

# 基于具有时序结构的稀疏贝叶斯学习的水声目标 DOA 估计研究

王 彪, 朱志慧, 戴跃伟

(江苏科技大学电子信息学院, 江苏镇江 212003)

**摘 要:** 现有的基于 CS-MMV (Compressed Sensing-Multiple Measurement Vectors) 模型的 DOA 估计一般都假定信号源为独立同分布 (i. i. d), 算法建立在信号的空间结构上进行分析, 而当处理具有时序结构的源信号时表现出性能和鲁棒性差的问题, 为此该文提出一种具有时序结构的稀疏贝叶斯学习的 DOA 算法, 该方法通过建立一阶自回归过程 (AR) 来描述具有时序结构的水声信号, 将信号源的时间结构特性充分应用到 DOA 估计模型中, 然后采用针对多测量矢量的稀疏贝叶斯学习 (Multi-vectors Sparse Bayesian Learning) 算法重构信号空间谱, 建立多重测量向量中恢复未知稀疏源的信号的 CS (Compressed Sensing) 模型, 最终完成 DOA 估计. 仿真结果表明该方法相对于传统的算法具有更高的空间分辨率和估计精度的特点, 且抗干扰能力强.

**关键词:** CS-MMV 模型; DOA 估计; 时序结构; 稀疏贝叶斯学习

**中图分类号:**           **文献标识码:** A           **文章编号:** 0372-2112 (2016)03-0693-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>   **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.03.030

## Direction of Arrival Estimation Research for Underwater Acoustic Target Based on Sparse Bayesian Learning with Temporally Correlated Source Vectors

WANG Biao, ZHU Zhi-hui, DAI Yue-wei

(School of Electronic and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang, Jiangsu 212003, China)

**Abstract:** Assuming independently but identically distributed sources, most existing DOA algorithms based on the CS-MMV model are analyzed according to the spatial structure of the signals. The temporal correlation between the sources, however, results in poor performance and robustness. To overcome this problem, we propose a DOA estimation algorithm based on Sparse Bayesian Learning (SBL) with temporally correlated source vectors. In this method, an underwater acoustic source is regarded as a first-order autoregressive process, with time structure characteristics being applied to DOA estimation model. After that, the multi-vector SBL algorithm is used to reconstruct the signal spatial spectrum. Then the CS-MMV model of the unknown sparse vector signal sources is established to estimate the DOA. Through simulation, it shows that the proposed algorithm provides a higher spatial resolution and estimation accuracy in comparison to many other current algorithms.

**Key words:** CS-MMV model; DOA estimation; temporally structure; sparse bayesian learning

## 1 引言

波达方向 (Direction Of Arrival, DOA) 估计是阵列信号处理的一项重要研究内容, 在雷达、声呐和通信领域有着广泛的应用. 水声目标 DOA 估计的传统方法多为波束形成法或 MUSIC (Multiple Signal Classifica-

tion)、MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) 等高分辨估计方法<sup>[1]</sup>, 它们采用传统的奈奎斯特采样方式, 在保证 DOA 估计精度的同时, 也具有计算量大、运算慢的特点. 近几年兴起的稀疏表示类 DOA 估计<sup>[2-4]</sup>算法利用来波空域稀疏先验信息, 将 DOA 估计转化为从多重测量向量 (Multiple Measurement Vectors,

收稿日期: 2014-04-10; 修回日期: 2014-08-29; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 11204109, No. 61401180, No. 11574120); 江苏省高校自然科学基金 (No. 12KJB510003, No. 13KJB510007); 江苏省高校优势学科建设工程; 江苏科技大学深蓝工程青年学者计划资助课题; 江苏省“青蓝工程”资助课题

MMV)<sup>[5]</sup>中重构稀疏信号的问题. 文献[6]提出的基于贝叶斯学习的 DOA 估计方法是在实数域进行稀疏建模, 采用多重测量矢量的稀疏贝叶斯学习算法重构信号空间谱实现 DOA 估计, 该方法具有较高的估计精度. 文献[7]提出的基于贝叶斯压缩感知来实现 DOA 估计, 采用多任务学习的思想, 降低噪声环境对方位估计精度的影响, 同时也避免了对阵列输出数据协方差矩阵的设计, 减少了计算复杂度.

但是上述这些算法均假设信号源与信号源之间是相互独立的, 即源信号是独立同分布的, 它们仅考虑到源信号的空间结构, 并未考虑到信号源的时间相关性. 但是实际存在很多信号, 如生物医学信号、语音信号、地球物理信号以及水声信号等都具有一定的时间相关性, 内在包含一定的时间结构<sup>[8]</sup>, 如果把这种先验知识, 即信号的时间结构特性充分应用到 DOA 估计模型中, 就能更好的实现信号的角度(方位)估计, 也能提高估计效果. 基于此, 文献[9]从源信号的时间结构特性出发提出的算法是把每一个源信号建模为一阶 AR 过程, 并通过数据学习估计 AR 参数, 尽管该算法和现有 MMV 算法相比, 在时间相关的情况下具有更好的恢复性能, 但是由于其收敛速度比较慢, 不能满足实际应用的需求.

针对上述存在的问题, 本文分析了基于稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)算法<sup>[8,10,11]</sup>, 提出了一种适用于具有时序结构的稀疏贝叶斯学习的高效 DOA 估计算法(Eigen Value Decomposition-Temporally Multiple Sparse Bayesian Learning-Direction of Arrival, EVD-TMSBL-DOA), 该方法通过建立一阶自回归过程(AR)来描述具有时序结构的源信号, 将信号源的时间结构特性充分应用到 DOA 估计模型中, 并采用对接收信号协方差矩阵进行特征值分解来降低数据规模, 降低该算法的计算复杂度, 从而提高算法的收敛速度; 然后通过针对多测量矢量的稀疏贝叶斯学习算法重构信号空间谱, 建立多重测量向量中恢复未知稀疏源的信号的 CS 模型, 最终完成 DOA 估计. 仿真结果表明, 本文方法在估计精度和空间分辨率方面均优于传统的 DOA 估计算法以及基于压缩感知的 DOA 估计算法.

全文中, 采用  $\mathbf{A}(i, :)$  和  $\mathbf{A}(:, j)$  分别表示矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $i$  行和第  $j$  列,  $\mathbf{I}$  表示单位矩阵. 运算符  $(\cdot)^T, (\cdot)^H, \|\cdot\|_2, \|\cdot\|_F$  分别表示转置, 共轭转置, 欧几里得范数和 Frobenius 范数.  $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  的克罗内克积,  $\text{Tr}(\mathbf{A})$  表示求矩阵  $\mathbf{A}$  的迹,  $\text{vec}(\mathbf{A})$  表示将矩阵  $\mathbf{A}$  的所有的列依次堆积成一列构成  $\mathbf{A}$  向量化表示.

## 2 数学模型

### 2.1 背景知识

假设有  $M$  个远程水声目标回波信号, 接收阵列为

含有  $N$  个阵元的均匀线阵(ULA 阵元间距为  $d = \omega/\lambda$  (其中  $\omega$  为入射信号的波长), 则阵列接收的信号写成矩阵的形式为:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{S} + \mathbf{E} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{Y} \triangleq [y_{1,1}, y_{1,2}, \dots, y_{1,L}] \in \mathbf{R}^{N \times L}$ ,  $\mathbf{Y}$  表示可以得出的  $L$  个测量矢量的观测矩阵,  $L$  为快拍数. 方向矩阵为:

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M)] \quad (2)$$

其中  $\mathbf{a}(\theta_m) = [e^{-j\beta x_n \sin\theta_m}, \dots, e^{-j\beta x_{N+1} \sin\theta_m}]$ ,  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$  表示  $M$  个源信号的 DOA 方向角度,  $\beta = (2\pi)/\omega$ ,  $x_n = (n - (N+1)/2)d$  表示线阵中传感器的位置.  $\mathbf{S} \triangleq [s_{1,1}, s_{1,2}, \dots, s_{1,L}] \in \mathbf{R}^{M \times L}$ ,  $\mathbf{S}$  表示未知的待求的源矩阵, 每一行都表示一个信号源.  $\mathbf{E} \triangleq [e_{1,1}, e_{1,2}, \dots, e_{1,L}] \in \mathbf{R}^{N \times L}$ ,  $\mathbf{E}$  表示未知的噪声矩阵.

### 2.2 水声目标信号的稀疏表示

如果把整个水声目标空间均划分为  $K$  个空间位置, 使每个空间都对应于一个方向角度 ( $K \gg M$ ), 则此时的水声目标信号相对于这  $K$  个空间位置来说呈稀疏状态, 即  $K$  个空间角度中有很少量的位置对应的角度为真实信号的来波方向. 则构建目标在角度空间稀疏的方向矩阵,  $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}(\theta_1), \boldsymbol{\varphi}(\theta_2), \dots, \boldsymbol{\varphi}(\theta_K)]$ , 则将式(1)重写为:

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi}\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{E} \quad (3)$$

式中  $\tilde{\mathbf{S}} = [\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_K]$  为每个角度对应的水声目标回波信号, 其应满足下式要求:

$$\tilde{s}_k = \begin{cases} s_m, & \boldsymbol{\varphi}(\theta_k) = \mathbf{a}(\theta_m) \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

来波信号的方位角度应该被包含在  $K$  个角度  $\theta_k$  中, 求解问题是关于未知信号源矩阵  $\tilde{\mathbf{S}}$ , 它的解在空间域是稀疏的, 对应式(4)中非零回波信号的位置, 即可求解水声目标信号的 DOA. 则此时的估计问题转化为对稀疏信号  $\tilde{\mathbf{S}}$  的恢复问题, 即对一个 CS-MMV 模型的求解问题.

## 3 基于 EVD-TMSBL 算法的水声目标 DOA 估计

### 3.1 建立信号 AR(1) 模型

因为水声目标信号是具有时序结构的信号, 所以用一阶自回归 AR(1) 模型来描述这类信号, 其满足下式:

$$\tilde{S}_{i,j+1} = \beta \tilde{S}_{i,j} + \sqrt{1 - \beta^2} n_{i,j} \quad (5)$$

$$i = 1, \dots, K; j = 1, \dots, L$$

其中  $\beta \in (-1, 1)$  是 AR(1) 的系数, 如果  $\beta = 0$ , 则上述的 MMV 模型描述的信号即为独立同分布信号源; 如果  $\beta = \pm 1$ , 则上述的 MMV 模型即转化为 SMV(单测量向量)模型.  $K$  表示为水声目标被划分的空间位置数,  $L$  表

示快拍数.

### 3.2 特征值分解

为降低数据规模,对接收信号协方差矩阵进行 EVD 降维处理将信号分为信号子空间和噪声子空间,表达式如下:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{U}^H &= \sum_{n=1}^N \alpha_n \mathbf{u}_n \mathbf{u}_n^H \\ &= \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_E \boldsymbol{\Sigma}_E \mathbf{U}_E^H \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ , 且按照  $\alpha_1 \gg \dots \gg \alpha_N > \alpha_{N+1} = \dots = \alpha_M$  排列;  $\boldsymbol{\Sigma}_s$  为前  $N$  个大特征值组成的对角矩阵,  $\mathbf{U}_s$  为相应特征值对应的特征向量;  $\boldsymbol{\Sigma}_E$  为小特征值组成的对角阵. 需要指出的是特征值分解除了具有降低数据规模的作用外,还能积聚信号能量并分离噪声,从而提高了算法在低信噪比条件下的鲁棒性.

### 3.3 TMSBL 算法的基本原理

根据 AR(1) 模型我们可以将联合分布信号  $\tilde{\mathbf{S}}_i = [\tilde{\mathbf{S}}_{i1}, \tilde{\mathbf{S}}_{i2}, \dots, \tilde{\mathbf{S}}_{iL}]$  的概率密度函数表示为:

$$\rho(\tilde{\mathbf{S}}_i; \boldsymbol{\gamma}_i, \mathbf{B}_i) \sim N(0, \boldsymbol{\gamma}_i \mathbf{B}_i), i = 1, \dots, K \quad (8)$$

其中  $\boldsymbol{\gamma}_i$  是非负超参数矢量,它控制信号源  $\tilde{\mathbf{S}}$  分布行稀疏的未知先验方差,它与解的稀疏程度密切相关,当  $\boldsymbol{\gamma}_i$  的值为 0 时,相应的  $\tilde{\mathbf{S}}_i$  的行元素全部为 0 时,则  $\boldsymbol{\gamma}_i$  具有稀疏性,而且  $\boldsymbol{\gamma}_i$  的学习规则是算法最核心的部分<sup>[12]</sup>.  $\mathbf{B}$  为一个从样本数据中估计出正定矩阵,  $\mathbf{B}$  反应出  $\tilde{\mathbf{S}}$  的相关结构;  $\boldsymbol{\gamma}_i \mathbf{B}_i$  为  $\tilde{\mathbf{S}}$  的密度协方差矩阵. 则  $\tilde{\mathbf{S}}$  的先验概率为:

$$\rho(\tilde{\mathbf{S}}; \boldsymbol{\gamma}_i, \mathbf{B}_i, \forall_i) \sim N_s(0, \boldsymbol{\Sigma}_0) \quad (9)$$

其中  $\boldsymbol{\Sigma}_0$  被定义为:

$$\boldsymbol{\Sigma}_0 = \begin{bmatrix} \gamma_1 \mathbf{B}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \gamma_K \mathbf{B}_K \end{bmatrix} \quad (10)$$

如果对每一个信号源  $\tilde{\mathbf{S}}$  都设计一个不同的  $\mathbf{B}$ , 则会导致过拟合状态,为了避免过拟合,我们考虑使用一个相同的  $\mathbf{B}$  来描述所有的信号源的相关结构. 所以式(10)可以表示为:  $\boldsymbol{\Sigma}_0 = \boldsymbol{\Gamma} \otimes \mathbf{B}$ , 其中  $\boldsymbol{\Gamma} \triangleq \text{diag}[\gamma_1, \dots, \gamma_K]$ .

因为假设噪声为零均值的平稳高斯随机过程,不同阵元上的噪声不相关,且噪声与信号不相关,所以噪声矢量满足如下高斯分布:

$$\rho(\mathbf{E}) \sim N(0, \lambda) \quad (11)$$

其中  $\lambda$  为噪声方差.

根据贝叶斯准则可以推导出信号源  $\tilde{\mathbf{S}}$  服从均值为  $\mathbf{u}_s$ , 方差为  $\boldsymbol{\Sigma}_s$  的后验高斯分布,表达式如下

$$\rho(\tilde{\mathbf{S}} | \mathbf{Y}; \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\gamma}_i, \mathbf{B}_i, \forall_i) = N_s(\mathbf{u}_s, \boldsymbol{\Sigma}_s) \quad (12)$$

均值表达式为:

$$\mathbf{u}_s = \frac{1}{\lambda} \boldsymbol{\Sigma}_s \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{Y} \quad (13)$$

协方差矩阵表示为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_s &= (\boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} + \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi})^{-1} \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_0 - \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T (\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma}_0 \end{aligned} \quad (14)$$

即均值和方差的求解过程转化为对超参数  $\lambda, \boldsymbol{\gamma}_i, \mathbf{B}_i, \forall_i$  的求解,当所有的超参数被估计出来之后,我们就可以得出信号源  $\tilde{\mathbf{S}}$  的最大后验概率(Maximum A posterior Probability, MAP)为:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{S}}^* \triangleq \mathbf{u}_s &= (\lambda \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} + \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi})^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{Y} \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T (\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{Y} \end{aligned} \quad (15)$$

### 3.4 对超参数进行估计

稀疏矢量  $\boldsymbol{\gamma}$ , 真实噪声方差  $\lambda$  可通过最小化代价函数式得出:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{B}, \lambda) &\triangleq \log |\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T| + \\ &\quad \mathbf{Y}^T (\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{Y} \\ &= \log |\boldsymbol{\Sigma}_y| + \mathbf{Y}^T \boldsymbol{\Sigma}_y^{-1} \mathbf{Y} \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $\boldsymbol{\Sigma}_y \triangleq \lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T$ .

采用 EM (Evidence Maximization) 算法求解式(16), 得出超参数  $\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{B}, \lambda$  的学习规则, 分别如下所示:

$$\boldsymbol{\gamma}_i = \frac{\text{Tr}[\mathbf{B}^{-1} (\boldsymbol{\Sigma}_s^i + \mathbf{u}_s^i (\mathbf{u}_s^i)^T)]}{L}, i = 1, \dots, K \quad (17)$$

$$\mathbf{B} \leftarrow \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \frac{\boldsymbol{\Sigma}_s^i + \mathbf{u}_s^i (\mathbf{u}_s^i)^T}{\boldsymbol{\gamma}_i} \quad (18)$$

$$\lambda \leftarrow \frac{\|\mathbf{Y} - \boldsymbol{\Phi} \mathbf{u}_s\|_2^2 + \lambda [K \times L - \text{Tr}(\boldsymbol{\Sigma}_s \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1})]}{M \times L} \quad (19)$$

再次利用参考文献[11]提出的 MSBL 算法,可推导出如下结论:

$$\boldsymbol{\Xi}_s = (\boldsymbol{\Gamma}^{-1} + \frac{1}{\lambda} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi})^{-1} \quad (20)$$

$$\tilde{\mathbf{S}} = \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^T (\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{Y} \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_i' = \frac{1}{L} \|\tilde{\mathbf{S}}_i\|_2^2 + (\boldsymbol{\Xi}_s)_{ii}, \forall i \quad (22)$$

根据式(15)和式(21)将  $\mathbf{u}_s$  的表达式进行变换如下式所示:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s &= \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T (\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{Y} \\ &= (\boldsymbol{\Gamma} \otimes \mathbf{B}) \boldsymbol{\Phi}^T [\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} (\boldsymbol{\Gamma} \otimes \mathbf{B}) \boldsymbol{\Phi}^T]^{-1} \text{vec}(\mathbf{Y}^T) \\ &\approx (\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^T \otimes \mathbf{B}) [(\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \otimes \mathbf{B}^{-1}] \text{vec}(\mathbf{Y}^T) \\ &= [\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^T (\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1}] \otimes \mathbf{I} \cdot \text{vec}(\mathbf{Y}^T) \\ &= \text{vec}(\mathbf{Y}^T (\lambda \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma}) \\ &= \text{vec}(\tilde{\mathbf{S}}^T) \end{aligned} \quad (23)$$

则根据式(17)、(22)和(23)可以推导出最新的  $\boldsymbol{\gamma}$  学习规则,表达式如下所示:

$$\boldsymbol{\gamma}_i \leftarrow \frac{1}{L} \tilde{\mathbf{S}}_i \mathbf{B}^{-1} \tilde{\mathbf{S}}_i^T + (\boldsymbol{\Xi}_s)_{ii} \quad (24)$$

根据式(23),式(18)可以重新改写为:

$$\mathbf{B} \leftarrow \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \frac{\Sigma_s^i + \bar{\mathbf{S}}_i^T \bar{\mathbf{S}}_i}{\gamma_i} \quad (25)$$

为了增加算法的鲁棒性,  $\mathbf{B}$  参数的学习规则最终更新为:

$$\bar{\mathbf{B}} \leftarrow \sum_{i=1}^K \frac{\bar{\mathbf{S}}_i^T \bar{\mathbf{S}}_i}{\gamma_i} \quad (26)$$

$$\mathbf{B} \leftarrow \bar{\mathbf{B}} / \|\bar{\mathbf{B}}\|_F \quad (27)$$

同时将式(19)  $\lambda$  学习规则进行简化, 表达式如下:

$$\lambda \leftarrow \frac{1}{M \times L} \|\mathbf{Y} - \Phi \bar{\mathbf{S}}\|_F^2 + \frac{\lambda}{M} \text{Tr}[\Phi \Gamma \Phi^T (\lambda \mathbf{I} + \Phi \Gamma \Phi^T)^{-1}] \quad (28)$$

### 3.5 算法步骤

本文所提方法的 DOA 估计过程是通过求解超参量  $\lambda, \gamma_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{V}_i$  的值, 获得信号源的最大后验概率实现对目标的方位角估计, 按照上述理论的推导过程, 归纳本文算法的实施步骤如下:

**步骤 1** 根据式(5)建立阵列信号的 AR 模型;

**步骤 2** 根据式(14)计算接收信号协方差矩阵  $\Sigma_s$ , 然后对协方差矩阵进行特征值分解, 选取信号子空间  $\mathbf{R}_s$ ;

**步骤 3** 初始化超参数  $\lambda, \gamma, \mathbf{B}$  的值, 本文令  $\lambda = 10^{-3}, \gamma = 1, \mathbf{B}$  为主对角线全为 1 的  $M$  阶单位阵,  $M$  为信号源的个数;

**步骤 4** 使用式(24)、式(25)和式(26)更新超参数  $\lambda, \gamma, \mathbf{B}$  的学习规则, 并一直迭代该步骤直到各个超参数均收敛于一个比较稳定的值;

**步骤 5** 计算  $\mathbf{u}_s^* \triangleq E[\bar{\mathbf{S}} | \mathbf{y}; \Theta]$ , 其中  $\Theta$  包括三个超参量  $\lambda, \gamma, \mathbf{B}$ . 根据  $\mathbf{u}_s^*$  的值可以得出  $\bar{\mathbf{S}}^*$  的值, 再根据水声信号源  $\bar{\mathbf{S}}$  的最大后验概率  $\bar{\mathbf{S}}^*$  即可以恢复出水声目标源信号, 根据稀疏原理, 完成水声目标 DOA 估计.

## 4 实验仿真及结果分析

在上述理论推导的基础上, 本节通过实验仿真来验证所提算法的可行性与有效性. 首先与传统的和基于压缩感知的方位估计算法进行比较分析, 验证本文所提方法实现水声目标 DOA 估计的可行性. 之后分别从空间角度分辨、均方根误差、估计失败率三个方面, 来分析算法的性能, 从而验证本文所提算法的有效性.

实验假定阵列为均匀线型阵列 (ULA), 阵元个数  $N = 40$ . 投影矩阵  $\Phi$  为  $J \times N$  的随机高斯矩阵, 且压缩数  $J = 20$ . 目标空间离散数  $K = 361$ , 目标数  $M = 2$ , 水声目标的真实方位角为  $[-5^\circ \ 5^\circ]$ . 并且输入信噪比  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , 快拍次数  $L = 100$ .

### 4.1 基于 EVD-TMSBL 算法的水声目标 DOA 估计

在上述实验仿真参数下, 对本算法进行数值仿真,

仿真结果如下图 1 所示. 图中五角星代表真实的角度值. 从图中可以看出, 本文所提的方法能够准确的估计出目标的 DOA 角度, 说明本文所提方法实现水声目标的 DOA 估计是可行的.

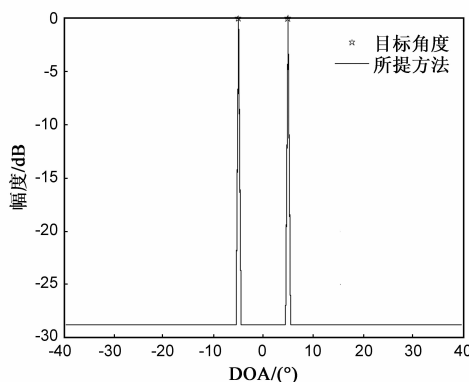


图1 所提方法实现水声目标DOA估计

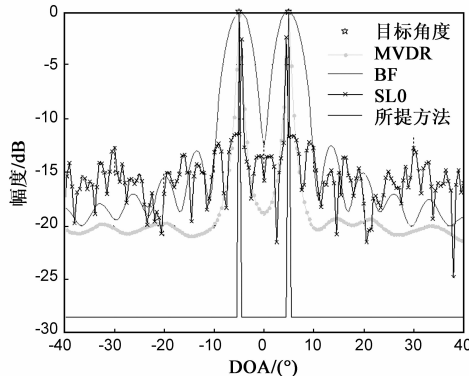


图2 100次快拍下各种方法实现水声目标DOA估计的性能比较

图 2 仿真了在快拍次数为 100 时本文所提方法与传统的 MVDR、BF 算法和 SLO (压缩感知平滑  $l_0$  范数) 算法的估计性能, 从仿真结果可以直观的看出本文所提的 DOA 估计方法其性能明显优于其他算法. 下面将进一步分析本文方法的有效性.

### 4.2 EVD-TMSBL 算法与传统算法 DOA 估计性能分析

#### 4.2.1 各算法角度分辨能力比较分析

将实验条件待估计的目标方向角度设为  $\text{DOA} = [-1^\circ \ 1^\circ]$ , 其它参数不变, 结果如图 3. 由图 3 分析可以看出, 当待估计的角度非常靠近时, MVDR 和 BF 算法基本失效, 已不能分辨两个角度. SLO 算法性能也急剧变差, 从图中看出其估计出的角度与实际的角度有明显的偏差, 但本文所提算法依然能准确地分辨出两个目标, 且具有很尖锐的峰值, 具有相对较高的分辨率.

#### 4.2.2 不同输入信噪比下各算法误差分析

本部分实验比较分析当信号源时间相关系数在  $\beta = 0.8$  情况下各种 DOA 估计算法在不同信噪比下的均方根的误差. 在上述实验条件的基础上, 将信噪比  $\text{SNR}$

设置为 $[-10 \ -8 \ -6 \ -4 \ -2 \ 0 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10]$ (单位为 dB),压缩数设置为 $J = 10$ ,其他参数保持不变.

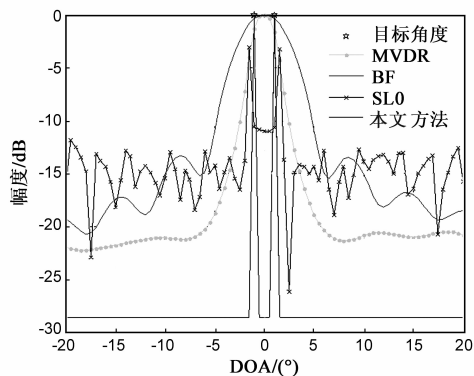


图3 DOA=[-1° 1°]时四种算法DOA估计性能比较

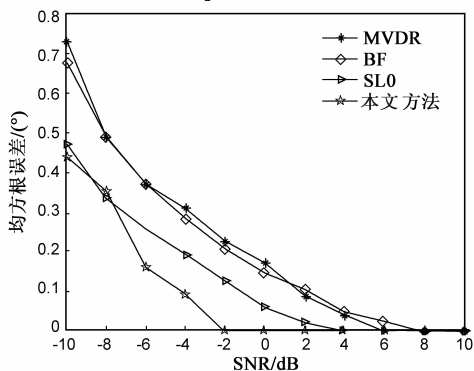


图4 不同信噪比下DOA估计RMSE

从图4可以看出当 $\beta = 0.8$ 时,即当源信号具有较强的时间相关性时,在信噪比较小时( $\text{SNR} < 6\text{dB}$ ),MVDR算法和BF算法在估计均方根误差上性能相当,SLO算法的估计均方根误差相对于MVDR和BF(Beamforming)算法较小.而本文所提的算法在信噪比 $\text{SNR} \geq -2\text{dB}$ ,均方根误差值就已经为0,信噪比 $\text{SNR} < -2\text{dB}$ 时性能也同样优于MVDR算法、BF算法和SLO算法.可见在低信噪比,信号源具有相关性时,本文所提的方法相对于其他几种算法均达到均方根误差较小,精度高的要求,具有相对较好的抗噪声能力.

#### 4.2.3 估计失败率分析

估计失败率是基于稀疏重构类估计方法的重要性衡量指标<sup>[8,9]</sup>,所以本仿真针对所提算法和SLO算法的估计失败率进行分析.取 $\beta = 0.8$ ,压缩数为 $J = 10$ 时,三种快拍数( $L = 1, L = 50, L = 100$ )条件下实现DOA估计的失败率.对比图5和图6中可以看出,本文方法与SLO算法随着快拍数的增加,DOA估计失败率均在逐渐降低.当 $L = 1$ 时,SLO算法失败率较高,本文所提的算法虽然也较高但是相对于SLO算法失败率低1倍;当 $L = 50$ 时,SLO算法的失败率较其 $L = 1$ 略低,但本文所提算法的估计失败率明显大幅度降低.当 $L = 100$ 时,

SLO算法失败率较前两种情况有所降低,但是相比于本文算法失败率还是相对较高.我们可以得出本文算法在较低快拍数下相对于传统的DOA估计算法仍有较好的性能.

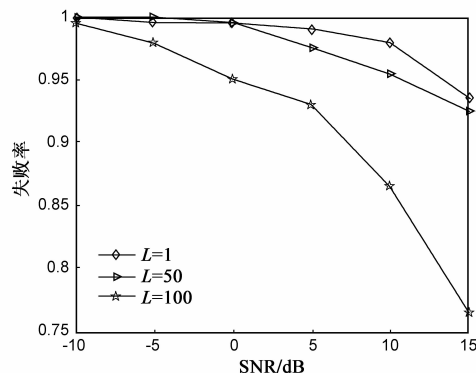


图5 SLO算法在三种快拍条件下DOA估计的失败率

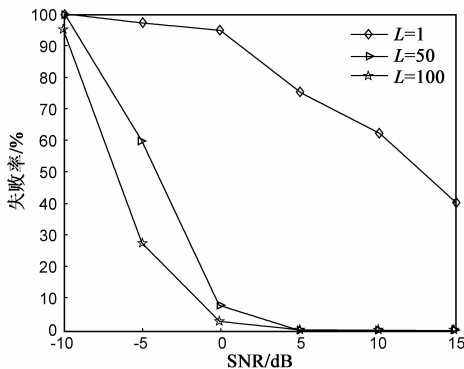


图6 本文算法在三种快拍条件下DOA估计的失败率

## 5 结论

针对具有时间相关性的信号源条件下,传统的DOA算法表现出性能差的问题,本文在研究CS-MMV理论框架下,结合稀疏贝叶斯学习原理和水声目标DOA估计的特点,提出了基于具有时序结构的稀疏贝叶斯学习的水声目标DOA估计方法.通过与MVDR、BF和CS-SLO算法的比较试验证明,本文方法重构精度高,且具有较高的空间分辨率,在低信噪比和低快拍下仍然具有较好的估计性能.

#### 参考文献

- [1] 陈志菲,孙进才,侯宏,等.宽带DOA估计的类MUSIC波束形成算法[J].电子学报,2011,39(6):1257-1260. Chenzhi-fei, Sun Jin-cai, Hou Hong, et al. MUSIC-like beamforming method for wideband DOA estimation[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 1257-1260. (in Chinese)
- [2] R G Baraniuk. Compressive sensing[J]. IEEE Signal Process, 2007, 24(4): 118-124.

- [3] 石光明,刘丹华,高大化,等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报,2009,37(5):1070-1081.  
Shi guang-ming, Liu dan-hua, Gao da-hua. et al. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica,2009,37(5):1070-1081. (in Chinese)
- [4] D Malioutov, M Cetin, A Willsky. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8):3010-3022.
- [5] Chen J, Huo X. Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2006, 54(12):4634-4643.
- [6] 孙磊,王华力,许广杰,等. 基于稀疏贝叶斯学习的高效 DOA 估计方法[J]. 电子与信息学报,2013,35(5):1196-1201.  
Sun Lei, Wang Hua-li, Xu Guang-jie, et al. Efficient direction-of-arrival estimation via sparse bayesian learning[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(5):1196-1201. (in Chinese)
- [7] Carlin M, Rocca P, Oliveri G, et al. Directions-of-arrival estimation through Bayesian compressive sensing strategies [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2013, 61(7):3828-3838.
- [8] Zhang Z, Rao B D. Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse Bayesian learning [J]. Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of, 2011, 5(5):912-926.
- [9] Zhang Z, Rao B D. Sparse signal recovery in the presence of correlated multiple measurement vectors[A]. Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), 2010 IEEE International Conference on[C]. Dallas, TX: IEEE, 2010. 3986-3989.
- [10] Wipf D P, Rao, B D. An empirical Bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7):3704-3716.
- [11] 文方青,张弓,刘苏,等. 基于子空间和稀疏贝叶斯学习的低信噪比下波达角估计方法[J]. 数据采集与处理, 2013, 28(4):460-465.

Wen Fang-qing, Zhang Gong, Liu Su, et al. Subspace and sparse Bayesian learning-based DOA estimation method with low signal-to-noise ratio[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2013, 28(4):460-465. (in Chinese)

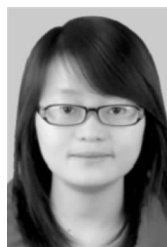
- [12] David P Wipf, Bhaskar D Rao. Sparse Bayesian learning for basis selection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(8):2153-2164.

#### 作者简介



**王 彪** 男,1980年3月出生于甘肃张掖,毕业于中国科学院声学所获博士学位,现在江苏科技大学工作,副教授,硕士生导师. 研究方向是水声阵列信号处理及水声通信技术.

E-mail: mail-wb@163.com



**朱志慧** 女,1991年1月出生于安徽池州,现在江苏科技大学攻读硕士学位. 主要研究方向为水声阵列信号处理.

E-mail: mail\_zzh33@163.com



**戴跃伟** 男,1962年10月出生于江苏镇江,毕业于南京理工大学获博士学位,现在江苏科技大学工作,教授,博士生导师. 研究领域为信息处理、系统工程等.

E-mail: daiywei@163.com