

基于恒定动量矢量的快速大形变微分同胚 非刚体标记点集匹配算法

赵 键^{1,2}, 鲁 敏¹, 张 军¹

(1. 国防科学技术大学电子科学与工程学院自动目标识别重点实验室, 湖南长沙 410073; 2. 中国人民解放军 95380 部队, 广东湛江 524329)

摘 要: 目前经典的基于微分同胚非刚体变换的标记点匹配算法虽然克服了以往非微分同胚变换方法不能处理大形变非刚体变换的问题,但是普遍存在时空复杂度较高,算法收敛速度较慢以及匹配精确性和变换光滑性不能兼顾等问题.针对这些问题,本文提出了一种新的基于恒定动量矢量的快速大形变微分同胚非刚体标记点集匹配算法,该方法利用拉格朗日坐标系下的恒定动量矢量以及时间依赖的多尺度再生核来构造速度矢量场,然后采用基于规则化控制参数的确定性退火机制来搜索最优动量矢量,从而得到最终的微分同胚变换形变场.最后实验验证了本文所提新算法能使匹配的精确性和变换的光滑性达到较好的平衡兼顾,而且也较大程度地降低了算法的时间复杂度以及空间复杂度.

关键词: 大形变微分同胚非刚体变换; 标记点集匹配; 拉格朗日坐标; 恒定动量矢量; 多尺度再生核; 确定性退火

中图分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2015)09-1714-09
电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.09.006

Fast Large Deformation Diffeomorphic Landmarks Matching Algorithm Based on Stationary Momentum

ZHAO Jian^{1,2}, LU Min¹, ZHANG Jun¹

(1. Science and Technology on Automatic Target Recognition Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China; 2. 95380 PLA Troops, Zhanjiang, Guangdong 524329, China)

Abstract: At present, the classical diffeomorphic landmarks matching algorithms can handle large non-rigid deformation problems that cannot be solved by the non-diffeomorphic algorithms, but there are still plenty of problems such as high spatial and temporal complexity, slow convergence speed and impossible to take into account accurate matching and smooth transformation, and so on. To solve these problems, this paper proposes a novel algorithm named as the fast large deformation diffeomorphic landmarks matching based on stationary momentum (SM-FLDDLM). The SM-FLDDLM algorithm estimates the velocity vector fields by means of the Lagrange stationary momentum vector and time-dependent multi-scale reproducing kernels, and then uses the deterministic annealing mechanism based on regularization control parameters to search for the optimal momentum vectors, resulting in a final diffeomorphic deformation fields. The results of comparative experiments show that the SM-FLDDLM method is not only suitable for the large deformation diffeomorphic non-rigid transformation, with a better balance between accurate matching and smooth deformation, but also considerably reduces the time and space complexity.

Key words: large deformation diffeomorphic non-rigid transformations; landmarks matching; Lagrange coordinate; stationary momentum; multi-scales reproducing kernels; deterministic annealing

1 引言

非刚体几何变换模型大致可分为两类^[1]:一是物理模型推导的非刚体变换模型,一般由连续介质力学理论推导而来,包括基于弹性力学理论的模型^[2]、基于流体

力学理论的模型^[3]以及基于光流场理论的模型^[4,5]等.二是基函数推导的非刚体变换模型,该类方法源自于数据插值和函数逼近理论,一般由基函数的组合扩展来建模,常用基函数为多项式函数^[6]、径向基函数^[7]、薄板样条^[8,9]、弹性体样条^[10]、B样条^[11]和小波基函数^[12]等.

目前,基于微分同胚的非刚体变换模型受到了广泛关注^[13],微分同胚的约束条件就是要求非刚体变换满足光滑可逆且其逆变换同样光滑,其能保持图像的拓扑结构在变换前后不发生改变,使得原先光滑的几何结构仍保持光滑,因此,该类模型能很好的拟合较大程度的非刚体形变.一般情况下,需要利用已知对应关系的标记点集来对非刚体形变进行建模,简而言之就是已知两个标记点集后,如何求解出这两个点集间所满足的非刚体几何变换映射关系^[13].标记点特征主要有两种来源^[14]:一是需人工提取的具备物理意义的标记点,如医学图像中那些具有解剖意义的点(血管的分叉与相交点);二是可自动提取的具有几何意义的标记点,也即某些几何特征最优的点,如局部曲率最大值点,曲线上的切线点以及拐点等.

经典的满足微分同胚变换条件的非刚体标记点模式匹配算法主要有:(1)Joshi 等人^[15]所提出的一种大形变下的微分同胚非刚体变换的标记点集匹配算法,其本质是通过匹配的能量泛函值关于点集的拉格朗日坐标的梯度来求解标记点集匹配问题的最优解;(2)Beg 等人^[16]提出的大形变微分同胚度量映射算法(Large Deformation Diffeomorphic Metric Mappings, LDDMM),其本质是通过求解能量泛函关于时间依赖(随时间而变化的)的欧拉速度矢量场的梯度,依据变分优化的方法来搜索标记点集匹配问题的最优解;(3)Glauens 等人^[17]提出了一种基于微分同胚变换的匹配算法,其本质是通过求解能量泛函关于动量的梯度后,再通过梯度下降方法来寻找最优时间依赖的动量矢量场;(4)Vaillant 等人^[18]提出了求解能量泛函关于初始动量的方法,又称为测地线发射(Geodesic Shooting)算法.上述几种方法克服了非微分同胚变换方法不能处理大形变非刚体变换的问题,但普遍存在时空复杂度较高,算法收敛速度较慢以及匹配精确性和变换光滑性不能兼顾等缺陷.

针对目前基于微分同胚非刚体变换的标记点模式匹配算法所存在的问题,本文提出了一种新的基于大形变微分同胚非刚体变换的快速标记点模式匹配算法,该方法利用拉格朗日坐标系下的恒定动量矢量以及时间依赖的多尺度再生核来构造速度矢量场,然后采用基于规则化控制参数的确定性退火机制来搜索最优动量矢量,从而得到最终的微分同胚变换形变场.新算法能使匹配的精确性和变换的光滑性达到较好的平衡兼顾,而且也较大程度地降低了算法的时间复杂度以及空间复杂度.

2 大形变微分同胚非刚体变换

2.1 微分同胚非刚体变换的定义

设图像或特征集合的非刚体变换区域为 $\Omega \subset R^d$,

定义非刚体变换 φ 为将每个点 $\mathbf{x} \in \Omega$ 映射成像点 $\mathbf{y} = \varphi(\mathbf{x}) \in \Omega$.对于理想的非刚体变换而言,一般要求变换 φ 必须既是满射又是单射,即 φ 为双射.除此之外,再对 φ 增加可微的平滑性约束条件后可得到同胚映射以及微分同胚映射:(1)同胚映射是一个连续的双射,且 φ 的逆映射 φ^{-1} 也是连续的.(2)微分同胚映射是一个连续可微的同胚映射,且 φ 的逆映射 φ^{-1} 也是连续可微的.

2.2 微分同胚非刚体变换的构造方法

首先,利用满足常微分方程的连续可微时间依赖的速度矢量场 $\mathbf{v}(t)$ 及其相关联的流 φ_{0t}^v 来构造微分同胚变换群,再通过创建可容许的 Hilbert 空间来生成速度矢量空间 \mathbf{V} ,通过变分法等优化方法求解能量泛函 $E(\mathbf{v})$ 在速度矢量空间 \mathbf{V} 上的最优解,最终生成满足微分同胚非刚体变换的形变场 φ .

设非刚体变换区域 $\Omega \subset R^d$ 为一个有界开集,而 $\mathbf{v}: [0,1] \mapsto \mathbf{V}$ 为时间依赖的速度矢量场,其中 \mathbf{V} 为 Ω 上的连续可微矢量场所构成的可容许 Hilbert 空间.当利用速度矢量场来构造微分同胚变换时,由恒等变换的摄动原理可知^[13],速度矢量场 $\mathbf{v}(t, \cdot)$ 须满足下列常微分方程:

$$\partial_t \mathbf{y} = \mathbf{v}(t, \mathbf{y}) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{y} \in \Omega$ 为变换后点坐标.因此,微分同胚变换映射可由与速度矢量场相关联的流来确定^[13].设 $\mathbf{v}: [0,1] \mapsto \mathbf{V}$,当 $t=0$ 时有 $\mathbf{y}(0) = \mathbf{x}$,常微分方程 $\partial_t \mathbf{y} = \mathbf{v}(t, \mathbf{y})$ 在时刻 t 的解为 $\varphi_{0t}^v(\mathbf{x})$,则函数 $\varphi_{0t}^v(\mathbf{x}): (t, \mathbf{x}) \mapsto \varphi_{0t}^v(\mathbf{x})$ 为初始时刻 $t=0$ 的与速度场 \mathbf{v} 相关联的流,它的定义域为 $[0,1] \times \Omega$,值域为 Ω .由上述定义可将微分同胚变换映射视作是初始时刻 $t=0$ 时为恒等变换,即 $\varphi_{00}^v(\mathbf{x}) = \text{Id}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$,而在终止时刻 $t=1$ 时, $\varphi_{01}^v(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \int_0^1 \mathbf{v}(t, \varphi_{0t}^v(\mathbf{x})) dt$ 的流体运动过程.

构建微分同胚变换群的最关键步骤在于构建速度矢量场空间 \mathbf{V} .目前主要是通过再生核来创建可容许的 Hilbert 空间 \mathbf{V} ,根据 Riesz 定理可知,必存在空间 \mathbf{V} 中唯一的元素 \mathbf{K}_x 使得对于所有的 $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$ 均有:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{K}_x, \mathbf{v} \rangle_{\mathbf{V}} \quad (2)$$

其中, $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbf{V}}$ 为 Hilbert 空间 \mathbf{V} 上的内积,而 $\mathbf{K}_x(\mathbf{y}) = \mathbf{K}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$ 为 \mathbf{V} 上的再生核.根据矢量空间样条插值相关原理可知,在空间 \mathbf{V} 中插值问题的最优解形式可表示为:

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \alpha_i \quad (3)$$

式(3)中的 α 为再生核的系数矢量,最后再根据 Hilbert 空间 \mathbf{V} 中的范数定义可得:

$$\|\hat{\mathbf{v}}\|_V^2 = \sum_{i,j=1}^N \boldsymbol{\alpha}_i^T \mathbf{K}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \boldsymbol{\alpha}_j \quad (4)$$

2.3 基于微分同胚非刚体变换的匹配问题

设待匹配特征集合为 $S \subset \Omega$, S 可以为点集、图像、测度或分布密度等形变目标. 当一个微分同胚变换群中的元素 φ 作用于 S 中的元素, 可得到相应的满足微分同胚非刚体变换后的形变对象. 因此, 在给定集合 S 中的模板 I_0 和目标 I_1 之后, 一般情况下的基于微分同胚非刚体变换的匹配问题就是求解如下所示的能量泛函极小化问题:

$$E_{I_0, I_1}(\varphi) = \lambda \cdot \rho(\varphi) + D(\varphi \cdot I_0, I_1) \quad (5)$$

式(5)中 $D(\varphi \cdot I_0, I_1)$ 为匹配项, 代表非刚体变换后的模板特征 $\varphi \cdot I_0$ 与目标特征 I_1 之间的相似程度, 常利用点集中对应点坐标的差值平方和作为匹配项:

$$D(\varphi \cdot I_0, I_1) = \sum_{k=1}^N \|\varphi \cdot \mathbf{x}_0^k - \mathbf{x}_1^k\|_{R^d}^2 \quad (6)$$

式(5)中的 $\rho(\varphi)$ 为规则化约束项, 是为了确保存在一个属于微分同胚变换群中的光滑极小最优解. 根据微分同胚变换群的距离 d_V 可定义 $\rho(\varphi)$ 为:

$$\rho(\varphi) = (d_V(\text{Id}, \varphi))^2 = \int_0^1 \|\mathbf{v}(t)\|_V^2 dt \quad (7)$$

式(7)代表了微分同胚变换 φ 与恒等变换 Id 在变换群 G_V 中的距离, $\rho(\varphi)$ 越小代表了变换 φ 越光滑, 反之则越不光滑. 式(5)中的 λ 为规则化控制参数, 其作用是控制规则化约束项与匹配项之间权重, 从而在精确匹配与光滑变换之间寻求平衡.

具体针对微分同胚非刚体标记点集匹配问题而言, 其能量泛函为:

$$\arg \min_{\mathbf{v}} E(\mathbf{v}) = \lambda \cdot \underbrace{\int_0^1 \|\mathbf{v}(t)\|_V^2 dt}_{E_v(\mathbf{v})} + \sum_{k=1}^N \underbrace{\|\mathbf{y}_k - \varphi_{01}^v(\mathbf{x}_k)\|_{R^d}^2}_{E_m(\mathbf{v})} \quad (8)$$

其中 $E_v(\mathbf{v})$ 代表规则化约束项, $E_m(\mathbf{v})$ 则代表匹配项. 至此, 基于微分同胚非刚体变换的标记点集匹配问题可归结为: 在空间 V 中搜索最优的时间依赖速度矢量场 $\hat{\mathbf{v}}$, 使得式(8)所示的能量泛函值达到极小.

3 基于恒定动量矢量的快速大形变微分同胚非刚体标记点集匹配算法

3.1 恒定动量矢量与时间依赖的多尺度再生核

设 $\mathbf{X}_{N \times d} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N)^T$ 为模板标记点集, $\mathbf{Y}_{N \times d} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N)^T$ 为目标标记点集, 其中 $\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i \in R^d$, 且 $\mathbf{x}_i \leftrightarrow \mathbf{y}_i$ 为对应的点对. 设 $t \in [0, 1]$ 由速度矢量场所诱导出的流 $\varphi_{0t}^v(\mathbf{x}(0))$ 表示为 $t=0$ 时刻起始点为 $\mathbf{x}(0)$, 经过由时间依赖的速度矢量场 \mathbf{v} 所产生的微分同胚变换后在时刻 t 的位置, 且满足如下常微分方程:

$$\frac{d\varphi_{0t}^v(\mathbf{x}(0))}{dt} = \mathbf{v}_t(\varphi_{0t}^v(\mathbf{x}(0))) \quad (9)$$

根据流体运动定义, 可将标记点集匹配问题视为在流 φ_{0t}^v 的作用下, 模板点集“流向”目标点集的过程. 在流体力学中有两种运动描述方法, 分别是以流体质点为着眼点的拉格朗日(Lagrange)方法和以空间点为着眼点的欧拉(Euler)方法^[19]. 在拉格朗日描述法中, 为了识别运动流体中的质点, 通常用其初始时刻 $t=t_0$ 时的位置坐标 \mathbf{x}_0 来作为拉格朗日坐标(或称随体坐标), 则质点的物理量均可用拉格朗日坐标 \mathbf{x}_0 和时间变量 t 来表示; 在欧拉描述法中, 以固定于空间的坐标系来表示物理量, 空间的任意点处的物理量均用选定坐标系中的欧拉坐标 \mathbf{x} 和时间变量 t 来表示. 由于待匹配点集中点的数目是有限的, 因此可将点集视为流体质点, 而其匹配过程则是流体质点的流体运动过程, 所以本文采用拉格朗日描述法. 如图1所示, 在拉格朗日坐标系下, 均是以初始时刻各质点空间坐标位置作为坐标系原点, 描述的是物理量经过时间 t 后的状态.

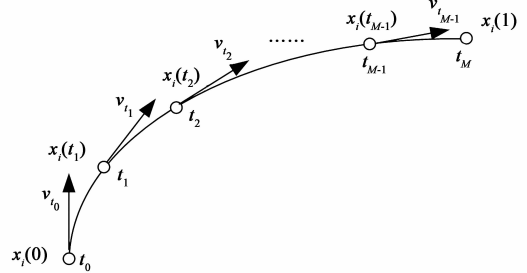


图1 拉格朗日坐标系下微分同胚变换示意图

在如图1所示的拉格朗日坐标系中, 原始模板点集中的第 i 个点 $\mathbf{x}_i(0)$ 在 $t=0$ 时开始运动, 经过微分同胚变换 φ_{01}^v 后, 在 $t=1$ 时运动至 $\mathbf{x}_i(1)$. 为便于后面的计算, 将时间 $t \in [0, 1]$ 离散化为 $M+1$ 个时刻点, 时间步长 $\tau = 1/M$, 则第 m 个时刻 $t_m = m \cdot \tau, \forall m \in [0, M]$.

由2.2节中速度矢量场空间 V 的构造可知, 在微分同胚非刚体变换条件下, 使得最优欧拉速度矢量场可表示如下:

$$\mathbf{v}_t(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \mathbf{w}_j(t) \mathbf{K}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}) \quad (10)$$

其中, $\mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \gamma(\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|) \mathbf{I}_{d \times d}$ 为 $d \times d$ 维的再生核, $\mathbf{I}_{d \times d}$ 为单位矩阵, 基函数 $\gamma(\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|) = \exp(-\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 / \sigma^2)$ 为高斯核函数. $\mathbf{w}_j(t)$ 为 $1 \times d$ 维系数矢量, 又称为动量矢量, $1 \times d$ 维矢量 $\mathbf{v}_t(\mathbf{x})$ 表示点在 t 时刻经过 \mathbf{x} 位置时的欧拉速度矢量.

在拉格朗日坐标系中, 原始模板点集中的第 i 个点 $\mathbf{x}_i(0)$ 在经过流 φ_{0t}^v 变换后运动至 $\mathbf{x}_i(t) = \varphi_{0t}^v(\mathbf{x}_i(0))$, 则 t 时刻该点的拉格朗日速度矢量可表示为:

$$\frac{d\varphi_{0t}^v(\mathbf{x}_i(0))}{dt} = \sum_{j=1}^N \mathbf{w}_j(t) \cdot \mathbf{K}(\mathbf{x}_j(t), \varphi_{0t}^v(\mathbf{x}_i(0))) \quad (11)$$

也可简写为:

$$\frac{d\mathbf{x}_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^N \mathbf{w}_j(t) \cdot \mathbf{K}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}_i(t)) \quad (12)$$

设 t 时刻点集中所有点的速度矢量组成 $N \times d$ 矩阵 $\mathbf{V}_t = (\mathbf{v}_1(t), \mathbf{v}_2(t), \dots, \mathbf{v}_N(t))^T$, 类似地可将动量矢量组成 $N \times d$ 矩阵 $\mathbf{W}_t = (\mathbf{w}_1(t), \mathbf{w}_2(t), \dots, \mathbf{w}_N(t))^T$, 又设 $N \times N$ 再生核矩阵为 $\mathbf{G}_t = [\gamma(r_{ij}(t))]_{N \times N}$, $\gamma(r_{ij}(t))$ 为再生核的基函数, 其中 $r_{ij}(t) = \|\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)\|_{R^d}$. 则式(12)又可用矩阵形式表示为: $\mathbf{V}_t = \mathbf{G}_t \cdot \mathbf{W}_t$.

经典的基于微分同胚变换的标记点集匹配算法均是通过求解最优速度矢量场或者动量矢量场来求解最优的微分同胚变换, 由于速度矢量场及动量矢量场均是时间依赖的, 从而导致了经典算法中最优解的搜索空间维数较高. 以 N 个 d 维点所组成的点集以及将 $[0, 1]$ 时间段划分为 M 等分的情况而言, 时间依赖的速度矢量场与动量矢量场的维数达到了 $M \times N \times d$. 当点集大小 N 较大, 时间划分 M 较多时, 解空间的维数将急剧升高, 从而导致算法的时间与空间复杂度增加, 而且解的稳定性也会受到极大的影响. 为了解决这一问题, 本文提出了利用拉格朗日坐标系下的恒定动量矢量来替代时间依赖动量矢量场的方法.

定理 1 在拉格朗日坐标系下, 使得式(8)所示的匹配能量泛函达到极小的最优时间依赖的速度矢量场满足:

$$\mathbf{v}_t(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \mathbf{w}_j \cdot \mathbf{K}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}) \quad (13)$$

其中, 由动量矢量 \mathbf{w}_j 所组成的矩阵 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_2^T \dots \mathbf{w}_N^T]$ 是不随时间 t 而变化. 由此可知, 点集中所有点的拉格朗日速度必满足: $\mathbf{V}_t = \mathbf{G}_t \cdot \mathbf{W}$. 因此, 可以将标记点集匹配问题由经典算法中的求解 $M \times N \times d$ 维时间依赖的速度矢量场 \mathbf{V}_t 或动量矢量场 \mathbf{W}_t 转化为求解 $N \times d$ 维恒定的动量矢量场 \mathbf{W} , 从而较大程度的降低了解空间的维数, 减少了算法的时空复杂度.

本文采用高斯径向基函数作为再生核的基函数, 即: $\gamma(\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|) = \exp(-\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2/\sigma^2)$. 其中, 称 σ 为再生核的尺度参数, 其作用主要是控制非刚体变形的范围和程度以及匹配的精度, 在固定规则化约束参数 λ 不变的情况下, σ 越大则趋于全局性的光滑形变, 但同时匹配精度越差; σ 越小则趋于局部性的剧烈形变, 但同时匹配精度却越高. 由此可见, 单尺度再生核基函数很难保证所求的非刚体变换既是光滑的, 又能匹配精确, 这也是经典算法所普遍存在变换光滑性与匹配精确性不能兼顾问题的根源.

针对这些问题, 本文提出了时间依赖的多尺度再生核的方法. 设初始时刻 $t=0$ 时, 再生核的初始尺度为 σ_0 , 当随着时间 t 的逐步增加, 再生核的尺度逐步减少, 即尺度是随时间递减的. 在离散化时间段 $[0, 1]$ 为 M 等分后, 可令第 m 个时刻所对应的尺度为 $\sigma_{t_m} = \sigma_0 \left(1 - \frac{m}{M+1}\right)$, 则新的时间依赖多尺度再生核的基函数为: $\gamma_{t_m}(\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|) = \exp(-\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2/\sigma_{t_m}^2)$.

3.2 关于恒定动量矢量的欧拉方程

将时间段 $[0, 1]$ 进行 M 等分的离散化后, 可设在每个时间步长 τ 内, 模板点的拉格朗日速度是恒定的, 即 $t \in [t_{m-1}, t_m)$ 时满足:

$$\mathbf{v}_t(\varphi_{0t}^v(\mathbf{X}(0))) = \mathbf{v}_{t_{m-1}}(\varphi_{0t_{m-1}}^v(\mathbf{X}(0))) = \mathbf{v}_{t_{m-1}}(\mathbf{X}(t_{m-1})) \quad (14)$$

由式(14)可推出 t_m 与 t_{m-1} 时刻, 模板点集中各点的位置满足如下关系式:

$$\mathbf{X}(t_m) = \mathbf{X}(t_{m-1}) + \mathbf{G}_{t_{m-1}} \mathbf{W} \tau \quad (15)$$

其中令 $\mathbf{G}_{\Sigma} = \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{G}_{t_m}$, 则式(15)累加后可得:

$$\mathbf{X}(1) = \mathbf{X}(0) + \tau \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W} = \mathbf{X} + \tau \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W} \quad (16)$$

将式(8)所示的能量泛函用恒定动量矢量来表示, 其中规则化约束项 $E_v(\mathbf{v})$ 表示为:

$$\begin{aligned} E_v(\mathbf{v}) &= \lambda \int_0^1 \|\mathbf{v}_t\|_{\mathbf{V}}^2 dt = \lambda \int_0^1 \langle \mathbf{v}_t, \mathbf{v}_t \rangle_{\mathbf{V}} dt \\ &= \lambda \tau \cdot \text{trace}(\mathbf{W}^T \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W}) \end{aligned} \quad (17)$$

同样, 匹配约束项 $E_m(\mathbf{v})$ 可表示为:

$$\begin{aligned} E_m(\mathbf{v}) &= \|\varphi_{01}^v(\mathbf{X}(0)) - \mathbf{Y}\|_{R^d}^2 = \|\mathbf{X}(1) - \mathbf{Y}\|_{R^d}^2 \\ &= \text{trace}((\mathbf{X}(1))^T \mathbf{X}(1)) - 2 \cdot \text{trace}((\mathbf{X}(1))^T \mathbf{Y}) \\ &\quad + \text{trace}(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $\text{trace}(\cdot)$ 为求矩阵迹的运算. 分别求 $E_v(\mathbf{v})$ 、 $E_m(\mathbf{v})$ 关于 \mathbf{W} 的导数为:

$$\frac{\partial E_v(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{W}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} (\lambda \tau \cdot \text{trace}(\mathbf{W}^T \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W})) = 2\lambda \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W} \tau \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_m(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{W}} &= \frac{\partial E_m(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{X}(1)} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}(1)}{\partial \mathbf{W}} = 2(\mathbf{X}(1) - \mathbf{Y}) \cdot \tau \mathbf{G}_{\Sigma} \\ &= 2(\mathbf{X} - \mathbf{Y} + \tau \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W}) \tau \mathbf{G}_{\Sigma} \end{aligned} \quad (20)$$

联立式(19)和(20)得能量泛函 $E(\mathbf{v})$ 关于 \mathbf{W} 的导数为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{W}} &= \frac{\partial (E_v(\mathbf{v}) + E_m(\mathbf{v}))}{\partial \mathbf{X}(1)} \\ &= 2\lambda \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W} \tau + 2(\mathbf{X} - \mathbf{Y} + \tau \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W}) \tau \mathbf{G}_{\Sigma} \end{aligned} \quad (21)$$

令 $\frac{\partial E(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{W}} = 0$ 则能得到欧拉方程为:

$$2\lambda \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W} \tau + 2(\mathbf{X} - \mathbf{Y} + \tau \mathbf{G}_{\Sigma} \mathbf{W}) \tau \mathbf{G}_{\Sigma} = 0 \quad (22)$$

将式(22)两边同时乘上 $(\mathbf{G}_{\Sigma})^{-1}$ 后简化欧拉方程为:

$$\mathbf{W} = (\tau \mathbf{G}_{\Sigma} + \lambda \mathbf{I}_{N \times N})^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}) \quad (23)$$

3.3 基于规则化控制参数的确定性退火寻优机制

基于微分同胚变换的经典算法均采用基于梯度的最速下降法来求最优解,而最速下降法的收敛速度较慢,且易陷入局部最优.为了提高收敛速度且能达到全局最优,本文采用基于规则化控制参数的确定性退火优化算法来寻优.

模拟退火算法^[20]源于对熔化晶体退火过程的模拟,对熔化晶体骤然降温,熔化晶体会成不规则晶体,而如果是逐渐降温,并保持一段时间,然后再降低到另一个接近的温度保持一段时间,则熔化晶体会结晶成规则的晶体.因为降温是逐渐的,在每个温度下晶体内所有原子的能量趋于均衡后再接受下一个降温过程,所以晶体最终达到了能量最小状态.确定性退火优化^[21]本质上是模拟退火算法的一种确定性实现,即温度的退火率是预先设定好的,相比于模拟退火方法,确定性退火算法更易于实现.

将式(23)所示的恒定动量矢量 \mathbf{W} 表示为关于规则化控制参数的形式:

$$\mathbf{W}(\lambda) = (\tau \mathbf{G}_{\Sigma} + \lambda \mathbf{I}_{N \times N})^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}) \quad (24)$$

由规则化控制参数 λ 的物理意义可知,其控制着能量泛函中规则化约束项与匹配约束项之间的权重比例,越小则使得匹配越精确,若越大则使得变换越平滑.因此,可以将规则化控制参数 λ 作为退火的温度参数,而设 α 为退火率, $0 < \alpha < 1$. 在第 n 次迭代中温度参数为 $\lambda^{(n)}$, 然后在该温度下,求能量泛函 $E(\mathbf{v})$ 的极小解;若未达到收敛条件,则令第 $n+1$ 次迭代开始时的温度参数 $\lambda^{(n+1)} = \alpha \cdot \lambda^{(n)}$, 依次迭代直至最后收敛.

3.4 算法流程

根据前面所介绍的恒定动量矢量与时间依赖多尺度再生核以及基于规则化控制参数的确定性退火寻优机制,本文新的基于恒定动量矢量的快速大形变微分同胚非刚体标记点集匹配算法(Fast Large Deformation Diffeomorphic Landmarks Matching Based on Stationary Momentum, SM-FLDDLM)的具体流程如下所示:

Step 1 初始化动量矢量 $\mathbf{W}^{(0)}$ 和规则化控制参数 $\lambda^{(0)}$ 以及退火率 α ;

Step 2 第 n 次迭代下的确定性退火过程:①根据式(15),利用前一次迭代所得的动量矢量 $\mathbf{W}^{(n-1)}$ 来计算模板点集的流轨迹 $\mathbf{X}^{(n-1)}(t)$, $t \in [0, 1]$. 同时,由流轨迹 $\mathbf{X}^{(n-1)}(t)$ 计算再生核矩阵的和 $\mathbf{G}_{\Sigma}^{(n-1)}$;②利用所求得的 $\mathbf{G}_{\Sigma}^{(n-1)}$, 通过式(23)来更新估计新的动量矢量 $\mathbf{W}^{(n)}$;③利用更新后的 $\mathbf{W}^{(n)}$, 由式(17)、(18)计算能量泛函 $E^{(n)}(\mathbf{v})$, 当满足 $\frac{|E^{(n)}(\mathbf{v}) - E^{(n-1)}(\mathbf{v})|}{|E^{(n)}(\mathbf{v}) - E^{(0)}(\mathbf{v})|} \leq \varepsilon$ 或 $n > \text{MaxIterNums}$ 时退出迭代循环;否则,令 $\lambda^{(n+1)} = \alpha \lambda^{(n)}$, n

$= n+1$ 后从第①步开始重新迭代循环;

Step 3 得到最优解 $\hat{\mathbf{W}}$ 后,再根据式(16)求出模板点集中所有点的最优流轨迹,并根据式(13)计算出最优速度矢量场 $\hat{\mathbf{v}}$, 并进一步计算出整个形变场中任意点 $\mathbf{x} \in \Omega$ 的最优微分同胚变换 $\varphi_{01}^{\hat{\mathbf{v}}}(\mathbf{x})$.

4 实验结果与分析

本文进行了模拟仿真和真实数据两种实验,在模拟仿真实验中进行了各算法的综合性能比较.在真实图像数据实验中则验证了本文算法解决实际的遥感图像与医学图像配准问题的能力.本文所采用的实验平台为: Pentium Dual-Core CPU 3.40GHz, 内存 4.0GB, Matlab R2010a. 本文算法的参数设置方法如下: (1) 规则化控制参数 λ 是控制匹配精确性与变换光滑性之间的权重比例参数,为使得两者均能兼顾可设 $\lambda = 1$; (2) 再生核的初始尺度 σ_0 主要是反映待匹配点集中对应点之间的距离,随着算法的迭代该尺度会随着时间逐渐变小,也代表着点集逐渐达到精确匹配,因此,本文设置初始尺度为待匹配的两个点集之间所有对应点距离的平均值; (3) 退火率 α 越大则算法的迭代次数和耗时会增加,本文选取 $\alpha = 0.25$; (4) 时间步长 τ 若太大则会导致匹配精度的下降,若太小则会使得算法较慢,因此本文设置 $\tau = 1/32$.

4.1 模拟仿真实验

模拟仿真的实验数据为如图 2 所示的进行了等间隔采样后的模板点集图像与目标点集图像^[13], 图像尺寸为 $M \times N = 180 \times 180$, 其中目标图像(“C”字形图像)相对于模板图像(“1”字形图像)具有较大程度非刚体形变,模板点集用实心矩形表示,而目标点集则用实心圆圈表示,点集大小 $N_{\text{Pts}} = 32$.

设模板图像为 I_0 , 目标图像为 I_1 , 经过 φ 变换后模板图像为 $I_0(\varphi^{-1}(\mathbf{x}))$, 图 3 列出了本文算法与其它四种经典算法的匹配结果,左图为点集匹配图,中图为配准后模板图像,右图为配准后的差值图像.

表 1 为本文算法与经典算法间各项性能数值比较结果.其中,定义配准后的模板图像与目标图像之间对应像素灰度值之间的均方根误差为 $\text{RMSE}_{\text{Img}} =$

$$\sqrt{\sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \|I_0(\varphi^{-1}(\mathbf{x})) - I_1(\mathbf{x})\|^2 / (M \times N)}. \text{ 而匹配后的模板点集与目标点集之间对应点坐标之间均方根误差为:}$$

$\text{RMSE}_{\text{Pts}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{\text{Pts}}} \|\varphi(\mathbf{x}_i) - \mathbf{y}_i\|^2 / N_{\text{Pts}}}$. 从图 3 以及表 1 可见,本文 SM-FLDDLM 算法的匹配精度要明显高于其他几种经典算法,且新算法的迭代次数和耗时更少.

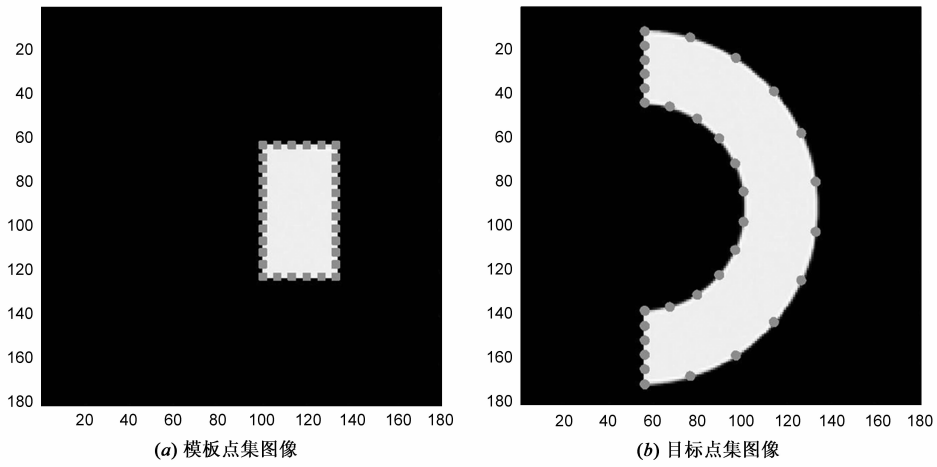
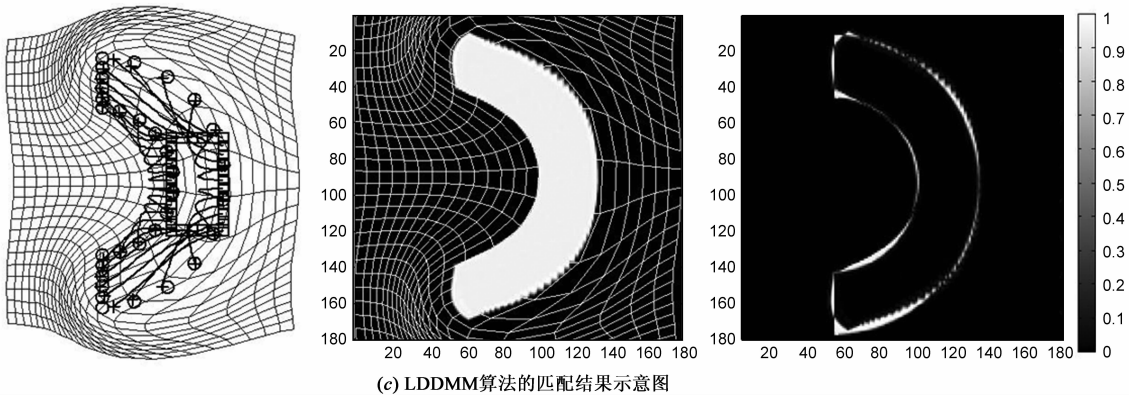
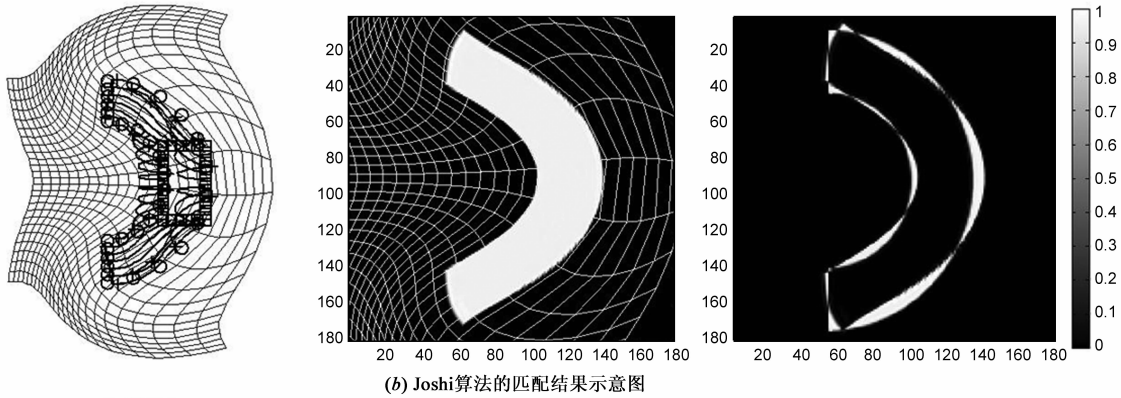
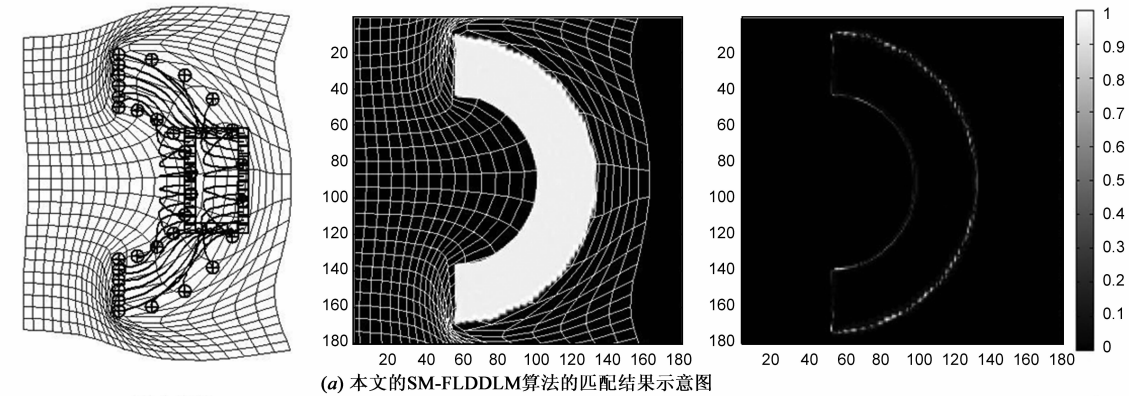


图2 采样后的模板点集图像与目标点集图像



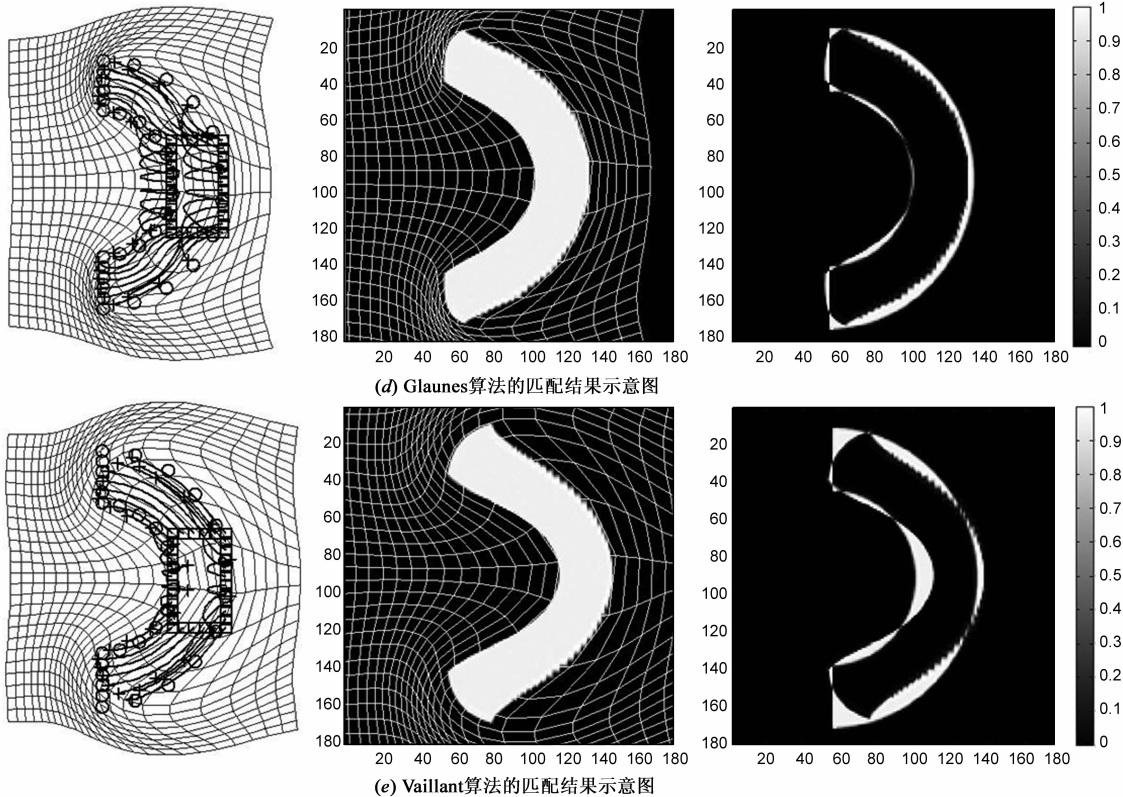


图3 本文算法与经典的基于微分同胚变换的标记点集匹配算法匹配结果比较示意图

表1 模拟仿真实验中本文算法与经典算法的性能比较

算法名称	迭代次数	耗时(秒)	RMSE_Pts (像素)	RMSE_Img
SM-FLDDL	12	0.43	0.0038	0.0462
Joshi	74	112.68	4.1103	0.1823
LDDL	65	30.93	2.3809	0.1169
Glaunes	18	1.06	4.0564	0.1771
Vaillant	188	332.57	7.6180	0.2208

4.2 真实图像数据实验

4.2.1 异质遥感图像配准实验

如图4所示的两幅同一机场区域的异质遥感影像,左图为高光谱图像中的第63波段图像,而右图为光学图像。由于高光谱成像仪在成像过程中出现了抖动,因而导致高光谱遥感图像出现了类似波浪形弯曲以及拉伸等较大程度的非刚体形变。在实验中分别在模板与目标图像中选取了均为154个点的模板和目标标记点集。

图5为本文SM-FLDDL算法对标记点集的匹配结果。图6左图是本文新算法所求微分同胚变换后模板图像,图6右图为变换后模板图像与目标图像配准结果。由于异质图像配准中不能使用图像灰度均方根误差来衡量图像配准精度,因此本文选取除标记点外的 $N_{CPTS} = 50$ 对控制点,计算控制点对之间坐标在配准后的均

$$\text{RMSE_CPTS} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_{CPTS}} \|\varphi(\mathbf{x}_j^C) - \mathbf{y}_j^C\|^2}{N_{CPTS}}}$$

来衡量异质图像配准精度,如表2所示。

表2 异质遥感图像配准实验中各算法性能比较

算法名称	迭代次数	耗时(秒)	RMSE_Pts (像素)	RMSE_CPTS (像素)
SM-FLDDL	22	4.13	0.0488	0.0513
Joshi	96	380.55	5.3489	6.2876
LDDL	71	45.27	3.7550	4.2092
Glaunes	46	26.07	6.6916	7.5387
Vaillant	249	543.18	12.1126	11.1023

4.2.2 医学脑部图像配准实验

医学图像配准具有很重要的临床应用价值^[5,9,10,11],可分为来自不同对象的配准和图像与解剖学图谱的配准。不同对象之间的配准是将待配准图像与典型正常人相同部位的图像对比。由于不同人在生理上存在差异,同一器官的形状、大小、位置都会存在差异,这就使得不同人之间的医学图像配准问题成为目前医学图像分析中的难题之一。

针对不同对象的医学图像配准的应用研究,本文采用MRI T1 颅脑图像数据库^[11]进行统计实验,数据库中一共有50幅大小均为 256×208 像素的图像。各算法统计平均性能的数值结果见表3,而图7为其中某次实验图像,可见由于模板与目标图像分别属于不同人的颅脑图像,因此两者之间存在着较大程度非刚体形变。首先提取具有解剖意义的对应点,从而得到模板与目标

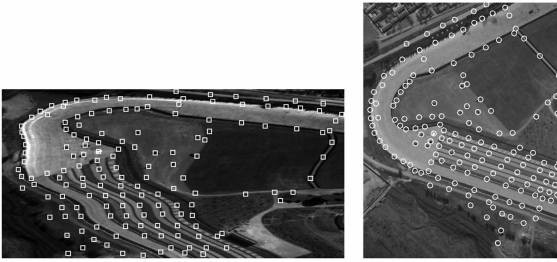


图4 待配准的异质遥感影像与所提取的标记点集

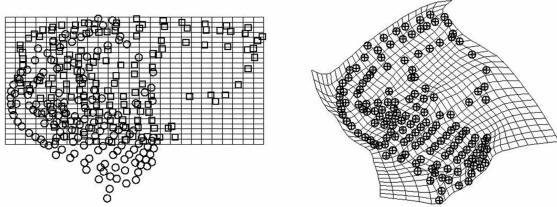


图5 配准前点集与本文SM-FLDDLM算法配准后的点集

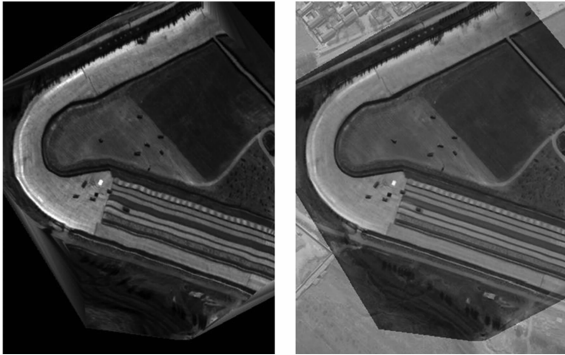


图6 本文SM-FLDDLM算法的最终配准结果

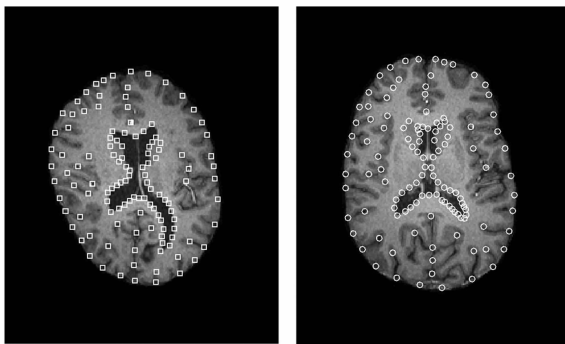
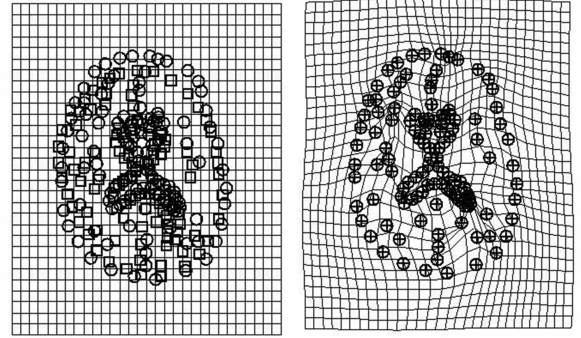


图7 模板与目标图像中所提取的标记点集

图像中的标记点集,各自均有 121 个点.

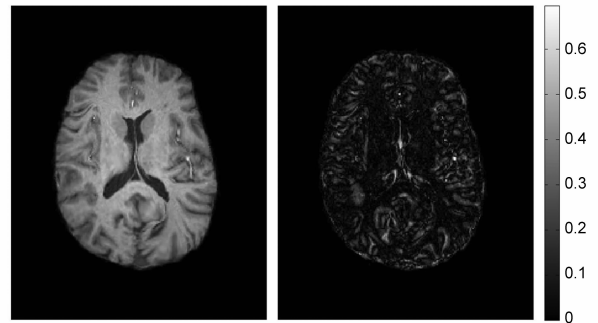
图 8(a)为匹配前的模板与目标图像的标记点集的叠加,而图 8(b)为本文的 SM-FLDDLM 算法的点集匹配结果及相应的微分同胚变换的形变场,可见本文算法匹配精度较高,且变换较为光滑.再将所求得的最优微分同胚变换模型应用于整个模板图像区域中,得到了如图 9(a)所示的最优微分同胚变换后的模板图像,图 9(b)为本文算法所得的配准后模板图像与目标图像之

间的差值图像,可见本文算法配准精度较高.



(a) 匹配前的点集 (b) 匹配后的点集

图8 本文SM-FLDDLM算法的点集匹配结果



(a) 配准后的模板图像 (b) 配准后模板与目标的差值图像

表 3 医学图像配准统计实验中各算法性能比较

算法名称	迭代次数	耗时(秒)	RMSE_Pts (像素)	RMSE_Img
SM-FLDDLM	15	2.47	0.0078	0.0665
Joshi	59	213.39	4.0943	0.1687
LDDLM	85	93.51	0.2248	0.1121
Glaunes	45	75.03	5.5699	0.1468
Vaillant	206	432.57	8.5465	0.1989

5 结论

经典微分同胚非刚体标记点集匹配算法均不同程度的存在着时间和空间复杂度较大,收敛速度较慢以及匹配精确性与变换光滑性的均衡性较差等问题,针对这些问题,本文提出了一种新的基于恒定动量矢量的快速微分同胚非刚体变换下的标记点集匹配算法,该方法利用拉格朗日坐标系下的恒定动量矢量以及时间依赖的多尺度再生核来构造速度矢量场,然后采用基于规则化控制参数的确定性退火机制来搜索最优动量矢量,从而得到最优的微分同胚变换.实验结果表明新算法在匹配精度,迭代次数和耗时上均要优于其他经典算法,能有效的解决大形变非刚体变换下的图像配准等问题.

参考文献

- [1] Mark H. A review of geometric transformations for nonrigid body registration[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2008, 27(1): 111-128.
- [2] Ahmed M, Revanth R G, et al. Biomechanical model as a registration tool for image-guided neurosurgery: Evaluation against B-spline registration[J]. Annals of Biomedical Engineering, 2013, 41(11): 2409 - 2425.
- [3] Brun C C, Lepore N, et al. A non-conservative Lagrangian framework for statistical fluid registration - SAFIRA[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2011, 30(2): 184 - 202.
- [4] Liu Y, Cheng H D, et al. An effective non-rigid registration approach for ultrasound image based on "Demons" algorithm[J]. Journal of Digital Imaging, 2013, 26(3): 521 - 529.
- [5] 许鸿奎, 江铭炎, 杨明强. 基于改进光流场模型的脑部多模医学图像配准[J]. 电子学报, 2012, 40(3): 525 - 529. XU Hong-kui, JIANG Ming-yan, YANG Ming-qiang. Registration of multimodal brain medical images based on improved optical flow model[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(3): 525 - 529. (in Chinese)
- [6] Daniel F, Gunnar F, Hans K, Carl W F. Multi-modal image registration using polynomial expansion and mutual information [A]. The 5th International Workshop on Biomedical Image Registration[C]. Nashville, USA: IEEE Press, 2012. 40 - 49.
- [7] Yang X, Zhang X, Liu X, Xiong D. Topology preservation evaluation of compact-support radial basis functions for image registration[J]. Pattern Recognition Letters, 2011, 32(8): 1162 - 1177.
- [8] Park H, Park J S, Seong J K, et al. Cortical surface registration using spherical thin-plate spline with sulcal lines and mean curvature as features[J]. Journal of Neuroscience Methods, 2012, 206(1): 46 - 53.
- [9] 孙冬梅, 裘正定. 利用薄板样条函数实现非刚性图像匹配算法[J]. 电子学报, 2002, 30(8): 1104 - 1107. SUN Dong-mei, QIU Zheng-ding. A new non-rigid image matching algorithm using thin-plate spline[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(8): 1104 - 1107. (in Chinese)
- [10] Kohlrausch J, Rohr K. A new class of elastic body splines for nonrigid registration of medical images[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2005, 23(3): 253 - 280.
- [11] Metz C T, Klein S, Schaap M, et al. Nonrigid registration of dynamic medical imaging data using $nD + t$ B-splines and a groupwise optimization approach[J]. Medical Image Analysis, 2011, 15(2): 238 - 249.
- [12] Mainardi L, Passera K M, Lucasoli A, et al. A nonrigid registration of MR breast images using complex-valued wavelet transform[J]. Journal of Digital Imaging, 2008, 21(1): 27 - 36.
- [13] Younes L. Shapes and Diffeomorphisms [M]. Berlin:

Springer, 2011.

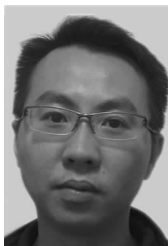
- [14] Munsell B C, Andrew T, Martin S, Song W. Pre-organizing shape instance for landmark-based shape correspondence[J]. International Journal of Computer Vision, 2012, 97(2): 210 - 228.
- [15] Joshi S C, Miller M I. Landmark matching via large deformation diffeomorphisms[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2000, 9(8): 1357 - 1370.
- [16] Beg M F, et al. Computing large deformation metric mappings via geodesic flows of diffeomorphisms[J]. International Journal of Computer Vision, 2005, 61(2): 139 - 157.
- [17] Glaunes J, Qiu A, Miller M I, Younes L. Large deformation diffeomorphic metric curve mapping[J]. International Journal of Computer Vision, 2008, 80(3): 317 - 336.
- [18] Vaillant M. Diffeomorphic surface matching and currents and tangent space representations for statistics on diffeomorphisms [D]. Maryland: the Johns Hopkins University, 2008.
- [19] Srinivasan A, Sundaram S. Applications of deformable models for in-depth analysis and feature extraction from medical images—A review[J]. Pattern Recognition and Image Analysis, 2013, 23(2): 296 - 318.
- [20] Dimitris B, Omid N. Robust optimization with simulated annealing[J]. Journal of Global Optimization, 2010, 48(2): 323 - 334.
- [21] Wang B, Wan F, Mak P U, et al. Robust deterministic annealing based EM algorithm[J]. Electronics Letters, 2012, 48(5): 289 - 290.

作者简介



赵 键 男, 1978 年 4 月出生, 湖南临澧人, 2012 年毕业于国防科学技术大学电子科学与工程学院, 获博士学位, 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院自动目标识别重点实验室博士后, 工程师, 主要研究方向为图像处理、计算机视觉、激光成像雷达三维目标识别等。

E-mail: zjsprit@163.com



鲁 敏 男, 1977 年 8 月出生, 江西上饶人, 博士, 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院自动目标识别重点实验室副教授, 主要研究方向为激光成像雷达三维目标识别等。

E-mail: lumen@nudt.edu.cn

张 军 男, 1973 年 7 月出生, 湖南长沙人, 博士, 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院自动目标识别重点实验室研究员, 主要研究方向为雷达目标自动识别等。

E-mail: zhj64068@sina.com