第 3 期　　电　子　学　报　　Vol. 44　No. 3
2016 年 3 月　　ACTA ELECTRONICA SINICA　　Mar.　2016

带丢包 Markov 切换线性系统的状态估计问题研究

周卫东，刘萌萌
（哈尔滨工程大学自动化学院，黑龙江哈尔滨 150001）

摘　要： 针对一类带丢包的 Markov 切换系统，提出一种含有双 Markov 切换参数的交互式多模型算法. 该算法利用一个二态的 Markov 链对系统是否丢包进行建模，得到双 Markov 链系统，通过定义乘积集将两个 Markov 切换参数所对应的模型集进行融合，并给出单个模型集中各模型与乘积集中各模型的对应关系. 在此基础上，以交互式多模型算法为框架，采用分层的方法，并利用一种新的最优估计算法对双 Markov 链系统进行滤波. 仿真实验证明了该算法的有效性.

关键词： Markov 系统；量测丢包；双 Markov 链；最优滤波估计；交互式多模型算法
中图分类号： TN 911.23　**文献标识码：** A　**文章编号：** 0372-2112（2016）03-0646-07
电子学报 URL： http://www.ejournal.org.cn　**DOI：** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.03.023

State Estimation for Jump Markov Linear Systems with Packet Dropouts

ZHOU Wei-dong，LIU Meng-meng
（*College of Automation*，*Harbin Engineering University*，*Harbin*，*Heilongjiang* 150001，*China*）

Abstract: This study is devoted to the state estimation problem for a class of jump Markov linear systems with packet dropouts. The behavior of packet dropouts is described by a two-state（i. e.，packet-dropping and normal）Markov chain with known transition probability matrix，which is independent of the system dynamics. Therefore，the obtained system can be modeled as a jump Markov linear system with two switching parameters. A product set is defined to combine the two mode sets and the corresponding relationship between models in the product set and models in the individual mode set is given. Based on the product set，we cast the model into the framework of the interacting multiple model（IMM）algorithm and the filtering steps are carried out in a layered manner. Furthermore，an optimal estimation algorithm is combined with the IMM to obtain the filtering results of the system. A maneuvering target tracking example is presented to prove the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: jump Markov linear system；packet dropouts；double Markov chains；optimal estimation algorithm；interacting multiple model algorithm

1　引言

Markov 切换系统是一类包含多模态的随机混合系统. 该类系统由两部分构成：系统状态和模型状态. 其中，系统状态可由微分方程或差分方程表示，模型状态可用连续时间离散状态的 Markov 链描述，模型状态之间可通过一定的转移概率进行相互切换[1]. 由于 Markov 切换系统能够有效描述大量的结构和参数随时间变化的现实系统，因此在许多领域得到了广泛的应用，如经济领域的预测与决策、飞行器控制、目标跟踪等. 而其广泛的应用背景使它成为目前国内外学者研究的热点之一，在其可控性、可观测性[2,3]、稳定性[4~6]，以及滤波器设计[7~9]等方面都有着深入的研究.

在实际的传感器网络中，由于有限带宽和网络传输的不稳定性，使得数据丢包成为不可避免的问题[10]. 关于网络丢包问题目前已有大量的研究成果，针对单一系统的丢包问题中，文献[11]对带丢包的离散滤波器进行了研究，给出了丢包率的上界；在此基础上，文献[12]对带丢包最优滤波估计误差协方差有界的概率问题进行了研究. 文献[13~16]针对含有随机时延、多次丢包以及不确定观测的线性离散随机系统的滤波问题进行了研究，分别提出了分散融合滤波器、集中式融合

收稿日期：2014-09-23；修回日期：2015-01-08；责任编辑：覃怀银
基金项目：国家自然科学基金（No. 61102107，No. 61374208）

估计器、最优线性估计器以及次优融合估计算法. 文献[17]针对网络系统的多次丢包问题利用 Riccati 方程提出一种在线自适应的 Kalman 滤波方法. 文献[18]针对多次丢包情况下的离散时变系统的鲁棒问题,提出了相应鲁棒滤波器策略. 文献[19]针对一类含有多次随机时变时延以及多次量测丢包的离散不确定非线性网络系统进行了研究,基于线性矩阵不等式提出一种线性全阶鲁棒滤波器. 针对 Markov 切换系统的丢包问题中,文献[20]基于 Lyapunov-Krasovskii 函数和离散化不等式提出了一种指数 H∞ 滤波器. 文献[21]利用 Bernoulli 随机分布对系统丢包进行建模,基于随机系统 SSG 理论和 Lyapunov 函数提出一种 H∞ 滤波器设计框架. 文献[22]基于双 Markov 链和 H∞ 技术提出一种鲁棒状态估计算法. 文献[23]针对多目标跟踪的量测丢失问题建立了一种精确贝叶斯量测更新方程,并在此基础上提出了 JIMMCPDAR 算法. 文献[24]将有损传感器网络建模为非线性 Markov 跳变时延系统,提出了一种分布式滤波器设计框架. 纵观上述研究工作,针对确定的线性或非线性系统的丢包问题的研究已经比较成熟,而针对 Markov 切换系统中的数据丢包问题的研究仍需要进一步的发展和完善. 而且这两类系统存在着本质的区别,针对确定系统所得的成果并不能直接推广到 Markov 系统中[25]. 此外,现有文献在进行 Markov 切换系统的丢包问题的研究时多基于 H∞ 滤波器,而该方法计算量较大,难以满足实际应用中对时效性的要求. 针对上述情况,本文对一类带丢包的 Markov 切换线性系统的状态估计问题进行了研究.

首先,利用一个转移概率已知的二态 Markov 链对系统是否丢包进行建模,将原来的单 Markov 链系统变为含有两个切换参数的双 Markov 链系统. 然后,通过定义两个模型集的乘积集,将两个模型集进行融合,基于交互式多模型(IMM)算法的构架,以分层的方式对双 Markov 链系统进行滤波处理. 最后,采用一种新的最优估计方法作为 IMM 框架中的主滤波方法对系统进行状态估计,并通过目标跟踪的仿真实例对该算法的有效性进行了验证.

2　构造双 Markov 链系统

考虑如下的 Markov 切换线性系统

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{\Phi}(\alpha_k)\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{\Gamma}(\alpha_k)\boldsymbol{w}_k(\alpha_k) \tag{1}$$

$$z_k=H(\alpha_k)\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{v}_k(\alpha_k) \tag{2}$$

其中,$\boldsymbol{x}_k\in\mathbb{R}^n$ 为系统的状态向量,$z_k\in\mathbb{R}^m$ 为传感器产生的量测向量. α_k 为系统模型的切换参数,在 $\mathscr{M}^1=\{1,2,\cdots,r_1\}$ 中取值,$\{\alpha_k:k\geq 0\}$ 为离散时间齐次 Markov 链. 模型之间的转移概率为 $\pi_{ij}^1\triangleq \mathrm{P}\{\alpha_{k+1}=j|\alpha_k=i\}\in\Pi^1=[\pi_{ij}^1]_{r_1\times r_1}$, $i,j=1,2,\cdots,r_1$. $\boldsymbol{\Phi}(\alpha_k)$, $\boldsymbol{\Gamma}(\alpha_k)$, $\boldsymbol{H}(\alpha_k)$ 分别为状态转移阵、系统噪声阵和观测阵. $\boldsymbol{w}_k(\alpha_k)\in\mathbb{R}^p$, $v_k(\alpha_k)\in\mathbb{R}^m$ 分别为系统噪声和量测噪声.

设 $\boldsymbol{y}_k\in\mathbb{R}^m$ 为 k 时刻滤波器接收到的量测,则带丢包 Markov 切换系统的量测方程为

$$\boldsymbol{y}_k=\beta_k z_k+(1-\beta_k)\boldsymbol{y}_{k-1} \tag{3}$$

其中,β_k 为模型切换参数,在 $\mathscr{M}^2=\{0,1\}$ 中取值,模型间的转移概率为 $\pi_{ij}^2\triangleq \mathrm{P}\{\beta_{k+1}=j|\beta_k=i\}\in\Pi_2=[\pi_{ij}^2]_{2\times 2}$, $i,j=0,1$, $\{\beta_k:k\geq 0\}$ 为离散时间齐次 Markov 链. 式(3)表明:若 k 时刻未发生丢包(即 $\beta_k=1$),则滤波器接收到的量测即为传感器产生的量测;若 k 时刻有丢包现象发生(即 $\beta_k=0$),则滤波器利用最近一次接收到的量测进行滤波. 令 $b\triangleq \mathrm{P}\{\beta_k=1\}$,则丢包率 $\rho=1-b$.

由式(1)~(3)可见,我们得到的系统为双 Markov 链系统,且切换参数 α_k 与 β_k 相互独立.

对式(1)~(3)所描述的系统做如下假设:

假设 1　$\boldsymbol{w}_k(\alpha_k)$ 和 $\boldsymbol{v}_k(\alpha_k)$ 为相互独立的高斯白噪声,统计特性满足如下条件:

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{w}_k(\alpha_k)]=0,\ \mathrm{E}[\boldsymbol{w}_k(\alpha_k)\boldsymbol{w}_t^{\mathrm{T}}(\alpha_t)]=\boldsymbol{Q}_w\delta_{kt} \tag{4}$$

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{v}_k(\alpha_k)]=0,\ \mathrm{E}[\boldsymbol{v}_k(\alpha_k)\boldsymbol{v}_t^{\mathrm{T}}(\alpha_t)]=\boldsymbol{Q}_v\delta_{kt} \tag{5}$$

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{w}_k(\alpha_k)\boldsymbol{v}_t^{\mathrm{T}}(\alpha_t)]=0 \tag{6}$$

其中 δ_{kt} 为 Kronecker-δ 函数.

假设 2　系统的初始状态 x_0 独立于系统噪声 $\boldsymbol{w}_k(\alpha_k)$ 和量测噪声 $\boldsymbol{v}_k(\alpha_k)$,并且满足

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{x}_0]=\mu_0,\ \mathrm{E}[(\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{\mu}_0)(\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{\mu}_0)^{\mathrm{T}}]=\boldsymbol{P}_0 \tag{7}$$

3　最优滤波算法

对式(1)~(3)所描述的系统进行状态估计时,一次滤波循环过程中不仅用到当前时刻的量测值,而且用到了上一时刻的量测值. 因此,经典的 Kalman 滤波方法不再适用于该系统. 为解决该问题,引入文献[26]中的状态增广的最优线性滤波算法,将上一时刻的量测向量扩充到状态方程中,对系统模型进行重构,得到形式类似于一般离散线性系统的系统方程和量测方程,在此基础上进行状态估计,具体方法如下.

将 $\boldsymbol{y}_{k-1}$ 作为状态量,扩充到状态方程中,则式(1)~(3)可写为:

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_i\boldsymbol{X}_k+\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_i\boldsymbol{W}_{k,i} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{y}_k=\widetilde{\boldsymbol{H}}_i\boldsymbol{X}_k+\beta_k\boldsymbol{v}_{k,i} \tag{9}$$

其中,$\boldsymbol{X}_k=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_k\\ \boldsymbol{y}_{k-1}\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{W}_{k,i}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_k(\alpha_k)\\ \boldsymbol{v}_k(\alpha_k)\end{bmatrix}$,

$\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}(\alpha_k) & 0\\ \beta_k\boldsymbol{H}(\alpha_k) & (1-\beta_k)\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}$, $\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}(\alpha_k) & 0\\ 0 & \beta_k\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}$,

$\widetilde{\boldsymbol{H}}_i=[\beta_k\boldsymbol{H}(\alpha_k)\quad (1-\beta_k)\boldsymbol{I}_m]$, $i=1,2,\cdots,r_1$

由假设 1 可知,

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{W}_{k,i}\boldsymbol{W}_{t,i}^{\mathrm{T}}]=\boldsymbol{Q}_W\delta_{kt},\mathrm{E}[\boldsymbol{W}_{k,i}\boldsymbol{v}_{t,i}^{\mathrm{T}}]=\boldsymbol{S}\delta_{kt} \tag{10}$$

其中,$\boldsymbol{Q}_W=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}_w & 0\\ 0 & \boldsymbol{Q}_v\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{Q}_v\end{bmatrix}$,$\delta_{kt}$为 Kronecker-$\delta$ 函数.

对于式(8)、(9)所描述的系统,在上述假设条件下,其模型条件下最优滤波方程如下(为简化符号,此处将 i 省略):

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}+\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k=\boldsymbol{y}_k-\overline{\boldsymbol{H}}\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{Q}_{\varepsilon_k}=b(1-b)[\boldsymbol{H}-\boldsymbol{I}_m]\boldsymbol{q}_k[\boldsymbol{H}-\boldsymbol{I}_m]^{\mathrm{T}}+\overline{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{P}_{k|k-1}\overline{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}+b\boldsymbol{Q}_v \tag{13}$$

$$\boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_{k|k-1}\overline{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\varepsilon_k}^{-1} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{P}_k=\boldsymbol{P}_{k|k-1}-\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{Q}_{\varepsilon_k}^{-1}\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{q}_k=\overline{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{q}_{k-1}\overline{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}}+b(1-b)\begin{bmatrix}0 & 0\\ \boldsymbol{H} & -\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}\boldsymbol{q}_{k-1}\begin{bmatrix}0 & 0\\ \boldsymbol{H} & -\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q} \tag{16}$$

$$\boldsymbol{L}_k=\left\{b(1-b)\begin{bmatrix}0 & 0\\ \boldsymbol{H} & -\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}\boldsymbol{q}_k[\boldsymbol{H}-\boldsymbol{I}_m]^{\mathrm{T}}+\overline{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{P}_{k|k-1}\overline{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}+b\overline{\boldsymbol{S}}\right\}\boldsymbol{Q}_{\varepsilon_k}^{-1} \tag{17}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}=\overline{\boldsymbol{H}}\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}+\boldsymbol{L}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k \tag{18}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{k+1|k}=&b(1-b)\boldsymbol{\Delta}_k\boldsymbol{q}_k\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{T}}+(\overline{\boldsymbol{\Phi}}-\boldsymbol{L}_k\overline{\boldsymbol{H}})\boldsymbol{P}_{k|k-1}(\overline{\boldsymbol{\Phi}}-\boldsymbol{L}_k\overline{\boldsymbol{H}})^{\mathrm{T}}\\&+\boldsymbol{Q}-b\boldsymbol{L}_k\overline{\boldsymbol{S}}^{\mathrm{T}}-b\overline{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{L}_k^{\mathrm{T}}+b\boldsymbol{L}_k\boldsymbol{Q}_v\boldsymbol{L}_k^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{19}$$

其中,$\overline{\boldsymbol{\Phi}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi} & 0\\ b\boldsymbol{H} & (1-b)\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}$,$\overline{\boldsymbol{\Gamma}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma} & 0\\ 0 & b\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}$,$\overline{\boldsymbol{H}}=[b\boldsymbol{H}\quad(1-b)\boldsymbol{I}_m]$,$\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{Q}_w\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} & 0\\ 0 & b\boldsymbol{Q}_v\end{bmatrix}$,$\overline{\boldsymbol{S}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma} & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}\boldsymbol{S}$,$\boldsymbol{\Delta}_k=\begin{bmatrix}0 & 0\\ \boldsymbol{H} & -\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}-\boldsymbol{L}_k[\boldsymbol{H}-\boldsymbol{I}_m]$. $\boldsymbol{\varepsilon}_k$为残差,$\boldsymbol{Q}_{\varepsilon_k}$为残差方差阵. $\boldsymbol{P}_{k+1k}$和$\boldsymbol{P}_k$分别为一步预测误差方差阵和滤波误差方差阵. $\boldsymbol{K}_k$和$\boldsymbol{L}_k$分别为滤波增益阵和预测增益阵. 系统初值为$\hat{\boldsymbol{X}}_{0|-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\mu}_0\\ 0\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{P}_{0|-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$. $\boldsymbol{q}_k\triangleq\mathrm{E}[\boldsymbol{X}_k\boldsymbol{X}_k^{\mathrm{T}}]$,初值为$\boldsymbol{q}_0=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_0+\boldsymbol{\mu}_0\boldsymbol{\mu}_0^{\mathrm{T}} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$.

该算法与标准 Kalman 算法不同之处在于,该算法中当前时刻的一步预测值是利用上一时刻的一步预测值进行递推计算,而标准 Kalman 算法中,当前时刻的一步预测值是利用上一时刻的估计值进行推算. 当描述丢包情况的切换参数$\beta_k\equiv1$时,即整个过程中无丢包现象发生,则 $b=1$,此时滤波方程式(12)~(20)简化为标准 Kalman 滤波方程.

4 带丢包 Markov 切换系统状态估计

本文基于交互式多模型算法的框架,利用文献[27]中处理闪烁噪声的思想对带丢包 Markov 切换系统进行滤波估计.

考虑双 Markov 链系统中的两个模型集 $\mathcal{M}^1=\{M_j^1|j=1,\cdots,r_1\}$,$\mathcal{M}^2=\{M_l^2|l=1,2\}$,定义两个模型集的乘积集为 $\mathcal{M}=\mathcal{M}^1\times\mathcal{M}^2=\{M_i|i=1,2,\cdots,2r_1\}$,其中,$M_i=(M_j^1,M_l^2)$,$i=2(j-1)+l$,则系统状态的后验概率密度可写为两个模型的联合概率密度,即

$$\begin{aligned}p(\boldsymbol{x}_k\mid\boldsymbol{Y}^k)&=\sum_{j=1}^{r_1}\sum_{l=1}^{2}p(\boldsymbol{x}_k\mid M_j^1,M_l^2,\boldsymbol{Y}^k)\mathrm{P}\{M_j^1,M_l^2\mid\boldsymbol{Y}^k\}\\&=\sum_{i=1}^{2r_1}p(\boldsymbol{x}_k\mid M_i,\boldsymbol{Y}^k)\mathrm{P}\{M_i\mid\boldsymbol{Y}^k\}\end{aligned} \tag{20}$$

假设两个模型集之间相互独立,则乘积集的模型转移概率为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\pi}_{hi}&\triangleq\mathrm{P}\{M_{k,i}|M_{k-1,h}\}\\&=\mathrm{P}\{M_{k,j}^1,M_{k,l}^2|M_{k-1,g}^1,M_{k-1,f}^2\}\\&=\mathrm{P}\{M_{k,j}^1|M_{k,l}^2,M_{k-1,g}^1,M_{k-1,f}^2\}\mathrm{P}\{M_{k,l}^2|M_{k-1,g}^1,M_{k-1,f}^2\}\\&=\mathrm{P}\{M_{k,j}^1|M_{k-1,g}^1\}P\{M_{k,l}^2|M_{k-1,f}^2\}\\&=\boldsymbol{\pi}_{gj}^1\boldsymbol{\pi}_{fl}^2\end{aligned} \tag{21}$$

其中,$h=2(g-1)+f$;$i=2(j-1)+l$;$h,i=1,2,\cdots,2r_1$;$g,j=1,2,\cdots,r_1$;$f,l=1,2$.

由于模型集之间是相互独立的,因此基于 IMM 算法的构架对双 Markov 链系统进行状态估计时,其中的交互过程可以分层进行.

IMM 算法框架下的带丢包 Markov 切换系统状态估计算法步骤如下:

(1)求交互概率

乘积集中的交互概率由各个模型集中对应模型的交互概率进行组合得到.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu}_{k-1,h|i}&\triangleq\mathrm{P}\{M_{k-1,h}|M_{k,i},\boldsymbol{Y}^{k-1}\}\\&=\mathrm{P}\{M_{k-1,g}^1,M_{k-1,f}^2|M_{k,j}^1,M_{k,l}^2,\boldsymbol{Y}^{k-1}\}\\&=\mathrm{P}\{M_{k-1,g}^1|M_{k-1,f}^2,M_{k,j}^1,M_{k,l}^2,\boldsymbol{Y}^{k-1}\}\cdot\\&\quad\mathrm{P}\{M_{k-1,f}^2|M_{k,j}^1,M_{k,l}^2,\boldsymbol{Y}^{k-1}\}\\&=\mathrm{P}\{M_{k-1,g}^1|M_{k,j}^1,\boldsymbol{Y}^{k-1}\}\mathrm{P}\{M_{k-1,f}^2|M_{k,l}^2,\boldsymbol{Y}^{k-1}\}\\&=\boldsymbol{\mu}_{k-1,g|j}^1\boldsymbol{\mu}_{k-1,f|l}^2\end{aligned} \tag{22}$$

其中,

$$\boldsymbol{\mu}_{k-1,g|j}^1\triangleq\mathrm{P}\{M_{k-1,g}^1|M_{k,j}^1,\boldsymbol{Y}^{k-1}\}=\frac{\boldsymbol{\pi}_{gj}^1\boldsymbol{\mu}_{k-1,g}^1}{c_j^1} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{\mu}_{k-1,f|l}^2\triangleq\mathrm{P}\{M_{k-1,f}^2|M_{k,l}^2,\boldsymbol{Y}^{k-1}\}=\frac{\boldsymbol{\pi}_{fl}^2\boldsymbol{\mu}_{k-1,f}^2}{c_l^2} \tag{24}$$

c_j^1 和 c_l^2 均为标准化常量.

(2)输入交互

与经典的 IMM 算法相比,该步不再是对上一时刻各滤波器的滤波值进行交互,而是对当前时刻各滤波器的一步预测值进行交互,并且采用两层结构进行.

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1,i}^{o}=\sum_{h=1}^{2r_1}\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1,h}\boldsymbol{\mu}_{k-1,h|i}$$

$$= \sum_{g=1}^{r_1}\sum_{f=1}^{2}\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1,g,f}\mu_{k-1,g,f|j,l}$$

$$\triangleq \hat{\boldsymbol{X}}^{o}_{k|k-1,j,l} = \sum_{g=1}^{r_1}\hat{\boldsymbol{X}}^{oo}_{k|k-1,g,l}\mu^{1}_{k-1,g|j} \tag{25}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}^{oo}_{k|k-1,g,l} = \sum_{f=1}^{2}\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1,g,f}\mu^{2}_{k-1,f|l} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}^{o}_{k|k-1,i} &= \sum_{h=1}^{2r_1}\{\boldsymbol{P}_{k|k-1,h} + (\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1,h} - \hat{\boldsymbol{X}}^{o}_{k|k-1,i})\cdot\\ &\quad(\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1,h} - \hat{\boldsymbol{X}}^{o}_{k|k-1,i})^{\mathrm{T}}\}\mu_{k-1,h|i}\\ &\triangleq \boldsymbol{P}^{0}_{k|k-1,j,l}\\ &= \sum_{g=1}^{r_1}\{\boldsymbol{P}^{oo}_{k|k-1,g,l} + (\hat{\boldsymbol{X}}^{oo}_{k|k-1,g,l} - \hat{\boldsymbol{X}}^{o}_{k|k-1,j,l})\cdot\\ &\quad(\hat{\boldsymbol{X}}^{oo}_{k|k-1,g,l} - \hat{\boldsymbol{X}}^{o}_{k|k-1,j,l})^{\mathrm{T}}\}\mu^{1}_{k-1,g|j}\end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}^{oo}_{k|k-1,g,l} &= \sum_{f=1}^{2}\{\boldsymbol{P}_{k|k-1,g,f} + (\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1,g,f} - \hat{\boldsymbol{X}}^{oo}_{k-1,g,l})\cdot\\ &\quad(\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1,g,f} - \hat{\boldsymbol{X}}^{oo}_{k-1,g,l})^{\mathrm{T}}\}\mu^{2}_{k-1,f|l}\end{aligned} \tag{28}$$

(3)模型条件滤波

将上一步得到的交互后的当前时刻的一步预测值作为对应滤波器的输入,各个滤波器之间并行滤. 在该步中,不仅要得到当前时刻的滤波值和似然函数,还要计算得到下一时刻的一步预测值,用于下一次滤波循环的输入交互.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{k,i} = \boldsymbol{y}_{k,i} - \overline{\boldsymbol{H}}\hat{\boldsymbol{X}}^{o}_{k|k-1,i} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{q}_{k,i} &= \overline{\boldsymbol{\Phi}}_i q_{k-1,i}\overline{\boldsymbol{\Phi}}_i^{\mathrm{T}}\\ &\quad + b(1-b)\begin{bmatrix}0 & 0\\ \boldsymbol{H}_i & -\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}\boldsymbol{q}_{k-1,i}\begin{bmatrix}0 & 0\\ \boldsymbol{H}_i & -\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_i\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Q}_{\varepsilon_{k,i}} &= b(1-b)[\boldsymbol{H}_i - \boldsymbol{I}_m]\boldsymbol{q}_{k,i}[\boldsymbol{H}_i - \boldsymbol{I}_m]^{\mathrm{T}}\\ &\quad + \overline{\boldsymbol{H}}_i\boldsymbol{P}^{o}_{k|k-1,i}\overline{\boldsymbol{H}}_i^{\mathrm{T}} + b\boldsymbol{Q}_v\end{aligned} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{K}_{k,i} = \boldsymbol{P}^{o}_{k|k-1,i}\overline{\boldsymbol{H}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}_{\varepsilon_{k,i}} \tag{32}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k,i} = \hat{\boldsymbol{X}}^{o}_{k|k-1,i} + \boldsymbol{K}_{k,i}\boldsymbol{\varepsilon}_{k,i} \tag{33}$$

$$\boldsymbol{P}_{k,i} = \boldsymbol{P}^{o}_{k|k-1,i} - \boldsymbol{K}_{k,i}\boldsymbol{Q}^{-1}_{\varepsilon_{k,i}}\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}_{k,i} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{L}_{k,i} &= \Big\{b(1-b)\begin{bmatrix}0 & 0\\ \boldsymbol{H}_i & -\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}\boldsymbol{q}_{k,i}[\boldsymbol{H}_i - \boldsymbol{I}_m]^{\mathrm{T}}\\ &\quad + \overline{\boldsymbol{\Phi}}_i\boldsymbol{P}^{o}_{k|k-1,i}\overline{\boldsymbol{H}}_i^{\mathrm{T}} + b\overline{\boldsymbol{S}}_i\Big\}\boldsymbol{Q}^{-1}_{\varepsilon_{k,i}}\end{aligned} \tag{35}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k,i} = \overline{\boldsymbol{H}}\hat{\boldsymbol{X}}^{o}_{k|k-1,i} + \boldsymbol{L}_{k,i}\boldsymbol{\varepsilon}_{k,i} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{k+1|k,i} &= b(1-b)\Delta_{k,i}\boldsymbol{q}_{k,i}\Delta^{\mathrm{T}}_{k,i}\\ &\quad + (\overline{\boldsymbol{\Phi}}_i - \boldsymbol{L}_{k,i}\overline{\boldsymbol{H}}_i)\boldsymbol{P}^{o}_{k|k-1,i}(\overline{\boldsymbol{\Phi}}_i - \boldsymbol{L}_{k,i}\overline{\boldsymbol{H}}_i)^{\mathrm{T}}\\ &\quad + \boldsymbol{Q}_i - b\boldsymbol{L}_{k,i}\overline{\boldsymbol{S}}_i^{\mathrm{T}} - b\overline{\boldsymbol{S}}_i\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}_{k,i} + b\boldsymbol{L}_{k,i}\boldsymbol{Q}_v\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}_{k,i}\end{aligned} \tag{37}$$

其中,$\overline{\boldsymbol{\Phi}}_i = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_i & 0\\ b\boldsymbol{H}_i & (1-b)\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}$,$\overline{\boldsymbol{\Gamma}}_i = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}_i & 0\\ 0 & b\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}$,

$\overline{\boldsymbol{H}}_i = [\,b\boldsymbol{H}_i \quad (1-b)\boldsymbol{I}_m\,]$,$\boldsymbol{Q}_i = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}_i\boldsymbol{Q}_w\boldsymbol{\Gamma}_i^{\mathrm{T}} & 0\\ 0 & b\boldsymbol{Q}_v\end{bmatrix}$,

$\overline{\boldsymbol{S}}_i = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}_i & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_m\end{bmatrix}\boldsymbol{S}$,$\boldsymbol{\Delta}_{k,i} = \begin{bmatrix}0 & 0\\ \boldsymbol{H}_i & -\boldsymbol{I}_m\end{bmatrix} - \boldsymbol{L}_{k,i}[\boldsymbol{H}_i - \boldsymbol{I}_m]$

k 时刻,各模型的似然函数为

$$\Lambda_{k,i} = p(\boldsymbol{y}_k|M_i,\boldsymbol{Y}^{k-1}) = N(\boldsymbol{\varepsilon}_{k,i};0,Q_{\varepsilon_{k,i}}) \tag{38}$$

(4)模型概率更新

首先求解乘积集中各模型的模型概率.

$$\mu_{k,i} \triangleq \mathrm{P}\{M_{k,i}\mid \boldsymbol{Y}^k\} = \frac{1}{c}\Lambda_{k,i}\sum_{h=1}^{2r_1}\pi_{hi}\mu_{k-1,h} \tag{39}$$

其中,c 为标准化常量. 然后利用求得的乘积集中的模型概率更新模型集 $\mathscr{M}^1$ 和 $\mathscr{M}^2$ 中各模型的模型概率.

$$\begin{aligned}\mu^{1}_{k,j} &= \mathrm{P}\{M^{1}_{k,j}\mid \boldsymbol{Y}^k\} = \sum_{l=1}^{2}\mathrm{P}\{M^{1}_{k,j},M^{2}_{k,l}\mid \boldsymbol{Y}^k\}\\ &= \sum_{l=1}^{2}\mu_{k,j,l} = \sum_{l=1}^{2}\mu_{k,(j-1)\times 2+l}\end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}\mu^{2}_{k,l} &= P\{M^{2}_{k,l}\mid Y^k\} = \sum_{j=1}^{r_1}P\{M^{1}_{k,j},M^{2}_{k,l}\mid Y^k\}\\ &= \sum_{j=1}^{r_1}\mu_{k,j,l} = \sum_{j=1}^{r_1}\mu_{k,(j-1)\times 2+l}\end{aligned} \tag{41}$$

(5) 输出组合

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k = \sum_{i=1}^{2r_r}\hat{\boldsymbol{X}}_{k,i}\mu_{k,i} \tag{42}$$

$$P_k = \sum_{i=1}^{2r_r}\{P_{k,i} + (\hat{\boldsymbol{X}}_{k,i} - \hat{\boldsymbol{X}}_k)(\hat{\boldsymbol{X}}_{k,i} - \hat{\boldsymbol{X}}_k)^{\mathrm{T}}\}\mu_{k,i} \tag{43}$$

5 仿真分析

采用类似于文献[28]中二维空间目标跟踪的仿真实例对本文提出的算法进行验证并与文献[22]中所提出的算法进行比较.

与本文不同之处在于,文献[22]中,当量测丢失时利用量测噪声作为当前时刻的量测值,在此基础上构造双 Markov 系统;此外,其核心算法为在线更新 γ 值的 $H\infty$ 滤波,仿真结果中将给出两种算法的滤波精度和计算复杂度的比较.

目标轨迹描述:在笛卡尔坐标系中,设目标的起始位置为[60km 40km],目标运动状态包括 1s 到 60s 以 300m/s 的速度进行非机动飞行;61s 到 155s 以 1.87°/s 的转弯角速率进行 180°的左转弯;156s 到 180s 为非机动飞行;181s 到 245s 以 −2.8°/s 的转弯角速率进行 180°的右转弯;246s 到 300s 为非机动飞行.

模型描述:取状态向量为 $\boldsymbol{x}_k = [\zeta_k\ \dot{\zeta}_k\ \eta_k\ \dot{\eta}_k]^{\mathrm{T}}$,其中,$\zeta_k,\dot{\zeta}_k,\eta_k,\dot{\eta}_k$ 分别为 x 方向的位置、速度和 y 方向的位置、速度.

目标运动模型:采用 Markov 切换模型对该系统进行建模,系统模型为

$$
\boldsymbol{x}_{k+1}=\begin{bmatrix}1 & \dfrac{\sin(\alpha_k T)}{\alpha_k} & 0 & -\dfrac{1-\cos(\alpha_k T)}{\alpha_k}\\ 0 & \cos(\alpha_k T) & 0 & -\sin(\alpha_k T)\\ 0 & \dfrac{1-\cos(\alpha_k T)}{\alpha_k} & 0 & \dfrac{\sin(\alpha_k T)}{\alpha_k}\\ 0 & \sin(\alpha_k T) & 0 & \cos(\alpha_k T)\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix}\dfrac{T^2}{2} & 0\\ T & 0\\ 0 & \dfrac{T^2}{2}\\ 0 & T\end{bmatrix}\boldsymbol{w}_k \tag{44}
$$

其中,采样周期 $T=1$s. 切换参数 α_k 代表转弯角速率:$\alpha_k>0$ 表示目标进行左转弯;$\alpha_k<0$ 表示目标进行右转弯;$\alpha_k=0$ 代表目标进行非机动运动,此时系统模型近似为常值速度(CV)模型. 因此,$\{\alpha_k:k\geq 0\}$ 为含有三个状态的齐次 Markov 链,模型集为 $\mathscr{M}^1=\{-2.8,0,1.87\}$,转移概率阵为 $\boldsymbol{\Pi}^1=\begin{bmatrix}0.8 & 0.1 & 0.1\\ 0.1 & 0.8 & 0.1\\ 0.1 & 0.1 & 0.8\end{bmatrix}$. 过程噪声 $\boldsymbol{w}_k$ 为零均值高斯白噪声,方差阵为 $\boldsymbol{Q}_w=\begin{bmatrix}25^2 & 0\\ 0 & 25^2\end{bmatrix}$.

目标量测模型:可获得的量测值为带丢包的位置信息,采用二状态 Markov 链对是否丢包进行建模.

$$
\boldsymbol{y}_k=\beta_k\left(\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{v}_k\right)+(1-\beta_k)\boldsymbol{y}_{k-1} \tag{45}
$$

其中,$\{\beta_k:k\geq 0\}$ 为二态齐次 Markov 链,模型集为 $\mathscr{M}^2=\{0,1\}$,转移概率阵为 $\boldsymbol{\Pi}^2=\begin{bmatrix}0.2 & 0.8\\ 0.2 & 0.8\end{bmatrix}$. 丢包率为 $\rho=1-b=1-\mathrm{P}\{\beta_k=1\}=0.2$. 滤波器接收到的含有数据丢包的 x 方向和 y 方向的量测值如图 1 和图 2 所示.

仿真结果通过 100 次 Monte Carlo 仿真实验得到,利用均方根误差(RMSE)对算法的性能进行评估. RMSE 计算公式如下,其中,M 为 Monte Carlo 仿真次数.

$$
\mathrm{RMSE}_k=\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}(\boldsymbol{x}_k^i-\hat{\boldsymbol{x}}_k^i)^2} \tag{46}
$$

表 1　算法运行时间统计表

	IMM-HF	本文算法
运行时间(s)	104.225176	27.185750

图 3 为整个跟踪过程中,本文所提出的算法的跟踪轨迹与文献[22]中的算法的跟踪轨迹以及真实轨迹的比较. 由仿真曲线可以看出,两种算法均能在量测发生丢失时对目标进行有效的跟踪. 其中的局部放大图取自目标进行两次转弯时,可以看出,在目标进行机动转弯时,本文算法的跟踪轨迹与真实轨迹更加接近,说明本算法在高机动环境中较文献[22]中的算法的跟踪精度更高.

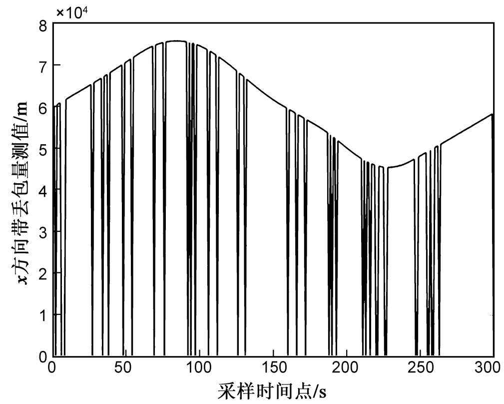


图1　x 方向带丢包的量测值

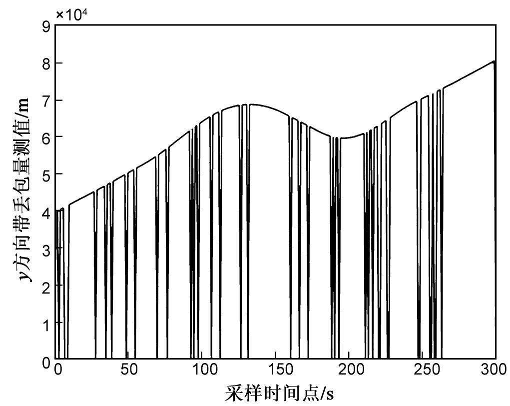


图2　y 方向带丢包的量测值

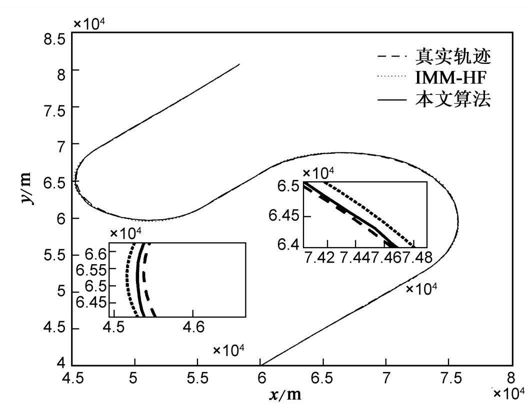


图3　真实轨迹与跟踪轨迹

图 4 至图 7 为本文所提出算法与文献[22]中 IMM-HF 算法的跟踪精度比较. 由仿真曲线可以看出,本文所提处算法除在 220s 至 240s 时间段内在 y 方向的位置跟踪精度以及 x 方向的速度跟踪精度低于 IMM-HF 算法外,其他时刻以及其他状态分量(x 方向位置分量和 y 方向的速度分量)的所有时刻的跟踪精度均优于 IMM-HF 算法.

结合表 1 中两种算法的运行时间,可以看出,本文所

提出的算法不仅滤波精度较高,而且计算量远远小于 IMM-HF 算法,更加有利于实际应用中对时效性的要求.

综合以上仿真结果,我们可以得出,本文中所提出的算法不仅可以在发生量测丢包时对目标进行有效、可靠的跟踪,而且计算复杂度较小,更加符合实际应用中对实时性的要求.

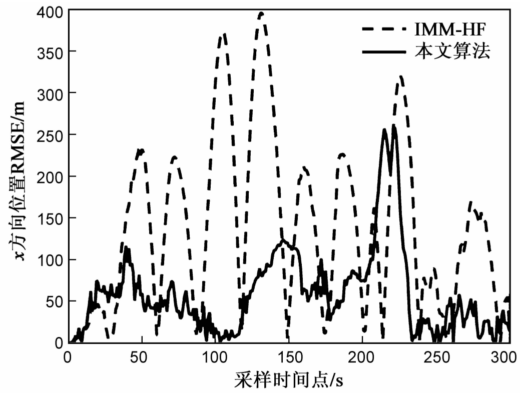


图4　x方向位置RMSE

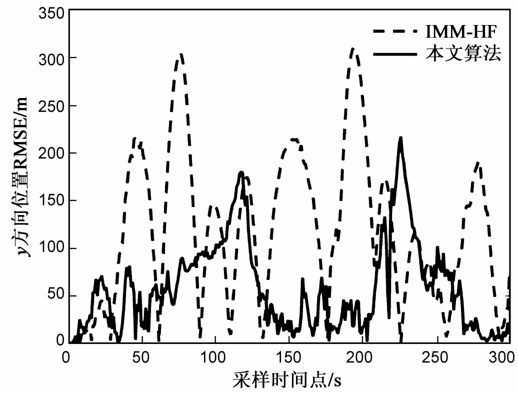


图5　y方向位置RMSE

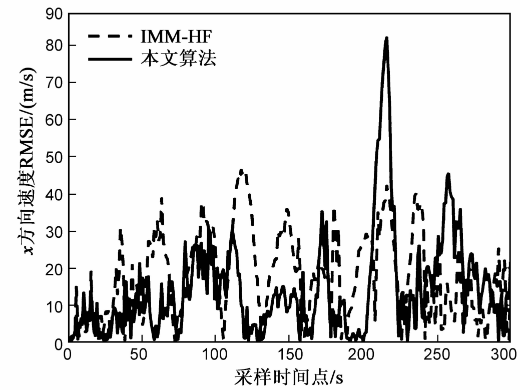


图6　x方向速度RMSE

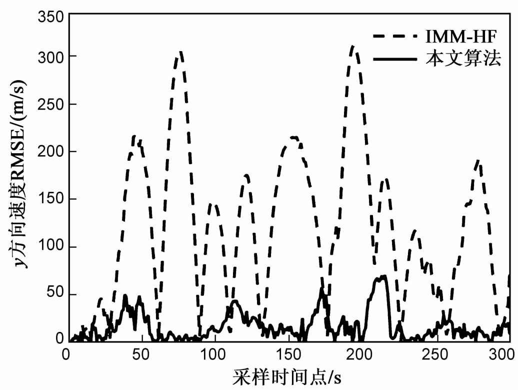


图7　y方向速度RMSE

6　结论

本文针对一类含有量测数据丢包的 Markov 切换系统的状态估计问题进行了研究. 利用一个二态的 Markov 链对量测值是否发生丢包进行建模,得到双 Markov 切换系统,在此基础上,提出了一种含有双 Markov 切换参数的交互式多模型算法. 该算法以经典的 IMM 算法为框架,通过定义乘积集以分层的方式对双 Markov 系统进行滤波处理,并且引入了新的估计方法来处理一次滤波循环中用到多个时刻量测值的问题. 仿真实验证明,该算法在量测数据丢包情况下对目标运动状态的机动改变非常敏感,无论目标进行高机动的转弯运动或是平缓的直线运动,该算法均可在量测数据不完全的条件下对目标进行可靠、有效的跟踪. 此外,该算法的计算复杂度较小,实时性高. 由此可以得出,该算法具有较高的可行性和较大的实用价值.

参考文献

[1] 丁玉才. 时滞 Markov 跳跃系统的性能分析及滤波问题研究[D]. 四川成都:电子科技大学,2013.

[2] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1255 - 1321.

[3] Ji Y, Chizeck H J. Controllability, stabilizability, and continuous-time Markovian jumping linear quadratic control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990, 35 (7): 777 - 788.

[4] Feng X, Loparo K A, Ji Y, Chizeck H J. Stochastic stability properties of jump linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(1): 1884 - 1892.

[5] Fang Y, Loparo K A. Stochastic stability of jump linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(7): 1204 - 1208.

[6] Costa O L V, Fragoso M D. Stability results for discrete-time linear systems with Markovian jumping parameters [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1993, 179(1): 154 - 178.

[7] Costa O L V. Linear minimum mean squares error estimation for discrete-time Markovian jump linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39 (8): 1685 - 1689.

[8] Shi P, Boukas E K, Agarwal R K. Kalman filtering for continuous-time uncertain systems with Markovian jumping

parameters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999,44(8):1592 - 1597.

[9] Wang A, Lam J, Liu X. Nonlinear filtering for state delayed systems with Markovian switching[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(9):2321 - 2328.

[10] 赵燕. 非线性系统中时滞及丢包问题的模糊控制研究[D]. 黑龙江哈尔滨:哈尔滨工业大学,2010.

[11] Sinopoli B, Schenato L, Franceschetti M, Poolla K, Jordan M I, Sastry S S. Kalman filtering with intermittent observations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9):1453 - 1464.

[12] Epstein M, Shi L, Tiwari A, Murray R M. Probabilistic performance of state estimation across a lossy network [J]. Automatica, 2008, 44(12):3046 - 3053.

[13] Ma J, Sun S L. Optimal linear estimation for systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and uncertain observations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(11):5181 - 5192.

[14] Ma J, Sun S L. Distributed fusion filter for multi-sensor systems with random sensor delay, multiple packet dropouts and uncertain observations[A]. Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion[C]. Singapore: IEEE, 2012. 1036 - 1043.

[15] Ma J, Sun S L. Centralized fusion estimators formulti-sensor systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and uncertain observations[J]. IEEE Sensor Journal, 2013, 13(4):1228 - 1235.

[16] 马静,孙书利. 带有随机时滞、丢包和不确定观测系统的次优融合估计[A]. 第 32 届中国控制会议论文集[C]. 西安:IEEE,2013. 4553 - 4558.
Ma J, Sun S L. Suboptimal fusion estimation for systems with random delay, packet dropout and uncertain observation [A]. Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference [C]. Xi'an, China: IEEE, 2013. 4553 - 4558. (in Chinese)

[17] Moayedi M, Foo Y K, Adaptive Kalman filtering in networked systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and missing measurements[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3):1577 - 1588.

[18] 郭戈,王宝凤. 多丢包不确定离散系统的鲁棒 Kalman 滤波[J]. 自动化学报,2010,36(5):767 - 772.
Guo G, Wang B F. Robust Kalman filtering for uncertain discrete-time systems with multiple packet dropouts[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(5):767 - 772. (in Chinese)

[19] Dong H L, Wang Z D. Robust H∞ filtering for a class of nonlinear networked systems with multiple stochastic communication delays and packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(4):1957 - 1966.

[20] Ma L, Da F P, Zhang K J. Exponential H∞ filter design for discrete time-delay stochastic systems with Markovian jump parameters and missing measurements[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2011, 58(5):994 - 1007.

[21] You J, Yin S, Yu Z D. Robust estimation for discrete time-delay Markov jump systems with sensor non-linearity and missing measurements[J]. IET Control Theory and Applications, 2013, 8(5):330 - 337.

[22] Li W L, Jia Y M, Du J P, Zhang J. Robust state estimation for jump Markov linear systems with missing measurements[J]. Journal of the Franklin Institute, 2013, 350: 1476 - 1487.

[23] Blom H A P, Bloem E A. Tracking multiple maneuvering targets from possibly unresolved, missing or false measurements[A]. Proceedings of the 7th International Conference on Information Fusion[C]. Chicago: IEEE, 2005. 323 - 330.

[24] Dong H L, Wang Z D, Gao H J. Distributed H∞ filtering for a class of Markovian jump nonlinear time-delay systems over lossy sensor networks[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(10):4665 - 4672.

[25] 王国良. 若干类马尔科夫切换系统的控制与滤波[D]. 辽宁沈阳:东北大学,2009.

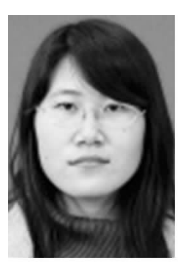
[26] Sun S L, Xie L H, Xiao E D, Soh Y C. Optimal linear estimation for systems with multiple packet dropouts[J]. Automatica, 2008, 44(5):1333 - 1342.

[27] Daeipour E, Bar-Shalom Y. IMM tracking of maneuvering targets in the presence of glint[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(3):996 - 1003.

[28] Jilkov V P, Angelova D S, Semerdijev T A. Design and comparison of mode-set adaptive IMM for maneuvering target tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(1):343 - 350.

作者简介

周卫东 男,1966 年生于江苏宜兴,现为哈尔滨工程大学教授、博士生导师. 主要研究方向为组合导航、信息融合及容错技术.
E-mail:zhouweidong@hrbeu.edu.cn



刘萌萌(通讯作者) 女,1989 年生于山东青岛,现为哈尔滨工程大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为多模型信息融合和马尔可夫跳变系统.
E-mail:liumengmeng89@126.com