

# 基于半解析谱元法的各向异性介质 PBG 结构传输特性的研究

杨红卫, 王改页, 黄翠莺, 孟珊珊

(北京工业大学应用数理学院, 北京 100124)

**摘 要:** 将精细积分方法与谱单元法结合, 对含有各向异性介质的波导介质层光子带隙 (PBG) 结构的传输特性进行了研究. 从矢量波动方程相对应的单变量变分形式出发, 对含有各向异性介质波导横截面采用谱单元进行离散, 引入对偶变量, 将单变量变分原理导入到哈密顿体系, 利用精细积分法求出口刚度矩阵. 数值算例将半解析谱元法与常规有限元法、半解析有限元法进行了比较, 表明本文方法具有高精度、高效率的特点, 而且计算精度随着谱单元阶数的增加呈指数增长.

**关键词:** 各向异性; 光子带隙 (PBG); 谱单元; 精细积分法

**中图分类号:** O441.4

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112 (2015)10-1898-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.10.003

## Research on Transmission Characteristics of an Anisotropic Dielectric PBG Structures Based on Semianalytical Spectral Element Method

YANG Hong-wei, WANG Gai-ye, HUANG Cui-ying, MENG Shan-shan

(College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** Precise integration method combined with the spectral element is used to simulate and analyze the stop-band characteristic of anisotropic dielectric layer photonic band-gap (PBG) structures in waveguide. From the variational principle based on single variable corresponding to the vector wave equation, 2-D spectral elements are employed to discretize the cross section of the layered structure, which contains anisotropic dielectric. Introducing the dual-variables, the variational principle is cast into the Hamiltonian system, and then the high precision integration method is utilized to perform the stiff matrices. Compared with conventional finite element method and semianalytical finite element method, numerical results demonstrate that the semianalytical spectral element method is more accurate and efficient for anisotropic PBG structures analysis, and it can achieve spectral accuracy with the increase of interpolation degrees of basis functions.

**Key words:** anisotropic; photonic band-gap (PBG); spectral element method; precise integration method

### 1 引言

光子带隙 (Photonic Band-Gap, PBG) 结构, 又称为光子晶体, 是由不同折射率的介质周期性排列而成的人工微结构. 在 PBG 结构中, 由于某些波段的电磁波在经过周期性介质散射后, 它们的强度会迅速衰减, 无法继续传播, 从而形成光子禁带<sup>[1]</sup>. 光子禁带的存在, 产生了许多全新的物理性质, 使得光子晶体具有非常广阔的应用前景. 近些年, 随着各向异性介质在微波、毫米波、光学、隐身技术等方面的广泛应用, 含各向异性介质材料的光

子带隙结构也就成为人们密切关注和研究的热点<sup>[2~4]</sup>.

计算光子晶体禁带的数值模拟方法有很多, 常用的有时域有限差分法 (Finite-Difference Time-Domain Method, FDTD), 传输矩阵法 (Transfer Matrix Method, TMM), 平面波展开法 (Plane Wave Method, PWM), 有限元法 (Finite-Element Method, FEM) 等. 文献[5, 6]中利用 FDTD 方法对矩形波导介质层 PBG 结构的阻带特性进行了数值分析, 这种方法可以计算复杂几何结构和复杂介质的电磁散射, 但需要有足够多的迭代步数, 否则散射参数曲线会有很大的震荡. 文献[7]用 TMM 研究分析了一维超导

光子晶体的带隙特性以及不同参数对光子带隙结构的影响,这种方法特别适合求解多层周期性交替排列介质的问题,但对于层数较多的有耗介质,计算矩阵会指数增长,导致计算量急剧增加.文献[8]采用 PWM 研究了一维全息光子晶体的禁带特性,得到了有关入射光角度对禁带影响的结论,但这种算法求解二维或三维问题会比较困难,收敛一般较慢.文献[9]应用 FEM 分析了电磁波在光子晶体光纤中的传播,该方法可用于横截面是任意不规则形状的情况,适用范围很广,但这种方法采用的单元通常为低阶单元,低阶有限元法会出现数值发散现象,要想得到高精度的计算数据,就需要精细网格单元或者提高单元阶数,精细单元会导致计算量的大幅增加,传统的高阶有限单元则会产生虚假解.文献[10]将半解析有限元法运用到 PBG 滤波器的分析计算中,有效地避免了计算量随波导长度的增加而增加,具有高精度的特点.文献[11,12]提出将精细积分法与谱元法相结合,模拟了一维光子晶体和电磁带隙滤波器的透射特性,极大地缩短了计算时间,提高了计算精度,计算误差随着谱单元阶数的增加呈指数衰减,但只考虑了各向同性介质的情况.

本文将半解析谱元法推广应用到 PBG 结构中含各向异性介质的情形.谱单元是一种能达到谱精度的离散方法,而且不用细化网格便可获得收敛性,既能提高计算精度,又能保证计算效率.精细积分是一种高效、精确的积分方法,其计算精度可以超过现有计算机字长所决定的精度范围,即可近似于解析解.从矢量波动方程相对应的单变量变分形式出发,对横截面采用谱单元进行离散,得到各向异性介质情形下系数矩阵的表达式,沿纵向利用精细积分,最终对问题进行半解析求解.文中模拟了含各向异性介质的矩形波导介质层 PBG 结构的传输特性,并与常规有限元法以及半解析有限元法进行了对比分析,表明了本文方法高精度、高效率的特点,而且计算精度随着谱单元阶数的增加呈指数增长.

## 2 基本原理

### 2.1 含各向异性介质波导的变分原理

考虑如图 1 所示的由空气层和介质层沿纵向交替排列所组成的 PBG 结构.对每一层而言,沿纵向的几何尺寸和材料性质是均匀的,每一层可视为一个子结构.图 2 给出了一个子结构的示意图,其横截面为  $\Omega$ ,两端的坐标分别为  $z_a$  和  $z_b$ .

对于每一个子结构,考虑齐次边界条件以及各向异性介质的情形,与矢量波动方程相对应的单变量变分原理为<sup>[13]</sup>

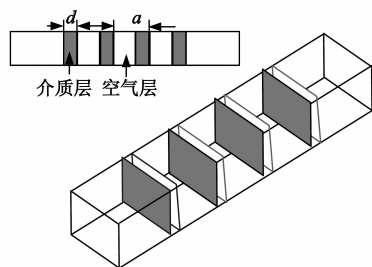


图1 矩形波导介质层PBG结构

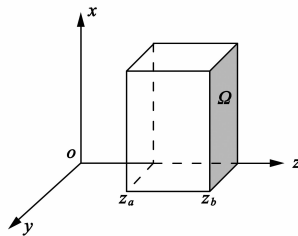


图2 子结构示意图

$$\Pi(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \int_{z_a}^{z_b} \int_{\Omega} [(\nabla \times \mathbf{E}) \cdot [\boldsymbol{\mu}]^{-1} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \mathbf{E} \cdot [\boldsymbol{\varepsilon}] \cdot \mathbf{E}] d\Omega dz,$$

$$\delta \Pi(\mathbf{E}) = 0 \tag{1}$$

其中,  $\mathbf{E}$  为电场强度,  $k_0$  为自由空间波数,  $[\boldsymbol{\mu}]$  表示介质的相对导磁系数,  $[\boldsymbol{\varepsilon}]$  表示介质的相对介电常数,  $\Omega$  表示横截面.对于各向异性介质,若相对介电系数和相对导磁系数张量是对称的,则通过坐标旋转总可以将它们变换成对角张量,可表示为

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}, [\boldsymbol{\mu}] = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \tag{2}$$

用  $[\boldsymbol{\varepsilon}_t]$ ,  $[\boldsymbol{\mu}_t]$  分别表示相对介电系数和相对导磁系数的横向张量,即

$$[\boldsymbol{\varepsilon}_t] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 \\ 0 & \varepsilon_y \end{bmatrix}, [\boldsymbol{\mu}_t] = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 \\ 0 & \mu_y \end{bmatrix} \tag{3}$$

将式(1)中的变量  $\mathbf{E}$  拆分为横向分量  $\mathbf{E}_t$  与纵向分量  $\mathbf{E}_z$ , 同时拆分矢量算子  $\nabla$ , 并将考虑式(3), 变分形式可以重新表示为

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_{z_a}^{z_b} \int_{\Omega} [(\nabla_t \times \mathbf{E}_t) \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) \\ & + \frac{1}{\mu_z} (\nabla_t \cdot \mathbf{E}_z) \cdot (\nabla_t \cdot \mathbf{E}_z) + \dot{\mathbf{E}}_t \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot \dot{\mathbf{E}}_t \\ & - (\nabla_t \cdot \mathbf{E}_z) \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot \dot{\mathbf{E}}_t - \dot{\mathbf{E}}_t \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot (\nabla_t \cdot \mathbf{E}_z) \\ & - k_0^2 \mathbf{E}_t \cdot [\boldsymbol{\varepsilon}_t] \cdot \mathbf{E}_t - k_0^2 \varepsilon_z \mathbf{E}_z \cdot \mathbf{E}_z] d\Omega dz \end{aligned} \tag{4}$$

### 2.2 谱单元的构造及横截面离散

由于子结构沿纵向是均匀的,只需对横截面进行有限元离散,这里采用谱单元方法.谱单元采用 Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) 多项式零点作为插值结点.如图 3

所示,在参考域 $(\xi, \eta) \in [-1, 1] \times [-1, 1]$ 内,二维标量谱单元的  $M$  阶基函数为

$$N_z^e(\xi, \eta) = \varphi_m^{(M)}(\xi) \varphi_p^{(M)}(\eta) \quad (5)$$

二维矢量谱单元的基函数包括两个分量

$$N_{i\xi}^e(\xi, \eta) = \hat{\xi} \varphi_m^{(M-1)}(\xi) \varphi_p^{(M)}(\eta) \quad (6)$$

$$N_{i\eta}^e(\xi, \eta) = \hat{\eta} \varphi_m^{(M)}(\xi) \varphi_p^{(M-1)}(\eta) \quad (7)$$

其中,  $M$  是谱单元插值函数的阶数,

$$\varphi_m^{(M)}(\xi) = \frac{-(1-\xi^2)L'_M(\xi)}{M(M+1)L_M(\xi_m)(\xi-\xi_m)}, \quad m=0, \dots, M \quad (8)$$

$L_M(\xi)$  是  $M$  阶 Legendre 多项式,  $\xi_m$  是第  $m$  个 Gauss-Lo-batto-Legendre 积分点, 其值为  $(1-\xi^2)L'_M(\xi) = 0$  的根,  $\varphi_p^{(M)}(\eta)$  与  $\varphi_m^{(M)}(\xi)$  是不同坐标下的表示。

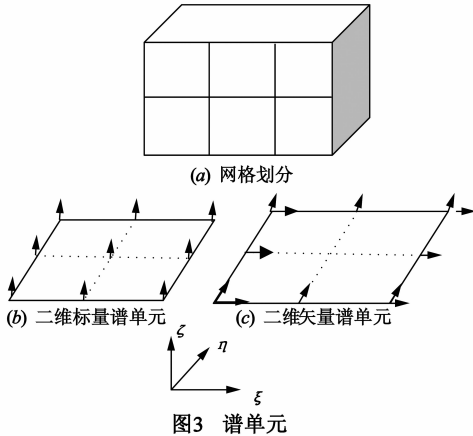


图3 谱单元

谱单元的插值点是非等距的结点,越靠近谱单元的边界,插值点的密度越大,这样可以有效地避免众所周知的龙格现象。另外,谱单元能达到谱精度,数值误差随着单元阶数的增加以指数的形式进行衰减<sup>[14]</sup>。

分别用二维矢量和标量谱单元离散每个单元内部的横向场分量和纵向场分量,可以得到

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{2} \int_{z_a}^{z_b} [ & \mathbf{E}_t^T \mathbf{M}_1 \mathbf{E}_t + E_z^T \mathbf{M}_2 E_z \\ & + \dot{\mathbf{E}}_t^T \mathbf{M}_3 \mathbf{E}_t - \dot{E}_z^T \mathbf{M}_4 E_z \\ & - E_z^T \mathbf{M}_4 \dot{\mathbf{E}}_t ] dz \end{aligned} \quad (9)$$

其中系数矩阵

$$\mathbf{M}_1 = \sum_{e=1}^N \iint_{\Omega_e} \left[ \frac{1}{\mu_z} [\nabla_t \times \mathbf{N}_t^e] \cdot [\nabla_t \times \mathbf{N}_t^e]^T - k_0^2 \mathbf{N}_t^e \cdot [\boldsymbol{\varepsilon}_t] \cdot [\mathbf{N}_t^e]^T \right] d\Omega \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_2 = \sum_{e=1}^N \iint_{\Omega_e} [ & [\nabla_t N_z^e] \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot [\nabla_t N_z^e]^T \\ & - k_0^2 \boldsymbol{\varepsilon}_z N_z^e \cdot [N_z^e]^T ] d\Omega \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{M}_3 = \sum_{e=1}^N \iint_{\Omega_e} [\mathbf{N}_t^e \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot [\mathbf{N}_t^e]^T] d\Omega \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_4 = \sum_{e=1}^N \iint_{\Omega_e} [\mathbf{N}_t^e \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot [\nabla_t N_z^e]^T] d\Omega \quad (13)$$

这里  $N$  表示横截面上单元的个数. 当介电系数和导磁系数张量的各个分量相等时,就过渡到各向同性介质的情况。

完成对  $E_z^e$  的变分, 可得变分原理为

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{z_a}^{z_b} [\mathbf{E}_t^T \mathbf{K}_{11} \mathbf{E}_t + \dot{\mathbf{E}}_t^T \mathbf{K}_{22} \dot{\mathbf{E}}_t] dz, \quad (14)$$

$$\delta \Pi(\mathbf{E}_t) = 0$$

其中

$$\mathbf{K}_{11} = \mathbf{M}_1, \mathbf{K}_{12} = \mathbf{K}_{21} = 0, \quad (15)$$

$$\mathbf{K}_{22} = \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4 \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_4^T$$

$\Pi$  又被称为区段的电磁势能. 区段的电磁势能应该是两端切向电场向量的二次型函数, 可表示为

$$\begin{aligned} \Pi(\mathbf{E}_{ta}, \mathbf{E}_{tb}) = & \mathbf{E}_{ta}^T \mathbf{K}_{aa} \mathbf{E}_{ta} / 2 \\ & + \mathbf{E}_{tb}^T \mathbf{K}_{ba} \mathbf{E}_{ta} \\ & + \mathbf{E}_{tb}^T \mathbf{K}_{bb} \mathbf{E}_{tb} / 2 \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $\mathbf{K}_{aa}$ 、 $\mathbf{K}_{ba}$  和  $\mathbf{K}_{bb}$  是子结构的出口刚度矩阵. 求出出口刚度矩阵后就可以将各个子结构的出口刚度阵进行组装, 进而求出总的刚度矩阵。

### 2.3 沿纵向利用精细积分半解析求解

精细积分算法是一种处理一阶微分方程组的有效方法, 其计算精度可以超过现有计算机字长所决定的精度范围, 即认为可以得到了计算机上的解析解. 为了求解出口刚度阵  $\mathbf{K}_{aa}$ 、 $\mathbf{K}_{ba}$  和  $\mathbf{K}_{bb}$ , 这里引入对偶变量, 将问题导向 Hamilton 体系, 从而利用精细积分对问题进行求解. 令

$$\mathbf{q} = \mathbf{E}_t, \mathbf{p} = \dot{\mathbf{E}}_t \quad (17)$$

则变分原理(14)式可以写成

$$\Pi = \int_{z_a}^{z_b} [\mathbf{p}^T \dot{\mathbf{q}} - H(\mathbf{q}, \mathbf{p})] dz, \quad \delta \Pi = 0 \quad (18)$$

其中

$$H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^T \mathbf{D} \mathbf{p} / 2 + \mathbf{p}^T \mathbf{A} \mathbf{q} - \mathbf{q}^T \mathbf{B} \mathbf{q} / 2 \quad (19)$$

其系数矩阵  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{D}$  为

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}_{11}, \mathbf{A} = 0, \mathbf{D} = \mathbf{K}_{22}^{-1} \quad (20)$$

显然,  $H(\mathbf{q}, \mathbf{p})$  为 Hamilton 函数, 也称为区段混合能密度。

通过对区段势能的 Legendre 变化, 引入区段混合能  $\Gamma$ , 它也是两端变量的二次型函数, 可表示为

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_b) = & -\mathbf{q}_a^T \mathbf{Q} \mathbf{q}_a / 2 + \mathbf{p}_b^T \mathbf{F} \mathbf{q}_a \\ & + \mathbf{p}_b^T \mathbf{G} \mathbf{p}_b / 2 \end{aligned} \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{G}$  为混合能的系数矩阵. 出口刚度矩阵

$K_{aa}$ 、 $K_{ba}$ 、 $K_{bb}$ , 与  $Q$ 、 $F$ 、 $G$  可以相互转化.

区段混合能系数矩阵  $Q$ 、 $F$ 、 $G$  与区段混合能密度系数矩阵  $A$ 、 $B$ 、 $D$  之间满足黎卡提微分方程, 利用精细积分法求解黎卡提微分方程, 可以求出混合能系数矩阵  $Q$ 、 $F$ 、 $G$  后, 再根据  $Q$ 、 $F$ 、 $G$  与  $K_{aa}$ 、 $K_{ba}$  和  $K_{bb}$  的关系, 便可以求出出口刚度矩阵  $K_{aa}$ 、 $K_{ba}$  和  $K_{bb}$ . 具体求解黎卡提微分方程的精细积分过程请参见文献[15]中的详细描述, 在此就不再过多赘述.

通常用  $S_{11} = 20\lg|R|$  (dB) 和  $S_{21} = 20\lg|T|$  (dB) 来表示反射系数与透射系数. 如果考虑入射能量的损耗, 根据能量守恒定律, 假设不存在损耗介质, 入射能量的损耗比率

$$D = 1 - (|R|^2 + |T|^2) = 0 \quad (22)$$

其中,  $R$  和  $T$  分别为反射系数和透射系数.  $D$  在理论上应该为 0, 但是由于各种误差的存在和计算机数值计算精度的限制, 往往得到的  $D$  值不为 0. 随着  $R$  和  $T$  计算值不断的逼近理论真实值,  $D$  也渐渐趋近于 0, 所以  $D$  值越小, 越能反映出  $R$  与  $T$  计算值的高精度, 即可以反映出计算所得的结果更接近于理论真实值. 因而能量损耗比率  $D$  可以作为判断算法精度的一个重要指标.

### 3 算例验证及分析

**算例 1** 为验证方法的正确性, 首先作为特例分析如图 1 所示的含各向同性介质的矩形波导介质层 PBG 结构的传输特性. 取与文献[6]相同的结构和参数, 即 PBG 结构的横截面尺寸为  $22\text{mm} \times 11\text{mm}$ , 介质块的相对介电常数  $\epsilon_r = 2.2$ , 相对导磁系数  $\mu_r = 1$ , 介质块的厚度  $d = 5\text{mm}$ , 周期长度  $a = 12\text{mm}$ , 周期数为 15. 利用本文算法计算所得的透射系数曲线如图 4 所示, 从图中我们看到, 该光子晶体的在  $10\text{GHz} \sim 13.5\text{GHz}$  之间有明显的带隙, 与文献[6]所给结果一致.

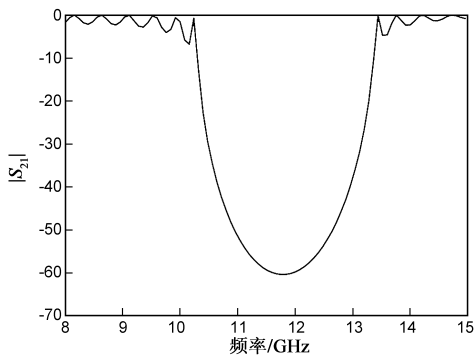


图4 透射系数 $|S_{21}|$ 随频率的变化曲线

**算例 2** 分析计算如图 1 所示的含各向异性介质的矩形波导介质层 PBG 结构的透射情况. 波导的横向截面尺寸为  $22\text{mm} \times 11\text{mm}$ ,  $d = 5\text{mm}$ , 周期长度  $a = 12\text{mm}$ ,  $b/a = 0.417$ , 沿波导纵向设置为 10 个周期, 介质

块的相对介电系数和相对导磁系数为

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, [\mu] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

设该 PBG 结构在  $\text{TE}_{10}$  模式下工作.

首先利用本文算法对该含各向异性介质块的 PBG 结构进行模拟, 并与常规有限元法计算的结果进行对比分析. 其中本文算法将每个子结构的横截面离散为  $3 \times 2$  个面单元, 一共 120 个单元和 1400 个节点; 常规有限元法将整个结构的横截面离散为  $8 \times 4$  个网格, 纵向分成 44 份, 共有 1408 个体单元和 2025 个节点. 另外, 给出加密有限元的结果作为参考, 其单元数和节点数分别为 4608 个和 6525 个. 利用三阶半解析谱元法和常规有限元法计算得到的该结构在不同工作频率下的透射系数如图 5 所示. 可以看出, 相对于常规有限元, 本文算法虽然仅用很少的单元数对该结构进行模拟, 但计算结果比常规有限元更接近参考解, 说明了本文算法的有效性和精确性.

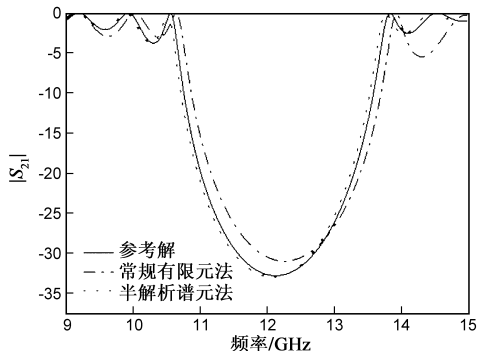


图5 半解析谱元法和常规有限元法计算的透射系数

下面比较半解析谱元法与常规有限元法及半解析有限元法的计算效率. 表 1 为在精度相当条件下常规有限元法、半解析有限元法以及三阶半解析谱元法计算效率的比较 (计算机主频为  $2.0\text{GHz}$ ). 从表中数据可以看到, 在计算精度达到  $10^{-6} \sim 10^{-7}$  数量级时, 常规有限元需要 2025 个节点, 半解析有限元需要的节点数为 1680, 而本文算法只需要 700 个节点. 在这种情形下, 本文算法所用的时间不到 4 分钟, 是常规有限元法所用时间的十分之一, 同时又是半解析有限元法所耗用时间的五分之一. 由此可见, 本文算法的计算效率高于常规有限元和半解析有限元法.

半解析谱元法的计算精度可以通过增加横截面上的网格, 也可以通过提高谱单元插值函数的阶数来提高. 这里保持横截面上网格单元数不变, 采用不同阶数的半解析谱元法求解该 PBG 结构的传输特性. 表 2 给出了 1 到 6 阶半解析谱元法的计算时间和能量损耗比率. 从表中数据可以观察到, 随着阶数的增加, 虽然计

算时间以大约 3 倍的速度增长,但能量损耗比率随着谱单元阶数的增加呈指数衰减,6 阶时能量损耗比率达到  $10^{-15}$  数量级.能量损耗比率越小意味着计算的精度越高,即本文算法的计算精度随着谱单元阶数的增加呈指数增长.因而本文提供了一种 PBG 结构传输特性高精度的分析方法,可以在保证计算效率的同时,通过增加谱单元阶数得到高精度的计算结果.

表 1 常规有限元法、半解析有限元法和半解析谱元法计算效率与计算精度的比较

计算方法	常规有限元法	半解析有限元法	半解析谱元法
单元数	1408	1320	120
节点数	2025	1680	700
计算时间/s	2231	1024	225
$ D $	$2.00 \times 10^{-6}$	$2.78 \times 10^{-7}$	$6.62 \times 10^{-7}$

表 2 不同插值阶数半解析谱元法的计算时间与能量损耗比率

阶数	未知数个数	计算时间/s	$ D $
1	154	30	$1.25 \times 10^{-2}$
2	836	82	$1.37 \times 10^{-4}$
3	2046	225	$6.62 \times 10^{-7}$
4	3784	588	$1.68 \times 10^{-9}$
5	6050	1628	$4.96 \times 10^{-12}$
6	8844	4482	$7.01 \times 10^{-15}$

## 4 结论

本文从含有各向异性介质的矢量波动方程相对应的单变量变分形式出发,采用谱元法对 PBG 结构横截面进行离散,沿纵向利用精细积分,将半解析谱元法成功地运用到含各向异性介质的矩形波导介质层 PBG 结构阻带特性的分析中.相对于常规有限元法以及半解析有限元法,半解析谱元法在低密度的网格情况下可以获取较高的计算精度,且具有显著的运算效率;同时,半解析谱元法的计算精度随着谱单元基函数阶数的增加呈指数提高.本文方法能高效、精确地计算各向异性波导介质层 PBG 结构的传输特性,也为含各向异性介质结构传输特性的研究提供了一种有效的方法.

## 参考文献

[1] 马锡英.光子晶体原理及应用[M].北京:科学出版社,2010.35-44.  
 [2] 龙涛,刘启能.各向异性矩形光子晶体禁带结构及量子效应[J].激光与红外,2011,41(2):197-201.  
 Long Tao, Liu Qi-neng. Quantum effect and the bandgap of anisotropic rectangle photonic crystal [J]. Laser & Infrared, 2011,41(2):197-201. (in Chinese)

[3] 赵延文,贾苗苗,邹克利,刘海良.金属-各向异性介质体组合目标频域体表面积分方程矩量法[J].电子学报,2013,41(2):273-280. (in Chinese)  
 Zhao Yan-wen, Jia Miao-miao, Zhou Ke-li, Liu Hai-liang. Method of moments of the volume-surface integral equations for the composite objects of perfect electric-conductor and anisotropic media [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(2): 273-280. (in Chinese)  
 [4] 毛仕春,吴振森,邢赞扬.二维各向异性椭圆柱的电磁散射[J].电子学报,2010,38(3):529-533.  
 Mao Shic-hun, Wu Zhen-sen, Xing Zan-yang. Scattering by a homogeneous anisotropic elliptic cylinder: two-dimensional case [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(3): 529-533. (in Chinese)  
 [5] 闫敦豹,袁乃昌,付云起.基于 FDTD 的波导介质层 PBG 结构的研究[J].电子与信息学报,2004,26(1):118-123.  
 Yan Dun-bao, Yuan Nai-chang, Fu Yun-qi. Research on dielectric layer PBG structures in waveguide based on FDTD [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2004, 26(1): 118-123. (in Chinese)  
 [6] 李斌,张玉,梁昌洪.FDTD 结合最小二乘拟合法分析 PBG 滤波结构[J].电子与信息学报,2006,28(4):757-759.  
 Li Bin, Zhang Yu, Liang Chang-hong. Analysis of microstrip PBG filter structures using FDTD with least square fitting method [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2006, 28(4): 757-759. (in Chinese)  
 [7] 武继江,高金霞.含特异材料一维超导光子晶体的带隙特性研究[J].物理学报,2013,62(12):124102.1-124102.7.  
 Wu Ji-jiang, Gao Jin-xia. Photonic bandgap properties of one-dimensional superconducting photonic crystals containing metamaterials [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(12): 124102\_1-124102\_7. (in Chinese)  
 [8] 程阳.采用平面波展开法研究一维全息光子晶体的禁带[J].红外与激光工程,2010,39(2):256-259.  
 Cheng Yang. Using the plane wave expansion method studying band-gap of one dimensional holographic photonic crystals [J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(2): 256-259. (in Chinese)  
 [9] F Brechet, J Marcou, D Pagnoux, et al. Complete analysis of the characteristics of propagation into photonic crystal fibers by the finite element method [J]. Optical Fiber Technology, 2000, 6(2):181-191.  
 [10] 杨红卫,钟万颢,隋允康.基于响应面方法的波导介质层 PBG 结构滤波器的优化设计[J].动力学与控制学报,2007,5(3):193-198.  
 Yang Hong-wei, Zhong Wan-xie, Sui Yong-kang. Optimal design of dielectric layer PBG structure in waveguide filter on the response surface methodology [J]. Journal of Dynamics and Control, 2007, 5(3): 193-198. (in Chinese)

- [11] Chen Jie-fu, Zhu Bao, Zhong Wan-xie, Liu Qing-huo. Semi-analytical spectral element method for the analysis of 3-D layered structures[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2011, 59(1): 1 – 8.
- [12] 朱宝. 电磁波传播问题的高性能数值算法研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2013. 20 – 45.  
Zhu Bao. High-Performance Numerical Algorithm for the Problem of Electromagnetic Waves Propagation[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2013. 20 – 45. (in Chinese)
- [13] 金建铭. 电磁场有限元方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998. 1 – 190.
- [14] Xiao T. High-Order / Spectral Methods for Transient Wave Equations[D]. Durham: Duke University, 2004.
- [15] 钟万勰. 应用力学对偶体系[M]. 北京: 科学出版社, 2002. 247 – 252.

## 作者简介



杨红卫 女, 1967 年 8 月出生于北京市. 现为北京工业大学应用数理学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向为计算物理学.  
E-mail: yanghongwei@bjut.edu.cn



王改页 女, 1989 年 10 月出生于河北省邯郸市, 研究生. 主要研究方向为计算电磁学.  
E-mail: wanggy@emails.bjut.edu.cn