

基于模糊函数的 LM 型压缩接收机频率检测性能分析

黄 ■ 鹏¹, 刘全胜^{1,2}, 徐保国²

(1. 无锡职业技术学院物联网技术学院, 江苏无锡 214122; 2. 江南大学物联网工程学院, 江苏无锡 214122)

摘 要: 以压缩接收机工作机理线性调频傅氏变换为基础, 对当前常用的“长相乘—短卷积”压缩接收机模型特性进行了细致研究. 参照模糊函数对雷达信号分析的方法, 定义了压缩接收机输出函数, 该函数描述了当与无损测频输出相比时, 由雷达信号载频和实际脉冲展宽延迟线滤波器置空率引起的输出波形的变化. 通过该函数可以对压缩接收机的频率分辨力、截获概率、到达时间等性能参数做出解析性分析.

关键词: 频率检测; 压缩接收机; 线性调频; 模糊函数;

中图分类号: TN958 MASS: 510.60 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)03-0505-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.03.014

Frequency Detection by LM Compressive Receiver using Ambiguity Function

HUANG Chong-peng¹, LIU Quan-sheng^{1,2}, XU Bao-guo²

(1. School of Internet of Things Technology, Wuxi Institute of Technology, Wuxi Jiangsu 214122, China;

2. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract: Using the chirp Fourier transform which is the working mechanism of the compressive receiver, the most important construction “long-multiplication, short-convolution” is analyzed in edge frequency and non-complete intercept. By ambiguity function, the output waveform of this receiver is set up in this situation. The parameters of output waveform are discussed, which are the output pulse-width, output peak time delay, and output peak value loss. Then the performance of frequency detection by these parameters is deduced, including frequency coming time, frequency resolution and intercept probability.

Key words: frequency detection; compressive receiver; chirp; ambiguity function

1 引言

在现代战争中, 雷达对抗扮演着十分重要角色^[1,2], 为保证雷达对抗中压制干扰和欺骗干扰的顺利实施, 从密集雷达脉冲流中进行信号分选是必不可少的, 而雷达频率参数又是雷达分选的核心^[3~7]. 随着微电子集成技术的发展和辐射源数目的加剧, 压缩接收机(Compressive Receiver, CR)以其小体积、轻重量、低成本、高灵敏度、高截获概率的优势在雷达测频中备受青睐^[8~16]. 它是在中频使用线性调频(chirp)脉冲压缩技术的快扫式超外差接收机, 具有比常规接收机频率分辨力平方更快的扫描速度, 在处理多个同时到达信号时性能尤为突出.

参考文献[8]详细描述了运用高温超导材料进行宽带 CR 设计的原理及其实现; 文献[9~11]对 CR 的工作原理、数学模型、检测概率进行了详尽的分析, 并对其硬件模块的设计及其在工程上的实现进行了详细描述; 文献[12]对 CR 在微弱脉冲信号和连续信号检测中的应用进行了分析, 并对其截获概率进行了数值计算; 文献

[13]给出了 CR 解析同时多目标输入信号的详尽数学分析, 并详细分析了噪声条件下对多目标输入信号的影响; 文献[14]提出了基于匹配滤波器线性调频压缩技术的数字处理 CR 模型, 克服了传统基于色散延迟线 CR 精度低、受环境影响大等缺点; 文献[15]在介绍 CR 原理的基础上, 重点阐述了如何利用对消法检测 CR 输出旁瓣中的微弱信号; 文献[16]通过对 CR 的改进, 如限幅-色散-平方-压缩技术的运用, 实现了对 OFDM 及 BP-SK 调制信号的检测.

然而, 目前对 CR 的性能分析都是基于雷达信号频率在测频范围内, 且取样时间内信号具有完整不变性的基础上(以下称为无损测量), 缺乏对上述两者边缘特性的分析. 为充分了解 CR 的工作特征及性能参数, 本文参照模糊函数(Ambiguity Function, AF)对雷达信号的分析方法, 对当前常用“长相乘—短卷积(Long-Multiplication, LM)”的 CR 输出信号特征进行了分析, 描述了与上述无损测频输出相比, 由雷达信号载频和实际脉冲展宽延迟线(Pulse Expand delay Line, PEL)置空率引起的输出幅值和输出时间的变化. 并通过该函数对 CR 的性能参

数:频率分辨率、截获概率、测频时刻做出了解析性求解.

2 LM 压缩接收机

图 1 为 LM 压缩接收机,该接收机是 C-M-C 型 CR,除去只影响相位虚线框后的简化.其中乘法 M 由 PEL 产生,卷积 C 由脉冲压缩延迟线(Pulse Compress delay Line, PCL)完成.设输入信号为 $s(t)$,则输出信号为

$$|S(K\tau)| = |[s(t) \text{ch}^-(t)] * \text{ch}^+(t)| \quad (1)$$

其中:调频系数 K 为常数 ($K > 0$); τ 为输出时间; * 表示卷积. $\text{ch}^\pm(t) = \exp(\pm j\pi Kt^2)$ 为 chirp 脉冲, B_1 为短带宽, T_1 为短时宽; B_2 为长带宽, T_2 为长时宽.

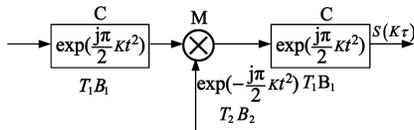


图1 C-M-C变换结构

图 2 是 $s(t)$ 过 LM 的时间/频率图. 设测频范围 $\Delta f = f_3 - f_1 = B_2 - B_1$, 则一般有 $B_1 = \Delta f$, 即 $B_2 = 2B_1$. 设 PEL 中心频率为 f_c , 带宽为 $[f_c - B_1, f_c + B_1]$; 则 PCL 带宽为 $[f_3 - (f_c + B_1), f_1 - (f_c - B_1)] = [f_1 - f_c, f_3 - f_c]$, 中心频率 $f_c = 0.5(f_1 + f_3) - f_c = 0.5B_1 + f_1 - f_c$. 参照文献[17], 在不影响分析下, 可设 $f_c = 0$. 有 f_c 为:

$$f_c = 0.5(f_1 + f_3) = 0.5B_1 + f_1 \quad (2)$$

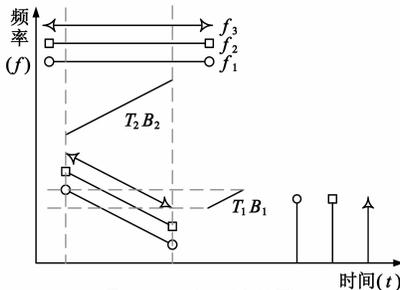


图2 LM变换运算图

3 LM 输出函数

依据上节设置, 为保证 LM 对 $s(t)$ 充分取样, 一般有 $\tau > T_2$. 参照图 3 可得截获周期 T_2 的置空率 δ :

$$\delta = \pm T' T_2^{-1} \quad (3)$$

其中: T' 为 T_2 未使用部分. 当 T_2 后端空置时, δ 取负号; 当 T_2 前端空置时, δ 取正号. 显然 $|\delta| < 1$.

设 η 为 PEL 截获后的信号脉宽与 PCL 的脉宽之比.

$$\eta = T_2 T_1^{-1} (1 - |\delta|) = 2(1 - |\delta|) \quad (4)$$

即有 $0 < \eta < 2$. 对图 3 中阴影部分做横轴平移, 视 t_{mid} 为坐标原点, 并将此时 PEL 对应的频率表示为 f_{mid} , 设 $f'_0 = f_0 + f_{\text{mid}}$, $f''_0 = f'_0 - K\tau$; 运用式(1), 参照 AF 表达式和时域平方相位对 AF 的影响^[18], 设 $|t| \leq 0.5T_1$ 时,

$\text{ch}^+(t) = 1$; $|t| \leq 0.5\eta T_1$ 时, $\text{ch}^-(t) = 1$, 有载频为 f_0 的 $s(t)$ 过 LM 的等价输出表达式为:

$$|S(K\tau)| = |y(\tau; f''_0; \eta)| = \left| \int_a^b \text{ch}^-(t) \text{ch}^+(t - \tau) \exp(j2\pi f''_0 t) dt \right| \quad (5)$$

其中: a 为积分下限; b 为积分上限. 根据 η 值, 设 $\eta_{\min} = 0.5(\eta - 1) = 0.5 - |\delta|$; $\eta_{\max} = 0.5(\eta + 1) = 1.5 - |\delta|$. 运用图解法, 对式(5)分析如下

① $1 \leq \eta \leq 2$

参照图 4, 有:

◆当 $\eta_{\min} T < \tau < \eta_{\max} T$ 时, 有 $a = \tau - 0.5T_1$, $b = 0.5\eta T_1$:

$$\begin{aligned} y(\tau; f''_0; \eta) &= \int_a^b \exp(j2\pi f''_0 t) dt = (j2\pi f''_0)^{-1} \{ \exp[j\pi f''_0 (\eta T_1)] \\ &\quad - \exp[j2\pi f''_0 (\tau - 0.5T_1)] \} \\ &= (\pi f''_0)^{-1} \sin[\pi f''_0 (\eta_{\max} T_1 - \tau)] \\ &\quad \cdot \exp[j\pi f''_0 (\eta_{\min} T_1 + \tau)] \end{aligned} \quad (6)$$

◆当 $-\eta_{\min} T_1 \leq \tau \leq \eta_{\min} T_1$ 时, 有 $a = \tau - 0.5T_1$, $b = \tau + 0.5T_1$:

$$\begin{aligned} y(\tau; f''_0; \eta) &= \int_a^b \exp(j2\pi f''_0 t) dt \\ &= (j2\pi f''_0)^{-1} \{ \exp[j2\pi f''_0 (\tau + 0.5T_1)] \\ &\quad - \exp[j2\pi f''_0 (\tau - 0.5T_1)] \} \\ &= (\pi f''_0)^{-1} \sin(\pi f''_0 T_1) \exp(j2\pi f''_0 \tau) \end{aligned} \quad (7)$$

◆当 $-\eta_{\max} T_1 < \tau < -\eta_{\min} T_1$ 时, 有 $a = -0.5\eta T_1$, $b = \tau + 0.5T_1$:

$$\begin{aligned} y(\tau; f''_0; \eta) &= \int_a^b \exp(j2\pi f''_0 t) dt \\ &= (j2\pi f''_0)^{-1} \{ \exp[j2\pi f''_0 (\tau + 0.5T_1)] \\ &\quad - \exp[j2\pi f''_0 (-0.5\eta T_1)] \} \\ &= (\pi f''_0)^{-1} \sin[\pi f''_0 (\eta_{\max} T_1 + \tau)] \\ &\quad \cdot \exp[j\pi f''_0 (-\eta_{\min} T_1 + \tau)] \end{aligned} \quad (8)$$

② $0 < \eta < 1$

参照图 5, 有:

◆当 $-\eta_{\min} T_1 < \tau < \eta_{\max} T_1$ 时, 有 $a = \tau - 0.5T_1$, $b = 0.5\eta T_1$:

$$\begin{aligned} y(\tau; f''_0; \eta) &= \int_a^b \exp(j2\pi f''_0 t) dt \\ &= (\pi f''_0)^{-1} \sin[\pi f''_0 (\eta_{\max} T_1 - \tau)] \\ &\quad \cdot \exp[j\pi f''_0 (\eta_{\min} T_1 + \tau)] \end{aligned} \quad (9)$$

◆当 $\eta_{\min} T_1 \leq \tau \leq -\eta_{\min} T_1$ 时, 有 $a = -0.5\eta T_1$, $b = 0.5\eta T_1$:

$$y(\tau; f''_0; \eta) = \int_a^b \exp(j2\pi \xi' t) dt = (\pi f''_0)^{-1} \sin(\pi f''_0 \eta T_1) \quad (10)$$

◆当 $-\eta_{\max} T_1 < \tau < \eta_{\min} T_1$ 时, 有 $a = -0.5\eta T_1$,

$$b = \tau + 0.5T_1:$$

$$y(\tau; \xi'; \eta) = \int_a^b \exp(j2\pi f''_0 t) dt = (\pi f''_0)^{-1} \cdot \sin[\pi f''_0 (\eta_{\max} T_1 + \tau)] \exp[j\pi f''_0 (-\eta_{\min} T_1 + \tau)] \quad (11)$$

将 $f''_0 = f'_0 - K\tau$ 代入①和②的分析, 可得 LM 信号输出函数的表达式:

$$|y(\tau; f'_0; \eta)| = \begin{cases} |[\pi(f'_0 - K\tau)]^{-1} \sin[\pi(f'_0 - K\tau)(\eta_{\max} T_1 - |\tau|)]|, & |\eta_{\min} T_1| < |\tau| < \eta_{\max} T_1 \\ |[\pi(f'_0 - K\tau)]^{-1} \sin[\pi(f'_0 - K\tau) T_1 \cdot \min(1, \eta)]|, & 0 \leq |\tau| \leq |\eta_{\min} T_1| \end{cases} \quad (12)$$

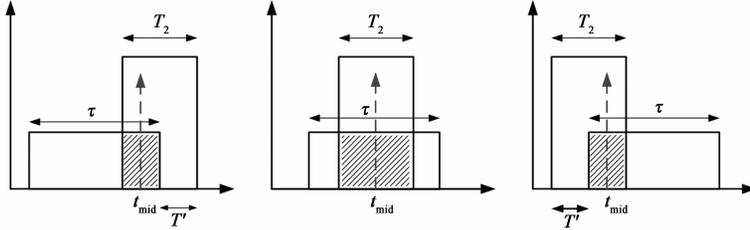


图3 截获周期的时域置空率 $\delta < 0$; $\delta = 0$; $\delta > 0$

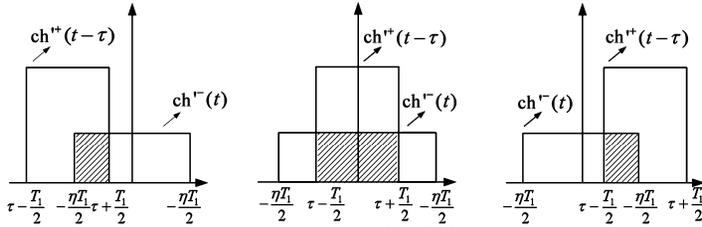


图4 $1 \leq \eta \leq 2$ 积分限变化

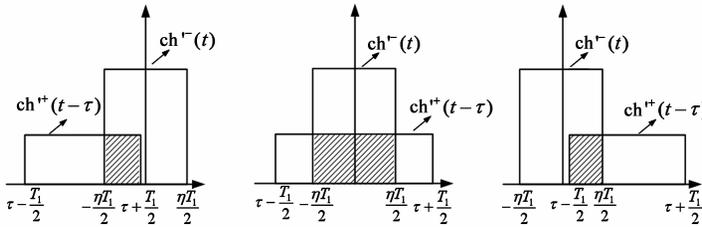


图5 $0 < \eta < 1$ 积分限变化

4 LM 性质分析

图 6 是 LM 信号在 η 为 2 和 0.5 时输出函数 $|y(\tau; f'_0; \eta)|$ 的归一化等高线图. 与 AF 相似^[18], 具有梯形脊线, 且 η 越大其越明显.

参照图 6 和式 (12), LM 输出信号峰值时刻 τ_{\max} 为:

$$\tau_{\max} = K^{-1} f'_0 \quad (13)$$

运用式 (12), (13), LM 输出信号沿此轴线方向峰值为:

$$\begin{cases} |y(\tau; f'_0; \eta)|_{\max} = T_1 \min(1, \eta), & 0 \leq |f'_0| \leq |\eta_{\min} B_1| \\ |y(\tau; f'_0; \eta)|_{\max} = T_1 (\eta_{\max} - |f'_0 B_1^{-1}|), & |\eta_{\min} B_1| < |f'_0| < \eta_{\max} B_1 \end{cases} \quad (14)$$

则当 $0 \leq |f'_0| \leq |\eta_{\min} B_1|$, 忽略式 (12) 中两函数的边缘情况, 此时 LM 输出函数的第一零点 $\tau_{1,2}$ 可近似为式 (15) 取值 ± 1 时 f'_0 的解:

$$(f'_0 - K\tau_{1,2}) T_1 \cdot \min(1, \eta) = \pm 1 \quad (15)$$

则半零点间距 $\tau_d(f'_0; \eta)$:

$$\tau_d(f'_0; \eta) = 0.5 |\tau_1 - \tau_2| = [B_1 \cdot \min(1, \eta)]^{-1},$$

$$0 \leq |f'_0| \leq |\eta_{\min} B_1| \quad (16)$$

同理, 当 $|\eta_{\min} B_1| < |f'_0| < \eta_{\max} B_1$,

$$\tau_d(f'_0; \eta) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{\eta_{\max} B_1 - f'_0}{2K} \right)^2 + \frac{1}{K}} - \sqrt{\left(\frac{\eta_{\max} B_1 - f'_0}{2K} \right)^2 - \frac{1}{K}} \right], & \min\left(|\eta_{\min} B_1|, \frac{1}{\eta_{\max} T_1} \right) < |f'_0| < \eta_{\max} B_1 - 2\sqrt{K} \\ \frac{\eta_{\max}}{B_1 (\eta_{\max}^2 - \eta^2)}, & |\eta_{\min} B_1| \leq |f'_0| \leq \left| \frac{1}{\eta_{\max} T_1} \right| \ \&\& \ |\eta^2 - 1| < \frac{4}{D_1} \end{cases} \quad (17)$$

其具体证明和验证见附录.

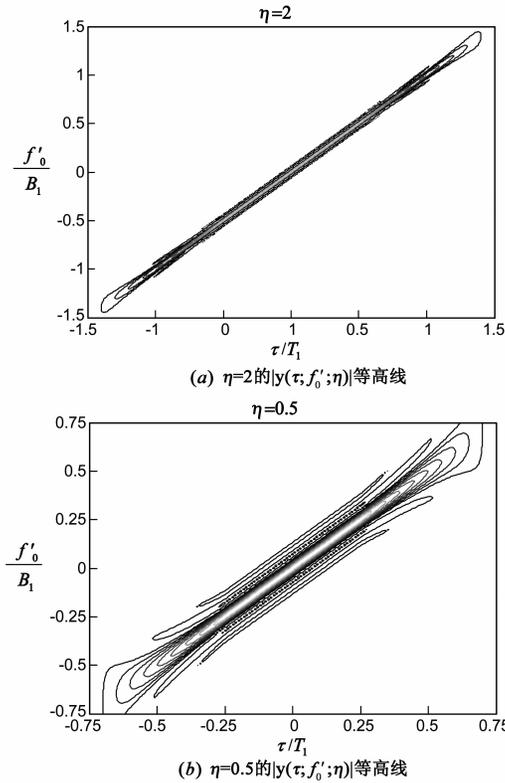


图6 $\eta=2$ 和 $\eta=0.5$ 的 $|y(\tau; f'_0; \eta)|$ 等高线

5 LM 测频性质

5.1 载频 f_0 峰值时刻及其分辨率

LM 对信号载频 f_0 的分析是通过与时间分开的视频抽样给出,即过 LM 的峰值时刻相对于 PEL 截获信号的初始时刻展现的.假设信号的截获如图 3 所示,则其中心频率时刻相对于初始时刻为:

$$t_{\text{mid}} = 0.5(1 + \delta)T_2 = (1 + \delta)T_1 \quad (18)$$

参照式(13),可得 LM 峰值时刻相对于 PEL 截获信号初始时刻延时为:

$$\tau'_{\text{max}} = t_{\text{mid}} + \tau_{\text{max}} = (1 + \delta)T_1 + K^{-1}f'_0 \quad (19)$$

又根据上文,PEL 的带宽为 $[f_c - B_1, f_c + B_1]$,则截获信号的中心频率 $f'_0 = f_0 + f_{\text{mid}}$ 为:

$$f'_0 = f_0 - (f_c - B_1 + t_{\text{mid}}K) \quad (20)$$

将式(18)代入式(20)得:

$$f'_0 = f_0 - f_c - \delta B_1 = f' - \delta B_1 \quad (21)$$

并将式(21)代入式(19)得:

$$\begin{aligned} \tau'_{\text{max}} &= (1 + \delta)T_1 + K^{-1}[(f_0 - f_c) - \delta B_1] \\ &= (T_1 - K^{-1}f_c) + K^{-1}f_0 \end{aligned} \quad (22)$$

由于 T_1, f_c, K 均为滤波器自身的性质,故式(22)的首项为常数.即无论 PEL 截获周期 T_2 的置空率 δ 如何,载频 f_0 始终为峰值时刻相对于截获信号初始时刻延时 τ'_{max} 的

斜率为 K 的线性函数.

运用上文其测频范围为 $|f_0 - f_c - \delta B_1| < \eta_{\text{max}} B_1$,即测频范围为:

$$\begin{aligned} f_0 &\in [-1.5B_1 + f_c, (1.5 + 2\delta)B_1 + f_c], & -1 < \delta < 0 \\ f_0 &\in [-1.5B_1 + f_c, 1.5B_1 + f_c], & \delta = 0 \\ f_0 &\in [-(1.5 - 2\delta)B_1 + f_c, 1.5B_1 + f_c], & 0 < \delta < 1 \end{aligned} \quad (23)$$

参照式(16)、(17)有近似频率分辨率为:

$$\begin{aligned} f_d(f'_0; \eta) &= \begin{cases} \frac{1}{T_1 \cdot \min(1, \eta)}, & 0 \leq |f'_0| \leq |\eta_{\text{min}} B_1| \\ \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{\eta_{\text{max}} B_1 - f'_0}{2} \right)^2 + 1} - \sqrt{\left(\frac{\eta_{\text{max}} B_1 - f'_0}{2} \right)^2 - 1} \right], & \min\left(|\eta_{\text{min}} B_1|, \frac{1}{\eta_{\text{max}} T_1} \right) < |f'_0| < \eta_{\text{max}} B_1 - 2\sqrt{K} \\ \frac{\eta_{\text{max}}}{T_1 (\eta_{\text{max}}^2 - \mu^2)}, & |\eta_{\text{min}} B_1| \leq |f'_0| \leq \left| \frac{1}{\eta_{\text{max}} T_1} \right| \&\& |\eta^2 - 1| < \frac{4}{D_1} \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

5.2 载频检测概率

运用式(12)其峰值损耗为:

$$\begin{aligned} S_m &= \frac{|y(\tau; f'_0; \eta)|_{\text{max}}^2}{|y(\tau; f'_0 = 0; \eta = 1)|_{\text{max}}^2} \\ &= \begin{cases} \min[1, 4(1 - |\delta|)^2], & 0 \leq |f'_0| \leq |\eta_{\text{min}} B_1| \\ (1.5 - |\delta| - |B_1^{-1} f'_0|)^2, & |\eta_{\text{min}} B_1| < |f'_0| < \eta_{\text{max}} B_1 \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

根据文献[18],设门限检波器的输入信号由 CR 完全匹配时输出峰值功率为 S 和 $N = N_0 B_1$ 的白高斯噪声组成,则接收机检测概率 p_d 与虚警概率 p_{fa} 间的关系为:

$$p_d \approx F \left[\sqrt{2S_m(S/N)} - \sqrt{-2\ln(p_{\text{fa}})} \right] \quad (26)$$

其中, $F(x) = \int_{-\infty}^x (\sqrt{2\pi})^{-1} \exp(-0.5\zeta^2) d\zeta$.

图 7 给出了检测概率 p_d 与信噪比 S/N 的关系,其中虚警概率 p_{fa} 为图中参数.图 8 给出了当 $p_{\text{fa}} = 1e-6$,置空率 δ 如图取值时,载频偏移为 f'/B_1 时的检测概率.

考虑 $\delta \in [0, 1]$,与无损检测 $\delta = 0$ 时相比,当 $\delta \in [0, 0.5]$,此时 T_2 前端空置,参照式(4)截获概率 $\eta \in [1, 2]$,则根据上文当 $f'/B_1 > 0$ 时可完全检测,仿真结果与无损检测时相同,而 $f'/B_1 < 0$ 时则未能完全检测,仿真结果将比无损检测有所下降;而当 $\delta \in [0.5, 1]$,有 $\eta \in [0, 1]$,显然此时即使 $f'/B_1 > 0$ 时,亦未能完全检测,故有仿真结果将比无损检测迅速下降.

而当 $\delta \in [-1, 0]$,其仿真结果与 $\delta \in [0, 1]$ 完全相反. $\delta \in [-0.5, 0]$ 时,其仿真结果与 $\delta \in [0, 0.5]$ 完全相反,有 η

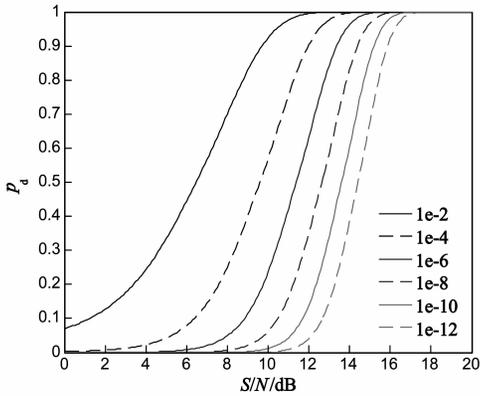


图7 信噪比检测曲线

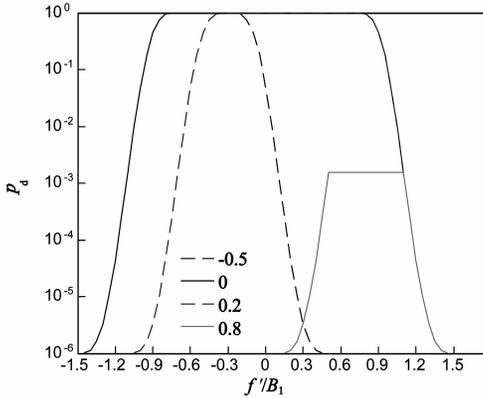


图8 CR检测曲线

$\in [1, 2]$, 即 $f'/B_1 < 0$ 时对仿真结果无影响, 而当 $f'/B_1 > 0$ 时仿真结果将有所下降; 而当 $\delta \in [-1, -0.5]$ 时, 有 $\eta \in [0, 1]$, 即有即使 $f'/B_1 > 0$ 时, 亦未能完全检测, 故有此时仿真结果将比无损检测迅速下降。

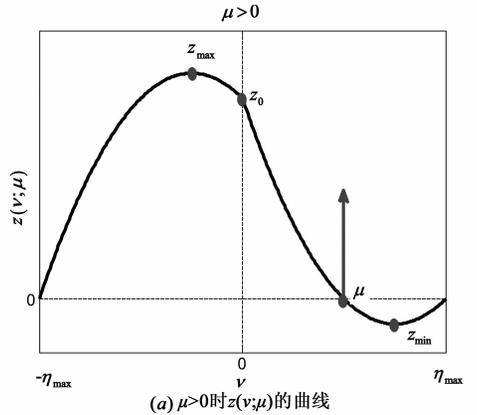
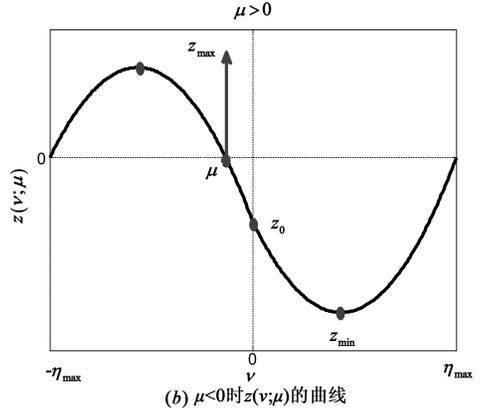
6 结论

本文参照 AF, 对当前常用“LM”的 CR 测频特征进行了分析, 描述了与无损测频输出相比, 由雷达信号载频和 PEL 滤波器非完整置空率 δ 引起的输出幅值和输出时间的变化, 并通过函数对 CR 的性能参数做出了解析性求解。分析表明无论 PEL 截获周期 T_2 的置空率 δ 如何, 对于固定的 CR 其载频 f_0 有固定的输出时刻, 最大测频范围为 $[-1.5B_1 + f_c, 1.5B_1 + f_c]$; 其边缘频率分辨率相对于无损测频有所下降; 载频偏移亦引起如上文检测概率的下降。

附录 式(17)证明和验证

根据文中式(12), $|\eta_{\min} T_1| < |\tau| < \eta_{\max} T_1$ 时 LM 信号输出函数的表达式:

$$|y(\tau; f'_0; \eta)| = |\tau| \left| \frac{[\pi(f'_0 - K\tau)]^{-1} \sin[\pi(f'_0 - K\tau)(\eta_{\max} T_1 - |\tau|)]}{\eta_{\min} T_1} \right|, \quad (A1)$$

(a) $\mu > 0$ 时 $z(v; \mu)$ 的曲线(b) $\mu < 0$ 时 $z(v; \mu)$ 的曲线图A1 $z(v; \mu)$ 的曲线

此时 LM 输出函数的第一零点 $\tau_{1,2}$ 可近似为式(A2)取值 ± 1 时 f'_0 的解:

$$(f'_0 - K\tau_{1,2})(\eta_{\max} T_1 - |\tau_{1,2}|) = \pm 1 \quad (A2)$$

设 $B_1^{-1} f'_0 = \mu$, $T_1^{-1} \tau_{1,2} = \nu_{1,2}$. 即 $|\eta_{\min}| < |\mu| < \eta_{\max}$, 时宽带宽积 $D_1 = B_1 T_1$. 则上式可表示为:

$$z(\nu; \mu) = (\mu - \nu_{1,2})(\eta_{\max} - |\nu_{1,2}|) = \pm D_1^{-1} \quad (A3)$$

且有:

$$\begin{cases} z_{\min} = -0.25(\eta_{\max} - \mu)^2, & \nu = -0.5(\eta_{\max} + \mu) \\ z_0 = \eta_{\max} \mu, & \nu = 0 \\ z_{\max} = 0.25(\eta_{\max} + \mu)^2, & \nu = 0.5(\eta_{\max} - \mu) \end{cases} \quad (A4)$$

考虑 $\mu > 0$, 则当 $z_0 > D_1^{-1}$ 且 $|\eta_{\min}| < |\mu| < \eta_{\max}$, 根据图 1, 式(A3)右端取 $+D_1^{-1}$ 有解, $\nu_1 > 0$ 取较小值:

$$\nu_1 = 0.5(\eta_{\max} + \mu) - 0.5(\eta_{\max} - \mu) \sqrt{1 + 4D_1^{-1}(\eta_{\max} - \mu)^{-2}}, \quad \min(|\eta_{\min}|, (D_1 \eta_{\max})^{-1}) < \mu < \eta_{\max} \quad (A5)$$

则当 $z_0 < D_1^{-1}$ 且 $|\eta_{\min}| < |\mu| < \eta_{\max}$, 即有 $|\eta^2 - 1| < 4D_1^{-1}$, 根据图 1, 式(A3)右端取 $+D_1^{-1}$ 有解, $\nu_1 < 0$ 取较大值:

$$\nu_1 = -0.5(\eta_{\max} - \mu) + 0.5(\eta_{\max} + \mu) \sqrt{1 - 4D_1^{-1}(\eta_{\max} + \mu)^{-2}}, \quad |\eta_{\min}| < \mu < (D_1 \eta_{\max})^{-1} \quad (A6)$$

此时 $D_1(\eta_{\max} - \mu)^2 \gg 0$, 由 $x \ll 1$ 时 $\sqrt{1-x} = 1$

$-x/2 - x^2/8 - \dots \approx 1 - x/2$, 简化得:

$$\nu_1 = \mu + D_1^{-1} (\eta_{\max} + \mu)^{-1}, |\eta_{\min}| < \mu < (D_1 \eta_{\max})^{-1} \quad (A7)$$

根据图 1, 式(A3)右端取 $-D_1^{-1}$ 有解, $\nu_2 > 0$ 取较小值:

$$\nu_2 = 0.5(\eta_{\max} + \mu) - 0.5(\eta_{\max} - \mu)\sqrt{1 - 4D_1^{-1}(\eta_{\max} - \mu)^{-2}},$$

$$|\eta_{\min}| < \mu < \eta_{\max} - 2D_1^{-0.5} \quad (A8)$$

参照式(A7), 可对 $|\eta_{\min}| < \mu < (D_1 \eta_{\max})^{-1}$ 取值下的 ν_2 简化为:

$$\nu_2 = \mu + D_1^{-1} (\eta_{\max} - \mu)^{-1}, |\eta_{\min}| < \mu < (D_1 \eta_{\max})^{-1} \quad (A9)$$

参照前文, $\mu > 0$ 时, ν 半零点间距 $\nu_d(\mu, \eta)$ 为:

$$\nu_d(\mu, \eta) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{\eta_{\max} - \mu}{2}\right)^2 + \frac{1}{D_1}} - \sqrt{\left(\frac{\eta_{\max} - \mu}{2}\right)^2 - \frac{1}{D_1}} \right], \\ \min\left(|\eta_{\min}|, \frac{1}{D_1 \eta_{\max}}\right) < \mu < \eta_{\max} - \frac{2}{\sqrt{D_1}} \\ \frac{\eta_{\max}}{D_1(\eta_{\max}^2 - \mu^2)}, \\ |\eta_{\min}| \leq \mu \leq \left|\frac{1}{\eta_{\max} D_1}\right| \ \&\& \ |\eta^2 - 1| < \frac{4}{D_1} \end{cases} \quad (A10)$$

同理 $\mu < 0$, ν 半零点间距 $\nu_d(\mu, \eta)$, 利用 $f'_0 B_1^{-1} = \mu$, $\tau_{1,2} T_1^{-1} = \nu_{1,2}$. 则式(A10)半零点间距 $\tau_d(f'_0; \eta)$:

$$\tau_d(f'_0; \eta) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{\eta_{\max} B_1 - f_0}{2K}\right)^2 + \frac{1}{K}} - \sqrt{\left(\frac{\eta_{\max} B_1 - f_0}{2K}\right)^2 - \frac{1}{K}} \right], \\ \min\left(|\eta_{\min} B_1|, \frac{1}{\eta_{\max} T_1}\right) < f'_0 < \eta_{\max} B_1 - 2\sqrt{K} \\ \frac{\eta_{\max}}{B_1(\eta_{\max}^2 - \mu^2)}, \\ |\eta_{\min} B_1| \leq f'_0 \leq \left|\frac{1}{\eta_{\max} T_1}\right| \ \&\& \ |\eta^2 - 1| < \frac{4}{D_1} \end{cases} \quad (A11)$$

参考文献

[1] 李兵, 洪文. 合成孔径雷达噪声干扰研究[J]. 电子学报, 2004, 32(12): 2035 - 2037.

Li Bing, Hong wen. Study of noise jamming to SAR[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(12): 2035 - 2037. (in Chinese)

[2] 唐波, 郭琨毅, 王建萍, 等. 合成孔径雷达三维有源欺骗干扰[J]. 电子学报, 2007, 35(6): 1203 - 1206.

TANG Bo, GUO Kun-yi, WANG Jian-ping, et al. The 3D active deception jamming of SAR[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6): 1203 - 1206. (in Chinese)

[3] Schrick G, Wiley R G. Interception of LPI radar signals[A]. IEEE International Radar Conference [C]. Arlington, VA: IEEE, 1990. 108 - 111.

[4] Satyanarayana J V, Ramakrishnan AG. Frequency detection from multiplexed compressed sensing of noisy signals[A]. 2011 National Conference on Communications (NCC)[C]. Bangalore: IEEE, 2011. 1 - 5.

[5] Zhang Yi, Yao Fu-qiang. Optimal noncoherent frequency detection of differential frequency hopping signal[A]. 2010 IEEE International Conference on Wireless Communications, Networking and Information Security (WCNIS) [C]. Beijing, China: IEEE, 2010. 146 - 149.

[6] Abdallah M, Elkeelany O. A multi-channel frequency detection and monitoring system[A]. 2010 IEEE International SOC Conference (SOCC)[C]. Beijing, China: IEEE, 2010. 309 - 312

[7] Guner B, Niamsuwan N, Johnson J T. Performance study of a cross-frequency detection algorithm for pulsed sinusoidal RFI in microwave radiometry[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2010, 48(7): 2899 - 2908

[8] Lyons W G, Arsenault D R, Anderson A C, et al. High temperature superconductive wideband compressive receivers [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1996, 7(2): 1258 - 1278.

[9] 彭江陵, 刘建国, 李庆洪, 等. SAW-chirp 压缩接收技术研究[J]. 压电与声光, 2010, 32(1): 7 - 11, 18.

Peng Jiangling, Liu Jianguo, Li Qinghong, et al. Study on SAW-chirp compression-receive technology [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2010, 32(1): 7 - 11, 18. (in Chinese)

[10] HE Shi-tang. Research progress in SAW filter banks[J]. Journal of Zhejiang University, 2005, 6(9): 990 - 996.

[11] Kawalec A, Pieniezny A. Some results of radar signal detections by the use of compressive receiver[A]. 2010 International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET) [C]. Lviv-Slavske: IEEE, 2010. 87 - 88

[12] Pieniezny A, Fornalik J. Weak signal detection using compressive receiver[A]. Radar Symposium (IRS), 2010 11th International [C]. Vilnius, Lithuania: IEEE, 2010. 1 - 4.

[13] Pollock B, Goodman NA. Detection performance of multi-branch and multichannel compressive receivers [A]. 2012 IEEE 7th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)[C]. Hoboken, NJ: IEEE, 2012. 341 - 344

[14] 王启峰, 解锋, 黄高明, 等. 脉冲压缩技术在数字侦察接收机中的应用仿真分析[J]. 电讯技术, 2010, 50(12): 53 - 57.

Wang qifeng, Xie feng, Huang gaoming, et al. Simulation and analysis of application of pulse-compression technique in digital reconnaissance receiver[J]. Telecommunication Engineering, 2010, 50(12): 53 - 57. (in Chinese)

- [15] 程水英,陈鹏举,武传华,等.对消法在提高压缩接收机双信号动态范围中的应用[J].西安电子科技大学学报(自然科学版),2001,28(3):408-412
Cheng shuiying, Chen pengju, Wu chuanhua, et al. The application of the offset method in improving the double signal dynamic range of a compressive receiver[J]. Journal of Xidian University, 2001, 28(3): 408-412. (in Chinese)
- [16] HE Peng-fei, LU Ying-hua, ZHANG Hong-xin, et al. SAW chirp Fourier transform for MB-OFDM UWB receiver[J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2006, 13(3): 1-4.
- [17] Mark A Richards. Fundamentals of Radar Signal Processing [M]. New York: McGraw-Hill Professional Publishing 2008.

- [18] Richard G Wiley. ELINT: The Interception and Analysis of Radar Signals[M]. London: Artech House, 2006.

作者简介

黄 ■ 鹏 男,1982年9月出生,江苏泰州人,博士.研究方向为雷达电子对抗,雷达信号处理.

E-mail: chongpeng@126.com

刘全胜 男,1969年4月出生,湖北宜昌人,博士研究生,研究方向为多智能体协同控制,信号处理.

徐保国 男,1950年1月出生,江苏淮阴人,教授、博士生导师,主要研究方向为信号处理和无线通信.