and virtual stability features of VDC are utilized to analyze the kinematics, dynamics, control and virtual stability of the subsystems and the massless virtual manipulator. Meanwhile, the dynamics stability of the combined manipulator in the environment interaction is analyzed. Besides, the system control gain which can guarantee the system stability and ideal impedance performance is given out. Finally, the experimental results on a single leg system of hydraulic legged robot show that the proposed control method can not only reduce the robot contact force but also track the target impedance.

Keywords: legged robot; impedance control; virtual decomposition control (VDC); virtual power flow; stability analysis

1 引言 (Introduction)

目前先进机器人, 如仿人机器人、足式机器人、外骨骼机器人等^[1-2], 已经成为工业界和学术界的研究热点。如何实现机器人的环境友好交互成为机器人控制的关键。这就要求机器人可以精确地控制好交互力或自身的柔顺性。机器人力控制的基本方法有 Raibert 提出的位/力混合控制^[3]和 Hogan 提出的阻抗控制^[4]两种。液压执行器因精度高、响应快、负载能力强而受到广泛运用^[5-7]。但由于其

高度非线性, 单个液压执行器的高带宽力控制也具有挑战。虽然非线性模型控制可以很好地解决机器人柔顺性力接触问题, 但也增加了复杂机器人高非线性动态建模控制的复杂度^[8]。

虚拟分解控制技术是为控制复杂机器人而发展出来的一种基于子系统动态的控制技术^[8-9]。其控制性能在电动机器人^[10-14]和液压机器人^[15-19]上都有显著的提高。虚拟分解控制技术具有以下优势: 1) 简单的子系统动态; 2) 控制计算量与子系统个数

成正比且可由底层控制器实现; 3) 改变一个子系统控制不影响其他子系统控制; 4) 自适应鲁棒控制可以用来处理子系统的不确定参数和不确定项; 5) 可以用虚拟功率流和虚拟稳定性来分析各子系统的稳定性.

因此, 本文提出了一种基于虚拟分解控制的稳定阻抗控制, 并成功运用到液压足式机器人单腿系统中.

2 数学基础 (Mathematical preliminaries)

本节为控制系统设计提供必要的数学基础^[8].

2.1 刚体动力学

定义刚体的 3 维正交载体坐标系为 $\{B\}$, 速度和角速度矢量分别为 ${}^B\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ 和 ${}^B\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$, 为了方便速度在不同坐标系之间转换, 合成的速度/角速度矢量可以写成:

$${}^B\mathbf{V} \triangleq \begin{bmatrix} {}^B\mathbf{v} \\ {}^B\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6 \quad (1)$$

同样定义力矢量和转矩矢量分别为 ${}^B\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ 和 ${}^B\mathbf{m} \in \mathbb{R}^3$, 合成的力/转矩矢量可以写成:

$${}^B\mathbf{F} \triangleq \begin{bmatrix} {}^B\mathbf{f} \\ {}^B\mathbf{m} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6 \quad (2)$$

考虑同一刚性载体上的 2 个坐标系 $\{B\}$ 和 $\{T\}$, 则有:

$$\begin{aligned} {}^T\mathbf{V} &= {}^B\mathbf{U}_T^T {}^B\mathbf{V} \\ {}^B\mathbf{F} &= {}^B\mathbf{U}_T \mathbf{F}^T \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ${}^B\mathbf{U}_T \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 为力/转矩矢量从坐标系 $\{T\}$ 到坐标系 $\{B\}$ 的转换矩阵.

定义刚体的 3 维正交载体坐标系为 $\{B\}$, 则刚体动力学为

$$\mathbf{M}_B \frac{d}{dt} {}^B\mathbf{V} + \mathbf{C}_B ({}^B\boldsymbol{\omega}) {}^B\mathbf{V} + \mathbf{G}_B = {}^B\mathbf{F}^* \quad (4)$$

其中, ${}^B\mathbf{F}^* \in \mathbb{R}^6$ 为刚体受到的合力/转矩矢量在坐标系 $\{B\}$ 的表示, $\mathbf{M}_B \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 为质量矩阵, $\mathbf{C}_B ({}^B\boldsymbol{\omega}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 为科氏力和离心力项矩阵, $\mathbf{G}_B \in \mathbb{R}^6$ 为重力项矩阵.

定义 ${}^B\mathbf{V}_r \in \mathbb{R}^6$ 为 ${}^B\mathbf{V} \in \mathbb{R}^6$ 的要求矢量 (即后面会详述的设计矢量), 由文 [8] 可得, 所要求的刚体动力学的线性参数化表达式为

$$\mathbf{Y}_B \boldsymbol{\theta}_B \triangleq \mathbf{M}_B \frac{d}{dt} {}^B\mathbf{V}_r + \mathbf{C}_B ({}^B\boldsymbol{\omega}) {}^B\mathbf{V}_r + \mathbf{G}_B \quad (5)$$

其中, $\mathbf{Y}_B \in \mathbb{R}^{6 \times 13}$ 为回归矩阵, $\boldsymbol{\theta}_B \in \mathbb{R}^6$ 为参数矢量, 具体表达式见文 [8] 中附录 A.

由式 (5) 得到所要求的合力/转矩矢量为

$${}^B\mathbf{F}_r^* = \mathbf{Y}_B \hat{\boldsymbol{\theta}}_B + \mathbf{K}_B ({}^B\mathbf{V}_r - {}^B\mathbf{V}) \quad (6)$$

$\mathbf{K}_B \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 为刚体速度反馈控制的正定增益矩阵, $\mathbf{Y}_B \hat{\boldsymbol{\theta}}_B$ 为由所要求速度及其导数和估计参数组成的模型前馈补偿, 此处可加入各子系统参数自适应.

2.2 参数自适应

定义 1^[8]: 对 $t > 0$, 有投影函数 $\rho(s(t), k, a(t), b(t), t) \in \mathbb{R}$ 为可微标量函数且其导数为

$$\dot{\rho} = ks(t)\kappa \quad (7)$$

其中, $\kappa = \begin{cases} 0, & \text{if } \rho \leq a(t) \text{ and } s(t) \leq 0 \\ 0, & \text{if } \rho \geq b(t) \text{ and } s(t) \geq 0, s(t) \in \mathbb{R} \text{ 为} \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases}$

标量变量, $k > 0$ 为常数, $a(t) \leq b(t)$. 则对任意常数 ρ_c , $a(t) \leq \rho_c \leq b(t)$, 有

$$(\rho_c - \rho) \left(s(t) - \frac{1}{k} \dot{\rho} \right) \leq 0 \quad (8)$$

2.3 虚拟截点和简化导向图

在虚拟分解中, 可以通过配置虚拟截点 (virtual cutting point, VCP) 将原系统虚拟分解成多个子系统. 在虚拟截点形成的虚拟截面上, 有 3 维的力/转矩矢量从一个子系统作用到另一个子系统.

定义 2^[8]: 截点是一个具有方向的分割刚体的分割面. 被虚拟截点截断的两部分保持相同的位置和方向, 该虚拟截点为其中一部分的驱动截点, 为另一部分的被驱截点. 一个力矢量 ${}^B\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ 和转矩矢量 ${}^B\mathbf{m} \in \mathbb{R}^3$ 从一个部分 (驱动截点) 作用到另一个部分 (被驱截点).

原系统被虚拟截点分解成多个子系统之后, 该系统可由定义 3 的简化导向图表示.

定义 3^[8]: 一个图由圆点和边组成, 一个方向图是一个每条边都有方向的图, 一个导向图是一个每条边都只有一个方向的图, 一个简化导向图是一个没有闭环的导向图.

2.4 L_2 和 L_∞ 稳定性

定义 4^[8]: 勒贝格空间表示为 L_p , p 为正整数, 含有所有可测和可积函数 $f(t)$ 满足:

$$\|f\| = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\int_0^T |f(t)|^p d\tau \right]^{\frac{1}{p}} < +\infty \quad (9)$$

取 2 个特别的例子:

1) 一个勒贝格可测函数属于 L_2 当且仅当 $\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T |f(t)|^2 d\tau < +\infty$.

2) 一个勒贝格可测函数属于 L_∞ 当且仅当

$$\lim_{t \in [0, \infty)} |f(t)| < +\infty.$$

引理 1^[8]: 一个非负可微函数如下:

$$\xi(t) \geq \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}(t) \quad (10)$$

其中, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ ($n \geq 1$) 和 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是对称正定矩阵. 如果 $\xi(t)$ 的导数是勒贝格可积且有:

$$\dot{\xi}(t) \leq -\frac{1}{2} \mathbf{y}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{y}(t) - s(t) \quad (11)$$

其中, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m$ ($m \geq 1$) 和 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是对称正定矩阵, $s(t)$ 满足:

$$\int_0^\infty s(t) dt \geq -\gamma_0 \quad (12)$$

其中, $0 \leq \gamma_0 < \infty$, 则有 $\xi(t) \in L_\infty$, $\mathbf{x}(t) \in L_\infty$ 和 $\mathbf{y}(t) \in L_2$.

引理 1 证明如果一个系统有一个在 L_∞ 的关联矢量函数 $\mathbf{x}(t)$, 有一个在 L_2 的关联矢量函数 $\mathbf{y}(t)$, 则该系统稳定.

引理 2^[8]: 2 阶多输入多输出系统如下:

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{D}}\dot{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{x}(t) = \mathbf{u}(t) \quad (13)$$

其中, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{D}}, \bar{\mathbf{K}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是 3 个对称正定矩阵. 如果 $\mathbf{u}(t) \in L_p$, 则有 $\mathbf{x}(t) \in L_p$ 和 $\dot{\mathbf{x}}(t) \in L_p$ ($p=2$ 或 ∞).

引理 2 表明 L_2 和 L_∞ 信号在通过一个 2 阶多输入多输出滤波器之后保持原有特性.

引理 3^[8]: 如果 $e(t) \in L_2$, 且 $e(t) \in L_\infty$, 则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

引理 3 为误差信号 $e(t)$ 渐近稳定提供依据.

2.5 虚拟稳定性

虚拟分解控制的特性就是引入了虚拟功率流 (virtual power flow, VPF). 虚拟功率流定义了子系统间的动态交互和虚拟稳定性.

定义 5^[8]: 坐标系 $\{B\}$ 的虚拟功率流为速度/角速度误差矢量与力/转矩误差矢量的内积:

$$p_B = ({}^B \mathbf{V}_r - {}^B \mathbf{V})^T ({}^B \mathbf{F}_r - {}^B \mathbf{F}) \quad (14)$$

其中, ${}^B \mathbf{V}_r \in \mathbb{R}^6$ 和 ${}^B \mathbf{F}_r \in \mathbb{R}^6$ 分别为 ${}^B \mathbf{V} \in \mathbb{R}^6$ 和 ${}^B \mathbf{F} \in \mathbb{R}^6$ 的要求矢量.

定义 6^[8]: 一个子系统有一个被驱虚拟截点 (坐标系 $\{B\}$) 和一个驱动虚拟截点 (坐标系 $\{T\}$), 有一个在 L_∞ 的关联矢量函数 $\mathbf{x}(t)$, 有一个在 L_2 的关联矢量函数 $\mathbf{y}(t)$, 该子系统稳定当且仅当存在一个非负伴随函数:

$$v(t) \geq \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}(t) \quad (15)$$

且满足

$$\dot{v}(t) \leq -\frac{1}{2} \mathbf{y}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{y}(t) + p_B - p_T - s(t) \quad (16)$$

其中 $\int_0^\infty s(t) dt \geq -\gamma_0$, $0 \leq \gamma_0 < \infty$, \mathbf{P} 和 \mathbf{Q} 分别为 2 个分块对角正定矩阵, p_B 和 p_T 分别为坐标系 $\{B\}$ 和坐标系 $\{T\}$ 的虚拟功率流. 当要求的速度/角速度矢量和力/转矩矢量也满足式 (3) 中的转换矩阵约束时, 则有 $p_B = p_T$.

3 系统控制 (System control)

本文的研究对象是一个 3 自由度的液压足式机器人单腿系统, 将其与一个无质量的二连杆虚拟机械手串联成一个 6 自由度机械手, 如图 1 所示. 其中, m_i, l_i, q_i ($i=1, \dots, 6$) 分别为连杆的质量、长度和对应的关节角. q_7 为连杆 6 与地面的夹角, 地面与发生接触的环境坐标系 $\{E\}$ 固联, 坐标系 $\{E\}$ 也是笛卡儿运动和力控制的机械手末端靶坐标系. 连杆 1 和 2 组成的无质量 ($m_1 = m_2 = 0$) 虚拟机械手一端固定在惯性坐标系 $\{I\}$, 另一端与液压足式机器人单腿在关节 3 相连. 因为虚拟机械手是无质量的, 并不需要实际的控制输入, 所以只要能满足机器人单腿所要求的腿部运动, 无质量虚拟机械手连杆的数量、长度和关节角都可以自定义.

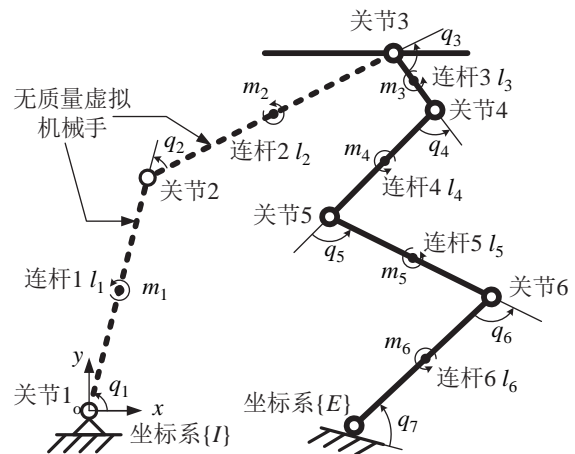


图 1 研究平台: 液压足式机器人单腿与一个二连杆无质量虚拟机械手相连

Fig.1 The research platform: a single leg of hydraulic legged robot linked with a two-link massless virtual manipulator

3.1 虚拟分解控制

3.1.1 虚拟分解与简化导向图

为解决合成 6 自由度机械手的高度非线性, 通过配置定义 2 中的虚拟截点将合成 6 自由度机械手虚拟分解成由 6 个连杆和 7 个关节被控体组成的较为简单的子系统链, 如图 2 所示. 根据定义 3 画出图 3 所示的系统简化导向图. 在图 2 和 3 中:

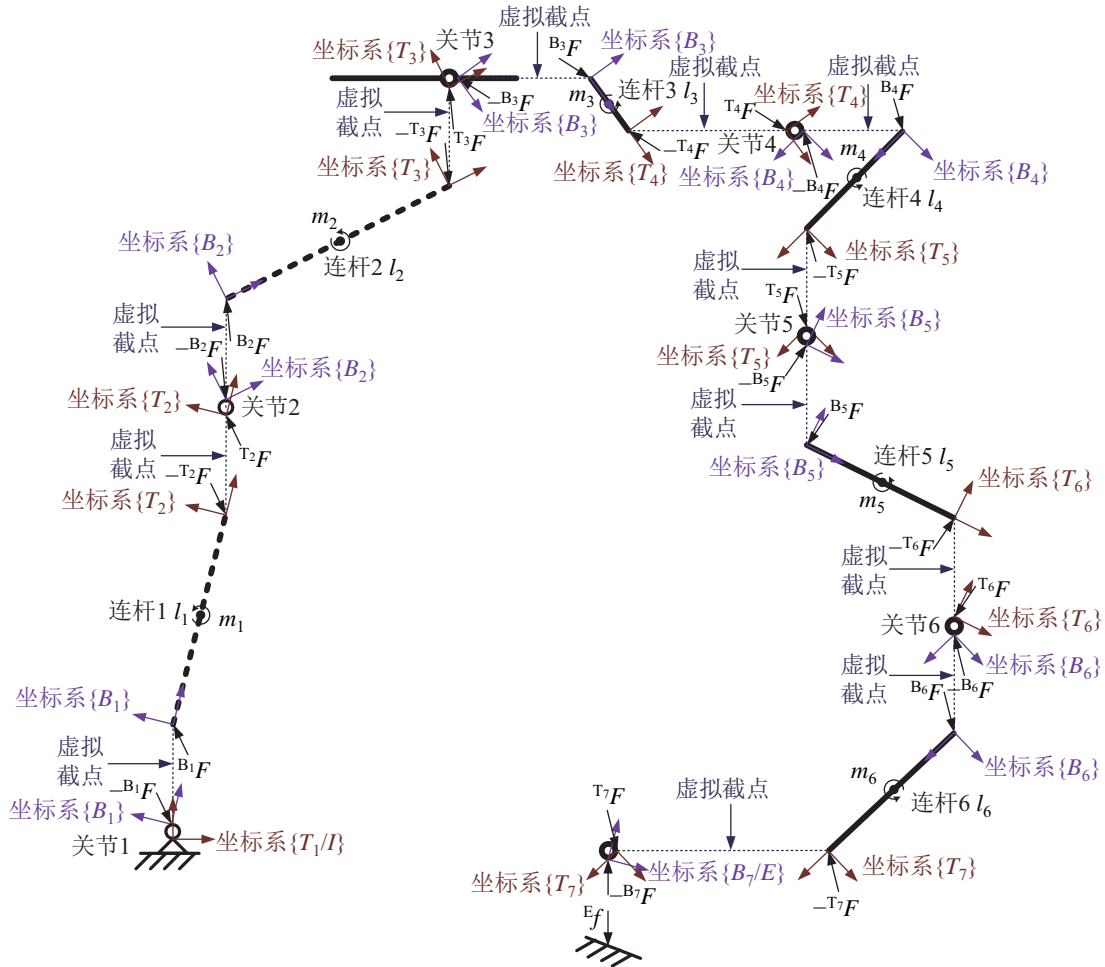


图 2 研究平台的虚拟分解

Fig.2 The virtual decomposition of the research platform

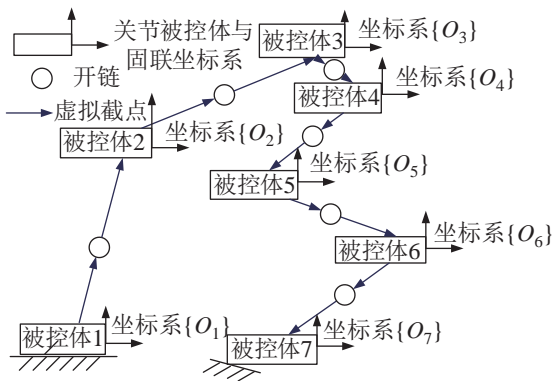


图 3 研究平台的简化导向图

Fig.3 A simple oriented graph of the research platform

1) 合成机械手的第 i ($i = 1, \dots, 6$) 个连杆在坐标系 $\{T_{i+1}\}$ 有一个驱动截点, 在坐标系 $\{B_i\}$ 有一个被驱截点.

2) 合成机械手的第 i ($i = 1, \dots, 7$) 个关节被控体在坐标系 $\{B_i\}$ 有一个驱动截点, 在坐标系 $\{T_i\}$ 有一个被驱截点.

3) 二连杆无质量虚拟机械手在坐标系 $\{T_3\}$ 有

一个驱动截点.

4) 坐标系 $\{T_1\}$ 等于坐标系 $\{I\}$, 为惯性坐标系; 坐标系 $\{B_7\}$ 等于坐标系 $\{E\}$, 为环境坐标系.

虚拟分解控制的方法允许对每个子系统单独进行控制, 接下来分别对连杆、被控体和无质量虚拟机械手的运动学、动力学、控制和虚拟稳定性进行分析.

3.1.2 连杆

1) 连杆运动学

各连杆合成的速度/角速度矢量在坐标系间的映射关系为

$$T_i \mathbf{V} = B_{i-1} \mathbf{U}_{T_i}^{T B_{i-1}} \mathbf{V}, \quad i = 2, \dots, 7 \quad (17)$$

2) 连杆动力学

由式 (4) 可得各连杆的合力/转矩矢量为

$$M_{B_i} \frac{d}{dt} B_i \mathbf{V} + C_{B_i} (B_i \boldsymbol{\omega}) B_i \mathbf{V} + G_{B_i} = B_i \mathbf{F}^*, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (18)$$

同时由连杆的力平衡方程可得

$${}^{B_i} \mathbf{F}^* = {}^{B_i} \mathbf{F} - {}^{B_i} \mathbf{U}_{T_{i+1}}^T {}^{T_{i+1}} \mathbf{F}, i = 1, \dots, 6 \quad (19)$$

3) 连杆控制

由式 (17) 可得各连杆要求的合成速度/角速度矢量在坐标系间的映射关系为

$${}^{T_i} \mathbf{V}_r = {}^{B_{i-1}} \mathbf{U}_{T_i}^T {}^{B_{i-1}} \mathbf{V}_r, i = 2, \dots, 7 \quad (20)$$

由式 (19) 可得各连杆要求的合力/转矩矢量为

$${}^{B_i} \mathbf{F}_r^* = {}^{B_i} \mathbf{F}_r - {}^{B_i} \mathbf{U}_{T_{i+1}}^T {}^{T_{i+1}} \mathbf{F}_r, i = 1, \dots, 6 \quad (21)$$

又由式 (6) 可得各连杆要求的合力/转矩矢量为

$${}^{B_i} \mathbf{F}_r^* = \mathbf{Y}_{B_i} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B_i} + \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}), i = 1, \dots, 6 \quad (22)$$

其中, $\mathbf{Y}_{B_i} \boldsymbol{\theta}_{B_i} = \mathbf{M}_{B_i} \frac{d}{dt} {}^{B_i} \mathbf{V}_r + \mathbf{C}_{B_i} ({}^{B_i} \boldsymbol{\omega}) {}^{B_i} \mathbf{V}_r + \mathbf{G}_{B_i}$.

为得到 $\boldsymbol{\theta}_{B_i}$ 的估计矢量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{B_i}$ 的自适应律, 定义:

$$\mathbf{s}_{B_i} = \mathbf{Y}_{B_i}^T ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}), i = 1, \dots, 6 \quad (23)$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{B_i}$ 的第 j 个元素为

$$\hat{\theta}_{B_{i,j}} = \rho(s_{B_{i,j}}, k_{B_{i,j}}, \underline{\theta}_{B_{i,j}}, \bar{\theta}_{B_{i,j}}, t), j = 1, 2, \dots, 13 \quad (24)$$

其中, $s_{B_{i,j}}$ 为 \mathbf{s}_{B_i} 的第 j 个元素, $k_{B_{i,j}} > 0$ 是自适应增益, $\bar{\theta}_{B_{i,j}}$ 和 $\underline{\theta}_{B_{i,j}}$ 分别为 $\theta_{B_{i,j}}$ 的上下界. 则式 (7) 可以作为该元素的自适应律.

4) 连杆虚拟稳定性

以下利用引理 4 给出各连杆的虚拟稳定性.

引理 4: 对连杆 i ($i = 1, \dots, 6$), 有运动学式 (17), 动力学式 (18)、(19), 控制方程式 (20)~(22), 自适应方程式 (23)、(24). 如果有非负伴随函数

$$v_{B_i} = \frac{1}{2} [({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{M}_{B_i} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) + \sum_{j=1}^{13} (\theta_{B_{i,j}} - \hat{\theta}_{B_{i,j}}) / k_{B_{i,j}}] \geq 0 \quad (25)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{v}_{B_i} &\leq -({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) + \\ &({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T ({}^{B_i} \mathbf{F}_r^* - {}^{B_i} \mathbf{F}^*) \\ &= -({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) + p_{B_i} - p_{T_{i+1}} \end{aligned} \quad (26)$$

其中, p_{B_i} 和 $p_{T_{i+1}}$ 分别为连杆 i 的被驱截点和驱动截点的虚拟功率流.

证明: 由 $\mathbf{C}_{B_i} ({}^{B_i} \boldsymbol{\omega})$ 的反对称特性可得

$$({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{C}_{B_i} ({}^{B_i} \boldsymbol{\omega}) ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) = 0 \quad (27)$$

将式 (22) 减去式 (18) 可得

$$\begin{aligned} &{}^{B_i} \mathbf{F}_r^* - {}^{B_i} \mathbf{F}^* \\ &= \mathbf{M}_{B_i} \frac{d}{dt} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) + \mathbf{C}_{B_i} ({}^{B_i} \boldsymbol{\omega}) ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) + \\ &\mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) - \mathbf{Y}_{B_i} (\boldsymbol{\theta}_{B_i} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B_i}) \end{aligned} \quad (28)$$

结合式 (8)、式 (23)、(24) 和式 (27)、(28) 可得式 (25) 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{v}_{B_i} &= ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{M}_{B_i} \frac{d}{dt} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) - \\ &\sum_{j=1}^{13} (\theta_{B_{i,j}} - \hat{\theta}_{B_{i,j}}) \dot{\hat{\theta}}_{B_{i,j}} / k_{B_{i,j}} \\ &= -({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{C}_{B_i} ({}^{B_i} \boldsymbol{\omega}) ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) - \\ &({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) + \\ &({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{Y}_{B_i} (\boldsymbol{\theta}_{B_i} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B_i}) + \\ &({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T ({}^{B_i} \mathbf{F}_r^* - {}^{B_i} \mathbf{F}^*) \\ &= -({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) + \\ &({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T ({}^{B_i} \mathbf{F}_r^* - {}^{B_i} \mathbf{F}^*) + \\ &\sum_{j=1}^{13} \left[(\theta_{B_{i,j}} - \hat{\theta}_{B_{i,j}}) \left(s_{B_{i,j}} - \frac{\dot{\hat{\theta}}_{B_{i,j}}}{k_{B_{i,j}}} \right) \right] \\ &\leq -({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V}) + \\ &({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T ({}^{B_i} \mathbf{F}_r^* - {}^{B_i} \mathbf{F}^*) \end{aligned} \quad (29)$$

再由式 (14)、式 (17) 和式 (19)~(21) 可得

$$\begin{aligned} &({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T ({}^{B_i} \mathbf{F}_r^* - {}^{B_i} \mathbf{F}^*) \\ &= ({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T ({}^{B_i} \mathbf{F}_r - {}^{B_i} \mathbf{F}) - \\ &({}^{B_i} \mathbf{V}_r - {}^{B_i} \mathbf{V})^T {}^{T_{i+1}} \mathbf{U}_{T_{i+1}} ({}^{T_{i+1}} \mathbf{F}_r - {}^{T_{i+1}} \mathbf{F}) \\ &= p_{B_i} - p_{T_{i+1}} \end{aligned} \quad (30)$$

把式 (29) 代入式 (30) 即可证明引理 4.

3.1.3 关节被控体

1) 关节被控体运动学

各关节被控体合成的速度/角速度矢量在坐标系间的映射关系为

$${}^{O_i} \mathbf{V} = {}^{B_i} \mathbf{U}_{O_i}^T {}^{B_i} \mathbf{V} = {}^{T_i} \mathbf{U}_{O_i}^T {}^{T_i} \mathbf{V}, i = 1, \dots, 7 \quad (31)$$

因为关节被控体 7 会与地面环境接触, 所以在环境坐标系 $\{E\}$ 中合成的速度/角速度 ${}^E \mathbf{V} \in \mathbb{R}^6$ 为

$${}^E \mathbf{V} = {}^{B_7} \mathbf{V} = {}^{B_7} \mathbf{U}_C \boldsymbol{\chi} \quad (32)$$

其中, $\boldsymbol{\chi} \in \mathbb{R}^2$ 为笛卡儿空间速度矢量且 ${}^{B_7} \mathbf{U}_C =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

2) 关节被控体动力学

由式(4)可得各关节被控体的合力/转矩矢量为

$$\mathbf{M}_{O_i} \frac{d}{dt} {}^{O_i} \mathbf{V} + \mathbf{C}_{O_i}({}^{O_i} \boldsymbol{\omega}) {}^{O_i} \mathbf{V} + \mathbf{G}_{O_i} = {}^{O_i} \mathbf{F}^*, i = 1, \dots, 7 \quad (33)$$

同时由关节被控体的力平衡方程可得

$${}^{O_i} \mathbf{F}^* = {}^{O_i} \mathbf{U}_{T_i} {}^{T_i} \mathbf{F} - {}^{O_i} \mathbf{U}_{B_i} {}^{B_i} \mathbf{F}, i = 1, \dots, 7 \quad (34)$$

同样地, 环境坐标系 $\{E\}$ 中合成的机器人末端力/转矩矢量 ${}^E \mathbf{F} \in \mathbb{R}^6$ 为

$${}^E \mathbf{F} = {}^{B_7} \mathbf{F} = {}^{B_7} \mathbf{U}_C {}^E \mathbf{f} \quad (35)$$

其中, ${}^E \mathbf{f} \in \mathbb{R}^2$ 为笛卡儿空间接触力矢量(机器人作用于地面环境).

3) 关节被控体控制

由式(31)可得各关节被控体要求的合成速度/角速度矢量在坐标系间的映射关系为

$${}^{O_i} \mathbf{V}_r = {}^{B_i} \mathbf{U}_{O_i}^T {}^{B_i} \mathbf{V}_r = {}^{T_i} \mathbf{U}_{O_i}^T {}^{T_i} \mathbf{V}_r, i = 1, \dots, 7 \quad (36)$$

由式(32)可得关节被控体7要求的合成速度/角速度矢量在环境坐标系 $\{E\}$ 与笛卡儿坐标系 $\{C\}$ 间的映射关系为

$${}^E \mathbf{V}_r = {}^{B_7} \mathbf{V}_r = {}^{B_7} \mathbf{U}_C \dot{\boldsymbol{\chi}}_r \quad (37)$$

其中, $\dot{\boldsymbol{\chi}}_r \in \mathbb{R}^2$ 为要求的笛卡儿空间速度矢量, 与设计阻抗参数相关.

由式(34)可得各关节被控体要求的合力/转矩矢量为

$${}^{O_i} \mathbf{F}_r^* = {}^{O_i} \mathbf{U}_{T_i} {}^{T_i} \mathbf{F}_r - {}^{O_i} \mathbf{U}_{B_i} {}^{B_i} \mathbf{F}_r, i = 1, \dots, 7 \quad (38)$$

由式(35)可得关节被控体7要求的合成力/转矩矢量在环境坐标系 $\{E\}$ 与笛卡儿坐标系 $\{C\}$ 间的映射关系为

$${}^E \mathbf{F}_r = {}^{B_7} \mathbf{F}_r = {}^{B_7} \mathbf{U}_C {}^E \mathbf{f}_d \quad (39)$$

其中, ${}^E \mathbf{f}_d \in \mathbb{R}^2$ 为理想的笛卡儿空间力矢量.

又由式(6)可得各关节被控体要求的合力/转矩矢量为

$${}^{O_i} \mathbf{F}_r^* = \mathbf{Y}_{O_i} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{O_i} + \mathbf{K}_{O_i} ({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V}), i = 1, \dots, 7 \quad (40)$$

其中, $\mathbf{Y}_{O_i} \boldsymbol{\theta}_{O_i} = \mathbf{M}_{O_i} \frac{d}{dt} {}^{O_i} \mathbf{V}_r + \mathbf{C}_{O_i}({}^{O_i} \boldsymbol{\omega}) {}^{O_i} \mathbf{V}_r + \mathbf{G}_{O_i}$.

为得到 $\boldsymbol{\theta}_{O_i}$ 的估计矢量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{O_i}$ 的自适应律, 定义

$$\mathbf{s}_{O_i} = \mathbf{Y}_{O_i}^T ({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V}), i = 1, \dots, 7 \quad (41)$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{O_i}$ 的第 j 个元素为

$$\hat{\theta}_{O_{i,j}} = \rho \left(s_{O_{i,j}}, k_{O_{i,j}}, \theta_{B_{i,j}}, \bar{\theta}_{O_{i,j}}, t \right), j = 1, \dots, 13 \quad (42)$$

其中, $s_{O_{i,j}}$ 为 \mathbf{s}_{O_i} 的第 j 个元素, $k_{O_{i,j}} > 0$ 是自适应增益, $\bar{\theta}_{O_{i,j}}$ 和 $\theta_{B_{i,j}}$ 分别为 $\theta_{O_{i,j}}$ 的上下界. 则式(7)可以作为该元素的自适应律.

4) 关节被控体虚拟稳定性

以下利用引理5给出各关节被控体的虚拟稳定性. 引理5的证明与引理4相同, 故略去.

引理5: 对关节被控体 i ($i = 1, \dots, 7$), 有运动学式(31), 动力学式(33)、(34), 控制方程式(36)、式(38)和式(40), 自适应方程式(41)、(42). 如果有非负伴随函数

$$v_{O_i} = \frac{1}{2} [({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V})^T \mathbf{M}_{O_i} ({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V}) + \sum_{j=1}^{13} (\theta_{O_{i,j}} - \hat{\theta}_{O_{i,j}}) / k_{O_{i,j}}] \geq 0 \quad (43)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{v}_{O_i} &\leq -({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V})^T \mathbf{K}_{O_i} ({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V}) + \\ &({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V})^T ({}^{O_i} \mathbf{F}_r^* - {}^{O_i} \mathbf{F}^*) \\ &= -({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V})^T \mathbf{K}_{O_i} ({}^{O_i} \mathbf{V}_r - {}^{O_i} \mathbf{V}) + p_{T_i} - p_{B_i} \end{aligned} \quad (44)$$

其中, p_{B_i} 和 p_{T_i} 分别为关节被控体 i 的驱动截点和被驱截点的虚拟功率流.

3.1.4 无质量虚拟机械手

无质量虚拟机械手并不需要控制, 但为了保证它的引入不会影响到机器人的运动和控制, 必须保证它与机器人连接处(坐标系 $\{T_3\}$)的合成力/转矩矢量为0, 即

$${}^{T_3} \mathbf{F} = 0 \quad (45)$$

式(45)表明机器人的非完整约束需要满足动量守恒定律. 因此, 坐标系 $\{T_3\}$ 上要求的合成力/转矩矢量为

$${}^{T_3} \mathbf{F}_r = -\mathbf{K}_s ({}^{T_3} \mathbf{V}_r - {}^{T_3} \mathbf{V}) \quad (46)$$

其中, $\mathbf{K}_s \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 是一个半正定矩阵.

引理6: 如果对于满足式(45)的无质量虚拟机械手, 有控制方程式(46)成立, 则根据定义6可知, 该无质量虚拟机械手是虚拟稳定的.

证明: 令无质量虚拟机械手的非负伴随函数为0, 即 $v_{B_i} = v_{O_i} = 0$ ($i = 1, 2$), 则有

$$\begin{aligned} 0 &\leq ({}^{T_3} \mathbf{V}_r - {}^{T_3} \mathbf{V})^T \mathbf{K}_s ({}^{T_3} \mathbf{V}_r - {}^{T_3} \mathbf{V}) \\ &= -({}^{T_3} \mathbf{V}_r - {}^{T_3} \mathbf{V})^T ({}^{T_3} \mathbf{F}_r - {}^{T_3} \mathbf{F}) \\ &= -p_{T_3} \end{aligned} \quad (47)$$

得证.

3.2 阻抗控制

阻抗控制本质是在位置控制和力控制之间找到平衡点, 目的是实现友好的环境交互, 在本文中体现为如何处理好关节被控体 7 与地面环境的接触.

根据 Hogan^[4] 提出的阻抗控制律, 通用的笛卡儿目标阻抗形式为

$${}^E f_d - {}^E f = -\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) - \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) - \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) \quad (48)$$

其中, $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 分别为理想刚度、阻尼、惯量的对角正定矩阵, $\boldsymbol{\chi}_d$ 为机器人末端点在笛卡儿空间的理想速度矢量.

在虚拟分解控制架构中, 要求的合成速度/角速度矢量作为系统的参考给定信号, 系统控制目标就是使实际的合成速度/角速度矢量信号跟踪上要求的合成速度/角速度矢量. 故在给定信号为式 (37) 中要求的笛卡儿空间速度矢量时, 需要所设计的控制器不但满足式 (48) 设定的机器人阻抗性能, 而且还要保证环境交互 (关节被控体 7) 的虚拟稳定性, 见引理 7.

引理 7: 设计机器人控制律 $\dot{\boldsymbol{\chi}}_r$ 为

$$\dot{\boldsymbol{\chi}}_r = \dot{\boldsymbol{\chi}}_d + \boldsymbol{\Gamma}_K(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \boldsymbol{\Gamma}_M(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) + \boldsymbol{\Gamma}_f({}^E f_d - {}^E f) \quad (49)$$

其中, $\boldsymbol{\Gamma}_K \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $\boldsymbol{\Gamma}_M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $\boldsymbol{\Gamma}_f \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 分别为笛卡儿空间速度、加速度和力控制的对角正定矩阵, 如果满足

$$\boldsymbol{\Gamma}_f = \mathbf{D}^{-1}, \boldsymbol{\Gamma}_K = \mathbf{K}\boldsymbol{\Gamma}_f, \boldsymbol{\Gamma}_M = \mathbf{M}\boldsymbol{\Gamma}_f \quad (50)$$

则, 式 (49) 与目标阻抗式 (48) 等价, 同时又能保证机器人环境交互稳定性.

证明: 由 $\boldsymbol{\Gamma}_K, \boldsymbol{\Gamma}_M, \boldsymbol{\Gamma}_f, \mathbf{K}, \mathbf{D}, \mathbf{M}$ 的对角正定矩阵性质有

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_K\mathbf{D} &= \boldsymbol{\Gamma}_K \\ \mathbf{D}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_M\mathbf{D} &= \boldsymbol{\Gamma}_M \\ \mathbf{D}\mathbf{K}\mathbf{D}^{-1} &= \mathbf{K} \\ \mathbf{D}\mathbf{M}\mathbf{D}^{-1} &= \mathbf{M} \end{aligned} \quad (51)$$

将式 (48) 代入式 (49), 同时利用式 (50) 得

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\chi}}_r &= \dot{\boldsymbol{\chi}}_d + \boldsymbol{\Gamma}_K(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \boldsymbol{\Gamma}_M(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) + \\ &\quad \boldsymbol{\Gamma}_f(-\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) - \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) - \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})) \\ &= \dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \boldsymbol{\Gamma}_f\mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \boldsymbol{\Gamma}_K(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \\ &\quad \boldsymbol{\Gamma}_M(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) + \boldsymbol{\Gamma}_f(-\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) - \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})) \\ &= \dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \mathbf{D}^{-1}\mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \boldsymbol{\Gamma}_K(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \\ &\quad \boldsymbol{\Gamma}_M(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) - \mathbf{D}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_K\mathbf{D}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) - \\ &\quad \mathbf{D}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_M\mathbf{D}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) \\ &= \dot{\boldsymbol{\chi}} \end{aligned} \quad (52)$$

结合式 (49)~(52) 可得

$$\begin{aligned} {}^E f_d - {}^E f &= -\boldsymbol{\Gamma}_f^{-1}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}_r) - \boldsymbol{\Gamma}_f^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_K(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) - \\ &\quad \boldsymbol{\Gamma}_f^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_M(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) \\ &= -\mathbf{D}\mathbf{K}\mathbf{D}^{-1}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) - \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) - \\ &\quad \mathbf{D}\mathbf{M}\mathbf{D}^{-1}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) \\ &= -\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) - \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) - \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) \end{aligned} \quad (53)$$

引理 7 得证. 机器人环境交互稳定性证明见 4.1 节.

最后, 液压足式机器人单腿系统基于虚拟分解控制的阻抗控制框图如图 4 所示, 其中, \mathbf{q} 为机器人关节角度矢量, \mathbf{u}_c 为伺服阀的控制输入^[18], \mathbf{f}_c 为液压缸的力输出.

4 稳定性分析 (Stability analysis)

如果引入的阻抗控制律可以保证机器人与环境动态接触的稳定性, 且基于子系统动态的虚拟分解控制保证每个子系统都是虚拟稳定的, 那么本文提出的方法便能保证整个系统的稳定性.

4.1 环境交互稳定性

因为机器人只有关节被控体 7 与环境接触, 故其稳定性基于关节被控体 7 展开分析 (见引理 7).

由定义 5、式 (32)、式 (35)、式 (37)、式 (39)、式 (48)~(50) 和 $\boldsymbol{\Gamma}_K, \boldsymbol{\Gamma}_M, \boldsymbol{\Gamma}_f, \mathbf{K}, \mathbf{D}, \mathbf{M}$ 的对角正定矩阵性质可得

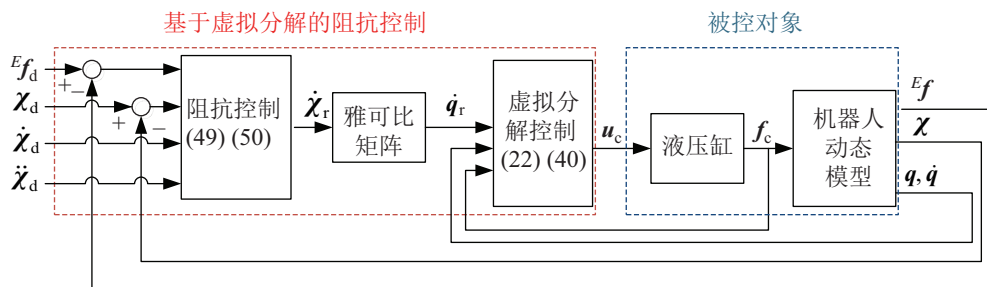


图 4 液压足式机器人单腿系统基于虚拟分解控制的阻抗控制框图

Fig.4 The diagram of impedance control of a single leg of hydraulic legged robot based on VDC

$$\begin{aligned}
 p_{B_7} &= ({}^{B_7}\mathbf{V}_r - {}^{B_7}\mathbf{V})^T ({}^{B_7}\mathbf{F}_r - {}^{B_7}\mathbf{F}) \\
 &= [(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \boldsymbol{\Gamma}_K(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \boldsymbol{\Gamma}_M(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) + \\
 &\quad \boldsymbol{\Gamma}_f({}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f})]^T \mathbf{U}_C^T \mathbf{U}_C ({}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f}) \\
 &= (\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}})^T ({}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f}) + (\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi})^T \cdot \\
 &\quad \boldsymbol{\Gamma}_K^T ({}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f}) + (\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})^T \boldsymbol{\Gamma}_M^T ({}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f}) + \\
 &\quad ({}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f})^T \boldsymbol{\Gamma}_f^T ({}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f}) \\
 &= -(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}})^T [\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \\
 &\quad \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})] - (\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi})^T \boldsymbol{\Gamma}_K^T [\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \\
 &\quad \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})] - (\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})^T \cdot \\
 &\quad \boldsymbol{\Gamma}_M^T [\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})] + \\
 &\quad [\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})]^T \cdot \\
 &\quad \boldsymbol{\Gamma}_f^T [\mathbf{K}(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \mathbf{M}(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})] \\
 &= (\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}})^T (\mathbf{D}\boldsymbol{\Gamma}_f\mathbf{D} - \mathbf{D})(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \\
 &\quad (\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi})^T (\mathbf{K}\boldsymbol{\Gamma}_f\mathbf{K} - \boldsymbol{\Gamma}_K\mathbf{K})(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \\
 &\quad (\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}})^T (\mathbf{M}\boldsymbol{\Gamma}_f\mathbf{M} - \boldsymbol{\Gamma}_M\mathbf{M})(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) + \\
 &\quad (\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}})^T (2\mathbf{D}\boldsymbol{\Gamma}_f\mathbf{K} - \boldsymbol{\Gamma}_K\mathbf{D} - \mathbf{K})(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \\
 &\quad (\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}})^T (2\mathbf{D}\boldsymbol{\Gamma}_f\mathbf{M} - \boldsymbol{\Gamma}_M\mathbf{D} - \mathbf{M})(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) + \\
 &\quad (\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi})^T (2\mathbf{M}\boldsymbol{\Gamma}_f\mathbf{K} - \boldsymbol{\Gamma}_M\mathbf{K} - \boldsymbol{\Gamma}_K\mathbf{M})(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) \\
 &= 0 \tag{54}
 \end{aligned}$$

再结合定义 6 和引理 5 即可证明关节被控体 7 的虚拟稳定性即环境交互稳定性。

4.2 全系统稳定性

定义整个机器人系统的非负伴随函数为

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^6 \mathbf{v}_{B_i} + \sum_{i=1}^7 \mathbf{v}_{O_i} \tag{55}$$

则由引理 4~7 和式 (54) 可以得到式 (55) 的导数为

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{v}} &= \sum_{i=1}^6 \dot{\mathbf{v}}_{B_i} + \sum_{i=1}^7 \dot{\mathbf{v}}_{O_i} \\
 &\leq \sum_{i=1}^6 [-({}^{B_i}\mathbf{V}_r - {}^{B_i}\mathbf{V})^T \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i}\mathbf{V}_r - {}^{B_i}\mathbf{V}) + p_{B_i} - p_{T_{i+1}}] + \\
 &\quad \sum_{i=1}^7 [-({}^{O_i}\mathbf{V}_r - {}^{O_i}\mathbf{V})^T \mathbf{K}_{O_i} ({}^{O_i}\mathbf{V}_r - {}^{O_i}\mathbf{V}) + p_{T_i} - p_{B_i}] \\
 &= -\sum_{i=3}^6 [({}^{B_i}\mathbf{V}_r - {}^{B_i}\mathbf{V})^T \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i}\mathbf{V}_r - {}^{B_i}\mathbf{V})] - \\
 &\quad \sum_{i=3}^7 [({}^{O_i}\mathbf{V}_r - {}^{O_i}\mathbf{V})^T \mathbf{K}_{O_i} ({}^{O_i}\mathbf{V}_r - {}^{O_i}\mathbf{V})] + p_{T_3} - p_{B_7} \\
 &= -\sum_{i=3}^6 [({}^{B_i}\mathbf{V}_r - {}^{B_i}\mathbf{V})^T \mathbf{K}_{B_i} ({}^{B_i}\mathbf{V}_r - {}^{B_i}\mathbf{V})] - \\
 &\quad \sum_{i=3}^7 [({}^{O_i}\mathbf{V}_r - {}^{O_i}\mathbf{V})^T \mathbf{K}_{O_i} ({}^{O_i}\mathbf{V}_r - {}^{O_i}\mathbf{V})] - \\
 &\quad ({}^{T_3}\mathbf{V}_r - {}^{T_3}\mathbf{V})^T \mathbf{K}_s ({}^{T_3}\mathbf{V}_r - {}^{T_3}\mathbf{V}) \tag{56}
 \end{aligned}$$

由引理 1 和式 (55)、(56) 可得

$${}^{O_7}\mathbf{V}_r - {}^{O_7}\mathbf{V} \in L_2 \cap L_\infty \tag{57}$$

由式 (31)、(32)、(36)、(37) 和 (57) 可得

$$\dot{\boldsymbol{\chi}}_r - \dot{\boldsymbol{\chi}} \in L_2 \cap L_\infty \tag{58}$$

等式 (49) 两边同时减去 $\dot{\boldsymbol{\chi}}$ 结合式 (58) 可得

$$\begin{aligned}
 &\boldsymbol{\Gamma}_f^{-1}(\dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}}) + \boldsymbol{\Gamma}_f^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_K(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \\
 &\boldsymbol{\Gamma}_f^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_M(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) + ({}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f}) \in L_2 \cap L_\infty \tag{59}
 \end{aligned}$$

令 ${}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f} = 0$ (${}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f} \neq 0$ 表示约束空间, ${}^E\mathbf{f}_d - {}^E\mathbf{f} = 0$ 表示自由空间 (${}^E\mathbf{f}_d = [0 \ 0]^T$)), 等式 (49) 两边同时减去 $\dot{\boldsymbol{\chi}}$ 可得

$$\dot{\boldsymbol{\chi}}_r - \dot{\boldsymbol{\chi}} = \dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}} + \boldsymbol{\Gamma}_K(\boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi}) + \boldsymbol{\Gamma}_M(\ddot{\boldsymbol{\chi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\chi}}) \tag{60}$$

根据引理 2、式 (58) 和式 (60) 有

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\chi}_d - \boldsymbol{\chi} &\in L_2 \cap L_\infty \\
 \dot{\boldsymbol{\chi}}_d - \dot{\boldsymbol{\chi}} &\in L_2 \cap L_\infty \tag{61}
 \end{aligned}$$

最后由引理 3 可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\boldsymbol{\chi}_d(t) - \boldsymbol{\chi}(t)) = 0$ 。

5 实验验证 (Experimental validations)

本文的研究系统为一个 3 自由度液压足式机器人单腿系统, 如图 5 所示, 该系统分为油源、控制器和研究平台三部分。油源主要为伺服阀提供恒定压力。控制器为 DSP (TMS320F28335), 主要采集传感器信号, 产生伺服阀控制信号, 通过 CAN 总线与上位机通讯收发运行数据和控制参数。研究平台由液压缸 (含位置反馈)、力传感器 (测接触力)、激光传感器 (测机器人竖直位移)、内置弹簧 (比较主被动柔顺区别^[20]) 和负载组成。因为足式机器人的柔顺性 (刚度小) 主要体现在竖直方向 (y 轴), 故水平方向 (x 轴) 的刚度要大很多。研究系统的主要参数和阻抗控制参数如表 1 所示。

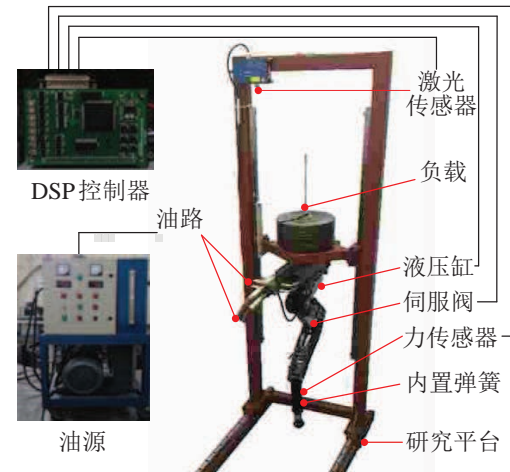


图 5 一个 3 自由度液压足式机器人单腿系统
Fig.5 A 3-DOF single leg of hydraulic legged robot

表1 系统参数和阻抗参数

Tab.1 System parameters and impedance parameters

参数名	值
机器人质量	21.3 kg
负载质量	30 kg
内置弹簧刚度	4×10^4 N/m
油源压力	120 bar
伺服阀的频率响应	120 Hz
压力传感器量程	-5 kN~5 kN
K	diag ($4 \times 10^6, 4 \times 10^4$) N/m
D	diag ($10^5, 10^3$) N/(m/s)
M	diag (1, 50) kg
Γ_f	diag ($10^{-5}, 10^{-3}$) (m/s)/N
Γ_K	diag (40, 40) s ⁻¹
Γ_M	diag ($10^{-5}, 5 \times 10^{-2}$) kg·(m/s)/N

为了验证本文方法的系统稳定性、环境友好交互性能和阻抗跟踪性能，将研究平台固定在2维导轨上，通过自由落体和弹跳实验来验证。

5.1 自由落体实验

当机器人质量 m 和高度 h 给定，则根据动量定理有

$$I = (mg - {}^E f_y) t_c = m {}^E v_y - m \sqrt{2gh} \quad (62)$$

其中， g 为重力加速度， ${}^E f_y$ 和 ${}^E v_y$ 分别为 ${}^E \mathbf{f}$ 和 ${}^E \mathbf{v}$ 的竖直分量，即接触点竖直方向的接触力和运动速度（本文 ${}^E v_y = 0$ ）。故减小地面冲击力 ${}^E f_y$ 的唯一方式就是延长冲击接触缓冲时间 t_c 直至系统的速度矢量与环境保持一致，阻抗控制目标便是如此。

机器人单腿系统的自由落体实验如图6所示。实验将处于初始状态的机器人放置在足端离地 $h = 0.1$ m 的高处自由下落。图6(a)表明在无任何柔顺性（无内置弹簧）情况下，冲击持续时间约为10 ms，即系统在10 ms内便释放完能量。然而，机器人系统的响应约为100 Hz，主要由伺服阀的频率响应决定。故只用主动柔顺来缓解冲击是不可行的，需要引入内置弹簧。引入内置弹簧之后，图6(b)显示冲击时间延长到约100 ms，为主动柔顺提

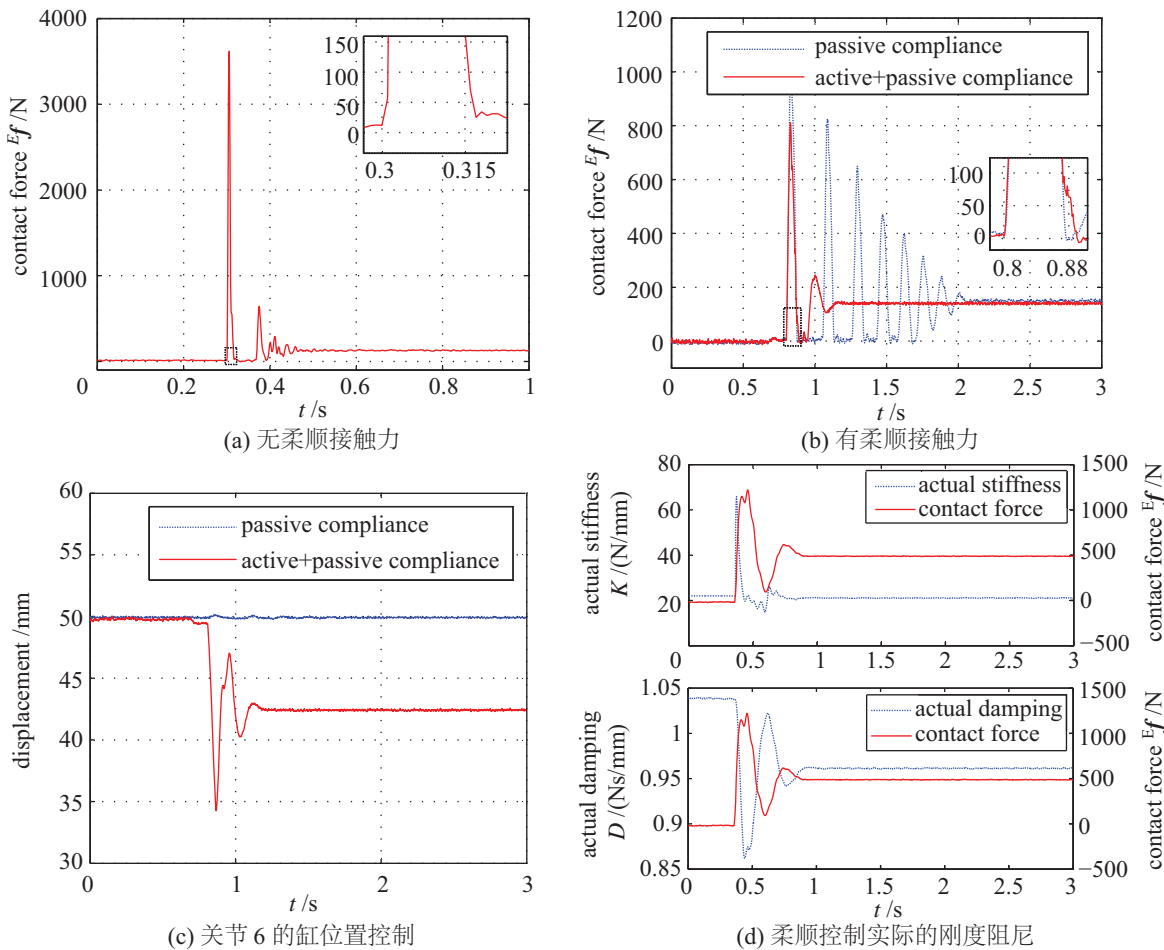


图6 自由落体阻抗控制实验结果

Fig.6 The experimental results of impedance control in the case of free falling

供了可能, 同时又能有效降低地面冲击, 无任何柔顺、仅被动柔顺、主被动柔顺的地面反作用力分别约为 3500 N、1000 N、800 N。此外, 阻抗控制阻尼参数的引入能使系统在最短时间内稳定不再振荡。

图 6(c) 为关节 6 的缸位置控制, 加入阻抗控制后, 位置控制不再是首要的, 而是需要与冲击力达到一个平衡点。

图 6(d) 为通过计算得到的阻抗控制实际的刚度和阻尼, 可以发现, 刚度和阻尼刚开始都会振荡, 然后各自收敛到约 $2.2 \times 10^4 \text{ N/m}$ 和 $0.95 \times 10^3 \text{ N/(m/s)}$, 能够较好地跟上目标阻抗。

5.2 弹跳实验

机器人单腿系统的弹跳实验如图 7 所示, 设定弹跳高度为 $h = 0.1 \text{ m}$ 。比较图 7(a) 和 7(c) 可知, 没有阻抗控制的 3 个伺服阀控缸的位置控制性能都优于有阻抗控制的, 但是在处理地面冲击力上刚好相反 (见图 7(b) 和 7(d)), 带有阻抗控制器的机器人系统可以有效地减小地面冲击力并缓解机器人自身的振动。因此阻抗 (柔顺) 控制是以牺牲位置控制为代价来换取与环境的友好交互和系统的稳定。虽然内置弹簧已经很大程度上缓解了地面反作用力, 但是其不受控特性并不能使弹簧伸缩和机器人运动很好地协调, 故主动柔顺是必要的。

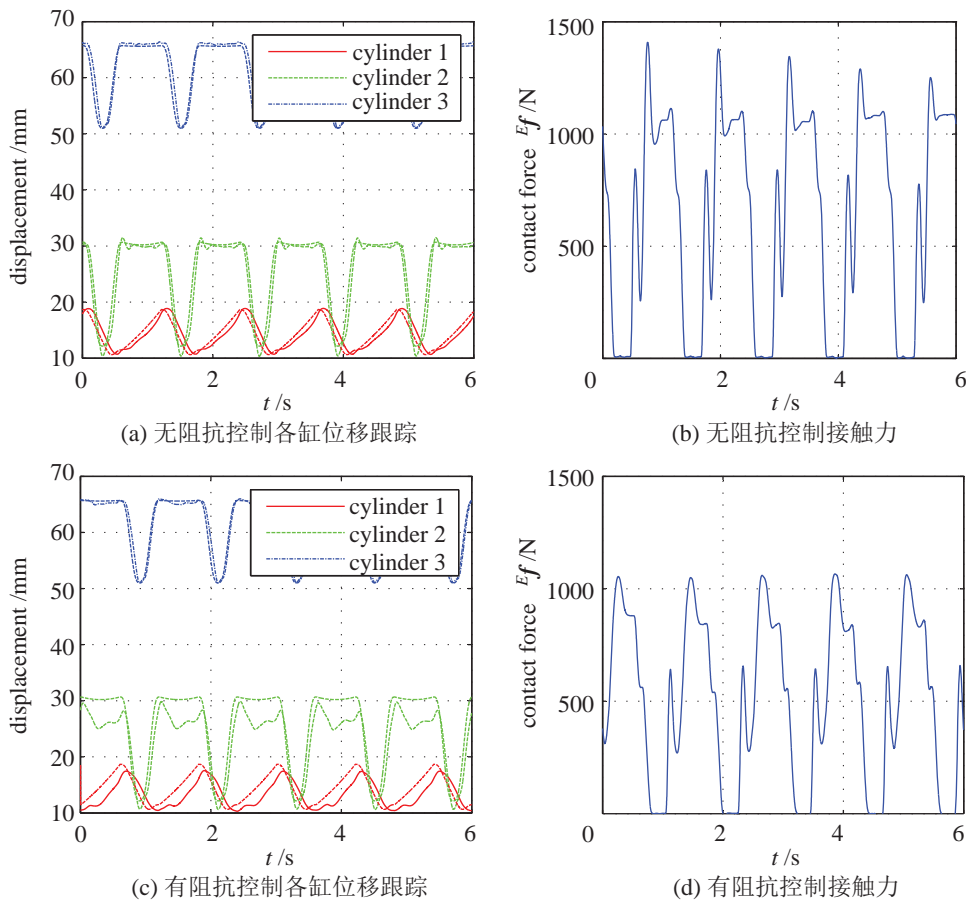


图 7 弹跳阻抗控制实验结果

Fig.7 The experimental results of impedance control in the case of bouncing

6 总结 (Conclusion)

针对机器人自身的高非线性动态和环境交互接触力控制所带来的复杂性问题, 本文提出了一种基于虚拟分解控制的具有严格稳定性证明的阻抗控制, 并成功运用到液压足式机器人单腿系统中。本文的主要贡献如下:

1) 将虚拟分解控制运用到移动机器人上。首先

将机器人与无质量虚拟机械手相连成一个合成机械手, 再利用虚拟截点将合成机械手虚拟分解成连杆和关节被控体组成的子系统链, 进而分析各子系统和无质量虚拟机械手的运动学、动力学和控制问题。

2) 提出一种基于虚拟分解控制的阻抗控制, 并利用虚拟分解控制的虚拟功率流特性证明了各子系统、环境交互和整个系统的稳定性。

3) 通过实验验证了所提出的方法不仅可以保证系统的稳定性, 有效地减小机器人接触力, 还可以很好地跟踪目标阻抗。

该研究可以运用到更加复杂的非线性系统和环境交互任务, 如电动机器人、轮式机器人、约束空间和复杂地形下的运动等, 未来的研究还将集中在机器人的变阻抗、高阻抗带宽和位置/力的权衡代价地图生成等方面。

参考文献 (References)

- [1] Chen G R, Wang J Z, Wang L P. Gait planning and compliance control of a biped robot on stairs with desired ZMP[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2014, 47(3): 2165-2170.
- [2] Chen G R, Wang J Z, Wang L P, et al. Design and simulation of a hydraulic biped robot[C]//32nd Chinese Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 4244-4249.
- [3] Raibert M H, Craig J J. Hybrid position/force control of manipulators[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1981, 102(127): 126-133.
- [4] Hogan N. Impedance control: An approach to manipulation[C]//American Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 1984: 304-313.
- [5] Chen G R, Wang J Z, Ma L L, et al. Observer-based and energy saving control of single-rod electro-hydraulic servo system driven by servo motor[C]//American Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 2224-2229.
- [6] 陈光荣, 王军政, 汪首坤, 等. 基于主被动负载的负载独立口双阀节能控制系统研究 [J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(10): 1053-1058.
Chen G R, Wang J Z, Wang S K, et al. Separate meter in and separate meter out energy saving control system using dual servo valves under complex load conditions[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016, 36(10): 1053-1058.
- [7] 陈光荣, 王军政, 汪首坤, 等. 自适应鲁棒控制器设计新方法在电液伺服系统中的应用 [J]. 自动化学报, 2016, 42(3): 375-384.
Chen G R, Wang J Z, Wang S K, et al. Application of a new adaptive robust controller design method to electro-hydraulic servo system[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(3): 375-384.
- [8] Zhu W H. Virtual decomposition control: Toward hyper degrees of freedom robots[M]. Berlin, Germany: Springer Science & Business Media, 2010.
- [9] Zhu W H, Xi Y G, Zhang Z J, et al. Virtual decomposition based control for generalized high dimensional robotic systems with complicated structure[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1997, 13(3): 411-436.
- [10] Zhu W H, Bien Z, de Schutter J. Adaptive motion/force control of multiple manipulators with joint flexibility based on virtual decomposition[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(1): 46-60.
- [11] Zhu W H, de Schutter J. Adaptive control of mixed rigid/flexible joint robot manipulators based on virtual decomposition[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15(2): 310-317.
- [12] Zhu W H, de Schutter J. Experimental verifications of virtual-decomposition-based motion/force control[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2002, 18(3): 379-386.
- [13] Zhu W H, Vukovich G. Virtual decomposition control for modular robot manipulators[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2011, 44(1): 13486-13491.
- [14] Zhu W H, Lamarche T, Dupuis E, et al. Precision control of modular robot manipulators: The VDC approach with embedded FPGA[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2013, 29(5): 1162-1179.
- [15] Koivumaki J, Mattila J. The automation of multi degree of freedom hydraulic crane by using virtual decomposition control[C]//IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 912-919.
- [16] Koivumaki J, Mattila J. An energy-efficient high performance motion control of a hydraulic crane applying virtual decomposition control[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 4426-4433.
- [17] Koivumaki J, Honkakorpi J, Vihonen J, et al. Hydraulic manipulator virtual decomposition control with performance analysis using low-cost MEMS sensors[C]//IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 910-917.
- [18] Koivumaki J, Mattila J. Stability-guaranteed force-sensorless contact force/motion control of heavy-duty hydraulic manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(4): 918-935.
- [19] Koivumaki J, Mattila J. Stability-guaranteed impedance control of hydraulic robotic manipulators[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(2): 601-612.
- [20] 张秀丽, 谷小旭, 赵洪福, 等. 一种基于串联弹性驱动器的柔顺机械臂设计 [J]. 机器人, 2016, 38(4): 385-394.
Zhang X L, Gu X X, Zhao H F, et al. Design of a compliant robotic arm based on series elastic actuator[J]. Robot, 2016, 38(4): 385-394.

作者简介:

陈光荣 (1989-), 博士生. 研究领域: 伺服系统和机器人控制.

王军政 (1964-), 男, 博士, 教授. 研究领域: 运动驱动与伺服控制, 控制系统静态性能仿真与试验, 运动目标检测与跟踪, 机器人控制.

赵江波 (1978-), 男, 博士, 副研究员. 研究领域: 运动驱动与控制, 电液伺服系统节能控制.