

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2017.0608

## 一种对错误匹配点鲁棒的多单应矩阵估计方法

齐乃新<sup>1</sup>, 张胜修<sup>1</sup>, 曹立佳<sup>2,3</sup>, 杨小冈<sup>1</sup>, 孙巧<sup>1</sup>

(1. 火箭军工程大学控制工程系, 陕西 西安 710025; 2. 人工智能四川省重点实验室, 四川 自贡 643000;  
3. 四川理工学院自动化与信息工程学院, 四川 自贡 643000)

**摘要:** 针对错误匹配点干扰条件下的多单应矩阵估计问题, 提出了一种对错误匹配点鲁棒的多单应矩阵估计初始化方法. 该方法基于特征点对的代数误差和结构相似性约束条件, 将错误匹配点剔除策略有机地融合到单应矩阵估计的过程中, 在不增加计算复杂度的前提下, 能够有效地剔除错误匹配点并估计出多单应矩阵的初值. 结合 AML-COV (approximate maximum likelihood with homography covariance) 后端优化算法, 本文通过仿真数据实验和真实图像实验从客观性能指标和主观视觉效果方面对算法的性能进行了验证分析. 实验结果表明, 本文提出的多单应矩阵估计方法能够精确、高效、鲁棒地估计出多单应矩阵的值, 较好地解决了错误匹配点干扰条件下的多单应矩阵估计问题.

**关键词:** 多单应矩阵估计; 近似极大似然; 结构相似性约束; 错误匹配点剔除; 鲁棒性

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2017)-05-0608-12

## An Estimation Method Robust to Outliers for Multiple Homographies

QI Naixin<sup>1</sup>, ZHANG Shengxiu<sup>1</sup>, CAO Lijia<sup>2,3</sup>, YANG Xiaogang<sup>1</sup>, SUN Qiao<sup>1</sup>

(1. Department of Control Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. Artificial Intelligence Key Laboratory of Sichuan Province, Zigong 643000, China;

3. College of Automation and Information Engineering, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

**Abstract:** For the multiple homographies estimation problem in the case of outliers, an initialization method of the multiple homographies estimation robust to outliers is proposed. In this method, the outlier rejection is integrated into the multiple homographies estimation based on the algebraic error and the structure similarity constraint of the key-point correspondences. As a result, the outliers can be removed effectively and the initialization value of multiple homographies can be estimated with a negligible computational overhead. Combining the AML-COV (approximate maximum likelihood with homography covariance) algorithm, several experiments based on simulation data and real images demonstrate the performance of the proposed method in subjective visual quality and objective measurement quality. The experimental results show that the proposed method can achieve accurate, efficient, and robust multiple homographies estimation and performs a good solution to the multiple homographies estimation problem in the case of outliers.

**Keywords:** multiple homographies estimation; approximate maximum likelihood; structure similarity constraint; outlier rejection; robustness

### 1 引言 (Introduction)

由于受到数据质量和计算效率等方面的影响, 单应矩阵估计问题一直都是计算机视觉领域研究的重点和难点. 在实际应用中, 单应矩阵估计是图像配准<sup>[1-2]</sup>、图像拼接<sup>[3-4]</sup>以及3维重建<sup>[5-6]</sup>等领域不可或缺的一部分.

同一场景中仅有一个平面存在时, 不同视角拍摄的2幅图像之间的对应关系可以用一个单应矩阵来描述, 但是当场景中存在多个平面时, 仅

用一个单应矩阵就无法描述从不同视角拍摄的2幅图像之间的对应关系, 此时需要多个单应矩阵来描述. 同一场景中的多个单应矩阵之间并不是完全独立的, 存在一定的相互约束关系, 只有充分地利用好这些约束关系, 才能得到多单应矩阵的精确估计值<sup>[7]</sup>. 多单应矩阵的估计问题就是寻求一种在其内部约束条件下, 能够使全部单应矩阵估值达到全局最优的解决方案, 在非刚性目标识别与跟踪<sup>[8]</sup>和虚拟现实<sup>[9]</sup>等领域具有重要的应用价值, 引起了人们的广泛关注与研究.

早在 20 年前 Shashua 和 Avidan<sup>[10]</sup> 就发现了同一场景内多个平面对应的单应矩阵内部之间存在一定的约束关系, 这种约束关系被称为“秩 4 约束”。后来 Zelnik-Manor 和 Irani 对 Shashua 和 Avidan 的研究做了进一步的扩展, 发现这种秩约束关系同样存在于整个图像序列中。根据这种秩约束条件, Zelnik-Manor 和 Irani 以及 Shashua 和 Avidan 分别针对同一场景内的多单应矩阵 (至少是 5 个) 估计问题提出了自己的算法。这种基于秩约束的算法虽然简单, 但是并没有得到广泛的应用, 主要有 2 个方面的原因: 一是在一幅特定的图像中, 如果存在多于 5 个的平面, 那么很难得到这些平面内的足够多的特征点; 二是算法中采用的奇异值分解没有充分考虑单应矩阵的协方差信息, 在秩约束的条件下得到的多单应矩阵估计精度没有明显的提高。Chen 和 Suter<sup>[11]</sup> 针对 Shashua 和 Avidan 的算法的不足, 提出了一种加权交替最小二乘算法 (WALS), 这种算法将单应矩阵的协方差信息融合到了代价函数中, 在一定程度上提高了多单应矩阵估计的精度, 使单应矩阵的最小估计数量降到 3。但是 Chen 和 Suter 提出的这种算法需要一个合适的迭代初始化值, 并且代价函数在理论上是不具有尺度不变性的。Eriksson 和 van den Hengel<sup>[12]</sup> 同样在考虑到单应矩阵协方差信息的基础上对 Shashua 和 Avidan 的算法作了进一步的改进, 但是并没有针对该算法的迭代过程设计一个好的初始化方法, 而是采用随机的方式进行初始化, 导致算法的稳定性较差。为了克服上述算法的不足, Chojnacki 等人<sup>[13]</sup> 设计了一种基于单应矩阵协方差的尺度不变代价函数, 然后采用近似极大似然估计方法 (AML-COV), 对单应矩阵进行估计。这种算法解决了单应矩阵最小估计数量为 2 时的联合估计问题。在 Chojnacki 等人研究的基础上, Szpak 等人<sup>[14]</sup> 提出了一种基于 Sampson 距离的多单应矩阵联合估计方法 (AML-SMPS), 该方法能够在假设摄像机参数未标定的情况下, 充分考虑到单应矩阵之间的内部约束关系, 有效地估计出多单应矩阵的精确值。Szpak 等人提出的这种方法在理论上要比 Chojnacki 等人提出的方法具有更高的运算速度, 但是在多单应矩阵的实际估计过程中并不是很理想。

现阶段估计多单应矩阵的主流策略就是通过 RANSAC (随机抽样一致性)<sup>[15]</sup> 算法划分特征点集, 然后依靠 DLT (直接线性变换)<sup>[16]</sup> 算法计算估计初值, 最后采用优化算法基于特征点之间的内在联合约束条件进一步优化求解。上述的优化算法

都是基于迭代的寻优过程, 对初值比较敏感。DLT 算法对错误匹配点不具有鲁棒性, 匹配特征点集中极少数的错误匹配点就会导致较大的估计误差, 同时 RANSAC 算法剔除错误匹配点的好坏依赖于阈值的选取, 并不能保证所有的错误匹配点都被剔除。当匹配特征点集中存在错误匹配点, 哪怕是仅存在一个错误匹配点, 都会导致 DLT 算法估计的单应矩阵初值具有较大的误差, 对后续优化算法的性能影响较大, 甚至会直接导致优化算法的发散。因此, 在估计单应矩阵初值时需要一种对错误匹配点鲁棒的算法剔除匹配特征点集中的少量残留错误匹配点, 保证后端优化算法能够有一个较好的初值和不含错误匹配点的匹配特征点集。

为此, 本文提出了一种能够有效剔除错误匹配点的多单应矩阵初值估计算法, 并结合 AML-COV 优化算法, 最终设计了一种对错误匹配点鲁棒的、具有较好估计精度和计算效率的多单应矩阵估计策略。一方面, 该初始化方法能够在估计多单应矩阵的同时, 有效地剔除特征点集中的少量错误匹配点, 对错误匹配点具有较好的鲁棒性; 另一方面, 该方法是基于代数误差的, 在保证有效剔除错误匹配点的前提下, 具有较好的实时性。

## 2 特征点对的结构相似性约束条件 (Structure similarity constraint of key-point correspondences)

在一幅图像中, 特征点的数量关系、位置关系以及距离关系构成了图像的结构信息, 这些信息构成了 2 幅图像之间的结构相似性约束条件<sup>[17]</sup>。根据结构信息的不同, 2 幅图像之间的结构相似性可以分为位序结构相似性和尺寸结构相似性。位序结构相似性是存在于 2 幅图像的匹配特征点之间的连接顺序关系, 尺寸结构相似性是存在于 2 幅图像的匹配特征点之间的几何尺寸关系, 下面将对 2 幅图像之间存在的结构相似性作一个较为详细的阐述。

定义基准图像  $I_1(x, y)$  和待匹配图像  $I_2(x, y)$  之间的结构相似性模型为  $R(G, D, C)$ ,  $R(G, D, C)$  表示图像的匹配点集

$$G = \{(m_1, m'_1), (m_2, m'_2), \dots, (m_n, m'_n)\} \quad (1)$$

和特征点之间的距离集

$$D = \{(d_1, d'_1), (d_2, d'_2), \dots, (d_k, d'_k)\} \quad (2)$$

存在约束关系  $C$ 。上式中,  $n$  为匹配点对数量,  $\{m_i\}_{i=1}^n$  和  $\{m'_i\}_{i=1}^n$  分别表示图像  $I_1(x, y)$  和  $I_2(x, y)$  的

特征点集,  $\{d_j\}_{j=1}^k$  和  $\{d'_j\}_{j=1}^k$  分别表示图像  $I_1(x,y)$  和  $I_2(x,y)$  的特征点之间的距离集,  $k$  为  $n$  个特征点中由任意 2 个特征点构成的线段数量,  $k = C_n^2$ . 特征点  $m_i$  和  $m'_i$  的坐标分别记为  $(x_i, y_i)$  和  $(x'_i, y'_i)$ . 基准图像  $I_1(x,y)$  和待匹配图像  $I_2(x,y)$  之间的结构相似性关系可以由图 1 描述, 点  $(x_a, x_b, x_c)$  和点  $(x'_a, x'_b, x'_c)$  具有相似的连接顺序关系和相似的几何尺寸关系  $\frac{d_a}{d'_a} \simeq \frac{d_b}{d'_b} \simeq \frac{d_c}{d'_c}$ .

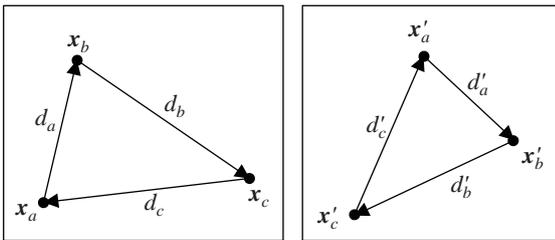


图 1 结构相似性示例图

Fig.1 Example of structure similarity

## 2.1 位序结构相似性

如果图像  $I_1(x,y)$  和图像  $I_2(x,y)$  满足位序结构相似性, 那么任意选取 3 对匹配点  $(x_a, x'_a)$ 、 $(x_b, x'_b)$  和  $(x_c, x'_c)$ . 在图像的平移、缩放和旋转变换情况下, 如果  $x_a, x_b, x_c$  共线, 则  $x'_a, x'_b, x'_c$  也共线; 如果  $x_a, x_b, x_c$  不共线, 那么  $x'_a, x'_b, x'_c$  也不共线, 且所形成的 2 个三角形  $\Delta x_a x_b x_c$  和  $\Delta x'_a x'_b x'_c$  同时沿顺时针或者逆时针方向. 因此, 可以采用以下方法来验证匹配点对  $(x_a, x'_a)$ 、 $(x_b, x'_b)$  和  $(x_c, x'_c)$  是否满足位序结构相似:

1) 三点共线情况. 在图像  $I_1(x,y)$  和图像  $I_2(x,y)$  中分别用点的坐标计算出  $x_a, x_b, x_c$  三点以及  $x'_a, x'_b, x'_c$  三点位于中间位置的点. 以其中一点为起始点, 与另外 2 点分别构造向量. 如果 2 幅图像中, 两向量数量积的正负号相同, 则说明它们位序结构相似.

2) 三点不共线情况. 定义带有符号的三角形面积公式 (3):

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \\ x_c & y_c & 1 \end{vmatrix}, \quad S' = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x'_a & y'_a & 1 \\ x'_b & y'_b & 1 \\ x'_c & y'_c & 1 \end{vmatrix} \quad (3)$$

$S$  和  $S'$  表示三角形  $\Delta x_a x_b x_c$  和  $\Delta x'_a x'_b x'_c$  的面积. 若  $S$  和  $S'$  具有相同的正负号, 则说明它们位序结构相似.

## 2.2 尺寸结构相似性

基准图像  $I_1(x,y)$  和待匹配图像  $I_2(x,y)$  之间的尺寸结构相似性是指存在于 2 幅图像匹配点之间的

具有相似性的几何尺寸关系, 可以采用如下方法进行验证:

1) 首先, 计算图像  $I_1(x,y)$  中  $x_a, x_b, x_c$  间的距离  $d_a, d_b, d_c$ , 图像  $I_2(x,y)$  中  $x'_a, x'_b, x'_c$  间的距离  $d'_a, d'_b, d'_c$ .

2) 然后, 按式 (4) 计算各距离之比  $s_a, s_b, s_c$ :

$$s_a = \frac{d_a}{d'_a}, \quad s_b = \frac{d_b}{d'_b}, \quad s_c = \frac{d_c}{d'_c} \quad (4)$$

3) 最后, 计算各距离之比  $s_a, s_b, s_c$  的方差, 如果方差小于阈值 (根据实验经验, 阈值取 0.05), 则基准图像  $I_1(x,y)$  和待匹配图像  $I_2(x,y)$  满足尺寸结构相似.

根据 2 幅图像匹配特征点对之间的结构相似性约束, 从匹配特征点集中挑选出正确匹配点概率较高的子集, 并用于错误匹配点剔除算法的初始化过程, 可以有效地加快算法的收敛速度, 改善错误匹配点剔除的效果.

## 3 对错误匹配点鲁棒的初始化算法 (Robust initialization algorithm to outliers)

本节将给出单应矩阵的线性表示方程, 以及根据此线性方程提出的对错误匹配点鲁棒的初始化算法.

### 3.1 单应矩阵的线性表述方程

给定 2D 射影空间  $IP^2$  中的特征点集  $\{m_i\}_{i=1}^n$  和同在  $IP^2$  中的对应特征点集  $\{m'_i\}_{i=1}^n$ , 计算把每一个点  $m_i$  映射到对应点  $m'_i$  的射影变换称为 2D 单应, 可以用一个矩阵  $H$  来表述, 那么矩阵  $H$  被称为单应矩阵<sup>[18]</sup>. 研究 2 幅图像之间对应点集合  $\{m_i\}_{i=1}^n \leftrightarrow \{m'_i\}_{i=1}^n$  之间的对应关系, 实际上就是研究如何使所有的  $n$  对特征点都满足式 (5):

$$Hm_i \simeq m'_i \quad (5)$$

其中, 单应矩阵  $H$  是一个  $3 \times 3$  的非奇异矩阵.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

矩阵  $H$  有 9 个元素, 但仅能确定到相差一个尺度因子. 因此, 2D 射影变换的自由度总数是 8. 一个 2D 点有  $x$  和  $y$  两个分量的自由度, 所以至少需要 4 组对应点才能完全约束矩阵  $H$ . 如果特征点用一个 3 维齐次矢量表示, 则式 (5) 就变为一个齐次矢量方程, 式中的 3 维矢量  $m'_i$  和  $Hm_i$  在大小上可

能相差一个非零因子, 但具有相同的方向, 可以表示为

$$[m'_i]_{\times} H m_i = 0 \quad (7)$$

对于一个齐次特征点  $m'_i = [x'_i, y'_i, 1]$ ,  $[m'_i]_{\times}$  表示  $m'_i$  的反对称矩阵

$$[m'_i]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & y'_i \\ 1 & 0 & -x'_i \\ -y'_i & x'_i & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

如果令  $\theta = \text{vec}(H)$  ( $\text{vec}(\cdot)$  表示将矩阵  $H$  向量化的功能函数),  $z_i = [x_i, y_i, x'_i, y'_i]^T$  以及  $U(z_i) = -m_i \otimes [m'_i]_{\times}$ , 则可以得到

$$[m'_i]_{\times} H m_i = U^T(z_i) \theta \quad (9)$$

此时, 式 (7) 可以表述为

$$U^T(z_i) \theta = 0 \quad (10)$$

矩阵  $U(z_i)$  的秩为 2, 所以式 (10) 的 3 个等式中有 2 个是线性独立的, 其中第 3 个等式可以由前 2 个等式线性地表示, 省略第 3 个等式后, 式 (10) 可以简化为

$$M(z_i) \theta = 0 \quad (11)$$

其中,  $M(z_i) = [U(z_i) I_{3 \times 2}]^T$ ,  $I_{3 \times 2} = [e_1, e_2]$ ,  $e_1 = [1, 0, 0]^T$ , 以及  $e_2 = [0, 1, 0]^T$ . 对应整个特征点集, 可以得到关于单应矩阵的线性表述方程:

$$M(z) \theta = 0 \quad (12)$$

式中,  $M$  是  $2n \times 9$  的系数矩阵,  $n$  是特征点集的大小.

### 3.2 初始化算法

从上述单应矩阵的表述方程可以知道, 系数矩阵  $M$  的零空间解的秩为 1, 但是在噪声影响的情况下可能增加到 2. 本文在假设矩阵  $M$  的零空间解的秩始终为 1 的条件下, 提出了一种剔除错误匹配点和噪声干扰, 并同时求解矩阵  $M$  零空间解的方法. 该方法中, 如果用  $L$  表示不含噪声的矩阵  $M$ , 则可以通过式 (13) 求解矩阵  $M$  的零空间, 并剔除错误匹配点<sup>[19]</sup>:

$$\begin{aligned} \arg \min_{L, W} \|W(M-L)\|^2 \\ \text{s.t. } \text{rank}(L) = \text{rank}(M) - 1 \end{aligned} \quad (13)$$

式中,  $W = \text{diag}(w_1, w_1, \dots, w_n, w_n)$  是一个  $2n \times 2n$  的索引对角矩阵, 矩阵中的元素是 1 或 0, 表示相应

的特征点是正确匹配点 ( $w_i = 1$ ) 还是错误匹配点 ( $w_i = 0$ ).

为了估计零空间的解, 将先前得到的  $\theta$  的最小解与零空间相乘, 得到新的优化函数. 将已知的零空间的最小解  $\theta$  以及  $M$  中所在的行数代入互补子空间  $L\theta = 0$  中, 约束函数 (13) 可以化为一个关于未知量  $\theta$  和  $M$  的非线性最小化代数误差约束函数

$$\arg \min_{\theta, W} \|WM\theta\|^2 \quad (14)$$

通过不断地迭代估计  $W$  和  $\theta$ , 最终可以得到零空间的最优解, 算法的详细步骤见表 1. 为了使初始化算法能更快地收敛, 在算法迭代的初始阶段添加特征点之间的结构相似性条件 (详细过程见第 2 节) 对初始的索引矩阵  $W$  进行约束. 然后, 对  $M^T W M$  进行奇异值分解, 取最小的奇异值对应的特征向量作为零空间的解  $\theta$ . 令  $\zeta = M\theta$  表示剩余向量,  $\varepsilon_i = \|[s_{2i-1}, s_{2i}]\|$  为第  $i$  对特征点对的代数误差. 最后, 根据式 (15) 更新矩阵  $W$ :

$$w_i = \begin{cases} 1, & \text{if } \varepsilon_i \leq \max(\varepsilon_{\max}, \delta_{\max}) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

式中,  $\delta_{\max}$  是代数误差阈值,  $\varepsilon_{\max} = Q_{25\%}(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$  代表的是特征点对的四分位代数误差值<sup>[19]</sup>, 作为剔除错误匹配点的代数误差阈值, 代数误差小于此阈值的点将被认为是正确匹配点, 大于此阈值的点被认为是错误匹配点.

此外, 如果仅使用  $\varepsilon_{\max}$  一个阈值, 在不含错误匹配点的情况下, 算法同样会剔除一部分正确匹配点, 这一步是多余的, 并且会影响算法估计的精度和速度. 为了避免这种情况, 提高算法的收敛速度, 引入式 (15) 中的代数误差阈值  $\delta_{\max}$ . 特征点的代数误差大于阈值  $\delta_{\max}$  时才会被认为是错误匹配点, 相当于 RANSAC 算法中用于判断匹配点是否是错误匹配点的最大重投影误差  $\tau$ <sup>[15]</sup>. 在没有错误匹配点影响的情况下, 可以通过计算大量不同噪声影响下的最大代数误差来确定  $\delta_{\max}$  的值. 通过上述算法的描述, 可以得到本文方法的鲁棒初始化算法, 如表 1 所述.

## 4 基于 AML-COV 的优化算法 (Optimization algorithm based on AML-COV)

上述初始化算法剔除了存在于匹配特征点集中的少量错误匹配点, 得到多单应矩阵的估计值. 但是这些值是分步估计得到的, 没有充分利用各单应矩阵之间的联合约束关系, 并不是最优的. 因此,

在精度要求较高的情况下,可以采用优化算法对多单应矩阵的估计值进一步的优化.文中实验部分对不同的优化算法进行了对比研究,如Chen和Suter提出的WALS算法<sup>[11]</sup>、Chojnacki等人提出的AML-COV算法<sup>[13]</sup>以及基于BA(捆集调整)<sup>[20]</sup>的多单应矩阵联合估计方法.通过实验结果可以发现,在权衡优化算法的运算速度和估计精度的情况下,AML-COV算法具有较大的优势.因此,采用AML-COV优化算法作为本文多单应矩阵估计值的优化算法.本节将详细给出AML-COV优化算法的代价函数,以及本文设计的整个多单应矩阵估计的过程.

表1 对错误匹配点鲁棒的初始化算法  
Tab.1 Robust initialization algorithm to outliers

输入: 特征点集 $\{\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i\}_{i=1}^n$ , 代数误差阈值 $\delta_{\max}$
输出: 索引矩阵 $\mathbf{W}$ , 零空间解 $\boldsymbol{\theta}$
1: 计算每一对特征点 $\{\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i\}$ 的结构相似性
2: 挑选正确匹配点概率较高的 $n'$ 对匹配点对 $\{\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i\}_{i=1}^{n'}$
3: 计算 $\{\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i\}_{i=1}^{n'}$ 在 $\{\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i\}_{i=1}^n$ 中的位置索引 index
4: 初始化: $\mathbf{W}_0 = [2 \times \text{index} - 1, 2 \times \text{index}]$ , $\xi = \text{Inf}$
5: 计算相关矩阵 $\mathbf{M}$
6: loop
7: $[\mathbf{U}, \mathbf{S}, \mathbf{V}] = \text{svd}(\mathbf{M}^T \mathbf{W} \mathbf{M})$ ; 式中 $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_9]$ ; $\mathbf{S} = \text{diag}(s_1, \dots, s_9)$
8: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \mathbf{v}_l$ ; 其中 $l: s_l = \min(s_1, \dots, s_9)$
9: $\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{M} \boldsymbol{\theta}$
10: $\varepsilon_i = \ [\zeta_{2i-1}, \zeta_{2i}]\ $
11: $\varepsilon_{\max} = Q_{25\%}(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$
12: if $\varepsilon_{\max} > \xi$
13: return $\mathbf{W}, \boldsymbol{\theta}$
14: else
15: $\xi = \varepsilon_{\max}$
16: end if
17: 用式(15)更新 $\mathbf{W}$
18: end loop

#### 4.1 AML-COV 算法的代价函数描述

假设2个摄像机的基础矩阵分别为  $\mathbf{P}_1 = [\mathbf{I}_3 | \mathbf{0}]$  和  $\mathbf{P}_2 = [\mathbf{A} | -\mathbf{b}]$ , 3D 场景中存在  $J$  个平面,  $j = 1, \dots, J$ . 如果用4维向量  $[\mathbf{v}_j^T, v_j^0]^T$  表述第  $j$  个平面, 那么从视角  $\mathbf{P}_2$  到视角  $\mathbf{P}_1$  的单应矩阵可以表示为

$$\mathbf{H}_j = v_j^0 \mathbf{I} + \mathbf{b} \mathbf{v}_j^T \quad (16)$$

令

$$\mathbf{H} = (\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_J) \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\eta} = [\mathbf{a}^T, \mathbf{b}^T, \mathbf{v}_1^T, v_1^0, \dots, \mathbf{v}_J^T, v_J^0] \quad (18)$$

以及

$$\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\eta}) = (\boldsymbol{\Pi}_1(\boldsymbol{\eta}), \dots, \boldsymbol{\Pi}_J(\boldsymbol{\eta})) \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\Pi}_j(\boldsymbol{\eta}) = v_j^0 \mathbf{A} + \mathbf{b} \mathbf{v}_j^T \quad (20)$$

那么  $\mathbf{H}$  可以表述为

$$\mathbf{H} = \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\eta}) \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{a} = \text{vec}(\mathbf{A})$ .

令  $\{\{\mathbf{m}_{ij}, \mathbf{m}'_{ij}\}_{i=1}^{n_j}\}_{j=1}^J$  为  $J$  个单应矩阵对应的匹配特征点集, 记  $\mathbf{z}_{ij} = [x_{ij}, y_{ij}, x'_{ij}, y'_{ij}]^T$ , 对应于单应矩阵  $\mathbf{H}_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) 的每一对匹配特征点  $\mathbf{m}_{ij} = [x_{ij}, y_{ij}]^T$  和  $\mathbf{m}'_{ij} = [x'_{ij}, y'_{ij}]^T$ . 假设每一个匹配特征点对  $\{\mathbf{m}_{ij}, \mathbf{m}'_{ij}\}$  对应的  $2 \times 2$  协方差矩阵分别为  $\boldsymbol{\Lambda}_{x_{ij}, y_{ij}}$  和  $\boldsymbol{\Lambda}_{x'_{ij}, y'_{ij}}$ , 则令

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{z}_{ij}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{x_{ij}, y_{ij}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Lambda}_{x'_{ij}, y'_{ij}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

如果, 每一个单应矩阵  $\mathbf{H}_j$  的估计值  $\boldsymbol{\Theta}_j$  是根据匹配特征点集  $\{\mathbf{m}_{ij}, \mathbf{m}'_{ij}\}_{i=1}^{n_j}$  得到的, 那么  $\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\Theta}_1, \dots, \boldsymbol{\Theta}_J]$  满足参数  $\boldsymbol{\eta}$  的内部约束条件  $\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\eta})$ .

对于每一个单应矩阵, 令  $\boldsymbol{\theta}_j = \text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_j)$ , 那么AML-COV算法的代价函数可以表示为

$$J_{\text{AML}}(\boldsymbol{\Theta}) = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{n_j} \|\boldsymbol{\theta}_j^T\|^{-2} \boldsymbol{\theta}_j^T \boldsymbol{\Sigma}_{ij}^{-1} \boldsymbol{\theta}_j \quad (23)$$

式中

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij} = (\mathbf{I}_2 \otimes \boldsymbol{\theta}_j^T) \mathbf{B}_{ij} (\mathbf{I}_2 \otimes \boldsymbol{\theta}_j) \quad (24)$$

$$\mathbf{B}_{ij} = \partial_z \text{vec}(\mathbf{M}(\mathbf{z}))|_{z=\mathbf{z}_{ij}} \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{z}_{ij}} [\partial_z \text{vec}(\mathbf{M}(\mathbf{z}))|_{z=\mathbf{z}_{ij}}]^T \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \partial_z \text{vec}(\mathbf{M}(\mathbf{z})) = & -[\text{vec}((\mathbf{e}_1 \otimes [\mathbf{m}'^T]_{\times}) \mathbf{I}_{3 \times 2}), \\ & \text{vec}((\mathbf{e}_2 \otimes [\mathbf{m}'^T]_{\times}) \mathbf{I}_{3 \times 2}), \\ & \text{vec}((\mathbf{m} \otimes [\mathbf{e}_1]_{\times}) \mathbf{I}_{3 \times 2}), \\ & \text{vec}((\mathbf{m} \otimes [\mathbf{e}_2]_{\times}) \mathbf{I}_{3 \times 2})] \end{aligned} \quad (26)$$

在已知代价函数(23)的条件下, 采用LM(Levenberg-Marquardt)方法<sup>[21]</sup>进行迭代循环, 直到迭代误差满足设定的阈值, 此时得到的多单应矩阵的值即为联合约束条件下优化后的估计值, 本文的实验部分可以证明该值具有较高的精度.

#### 4.2 多单应矩阵估计的整体过程描述

下面详细描述该方法的整体过程.

1) 采用RANSAC算法划分特征点集, 提取出多个平面.

2) 根据表1算法对匹配特征点集提纯, 进一步剔除残留的少量错误匹配点, 得到  $J$  个单应矩阵的

估计初值  $\{\mathbf{H}_j^0\}_{j=1}^J$  和不含错误匹配点的匹配特征点集  $\{\{\mathbf{m}_{ij}, \mathbf{m}'_{ij}\}_{i=1}^n\}_{j=1}^J$ .

3) 对第 2) 步得到的匹配特征点集  $\{\{\mathbf{m}_{ij}, \mathbf{m}'_{ij}\}_{i=1}^n\}_{j=1}^J$  进行全局归一化处理, 得到归一化矩阵  $\mathbf{T}_1$  (特征点集  $\{\{\mathbf{m}_{ij}\}_{i=1}^n\}_{j=1}^J$  的归一化矩阵) 和  $\mathbf{T}_2$  (特征点集  $\{\{\mathbf{m}'_{ij}\}_{i=1}^n\}_{j=1}^J$  的归一化矩阵).

4) 根据归一化矩阵  $\mathbf{T}_1$  和  $\mathbf{T}_2$  对第 2) 步得到的  $J$  个单应矩阵的估计初值  $\{\mathbf{H}_j^0\}_{j=1}^J$  进行归一化处理.

5) 根据第 3) 步得到的归一化后的匹配特征点集和第 4) 步得到的归一化后的  $J$  个单应矩阵的估计初值, 初始化 AML-COV 优化算法.

6) 启动 AML-COV 优化算法的迭代过程, 直到迭代误差达到设定的阈值, 得到优化后的  $J$  个单应矩阵的估计值.

7) 根据归一化矩阵  $\mathbf{T}_1$  和  $\mathbf{T}_2$  恢复  $J$  个单应矩阵的估计值.

8) 将第 7) 步得到的单应矩阵的第 (3,3) 个元素归一化为 1, 消去尺度因子, 此时得到的  $J$  个单应矩阵为最终估计值.

### 5 实验结果 (Experimental results)

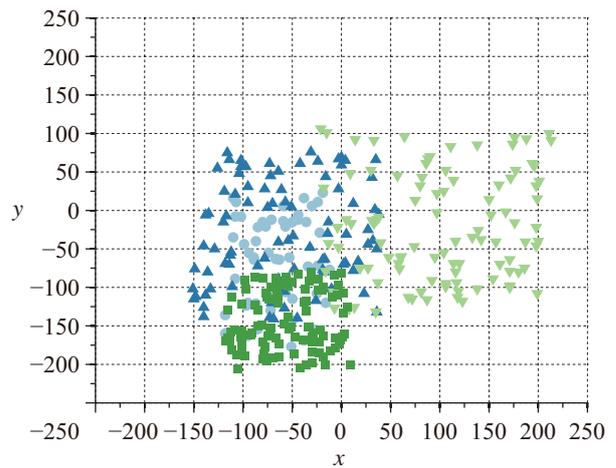
为了较充分地验证本文算法的实时性、鲁棒性以及精确性, 本节采用 2 种方法进行了实验: 基于仿真数据的实验和基于真实图像的实验. 实验过程中初始化算法分别采用目前通用的 DLT 算法以及本文提出的对错误匹配点鲁棒的估计算法 (robust method to outliers, RMO). 优化算法分别采用 WALS 算法、AML-COV 算法 (实验中简记为 AML) 以及 BA 算法. 所有实验均采用 Matlab R2013a 作为软件实验平台, 采用配置为 Intel<sup>®</sup> Pentium<sup>®</sup> Dual CPU E2180@2.00 GHz、4G 内存的台式电脑作为硬件平台.

#### 5.1 基于仿真数据的实验

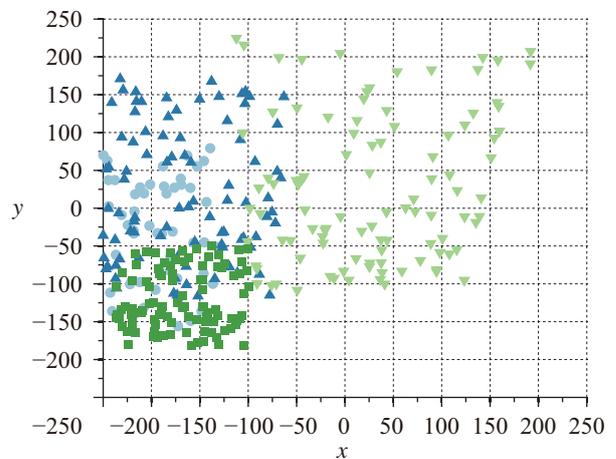
在此实验过程中, 仿真生成了 10 组数据, 即进行 10 次实验, 每组数据包括 4 个单应矩阵以及其对应的匹配特征点集, 同一组数据中的特征点集之间存在一定的重叠交叉特征点, 每个特征点集的大小为 100, 如图 2 所示, 生成的单应矩阵对应的单应变换如图 3 所示. 实验中分别采用 DLT 算法、RMO 算法以及以 DLT 算法和 RMO 算法为初始化算法的 WALS 算法、AML 算法和 BA 算法对多单应矩阵进行估计. 因为每组数据的单应矩阵真值是已知的, 所以在这一组仿真数据实验中采用平均重投影误差均方根 (RMS) 作为算法性能的评价指标<sup>[14]</sup>:

$$\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sqrt{\frac{1}{4n_j K} \sum_{k=1}^K \min_{\mathbf{m}_{ij}^{(k)}} \sum_{i=1}^{n_j} (d(\bar{\mathbf{m}}_{ij}^{(k)}, \mathbf{m}_{ij}^{(k)})^2 + d(\bar{\mathbf{m}}_{ij}^{(k)}, \hat{\Theta}_j \mathbf{m}_{ij}^{(k)})^2)} \quad (27)$$

式中,  $n_j$  是第  $j$  个平面对应的特征点数,  $K = 10$  是实验的次数. 对于第  $k$  次实验 ( $k = 1, \dots, K$ ),  $\{\{\bar{\mathbf{m}}_{ij}^{(k)}, \bar{\mathbf{m}}_{ij}^{(k)}\}_{i=1}^n\}_{j=1}^J$  代表不含噪声的匹配特征点集,  $\{\{\mathbf{m}_{ij}^{(k)}\}_{i=1}^n\}_{j=1}^J$  代表使算法的迭代误差取到极小值时的估计特征点集.  $\hat{\Theta}_j$  是第  $j$  个单应矩阵的真值 ( $j = 1, \dots, J$ , 在本实验中  $J = 4$ ).



(a) 特征点集  $\{\mathbf{m}_{ij}\}_{i=1}^{n=100}$



(b) 特征点集  $\{\mathbf{m}'_{ij}\}_{i=1}^{n=100}$

图 2 用于仿真实验的特征点集  
Fig.2 Key-point subsets used for simulation

#### 5.1.1 不同强度噪声干扰下的仿真数据实验

在此实验中, 匹配特征集的大小为定值  $n = 100$ , 不包含错误匹配点, 添加的高斯噪声强度值从  $\sigma = 0.2$  到  $\sigma = 2$ . 各算法的估计精度性能指标采用式 (27) 所述的单次实验 4 个单应矩阵的平均重投影误差均方根来衡量, 误差越小说明算法精确性越好, 各算法的估计效率性能指标采用单次实验 4 个单应矩阵的总体估计时间来衡量, 计算时间越小说

明算法的效率越高, 实验结果如图4和图5所示.

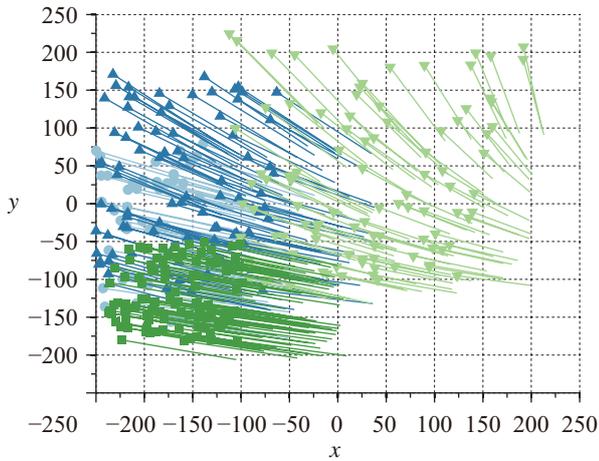
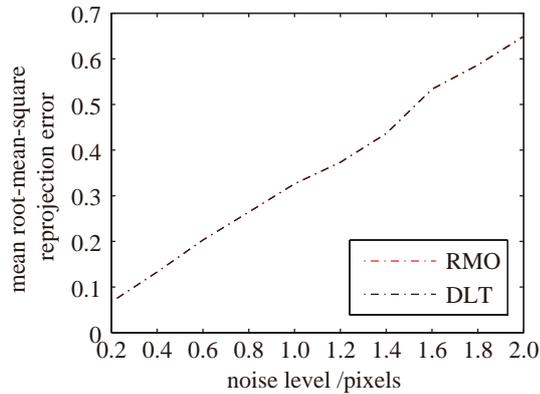
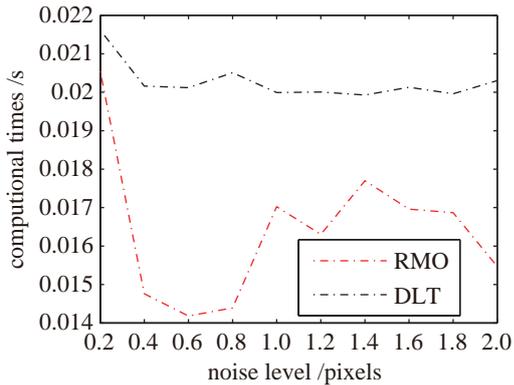


图3 仿真生成的单应矩阵对应的矢量流

Fig.3 Flow vectors of homographies from simulation



(a) 算法的估计误差结果



(b) 算法的运算时间结果

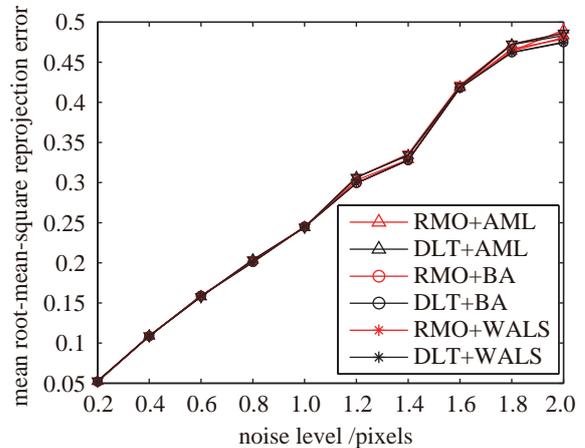
图4 不同强度高斯噪声下 DLT 算法与 RMO 算法对多单应矩阵的估计结果

Fig.4 Estimation results of multiple homographies obtained by DLT and RMO algorithms under different magnitudes of Gaussian noise

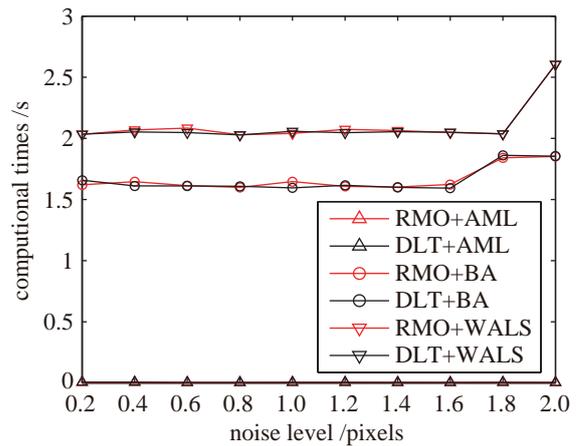
5.1.2 不同比例错误匹配点干扰下的仿真数据实验

在此实验中, 匹配特征点集 (正确匹配点) 的大小为定值  $n = 100$ , 添加方差为  $\sigma = 1$  的高斯噪

声, 添加的错误匹配点比例为 1% ~ 10%. 各算法的性能指标依然采用式 (27) 所述的单次实验 4 个单应矩阵的平均重投影误差均方根和单次实验 4 个单应矩阵的总体估计时间来衡量, 实验结果如图 6 ~ 8 所示.



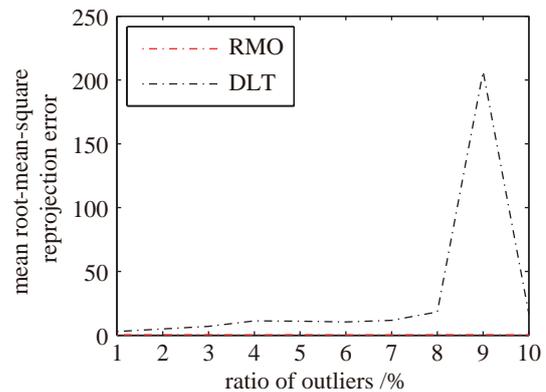
(a) 算法的估计误差结果



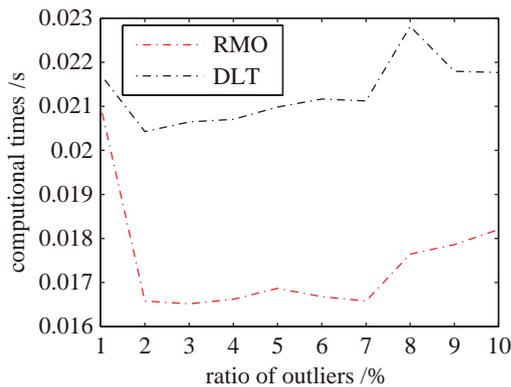
(b) 算法的运算时间结果

图5 不同强度高斯噪声下各算法对多单应矩阵的最终优化结果

Fig.5 Final optimization results of multiple homographies obtained by different algorithms under different magnitudes of Gaussian noise



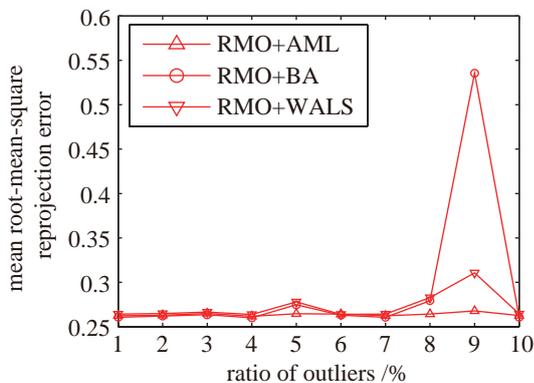
(a) 算法的估计误差结果



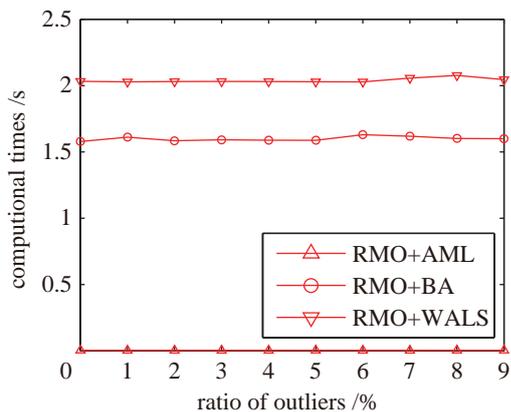
(b) 算法的运算时间结果

图 6 不同比例错误匹配点干扰下 DLT 算法与 RMO 算法对多单应矩阵的估计结果

Fig.6 Estimation results of multiple homographies obtained by DLT and RMO algorithms under different ratios of outliers



(a) 算法的估计误差结果



(b) 算法的运算时间结果

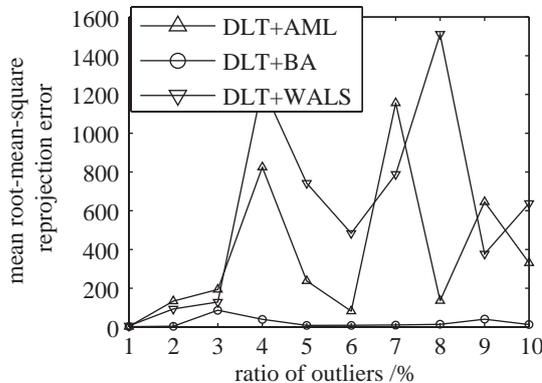
图 7 不同比例错误匹配点干扰下采用 RMO 算法初始化的优化算法对多单应矩阵的估计结果

Fig.7 Estimation results of multiple homographies obtained by the optimization algorithms initialized by RMO algorithm under different ratios of outliers

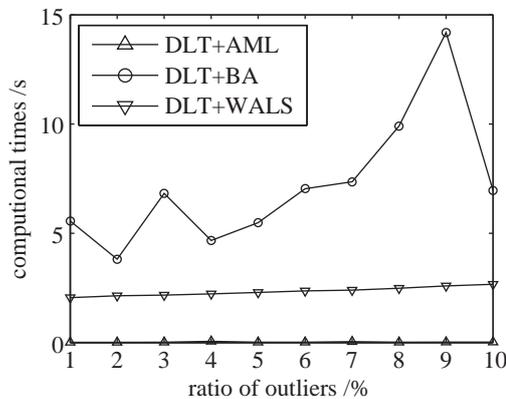
### 5.1.3 实验结果统计

为了客观地评价各算法在噪声和错误匹配点干扰下对多单应矩阵的估计性能, 分别对上述 2 组实

验的结果进行了统计, 统计结果如表 2 ~ 5 所示, 表中统计的估计误差和估计时间分别是式 (27) 所述的单次实验 4 个单应矩阵的平均重投影误差均方根和单次实验 4 个单应矩阵的总体估计时间.



(a) 算法的估计误差结果



(b) 算法的运算时间结果

图 8 不同比例错误匹配点干扰下采用 DLT 算法初始化的优化算法对多单应矩阵的估计结果

Fig.8 Estimation results of multiple homographies obtained by the optimization algorithms initialized by DLT algorithm under different ratios of outliers

### 5.2 基于真实图像的实验

为了检验本文算法对真实图像的实验效果, 本组实验分别采用 Oxford VGG 数据库<sup>[22]</sup>中的“Model House”图像集以及作者采集的数据集作为实验数据.

“Model House”图像集包含 10 张从不同角度拍摄的一座房子的图片, 以及对应的 3D 点集、投影矩阵和 2D 匹配点集. 选取第 8 张和第 9 张图片作为本次实验的数据. 在选取的 2 张图片中通过 Harris 算法找到了 213 组匹配点 (不含错误匹配点), 3 维场景中存在 4 个平面: 房顶、前墙、侧墙以及地面, 每个平面分别有 36/61/47/69 组匹配点, 如图 9 所示. 采集的数据场景中存在 3 个平面: 左显示器、右显示器以及桌面, 每个平面分别有 152/141/97 组匹配点, 如图 10 所示.

表2 不同强度高斯噪声干扰条件下各算法对多单应矩阵的估计误差

Tab.2 Estimation errors of multiple homographies obtained by different algorithms under different magnitudes of Gaussian noise

算法	噪声强度				
	$\sigma = 0.4$	$\sigma = 0.8$	$\sigma = 1.2$	$\sigma = 1.6$	$\sigma = 2.0$
RMO	0.1329	0.2643	0.3733	0.5340	0.6502
DLT	0.1329	0.2643	0.3733	0.5331	0.6486
RMO+BA	0.1087	0.2009	0.2992	0.4179	0.4788
DLT+BA	0.1087	0.2009	0.2992	0.4180	0.4751
RMO+WALS	0.1089	0.2035	0.3064	0.4214	0.4861
DLT+WALS	0.1089	0.2035	0.3064	0.4197	0.4862
RMO+AML	0.1091	0.2031	0.3030	0.4179	0.4801
DLT+AML	0.1089	0.2031	0.3066	0.4185	0.4832

表3 不同强度高斯噪声干扰条件下各算法对多单应矩阵的估计时间

Tab.3 Estimation time of multiple homographies obtained by different algorithms under different magnitudes of Gaussian noise

算法	噪声强度				
	$\sigma = 0.4$	$\sigma = 0.8$	$\sigma = 1.2$	$\sigma = 1.6$	$\sigma = 2.0$
RMO	0.0148	0.0144	0.0163	0.0170	0.0155
DLT	0.0202	0.0205	0.0200	0.0201	0.0203
RMO+BA	1.6455	1.5996	1.6078	1.6240	1.8519
DLT+BA	1.6111	1.6086	1.6164	1.5934	1.8547
RMO+WALS	2.0692	2.0299	2.0736	2.0479	2.6061
DLT+WALS	2.0527	2.0281	2.0463	2.0513	2.6054
RMO+AML	0.0055	0.0038	0.0040	0.0038	0.0041
DLT+AML	0.0074	0.0040	0.0041	0.0040	0.0043

表4 不同比例错误匹配点干扰条件下各算法对多单应矩阵的估计误差

Tab.4 Estimation errors of multiple homographies obtained by different algorithms under different ratios of outliers

算法	错误匹配点比例 /%				
	2	4	6	8	10
RMO	0.3389	0.3361	0.3361	0.3385	0.3364
DLT	4.9192	11.233	10.427	18.276	16.613
RMO+BA	0.2620	0.2600	0.2629	0.2792	0.2606
DLT+BA	4.0879	39.928	9.1345	13.593	12.525
RMO+WALS	0.2648	0.2638	0.2639	0.2827	0.2643
DLT+WALS	93.213	12418	483.59	15110	638.10
RMO+AML	0.2629	0.2618	0.2642	0.2642	0.2626
DLT+AML	133.65	824.59	81.805	136.05	330.87

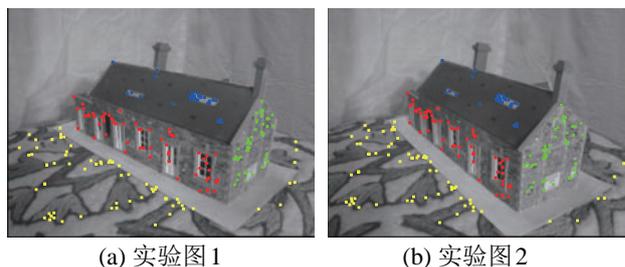
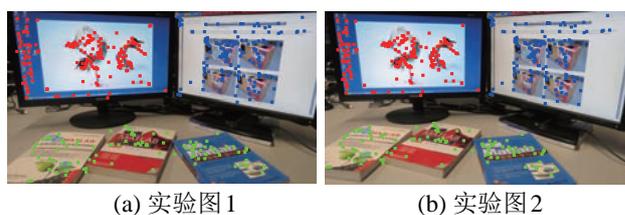
实验中分别采用 DLT 算法、RMO 算法以及以 DLT 算法和 RMO 算法为初始化算法的 AML 算法

对多单应矩阵进行估计. 为验证本文算法对错误匹配点的鲁棒性, 实验中在各平面对应的匹配特征点集中分别添加了 3% 的少量错误匹配点. 分析实验结果时, 采用各算法估计出的多单应矩阵将实验中所用的第 1 幅实验图  $I_1$  进行单应变换, 取变换后的图像  $I_{1T}$  与第 2 幅实验图  $I_2$  重叠区域的差分图  $I_{diff} = 255 - |I_2 - I_{1T}|$  作为各算法的性能评价指标, 估计出的单应矩阵精度越高, 重叠区域的差分图像  $I_{diff}$  的像素值越高, 反之差分图像  $I_{diff}$  的像素值越低. “Model House” 图像数据的实验结果如图 11 ~ 14 所示, 采集图像数据的实验结果如图 15 ~ 17 所示. 红框标出的区域是图像  $I_2$  的原始平面图, 绿框标出的区域是图像  $I_1$  经变换后与图像  $I_2$  的对应平面图, 2 个区域的重合度越高, 说明算法估计出的单应矩阵精度越高, 反之亦然.

表5 不同比例错误匹配点干扰条件下各算法对多单应矩阵的估计时间

Tab.5 Estimation time of multiple homographies obtained by different algorithms under different ratios of outliers

算法	错误匹配点比例 /%				
	2	4	6	8	10
RMO	0.0166	0.0166	0.0167	0.0176	0.0182
DLT	0.0204	0.0207	0.0212	0.0228	0.0218
RMO+BA	1.6111	1.5917	1.5873	1.6185	1.5998
DLT+BA	3.8126	4.6707	7.0409	9.9122	6.9544
RMO+WALS	2.0283	2.0317	2.0292	2.0565	2.0450
DLT+WALS	2.1396	2.2274	2.3591	2.4856	2.6660
RMO+AML	0.0039	0.0039	0.0041	0.0039	0.0044
DLT+AML	0.0076	0.0513	0.0142	0.0128	0.0169

图9 真实图像实验所用的“Model House”图像数据  
Fig.9 “Model House” database used for real image experiment图10 真实图像实验所用的采集图像数据  
Fig.10 Collected database used for real image experiment

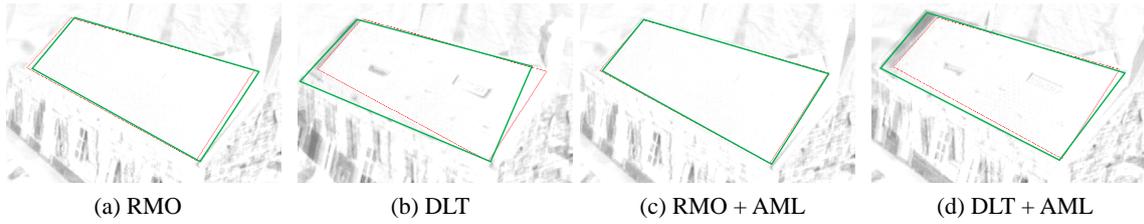


图 11 “Model House” 第 1 个平面 (房顶) 的实验结果

Fig.11 Experimental results for the first plane of “Model House” (roof of the house)

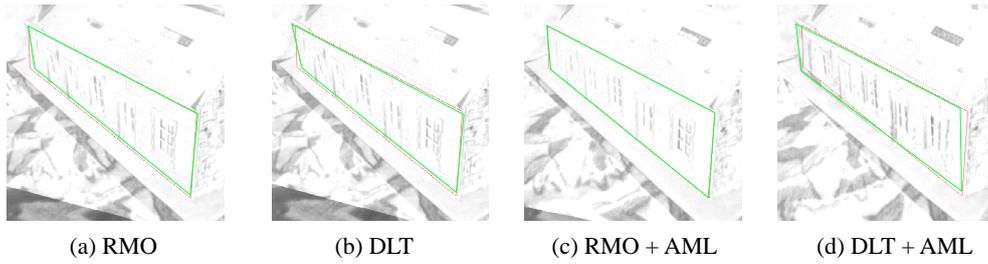


图 12 “Model House” 第 2 个平面 (前墙) 的实验结果

Fig.12 Experimental results for the second plane of “Model House” (front of the house)

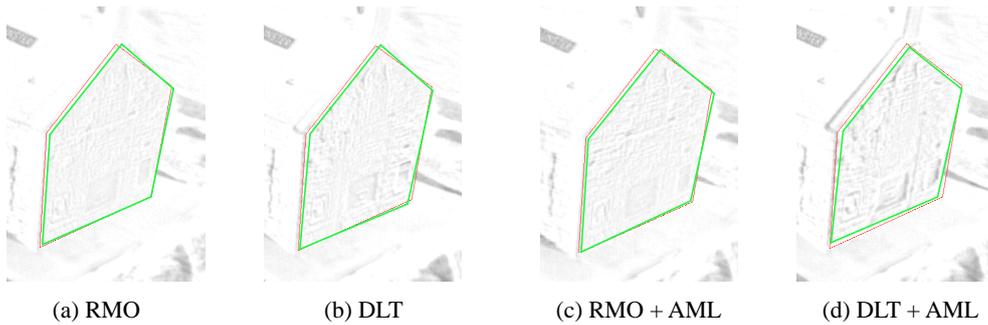


图 13 “Model House” 第 3 个平面 (侧墙) 的实验结果

Fig.13 Experimental results for the third plane of “Model House” (side of the house)

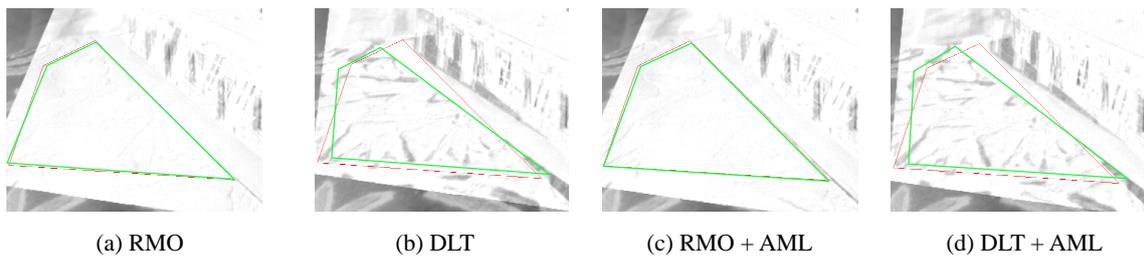


图 14 “Model House” 第 4 个平面 (地面) 的实验结果

Fig.14 Experimental results for the fourth plane of “Model House” (ground)

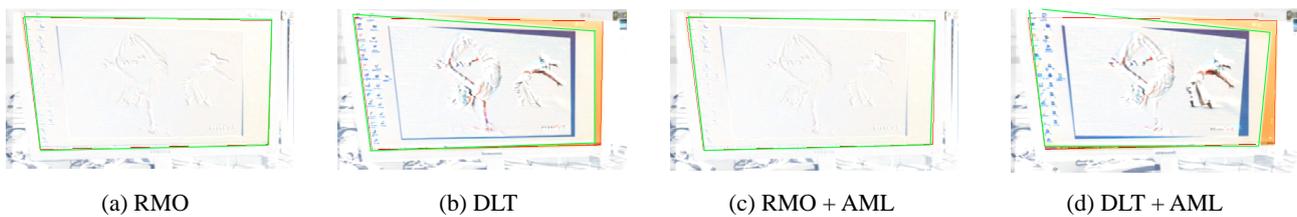


图 15 采集图像第 1 个平面 (左显示器) 的实验结果

Fig.15 Experimental results for the first plane of the collected images (left display)

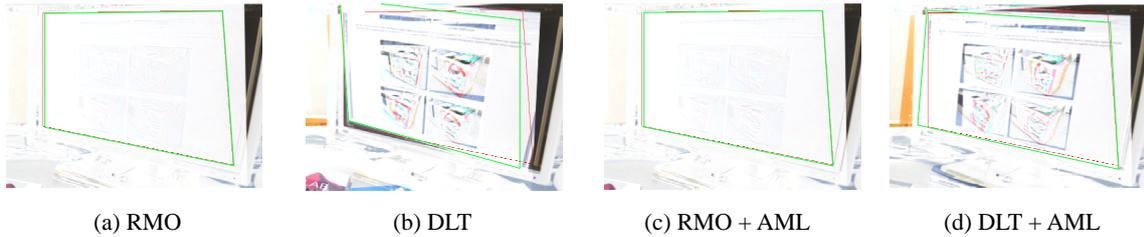


图 16 采集图像第 2 个平面 (右显示器) 的实验结果

Fig.16 Experimental results for the second plane of the collected images (right display)



图 17 采集图像第 3 个平面 (桌面) 的实验结果

Fig.17 Experimental results for the third plane of the collected images (desktop)

### 5.3 实验结果分析

基于仿真数据的实验能够从客观层面评价多单应矩阵估计算法的性能好坏, 实验中分别取不同强度的噪声和不同比例的错误匹配点作为变量, 是为了充分验证本文提出的算法在没有损失估计精度和估计效率的情况下, 能够有效地剔除数据集中的错误匹配点, 鲁棒地估计出多单应矩阵的值. 分析不同强度噪声干扰条件下的实验结果, 从图 4(a) 和表 1 得到, 本文提出的初始化算法和 DLT 算法在不同强度噪声干扰下对多单应矩阵的平均估计值分别为 0.3575 和 0.3571, 具有同等的精度. 但是分析图 4(b) 和表 3 可以得出, 本文提出的初始化算法的平均运算时间是 16.4 ms, 要少于 DLT 算法的 20.3 ms. 从图 5 和表 2 来看, 在不同强度噪声干扰条件下, 各优化算法选择 DLT 算法或本文提出的算法作为初始化算法, 对多单应矩阵具有近似的估计性能, 其估计值分别为 0.2771 (RMO + AML)、0.2781 (DLT + AML)、0.2756 (RMO + BA)、0.2748 (DLT + BA)、0.2789 (RMO + WALS) 以及 0.2786 (DLT + WALS).

分析不同比例错误匹配点干扰下的实验结果, 由图 6(a)、8(a) 以及表 4 可以得出, DLT 算法以及采用 DLT 算法初始化的优化算法的平均估计误差较大, 分别是 30.07 (DLT)、374.24 (DLT + AML)、22.74 (DLT + BA) 以及 600.98 (DLT + WALS). 分析原因是 DLT 算法以及采用 DLT 算法初始化的优化算法对错误匹配点不具有鲁棒性, 少量的错误匹配点就会造成较大的误差. 由图 6(a)、7(a) 以及表 4 可以看出, 本文提出的 RMO 算法以及采用 RMO 算法初始化的优化算法对错误匹配点较鲁棒, 当匹配特征点集中存在少量错误匹配点时, 能够

鲁棒地估计出多单应矩阵的值, 平均估计误差分别是 0.3437 (RMO)、0.2638 (EMO + AML)、0.2920 (RMO + BA) 以及 0.2723 (RMO + WALS). 综合图 6 ~ 8 以及表 4、5 可以得出, 针对匹配特征点集中存在错误匹配点的情况, 采用本文提出的算法剔除错误匹配点并计算多单应矩阵的初值, 然后通过 AML-COV 算法进行优化具有较高的精度和计算效率, 是不错的选择方案.

基于“Model House”图像数据和采集图像数据的 2 组真实图像的实验从主观视觉层面验证了本文算法对错误匹配点的鲁棒性, 实验中人为地在匹配特征点集中添加了 3% 的少量错误匹配点. 实验结果中, 图 11(a) ~ 17(a) 是本文算法对多单应矩阵的估计值, 图 11(b) ~ 17(b) 是 DLT 算法对多单应矩阵的估计值, 图 11(c) ~ 17(c) 是以本文提出的算法进行初始化的 AML-COV 算法对多单应矩阵的优化估计值, 图 11(d) ~ 17(d) 是以 DLT 算法进行初始化的 AML-COV 算法对多单应矩阵的优化估计值. 从主观视觉角度来看, 本文算法的估计精度要明显优于 DLT 算法, AML-COV 算法以本文提出的算法为初始化算法的性能要明显优于以 DLT 算法为初始化算法的性能, 分析其原因是本文提出的算法有效地剔除了数据集中的少量错误匹配点, 保证了 AML-COV 算法能有一个较好的迭代初值.

上述 2 组实验充分说明了本文提出的初始化算法能够有效地剔除匹配特征点集中的少量错误匹配点, 以此算法进行初始化的 AML-COV 算法能够较好地优化多单应矩阵的估计值. 由此说明, 在匹配特征点集中存在错误匹配点的情况下, 采用本文提出的算法剔除错误匹配点并计算多单应矩阵的初值, 然后通过 AML-COV 算法进行优化的方案具有

更高的精度和计算效率, 是估计多单应矩阵的更好选择策略。

## 6 结论 (Conclusions)

多单应矩阵的估计问题具有较高的研究价值, 现有多单应矩阵估计策略中的初始化算法对错误匹配点不具有鲁棒性, 少量的错误匹配点就会造成较大的估计误差。为此, 本文提出了一种对错误匹配点鲁棒的多单应矩阵估计初始化方法。相比于现阶段的算法, 该方法具有2个方面的优越性: 1) 该方法将错误匹配点剔除过程融合到了单应矩阵的估计过程中, 在不增加运算量的情况下有效地剔除了错误匹配点, 提高了算法对错误匹配点的鲁棒性; 2) 该方法是基于代数误差的, 具有较好的实时性。此外, 本文结合 AML-COV 优化算法, 为图像配准与拼接、目标识别与跟踪、3 维重建以及虚拟现实等领域中的多单应矩阵估计问题提供了一种更加鲁棒的解决策略, 具有较高的应用价值。

## 参考文献 (References)

- [1] 杨磊, 李桂菊, 王丽荣. 面向场景重构的多序列间配准[J]. 光学精密工程, 2015, 23(2): 557-565.  
Yang L, Li G J, Wang L R. Registration between multiple sequences for scene reconstruction[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(2): 557-565.
- [2] Salvi J, Matabosch C, Fofi D, et al. A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation[J]. Image and Vision Computing, 2007, 25(5): 578-596.
- [3] Zaragoza J, Chin T J, Brown M S, et al. As-projective-as-possible image stitching with moving DLT[C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 2339-2346.
- [4] Rav-Acha A, Pritch Y, Lischinski D, et al. Dynamosaicing: Mosaicing of dynamic scenes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(10): 1789-1801.
- [5] 王锋, 程敏, 陈小平. 面向机器人室内建图的 RGB-D 图像对齐算法[J]. 机器人, 2015, 37(2): 129-135.  
Wang F, Cheng M, Chen X P. An RGB-D image alignment algorithm for robotic mapping in indoor environments[J]. Robot, 2015, 37(2): 129-135.
- [6] Le M H, Trinh H H, Hoang V D, et al. Automated architectural reconstruction using reference planes under convex optimization[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2016, 14(3): 814-826.
- [7] Zelnik-Manor L, Irani M. Multiview constraints on homographies[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(2): 214-223.
- [8] Kim S, Yang D W, Park H W. A disparity-based adaptive multi homography method for moving target detection based on global motion compensation[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2016, 26(8): 1407-1420.
- [9] Assuja M A, Suwardi I S. 3D coordinate extraction from single 2D indoor image[C]//International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 233-238.
- [10] Shashua A, Avidan S. The rank 4 constraint in multiple ( $\geq 3$ ) view geometry[C]//4th European Conference on Computer Vision. Berlin, Germany: Springer, 1996: 196-206.
- [11] Chen P, Suter D. Rank constraints for homographies over two views: Revisiting the rank four constraint[J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(2): 205-225.
- [12] Eriksson A, van den Hengel A. Optimization on the manifold of multiple homographies[C]//IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops. Piscataway, USA: IEEE, 2009: 242-249.
- [13] Chojnacki W, Szpak Z L, Brooks M J, et al. Multiple homography estimation with full consistency constraints[C]//International Conference on Digital Image Computing: Techniques and Applications. Piscataway, USA: IEEE, 2010: 480-485.
- [14] Szpak Z L, Chojnacki W, Eriksson A, et al. Sampson distance based joint estimation of multiple homographies with uncalibrated cameras[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2014, 125: 200-213.
- [15] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- [16] Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003.
- [17] 许可可, 朱文球, 郭富禄. 基于结构相似的 RANSAC 改进算法[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(12): 168-171, 245.  
Xu K K, Zhu W Q, Guo F L. Improved RANSAC algorithm based on structural similarity[J]. Computer Engineering and Applications, 2016, 52(12): 168-171, 245.
- [18] Mou W, Wang H, Seet G, et al. Robust homography estimation based on non-linear least squares optimization[C]//IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 372-377.
- [19] Ferraz L, Binefa X, Moreno-Noguer F. Very fast solution to the PnP problem with algebraic outlier rejection[C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 501-508.
- [20] Cadena C, Carlone L, Carrillo H, et al. Simultaneous localization and mapping: Present, future, and the robust-perception age[EB/OL]. (2016-06-19) [2017-01-03]. <https://arxiv.org/pdf/1606.05830v1.pdf>.
- [21] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, et al. Numerical recipes in C: The art of scientific computing[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1988.
- [22] Oxford Visual Geometry Group. Model house datasets[DB/OL]. (2004-09-02) [2017-01-03]. <http://www.robots.ox.ac.uk/~vgg/data/data-mvview.html>.

## 作者简介:

- 齐乃新 (1989-), 男, 博士生. 研究领域: 视觉导航.  
张胜修 (1963-), 男, 教授, 博士生导师. 研究领域: 组合导航与飞行器制导控制.  
曹立佳 (1982-), 男, 博士, 讲师. 研究领域: 飞行器控制、仿真与决策.