

华南理工大学
2017 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(试卷上做答无效, 请在答题纸上做答, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 系统工程基础综合

适用专业: 控制科学与工程

共 2 页

一、(20 分) 按要求计算下列各题:

1. 已知事件 A, B 仅发生一个的概率为 0.4, 且 $p(A) + p(B) = 0.6$, 试求 A, B 至少有一个不发生的概率。

2. 某奶厂生产 A, B, C 三种奶, 经过调查, 一城市居民中订购 A 奶的占 45%, 订购 B 奶的占 35%, 订购 C 奶的占 30%, 同时订购 A, B 两种奶的占 10%, 同时订购 A, C 两种奶的占 8%, 同时订购 B, C 两种奶的占 5%, 同时订购 A, B, C 三种奶的占 3%。试计算下列事件的概率 (任意选择 2 小题作答):

- (1) 仅订购 A 奶的;
- (2) 恰好订购两种奶的;
- (3) 至少订购一种奶的。

二、(15 分) 设 (ξ, η) 服从单位圆盘: $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1\}$ 上的均匀分布, 试求它的边缘密度函数。

三、(20 分) 若二维随机变量 (ξ, η) 具有概率:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求, ξ, η 的数学期望 $E(\xi), E(\eta)$; 协方差 $\text{Cov}(\xi, \eta)$; $\xi + \eta$ 的方差 $D(\xi + \eta)$ 。

四、(20分) 假设有一大批种子, 其中良种占 $\frac{1}{6}$ 。现从这批种子中任取 6000 粒, 试分别用切比雪夫不等式和中心极限定理计算: 这 6000 粒种子中良种所占的比例与 $\frac{1}{6}$ 之差的绝对值不超过 0.01 的概率。

五、(21分) 求解微分方程:

1. $(x+y)dx - (x-y)dy = 0$;
2. $(x+y)^2 y' = 1$;
3. $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$ 。

六、(18分) 考虑微分方程组

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

1. 求该微分方程组的通解;
2. 求当 $t \rightarrow +\infty$ 时极限为 0 的解。

七、(18分) 设方程为

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = e^{-x}(x-1)$$

试求该方程的通解。

八、(18分) 对于方程组

$$\frac{dy}{dx} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} e^x \\ xe^x \end{pmatrix}$$

1. 求出对应的齐次方程组的通解;
2. 求该方程组的通解。