

# 非均匀采样光电编码器莫尔条纹信号分析方法

左 洋<sup>1,2</sup>, 龙科慧<sup>1</sup>, 刘 兵<sup>1,2</sup>, 刘金国<sup>1</sup>, 周 磊<sup>1</sup>, 乔 克<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林长春 130033; 2. 中国科学院大学, 北京 100039)

**摘 要:** 为实现高精度光电编码器非匀速转动时动态细分误差的检测, 提出了一种基于非均匀采样的莫尔条纹光电信号分析方法. 首先, 利用曲线拟合的最小二乘法将采集到的编码器非均匀信号数据重构出真实的信号波形. 然后, 根据离散傅里叶变换算法分析重构信号, 同时推导出信号的频率、幅值和相位的计算表达式, 运用软件仿真评估算法可行性. 最后, 采用该方法对某 21 位绝对式光电轴角编码器精码信号进行分析, 根据信号参数与细分误差的关系获得动态细分误差, 其细分极值误差为  $+2.41''$  和  $-3.08''$ . 实验结果表明, 该方法利用信号重构和傅里叶变换算法得到信号参数, 真实的反应了莫尔条纹信号质量, 在编码器非匀速转动时, 可有效地测量动态细分误差, 为实际工作现场编码器精度误差的实时检测奠定了基础.

**关键词:** 光电编码器; 非均匀采样; 细分误差; 莫尔条纹; 离散傅里叶变换

**中图分类号:** TP212      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2015)10-1936-05

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.10.009

## A Method of Analysis Based on Morié Fringe Signals of Optical Encoder with Non-uniform Sampling

ZUO Yang<sup>1,2</sup>, LONG Ke-hui<sup>1</sup>, LIU Bing<sup>1,2</sup>, LIU Jin-guo<sup>1</sup>, ZHOU Lei<sup>1</sup>, QIAO Ke<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China;

2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** In order to realize the detection for dynamic interpolation error in high-precision optical encoder with non-uniform rotation, a method of analysis based on morié fringe photoelectric signals with non-uniform sampling is presented. First, the real signal waveform is reconstructed with collecting non-uniform signal data of encoder in the method of least squares curve fitting. Then, according to the discrete Fourier transform algorithm analyzing reconstructed signal, meanwhile deducing the calculation expression of frequency, amplitude and phase. The feasibility of the algorithm is assessed with software emulation. Finally, the precise code signal of a 21-bit absolute rotary optical encoder is analyzed. Dynamic interpolation error is obtained based on relationship between the signal parameters and interpolation error. Interpolation extreme errors are  $+2.41''$  and  $-3.08''$ . Experiment result shows that, the signal parameters are obtained with using signal reconstruction and Fourier transform algorithm, that reflects the real morié signal quality. This method can effectively measure the dynamic interpolation error while the encoder is non-uniform rotation, which establishes foundation of real-time detection of encoder error at the actual work site.

**Key words:** photoelectric encoder; non-uniform sampling; interpolation error; morié fringe; discrete Fourier transform

## 1 引言

光电轴角编码器是基于光栅莫尔条纹原理的角度传感器, 因具有智能化、使用可靠、无接触测量、易于维护等优点, 被广泛地应用于国防、工业等领域的精密测量和实时控制系统中. 莫尔条纹信号质量是决定光电编码器细分误差的主要因素, 在高精度、高分辨力光电编码器中, 细分误差是影响编码器精度的主要误差分

量<sup>[1~3]</sup>. 由于光栅的制造和安装过程以及电子学处理部分等引起的误差, 造成提取到的莫尔条纹光电信号偏离设计要求, 影响了编码器的细分能力和测量精度<sup>[4~7]</sup>.

目前, 德国 Heidenhain 公司检测光电编码器细分误差的角度比较仪, 采用小角度光学测量原理, 测量装置由高精度自准直仪、多面棱体及转台等组成. 而国内的莫尔条纹信号质量分析方法有: (1) 文献[8]通过两路精码光电信号合成 lissajou 图的形状变化来观察编码器莫

尔条纹信号质量,具有直观、方便、不受速度影响等特点,可以简单的评估信号参数偏差,但不能得到具体的精码信号参数,无法定量分析莫尔条纹产生的细分误差;(2)文献[9]中在一个精码信号周期内等间隔采样多点,再利用傅里叶变换求出波形参数,该方法测量精度高,但实际工作中编码器很难实现匀速转动,所以达不到真正意义上的均匀采样;(3)文献[10]将非等间隔采样转换为等间隔采样,算法简单,适合在计算机上处理大量的数据,但由于采样点多,造成计算量大,影响编码器细分误差的实时检测,不适合工作现场测量。

为此,本文提出的莫尔条纹光电信号分析方法是从小编码器变速转动时的非均匀采样原理出发,通过将采集的信号数据重构出真实的莫尔条纹信号,实现对两路精码信号的离散傅里叶分析.分析过程中可利用莫尔条纹信号参数计算出编码器动态细分误差.该方法不需要大量的采样数据和严格的均匀采样,检测速度快,可用于工作现场的实时测量。

## 2 理论分析

将两块栅距相等的光栅相叠合,并使两块光栅的栅线形成微小夹角,当有平行光照射时,在光栅背后就会出现明暗相间的条纹,即为莫尔条纹.当光栅沿垂直于栅线方向相对转过一个栅距,莫尔条纹便沿着与栅线近似相同的方向相应移过一个条纹间距.光通过两块光栅后的光能量分布将是一个三角波,但光栅具有衍射作用,而且为了避免两光栅在做相对运动时的擦碰,两光栅之间必须有适当间隙;所以,实际的光能量分布是一个近似的正弦波<sup>[11,12]</sup>。

设莫尔条纹信号为  $f(t)$ ,由于  $f(t)$  是一个周期信号,在一个周期中存在有限个极值,并且处处连续,满足狄利克雷条件,因此,用傅里叶级数表示为:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)]$$

$$= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (1)$$

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad (2)$$

$$\varphi_n = \arctan \frac{-B_n}{A_n} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{N_0 \cdot \Delta t} \quad (4)$$

式中,  $\Delta t$  为信号采样间隔;  $N_0$  为在每个周期内的采样点数。

当满足在莫尔条纹信号周期内采样两个以上信号点,且  $N$  个采样点中恰好含有整数个信号周期,则通过信号的离散采样值  $f(\Delta t \cdot i)$ , ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ), 根据式(5) - (7)即可获得参数  $A_0, A_n, B_n$ , 由式(4)可看出该

方法适合于固定频率的正弦信号采样。

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(\Delta t \cdot i) \quad (5)$$

$$A_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(\Delta t \cdot i) \cos \frac{2ni\pi}{N} \quad (6)$$

$$B_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(\Delta t \cdot i) \sin \frac{2ni\pi}{N} \quad (7)$$

但由于编码器不可能达到严格意义上的匀速转动,无法实现均匀采样,采样点中恰好含有整数个信号周期是很难实现的.如果直接显示所获得的实时采样数据,看到的只是原始信号在取样时间所对应的瞬时值,无法获取信号的更多位置状态。

## 3 关键算法实现

### 3.1 波形重构

通常编码器工作时都处于非匀速转动状态,因此采集到的莫尔条纹信号各采样点是非均匀的.在这种情况下不能直接进行离散傅里叶变换分析信号波形,必须先重构出原始的精码光电信号<sup>[13,14]</sup>。

莫尔条纹信号  $f(x) \in C[a, b]$ , 离散采样点为  $\{(x_i, y_i), i = 0, 1, \dots, n\}$ , 设函数  $y = g(x)$  与所给的采样数据拟合,记重构误差  $\delta_i = g(x_i) - y_i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ),  $\boldsymbol{\delta} = (\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_n)^T$ , 则有

$$\|\boldsymbol{\delta}\|_2^2 = \sum_{i=0}^n \delta_i^2 = \sum_{i=0}^n [g(x_i) - y_i]^2 \quad (8)$$

这里

$$g(x) = a_0 \varphi_0(x) + a_1 \varphi_1(x) + \dots + a_m \varphi_m(x) \quad (m < n) \quad (9)$$

设  $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_m(x)$  是  $C[a, b]$  上线性无关函数族,在  $\varphi = \text{span}\{\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_m(x)\}$  中找到函数  $g(x)$ ,使式(8)的误差平方和最小,该方法称为曲线拟合的最小二乘法。

通常在最小二乘法中都考虑为加权平方和的形式,即:

$$\|\boldsymbol{\delta}\|_2^2 = \sum_{i=0}^n \omega(x_i) [g(x_i) - f(x_i)]^2 \quad (10)$$

式中  $\omega(x) \geq 0$  是  $[a, b]$  上的权函数,它表示不同点  $(x_i, f(x_i))$  处的数据比重不同。

采用曲线拟合的最小二乘法求莫尔条纹信号的重构波形方程,就是求函数  $g(x)$ ,使式(10)取得最小,转化为求多元函数的极小点  $(a_0^*, a_1^*, \dots, a_m^*)$  的问题。

$$I(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=0}^n \omega(x_i) \left[ \sum_{j=0}^m a_j \varphi_j(x_i) - f(x_i) \right]^2 \quad (11)$$

为求得函数极值,对式(11)进行求导为

$$\frac{\partial I}{\partial a_k} = 2 \sum_{i=0}^n \omega(x_i) \left[ \sum_{j=0}^m a_j \varphi_j(x_i) - f(x_i) \right] \varphi_k(x_i) = 0,$$

$$k = 0, 1, \dots, m \quad (12)$$

由式(12)得

$$\sum_{j=0}^m (\varphi_k, \varphi_j) a_j = d_k, \quad (13)$$

$$k = 0, 1, \dots, m$$

式中  $(\varphi_k, \varphi_j) = \sum_{i=0}^n \omega(x_i) \varphi_j(x_i) \varphi_k(x_i)$ ,  $d_k = (\varphi_k, f)$ . 根据绝对式光电轴角编码器的运动规律和给定的非均匀采样数据, 确定重构函数  $g(x)$  的形式. 则有  $\varphi_k(x) = \sin(kx)$ ,  $(k = 0, 1, \dots, m)$ , 因此由式(13)可得到重构函数  $g(x)$  的系数  $(a_0, a_1, \dots, a_m)$ .

为验证曲线拟合的最小二乘法对莫尔条纹信号方程重构的有效性, 使用 Matlab 对算法进行仿真. 设光电编码器莫尔条纹是一个含有直流分量的正弦周期信号  $f(t)$ , 其参数方程为  $f(t) = 0.1 + 2.5\sin(t + \pi/12)$ , 该信号直流分量为 0.1V, 振幅为 2.5V, 相位为  $\pi/12$ .

当编码器为理想的匀速转动时, 数据采集为均匀采样如图 1(a) 所示, 在一个周期内采样 60 个点, 通过均匀采样重构算法得到波形如图 1(b). 而在实际情况中, 编码器非匀速转动时均匀采样就相当于编码器匀速转动非均匀采样, 在一个周期内非均匀采样 20 个点如图 1(c), 根据上述重构算法得到信号波形为图 1(d). 从图中可看出, 非均匀采样点比均匀采样点少, 但得到的波形基本与均匀采样的波形一致. 所以, 采用曲线拟合的最小二乘法可以重构出真实的莫尔条纹信号波形方程.

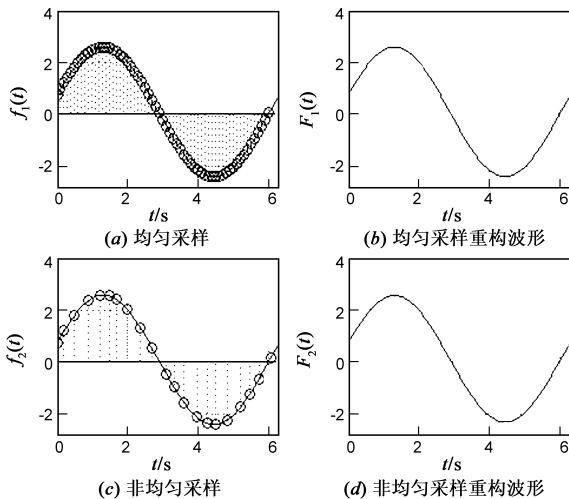


图1

### 3.2 参数分析

经 3.1 节算法重构后得到精码莫尔条纹信号, 该信号由基波和多次谐波线性组合而成. 根据傅里叶变换的线性性质, 莫尔条纹信号的离散傅里叶变换(DFT)等于各次谐波 DFT 的线性组合, 因此仅以信号的基波参

量作为详述.

设基波信号为

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (14)$$

经采样后将式(14)改写为:

$$x(t_n) = \frac{A}{2} [e^{j(\omega_0 t_n + \theta)} - e^{-j(\omega_0 t_n + \theta)}] \quad (15)$$

对上式进行傅里叶变换, 则有

$$X(k) = \frac{A}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(2\pi f_0 t_n + \theta)} \cdot e^{-j\frac{2\pi k}{N} t_n}$$

$$= \frac{A e^{j\theta}}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(2\pi f_0 t_n)} \cdot e^{-j\frac{2\pi k}{N} t_n} \quad (16)$$

采样时刻  $t_n = nT$ ,  $T = 1/f_s$  为采样时间间隔. 设信号频率  $f_0$  是频率分辨率  $\Delta f$  的整数倍, 即  $f_0/\Delta f = M$ ,  $\Delta f = f_s/N$ .

$$X(k) = \frac{A e^{j\theta}}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(2\pi f_0 n T)} \cdot e^{-j\frac{2\pi k}{N} n T}$$

$$= \frac{A e^{j\theta}}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi n (\frac{k-M}{N})} \quad (17)$$

当  $k = M$  时,

$$X(k) = X(M) = \frac{A e^{j\theta}}{2} \cdot N \quad (18)$$

式(18)取极大值, 检测出基波信号的频率为

$$f_0 = M \cdot \Delta f = \frac{M}{N} f_s \quad (19)$$

从而计算出基波幅值为

$$A = \frac{2}{N} |X(M)| \quad (20)$$

基波的初相位为

$$\theta = \arctan -1 \left( \frac{\text{Im}(X(M))}{\text{Re}(X(M))} \right) \quad (21)$$

莫尔条纹各次谐波参量的分析跟上述基波信号分析过程相同, 根据式(20) - (21)可求解出谐波信号的幅值与相位.

为验证离散傅里叶变换算法的正确性, 对莫尔条纹信号进行仿真, 设信号方程为

$$y = A_0 + A_1 \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2) + A_3 \sin(2\pi f_3 t + \varphi_3) \quad (22)$$

式中, 直流电平  $A_0 = 0.2\text{V}$ , 基波幅值  $A_1 = 2.5\text{V}$ , 频率  $f_1 = 10\text{Hz}$ , 相位  $\varphi_1 = \pi/3$ ; 二次谐波幅值  $A_2 = 0.6\text{V}$ , 频率  $f_2 = 20\text{Hz}$ , 相位  $\varphi_2 = 0$ ; 三次谐波幅值  $A_3 = 0.1\text{V}$ , 频率  $f_3 = 30\text{Hz}$ , 相位  $\varphi_3 = \pi/6$ . 编码器的码盘光栅为 8192 对线/周, 每个信号周期经电子学细分 256 份后, 分辨力达到 21 位.

图 2(a) 为原始信号波形, 编码器以  $90^\circ/\text{s}$  的速度转动, 采样频率为 40kHz, 采样点数为 100 个, 其横坐标为数据对应的时间序列, 纵坐标为时间域信号.

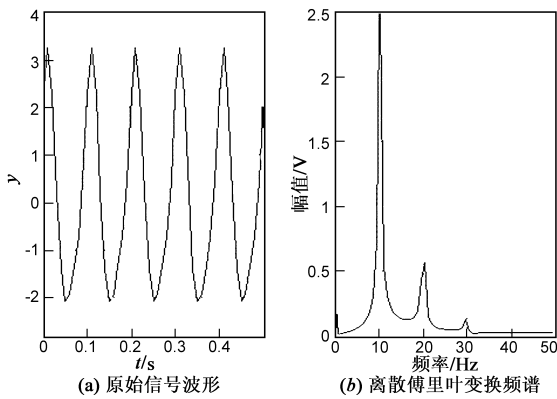


图2

图 2(b) 是信号经离散傅里叶变换后所得频谱, 从图中可以看出, 该方法检测出了基波, 二次谐波和三次谐波的频率分量, 消除了混叠信号, 并且包括信号直流分量在内的各次谐波分量的幅值都非常接近真实值。

## 4 实验验证

测量某 21 位绝对式光电轴角编码器, 检测编码器转动一周 25 个点的静态细分误差值, 并采集  $90^\circ/\text{s}$  转速的编码器精码光电信号, 利用得到的信号数据进行波形重构, 求解两路正余弦信号  $u_s$  和  $u_c$ , 分析信号方程获得各次谐波的幅值和相位, 如表 1 所示, 由于较高次谐波对光电编码器细分误差的影响不大, 所以只列出精码信号的直流分量和前三次谐波。

表 1 精码信号各次谐波参量

	幅值( $u_s$ )	相位( $u_s$ )	幅值( $u_c$ )	相位( $u_c$ )
直流分量	0.0241	0	0.0317	0
基波	2.5211	89.503	2.5375	1.0638
二次谐波	0.0138	28.5478	0.0247	15.5871
三次谐波	0.0686	99.3127	0.0681	5.79

再根据莫尔条纹各参数值对编码器细分误差的影响, 计算出动态细分误差值, 绘制静态与动态细分误差检测对比曲线如图 3 所示。

从图 3 中可以看出动态误差极值为  $+2.41''$  和  $-3.08''$ , 静态检测的误差极值为  $+2.2''$  和  $-2.7''$ 。由于编码器转动时, 主轴晃动引起的偏心误差以及放大器相移和 A/D 采样时引入的误差, 造成动态测量方法计算的细分误差极值比静态检测得到的细分误差极值大, 因此该方法计算光电编码器细分误差是可行的。

## 5 结论

本文提出的莫尔条纹光电信号分析方法是在高精度光电编码器变速转动时, 采用曲线拟合的最小二乘法实现了对非均匀采样光电编码器莫尔条纹信号的重

构, 以离散傅里叶分析方法为理论基础推导出信号频率、幅值和相位的计算表达式, 进行了仿真验证, 根据两路精码信号参数值即可计算出光电编码器动态细分误差。该方法取样点少、计算量小。对某 21 位绝对式光电编码器细分误差进行检测, 细分误差的峰值为  $+2.41''$  和  $-3.08''$ 。实验结果表明, 本文所述方法可以对变速转动的光电编码器进行细分误差测量, 测量速度快, 实时性好, 为工作现场编码器精度误差的实时检测奠定了基础。

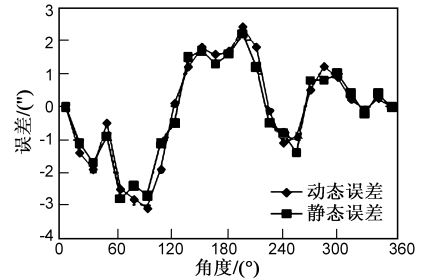


图3 静态与动态细分误差对比曲线图

## 参考文献

- [1] 熊文卓, 孔智勇, 张 炜. 光电轴角编码器光电信号正交性偏差的相量校正方法[J]. 光学精密工程, 2007, 15(11): 1745 - 1748.  
Xiong Wen-zhuo, Kong Zhi-yong, Zhang Wei. Phase correction of quartering deviation of photoelectric rotary encoder[J]. Optics and Precision Engineering, 2007, 15(11): 1745 - 1748. (in Chinese)
- [2] 王显军. 光电轴角编码器细分信号误差及精度分析[J]. 光学精密工程, 2012, 20(2): 379 - 386.  
Wang Xian-jun. Errors and precision analysis of subdivision signals for photoelectric angle encoders[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(2): 379 - 386. (in Chinese)
- [3] Liu Y A, Rahman B M. Analysis of the birefringence properties of optical fibers made by a perform deformation technique[J]. Journal of Lightwave Technology, 1995, 13( 2): 142 - 147.
- [4] 叶盛祥. 光电位移精密测量技术[M]. 成都: 四川科学技术出版社, 2003. 1 - 7.  
Ye Sheng-xiang. Photoelectric Precision Displacement Measuring Technique[M]. Chengdu: Science and Technology Press, 2003. 1 - 7. (in Chinese)
- [5] 冯英翘, 万秋华, 孙莹, 等. 近似三角波莫尔条纹光电信号的细分误差修正[J]. 光学学报, 2013, 33(8): 0812001 - 1 - 0812001 - 5.  
Feng Ying-qiao, Wan Qiu-hua, Sun Ying, et al. Interpolation error correction of moire fringe photoelectric signals in the approximate form of triangle wave[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(8): 0812001 - 1 - 0812001 - 5. (in Chinese)

- [6] FILATORY V, AGAPOV M Y, BOURNACHEV M N. Laser goniometer systems for dynamic calibration of optical encoders [A]. Proceedings of Optical Measurement Systems for in-Dustrial Inspection III [C]. USA: SPIE, 2003(5144). 381 - 390.
- [7] Emura T, Wang Lei. A high-precision positioning servo controller based on phase/frequency detecting technique of two-phase-type PLL[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(6): 1298 - 1306.
- [8] 刘汉平, 冯长有, 丁林辉. Lissajous 曲线拟合法评估编码器细分误差[J]. 传感器与微系统, 2006, 25(2): 70 - 72.  
Liu Han-ping, Feng Chang-you, Ding Lin-hui. Evaluation of interpolation errors of optical electric encoders based on the fitted curves of lissajous[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2006, 25(2): 70 - 72. (in Chinese)
- [9] 冯英翘, 万秋华. 小型光电编码器细分误差校正方法[J]. 仪器仪表学报, 2013, 31(6): 1374 - 1379.  
Feng Ying-qiao, Wan Qiu-hua. Interpolation error calibration method of small photoelectric encoders[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 31(6): 1374 - 1379. (in Chinese)
- [10] 李洪, 冯长有, 丁林辉. 光电轴角编码器细分误差动态评估方法[J]. 传感技术学报, 2005, 18(4): 927 - 930.  
Li Hong, Feng Chang-you, Ding Lin-hui. Dynamic evaluation method for interpolation errors in photoelectric encoder[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2005, 18(4): 927 - 930. (in Chinese)
- [11] 吴宏圣, 曾琪峰, 乔栋, 等. 提高光栅莫尔条纹信号质量的滤波方法[J]. 光学精密工程, 2011, 19(8): 1944 - 1949.  
Wu Hong-sheng, Zeng Qi-feng, Qiao Dong, et al. Filtering method of improving quality of grating Moiré fringe[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(8): 1944 - 1949. (in Chinese)
- [12] 吕孟军, 游有鹏, 郭琪, 等. 莫尔条纹噪声控制及细分精度分析[J]. 西安电子科技大学学报, 2009, 36(1): 183 - 188.

Lv Meng-jun, You You-peng, Guo Qi, et al. Noise filtering and subdivision precision analysis of Moiré fringe[J]. Journal of Xidian University, 2009, 36(1): 183 - 188. (in Chinese)

- [13] 李炳照, 陶然, 王越. 分数阶 Fourier 域上非均匀采样信号的频谱重构研究[J]. 电子学报, 2008, 36(6): 1202 - 1205.  
Li Bing-zhao, Tao Ran, Wang Yue. Spectral reconstruction from nonuniformly sampled signals in the fractional Fourier domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(6): 1202 - 1205. (in Chinese)
- [14] 田书林, 潘卉青, 王志刚. 一种并行采样中的自适应非均匀综合校准方法[J]. 电子学报, 2009, 37(10): 2298 - 2301.  
Tian Shu-lin, Pan Hui-qing, Wang Zhi-gang. An adaptive synthesis calibration method for time delay of sampling systems [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(10): 2298 - 2301. (in Chinese)

#### 作者简介



左 洋 男, 1987 年 5 月出生于吉林长春. 中国科学院大学博士研究生, 研究方向光电角位移传感器应用技术.

E-mail: zuoyang\_1987@163.com



龙科慧 女, 1958 年 5 月出生于吉林长春. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所研究员、博士生导师, 从事空间遥感器成像技术的研究.

E-mail: long\_kh@163.com