

Pade 型双向抛物方程及其在室内电波传播问题中的应用研究

张青洪, 廖 成, 盛 楠, 陈伶俐

(西南交通大学电磁场与微波技术研究所, 四川成都 610031)

摘 要: 针对室内垂直墙面、家具等对电磁波后向反射较大的问题, 提出了 Pade 型双向抛物方程, 在增大抛物方程计算角度的同时提高了室内场计算的精度. 利用 Crank-Nicolson 有限差分法推导了 Pade 型双向抛物方程的离散差分格式, 同时, 通过对室内天花板和地板采用阻抗边界条件, 导出了上下边界场满足的有限差分格式, 与射线跟踪法的对比验证了边界处理的正确性. 采用双向抛物方程仿真了包含家具的单层单建筑物存在时室内电磁波的传播特性, 结果表明, 双向抛物方程的仿真结果是可靠的, 其符合现实物理规律, 最后基于该双向抛物方程模型模拟和分析了存在二栋双层建筑物时室内的电磁波分布特性.

关键词: Pade 型双向抛物方程; 有限差分; 室内; 电波传播

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)08-1668-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.08.030

Study of Pade Two-Way Parabolic Equation and Application in Indoor Radio Wave Propagation Problems

ZHANG Qing-hong, LIAO Cheng, SHENG Nan, CHEN Ling-lu

(Institute of Electromagnetics, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: In order to increase the calculating angle of parabolic equation and improve the calculation accuracy when solving the problem of multiple reflection field, such as indoor propagation environments, the Pade two-way parabolic equation is presented. Its discrete difference format is deduced via the Crank-Nicolson finite difference method. Besides, the finite difference scheme of field on the upper and lower boundaries is deduced by using the impedance boundary condition to the indoor ceiling and floor, whose correctness is verified compared with ray tracing method. The characteristics of indoor radio wave propagation in a single-storey building including one furniture are simulated by two-way parabolic equation. The results show that the two-way parabolic equation is reliable and agreeable to the physical laws. Finally, the two-dimensional parabolic equation model is applied to computing the indoor distribution characteristics of electromagnetic waves, when two double-floor buildings exist.

Key words: Pade two-way parabolic equation; finite difference; interior; radio wave propagation

1 引言

随着无线技术的迅猛发展, 室内无线电设备, 诸如无线局域网、个人通信系统等的使用越来越广泛^[1,2], 而室内墙面、家具等会对电磁波的传播产生很大影响, 因此, 建立室内电波传播模型对室内无线系统的规划和设计具有重要意义.

目前, 室内电波传播模型主要有经验模型^[3]和确定性模型^[4]. 经验模型相对简单, 精度不高, 而确定性模型是在严格的电磁理论基础上导出的公式, 其对具体环境

中的电波传播特性有很高的预测精度, 因而成为当前电波传播领域主要的研究方向. 抛物方程方法 (Parabolic equation, PE) 由 Leontovich 和 Fock^[5] 在二十世纪四十年代提出, 它本身就能体现电波传播的折射和绕射效应, 不但计算简单、计算速度快, 计算精度也很高. 因此, 本文采用抛物方程方法研究了室内电磁波的传播特性.

文献[6]应用抛物方程的有限差分解法求解了室内电波的传播特性, 但其采用的是窄角 PE, 最大计算仰角只能达到为 15°; 文献[7]应用宽角抛物方程的分步傅里叶解法求解了室内的场分布, 但是其高度网格较

大,因此对室内家具、设备等物体的边界描述不够准确;同时文献[6,7]均是采用前向抛物方程,没有考虑墙面等的后向反射波.鉴于此,本文提出了 Pade 型双向抛物方程,其最大计算仰角可以达到 45° ,有效地提高了抛物方程的计算范围,且双向抛物方程能够计算后向反射波,因此提高了室内场求解的精度.

2 抛物方程模型

2.1 Pade 型双向抛物方程推导

在直角坐标系中,设电磁场的时谐因子为 $e^{-i\omega t}$,以标量 u 表示与 y 方向无关的任一电磁场分量,通过对 u 满足的二维波动方程进行因式分解可得前、后向抛物方程分别为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_F}{\partial x} = ik_0(Q-1)u_F \\ \frac{\partial u_B}{\partial x} = -ik_0(Q-1)u_B \end{cases} \quad (1)$$

式中 u_F, u_B 分别为前向场和后向场, Q 为伪微分算子,且

$$Q = \sqrt{\frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2} \quad (2)$$

其中, k_0 为真空中的传播常数; n 为媒质的折射率.对 Q 进行 Pade 近似^[8],得到 Pade 型双向抛物方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_F}{\partial z^2} \left(\frac{\partial u_F}{\partial x} \right) - 2ik_0 \frac{\partial^2 u_F}{\partial z^2} + k_0^2(n^2(x, z) + 3) \frac{\partial u_F}{\partial x} \\ \quad - 2ik_0^3(n^2(x, z) - 1)u_F = 0 \\ \frac{\partial^2 u_B}{\partial z^2} \left(\frac{\partial u_B}{\partial x} \right) + 2ik_0 \frac{\partial^2 u_B}{\partial z^2} + k_0^2(n^2(x, z) + 3) \frac{\partial u_B}{\partial x} \\ \quad + 2ik_0^3(n^2(x, z) - 1)u_B = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Pade 型双向抛物方程的最大计算仰角可以达到 45° ,有效地增加了 PE 的计算范围,且其能够考虑波的后向反射,因此仿真结果更准确.由式(3)可知,后向抛物方程与前向抛物方程形式一致,只是传播常数相差一个符号,因此在步进求解时,只需将前向抛物方程中的传播常数和步长取相反数即可.为此,本文只推导了前向抛物方程的有限差分形式以及其相应的边界条件.

2.2 Pade 型抛物方程的有限差分法

在二维直角坐标系 (x, z) 中, Crank-Nicolson 有限差分方法的网格划分如图 1 所示.其中, z_j 为垂直方向网格节点的坐标.我们考虑 ξ_m 为 x_{m-1} 和 x_m 的中点,取该处场值为前后二整格点场的平均值,则对点 (ξ_m, z_j) 进行离散差分可得前向 PE 的有限差分格式为:

$$\frac{u(x_m, z_{j+1}) - u(x_{m-1}, z_{j+1})}{\Delta x} + \frac{u(x_m, z_{j-1}) - u(x_{m-1}, z_{j-1})}{\Delta x} - \frac{u(x_m, z_j) - u(x_{m-1}, z_j)}{\Delta z^2} + 2 \left(\frac{u(x_m, z_j) - u(x_{m-1}, z_j)}{\Delta x} \right) - 2ik_0 \left[\frac{u(x_m, z_{j+1}) + u(x_{m-1}, z_{j+1}) + u(x_m, z_{j-1}) + u(x_{m-1}, z_{j-1}) - 2u(x_m, z_j) - 2u(x_{m-1}, z_j)}{2\Delta z^2} \right] + k_0^2(n^2(x, z) + 3) \frac{u(x_m, z_j) - u(x_{m-1}, z_j)}{\Delta x} - 2ik_0^3(n^2(x, z) - 1) \frac{u(x_m, z_j) + u(x_{m-1}, z_j)}{2} = 0$$

$$\begin{aligned} & - \frac{u(x_{m-1}, z_{j-1})}{\Delta x} + 2 \left(\frac{u(x_m, z_j) - u(x_{m-1}, z_j)}{\Delta x} \right) \\ & - 2ik_0 \left[\frac{u(x_m, z_{j+1}) + u(x_{m-1}, z_{j+1}) + u(x_m, z_{j-1}) + u(x_{m-1}, z_{j-1}) - 2u(x_m, z_j) - 2u(x_{m-1}, z_j)}{2\Delta z^2} \right] \\ & + k_0^2(n^2(x, z) + 3) \frac{u(x_m, z_j) - u(x_{m-1}, z_j)}{\Delta x} \\ & - 2ik_0^3(n^2(x, z) - 1) \frac{u(x_m, z_j) + u(x_{m-1}, z_j)}{2} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

对式(4)进一步化简并整理得:

$$\begin{aligned} (1-b)u_{j-1}^m + (a-2+2b-c)u_j^m + (1-b)u_{j+1}^m &= \\ (1+b)u_{j-1}^{m-1} + (a-2-2b+c)u_j^{m-1} + (1+b)u_{j+1}^{m-1} & \end{aligned} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{cases} a = k_0^2 \Delta z^2 (n^2 + 3) \\ b = ik_0 \Delta x \\ c = ik_0^3 (n^2 - 1) \Delta x \Delta z^2 \end{cases} \quad (6)$$

由式(5)可知,抛物方程的有限差分解法是一个步进求解的过程,由前一个面上的场就可以求得下一步进上的场分布.

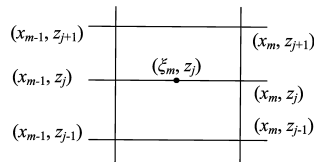


图1 Crank-Nicolson有限差分方法网格划分图

2.3 边界条件处理

计算建筑物内部场时,涉及到上边界和下边界的处理,为此本文将对上下边界处场满足的离散差分格式进行推导.

下边界场满足 Leontovich 边界条件^[9]:

$$\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} + \beta u \Big|_{z=0} = 0 \quad (7)$$

其中 β 反映了边界面上的阻抗特性.对点 $(\xi_m, z_{1/2})$ 进行前向差分可得:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(\xi_m, z_0) \approx 2 \frac{\frac{\partial u}{\partial z}(\xi_m, z_{1/2}) - \frac{\partial u}{\partial z}(\xi_m, z_0)}{\Delta z} \quad (8)$$

再对点 $(\xi_m, z_{1/2})$ 进行中心差分并化简得:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(\xi_m, z_0) \approx 2 \frac{u(\xi_m, z_1) - (1-\beta\Delta z)u(\xi_m, z_0)}{\Delta z^2} \quad (9)$$

将式(9)代入前向抛物方程并对点 (ξ_m, z_0) 进行离散差分可得下边界处场满足的差分格式为:

$$[-2(1-\beta\Delta z) + 2b(1-\beta\Delta z) + a - c]u_0^m + (2-2b)u_1^m$$

$$= [-2(1 - \beta\Delta z) - 2b(1 - \beta\Delta z) + a + c]u_0^{m-1} + (2 + 2b)u_1^{m-1} \quad (10)$$

其中 a, b, c 的计算见式(6).

同理可得上边界场满足的有限差分格式为:

$$[-2(1 - \beta\Delta z) + 2b(1 - \beta\Delta z) + a - c]u_N^m + (2 - 2b)u_{N-1}^m = [-2(1 - \beta\Delta z) - 2b(1 - \beta\Delta z) + a + c]u_{N-1}^{m-1} + (2 + 2b)u_N^{m-1} \quad (11)$$

采用 Pade 型双向抛物方程并结合上下阻抗边界就可以对建筑物内部的场进行求解.

本文首先通过一算例来验证上下阻抗边界条件处理的正确性. 仿真参数设置为: 天线频率为 0.9GHz, 方向图为高斯方向图, 3dB 宽度为 25°, 天线高度为 38m, 大气为均匀大气环境. 其它仿真参数如图 2 所示.

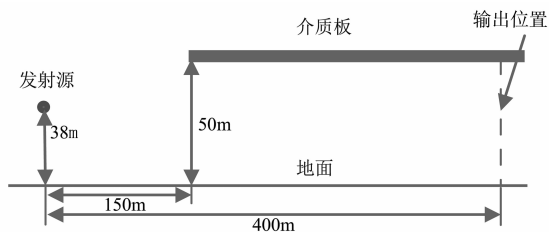


图2 仿真环境示意图

图 3 为电波传播 400m 时不同高度上的传播因子, 并将结果与射线跟踪法进行了对比, 其中射线跟踪法的反射波采用镜像法计算, 考虑的最大反射次数为 3 次, 绕射波采用一致性绕射理论计算. 由图 3 可知, 抛物方程方法与射线跟踪法的结果吻合很好, 由此验证了本文 Pade 型抛物方程及上下阻抗边界处理的正确性.

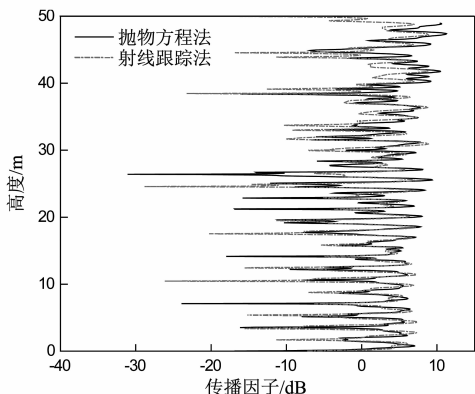


图3 电波传播400m时传播因子随高度的分布图

3 数值仿真

对于存在建筑物的电波传播问题, 求解建筑物内部场的基本思路为: 先应用 PE 对建筑物外的场进行求解, 并得到建筑物前的入射场, 再以此场为抛物方程的初始场, 结合上下边界条件, 在建筑物内部进行步进计算, 当遇到墙面或者家具的后向反射时, 通过双向抛物方程来

求解墙面间或者墙面与家具间的多次反射波, 最后将各前向波和后向波叠加进而得到建筑物内部的总场.

3.1 单层单建筑物

为了验证双向抛物方程的有效性, 本文仿真了单层单建筑物存在时电磁波的传播特性. 假设天线高度为 7m, 其它天线参数与上一节算例相同. 建筑物位于距离 40m~54m 处, 高度为 10m, 墙面和天花板厚度均为 0.1m, 窗户窗台高度为 3m, 窗户高度为 4m, 假设窗户敞开, 墙面相对介电常数为 10, 电导率为 0.015S/m, 在建筑物右边靠墙放置一柜子家具, 柜子厚度为 2m, 高度为 5m, 相对介电常数为 2, 电导率为 0. 本文采用双向 PE 仿真了建筑物内部的场分布特性, 图 4 为电波传播 48m 时不同高度上的传播因子, 并与射线跟踪法结果进行了对比, 图 5 为双向 PE 仿真得到的空间传播因子伪彩图.

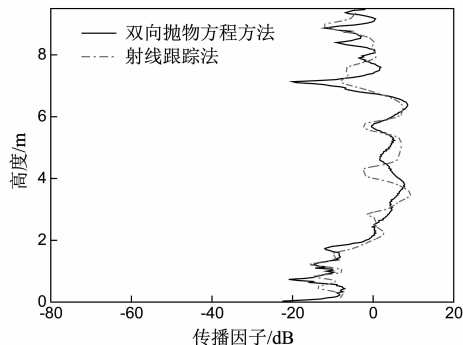


图4 电波传播48m时建筑物内传播因子随高度变化图

由图 4 可知, 双向 PE 仿真结果与射线跟踪法计算结果吻合较好, 且本算例中, 抛物方程计算时间为 3.010s, 而射线跟踪法的计算时间为 128.348s, 可见, 在计算点数多, 特别是进行区域电磁覆盖特性预测时, 抛物方程方法相对于射线跟踪法计算时间大大减少. 从图 5 可以看出, 建筑物内部存在二垂直墙面间以及家具与墙面间的多次反射波, 空间场为各前向波和后向波叠加后的总场. 由此可见, 双向抛物方程的结果符合现实物理规律.

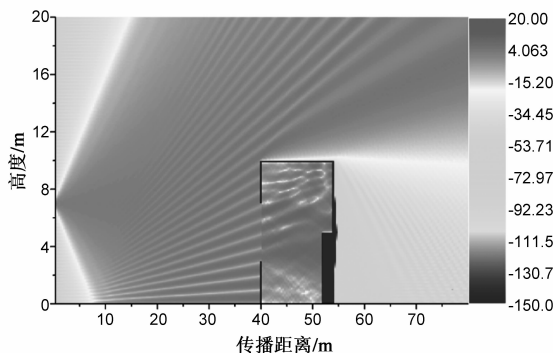


图5 双向PE的空间传播因子空间伪彩图

3.2 多层多建筑物

接下来本文仿真分析了二栋双层建筑物存在时空的电磁分布特性. 假设建筑物 1、建筑物 2 所处的距离分别为 80m~100m、180m~200m, 每一层楼的高度为 15m, 窗户窗台高度为 6.2m, 窗户高度为 6m, 其他参数与上一算例相同. 图 6 为空间传播因子伪彩图, 图 7、图 8 分别为电波传播至 90m 和 190m 处建筑物内部的场分布.

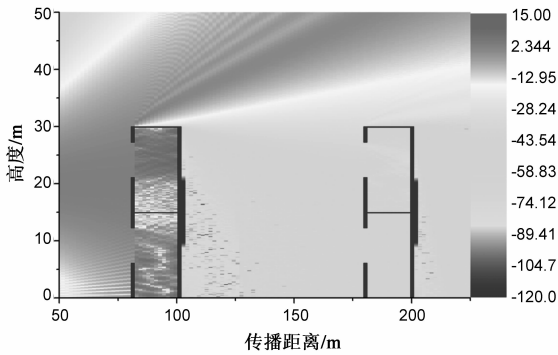
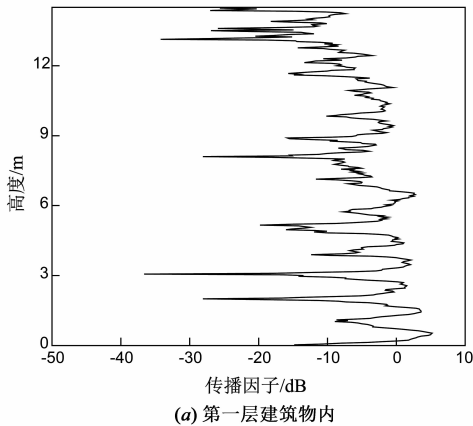
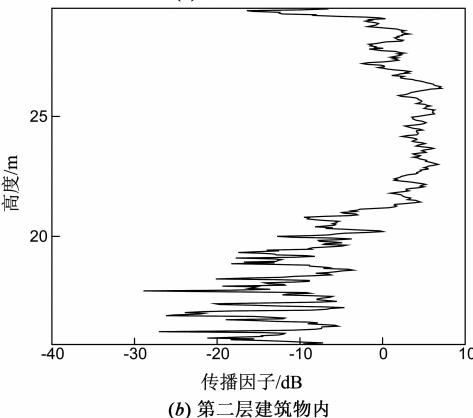


图 6 双向PE的空间传播因子空间伪彩图

由于发射源有一定的波束宽度, 因此在源所处高度附近场值相对较大, 由图 6 可以看到, 在建筑物 1 中, 第二层内电磁场较大, 且由于该处电磁波基本为平行入射, 因此在窗户以下场值较小; 在第一层内, 入射场



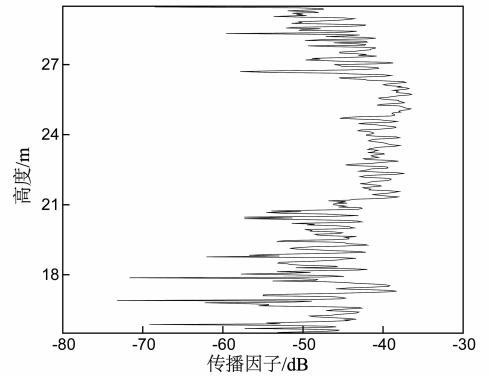
(a) 第一层建筑物内



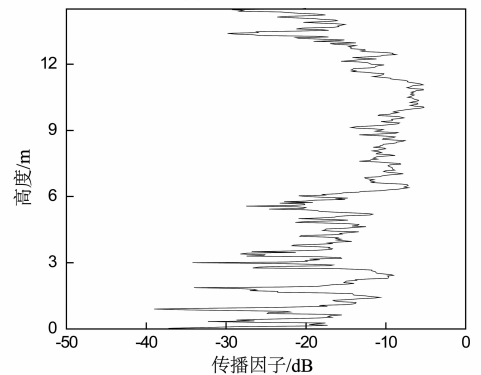
(b) 第二层建筑物内

图 7 电波传播 90m 时建筑物 1 内传播因子随高度变化图

大多为斜向下入射, 因此在窗户以上的较高位置上场值相对较小; 从图 7 同样可以看出, 在建筑物 1 的第二层内, 较高位置场值较大, 而第一层内较低位置场值较大. 建筑物 2 位于建筑物 1 后方, 由于建筑物 1 高于发射源的位置, 因此, 在图 6 中, 建筑物 2 内无直达波入射, 且从建筑物 1 顶端绕射到建筑物 2 内部的场很小, 从图 8 同样可以看出, 到达建筑物 2 内部的场已经很小, 但是建筑物 2 第二层内的场相对第一层要大.



(a) 第一层建筑物内



(b) 第二层建筑物内

图 8 电波传播 190m 时建筑物 2 内传播因子随高度变化图

4 结论

室内垂直墙面、家具等会对电磁波产生较大的后向反射, 为此, 本文提出了 Pade 型双向抛物方程, 并结合上下阻抗边界条件, 构建了室内电波传播模型, 同时推导了 Pade 型双向抛物方程及相应上下阻抗边界的 Crank-Nicolson 有限差分格式. 数值仿真了包含家具的单层单建筑物存在时电磁波的传播特性, 结果表明双向抛物方程结果与射线跟踪法结果吻合较好, 其能够考虑室内垂直墙面间的反射波, 结果符合物理规律. 最后本文采用双向抛物方程求解了有二栋双层建筑物存在时的电波传播问题, 并分析了建筑物内部场的分布特性. 本文所提出的模型为室内电波传播问题的研究提供了新的途径, 但目前是基于二维抛物方程, 后续工作将延伸到三维空间.

参考文献

- [1] 霍宏伟, 张宏科, Youzhi XU. 基于室内无线传感器网络射频信号的老年人跌倒检测研究[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 195 – 200.
Huo Hong-wei, Zhang Hong-ke, Youzhi Xu. Fall detection using radio signals of home wireless sensor networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1): 195 – 200. (in Chinese)
- [2] 张继良, 汪洋, 丁丽琴, 等. 6.0 ~ 6.4GHz 室内 MIMO 无线信道测量与传播特性分析[J]. 电子学报, 2012, 40(6): 1213 – 1217.
Zhang Ji-liang, Wang Yang, Ding Li-qin, et al. Indoor measurement and characterization of wireless MIMO channel at 610 – 614GHz[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(6): 1213 – 1217. (in Chinese)
- [3] J P Kermoal, L Schumacher, K I Pedersen, et al. A stochastic MIMO radio channel model with experimental validation[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2002, 20(6): 1211 – 1226.
- [4] 李晓光, 杜正伟, 冯正和. 室内环境中 UWB MIMO 传输下的电磁仿真[J]. 电子学报, 2007, 35(6A): 156 – 151.
Li Xiao-guang, Du Zheng-wei, Feng Zheng-he. UWB indoor MIMO channel modeling and simulation[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6A): 156 – 151. (in Chinese)
- [5] M A Leontovich, V A Fock. Solution of propagation of electromagnetic waves along the earth's surface by the method of parabolic equation[J]. J Phys USSR, 1946, 10(1): 13 – 23.
- [6] F N B Magno, Z A Valente, J F Souza, et al. A model for radio propagation loss prediction in buildings using parabolic equations[A]. Spread Spectrum Techniques and Applications, 2006 IEEE Ninth International Symposium on[C]. Manaus-Amazon: IEEE, 2006. 351 – 355.
- [7] K C Souza. A model for radio propagation loss prediction in buildings using wide-angle parabolic equations[A]. Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), 2009 SBMO/IEEE MTT-S International[C]. Belem: IEEE, 2009. 491 – 495.
- [8] J F Claerbout. Fundamentals of Geophysical Data Processing with Application to Petroleum Prospect[M]. New York: McGraw-Hill Press, 1976.
- [9] R Kuttler, G Dockey. Theoretical description of parabolic approximation/Fourier split-step method of representing electromagnetic propagation in the troposphere[J]. Radio Science, 1991, 26(2): 381 – 393.

作者简介



张青洪 男, 1986 年生, 湖南人, 西南交通大学电磁场与微波技术研究所博士研究生, 研究方向为电波传播理论与电磁场数值计算.

E-mail: zqh19861020@163.com



廖成 男, 1964 年生, 重庆人, 教授, 博士生导师, 西南交通大学电磁场与微波技术研究所所长. 研究方向为计算电磁学、电磁散射与逆散射和天线理论及应用研究.