

2016年硕士研究生入学考试初试试题

科目代码: 818 科目名称: 量子力学

注: (1) 本试题共 1 页。

(2) 请按题目顺序在标准答题纸上作答, 答在题签或草稿纸上一律无效。

一. 一维无限深方势阱的势能函数 $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ +\infty & x < 0, x > a \end{cases}$, 系统 $t=0$ 波函数

$$\psi(x,0) = \begin{cases} c \left[\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + 2 \sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right) \right] & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x < 0, x > a \end{cases} \quad (40 \text{ 分})$$

- (1) 求系统的能量本征值以及归一化的能量本征函数
- (2) 求适当的系数 c , 使 $t=0$ 时刻的波函数归一化。
- (3) 求 $t=0$ 时刻测量系统能量的取值, 概率分布和能量平均值
- (4) 求 t 时刻系统的波函数
- (5) 求 t 时刻测量系统能量的取值, 概率分布和能量平均值
- (6) 求 t 时刻粒子位置的概率密度。

二. (1) 推导出力学量期望值随时间演化的方程 $\frac{d}{dt} \overline{A} = \frac{1}{i\hbar} [\overline{A}, H] + \overline{\frac{\partial A}{\partial t}}$, 并给出力学量期望值不随时间变化的条件。(2) 利用 (1) 的结果证明 $\frac{d\langle x \rangle}{dt} = \left\langle \frac{p_x}{m} \right\rangle$ 。(30 分)

三. 使用基本对易关系求下面对易子 $[p_y, y^2]$, $[l_y, p_x]$, $[l_x, l_y]$ 。(20 分)

四. 粒子自旋与 x 方向的匀强磁场互相作用哈密顿量为 $H = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = \frac{eB\hbar}{2\mu c} \sigma_x = \hbar\omega \sigma_x$

在 σ_z 表象下初始时刻 $t=0$ 时自旋波函数为 $\chi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, 求 (1) $t=0$ 测量 σ_x 的可能取值和相应概率

(2) 任意 t 时刻粒子的自旋波函数以及 t 时刻测量 σ_z 的可能取值和相应概率。(40 分)

五. 已知带电谐振子的哈密顿量 $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 - Eqx$, 求其能量本征值 (20 分)