

弯曲通道长度及倾斜角度对雷电电磁场影响研究

王晓嘉¹, 陈亚洲¹, 万浩江¹, 王 浩²

(1. 机械工程学院电磁环境效应国家重点实验室, 河北石家庄 050003; 2. 中国空气动力发展与研究中心, 四川绵阳 621000)

摘 要: 为了得到弯曲通道雷电电磁脉冲场的分布特性, 将电流微源偶极子进行水平分解和垂直分解, 利用偶极子法对弯曲通道产生电磁场的表达式进行了推导. 在此基础上就底部回击通道长度以及上部回击通道倾斜角度对地表电磁场的影响规律进行了相关研究. 研究表明, 弯曲通道的电磁场峰值主要取决于底部放电通道的长度, 在中间场和远场区底部通道越长对应的电磁场幅值越小; 而倾斜角度对近场区电磁场影响极小, 在中间场和远场区电磁场幅值会随着倾斜角度的增加而降低, 且距离越远倾斜角度对电磁场幅值的影响越明显.

关键词: 雷电电磁场; 弯曲放电通道; 地表电磁场; 脉冲函数

中图分类号: P427 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)01-0246-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.01.034

The Influence of Tortuous Channel Length and Tilt Angle on Lightning Electromagnetic Field

WANG Xiao-jia¹, CHEN Ya-zhou¹, WAN Hao-jiang¹, WANG Hao²

(1. Research Institute of Electrostatic and Electromagnetic Protection, Mechanical Engineering College, Shijiazhuang, Hebei 050003, China;
2. China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang, Sichuan 621000, China)

Abstract: The equations of tortuous channel LEMP (lightning electromagnetic pulse) fields are derived by decomposing the micro dipole into the perpendicular component and the horizontal component. Then the electromagnetic fields on earth surface at different bottom discharge channel length and different upper part discharge channel tilt angle are calculated. The results show that the peak-value of LEMP mainly depends on the length of bottom discharge channel, in middle and far ranges with the increase of the bottom discharge channel length, the amplitude of corresponding electromagnetic field will be smaller. The tilt angle of upper part discharge channel has little impact on LEMP in near ranges, and the amplitude of electromagnetic field in intermediate area and far area will decrease with the increase of tilt angle. Moreover, the impact of tilt angle on electromagnetic field amplitude will be greater with the increase of the distance.

Key words: lightning electromagnetic field; tortuous discharge channel; surface electromagnetic field; pulse function

1 引言

雷电作为自然界中一种典型的天然强电磁危害源, 对电子元器件以及微电子设备有着巨大的潜在威胁. 尤其是近年来大规模、超大规模集成电路的迅速发展, 导致其电磁敏感性不断升高, 耐雷电浪涌冲击的能力不断下降, 很弱的电磁场就可能会造成比较大的危害. 随着电子设备在电力、通讯等重要领域的广泛应用, 雷电电磁脉冲场所产生的危害越来越大, 所造成的损失也呈现逐年增加的趋势^[1,2].

Rakov 和 Uman 将雷电回击模型分为四类^[3], 在这

四类模型中应用最为广泛的是雷电回击工程模型, 此模型认为大地是理想导体, 且将雷电放电通道简化为一条直线, 不考虑分支放电通道的影响, 这样, 雷电放电回击过程可用简化的线状天线模型来表示. 国内外学者依据回击工程模型对垂直通道雷电电磁场进行了广泛的研究^[4-6], 但是在现实生活中垂直于地面的放电通道是十分少见的, 因此有学者对更加接近实际的斜向、弯曲通道雷电电磁场进行了相关研究.

Hill 通过观测发现, 在现实生活中弯曲通道由许多长度从小于 1m 到大于 1km 不等的阶梯通道构成^[7], 阶梯通道的平均方位角改变量为 16°; Moini 等人基于 AT

模型,利用矩量法研究了单一斜向通道雷电电磁场随观测点方位角的变化规律^[8];Meredith 等人在垂直通道的基础上将放电通道进行分段倾斜,建立了弯曲通道回击模型^[9],但是其建立的回击通道没有考虑水平电流分量对电磁场的贡献。

本文通过将弯曲通道电流密度分解为垂直和水平两个分量,根据偶极子法求解 Maxwell 方程组,得到了弯曲通道电磁场的解析表达式.在此基础上,用传输线(TL)模型表示雷电回击过程,用脉冲函数表示通道底部电流,就底部放电通道长度以及上部放电通道倾斜角度对地表雷电电磁场的影响进行了研究.在研究过程中需要做出如下假设:

- (1) 大地水平且大地电导率为无穷大;
- (2) 雷电放电通道没有分支.

2 雷电电磁场建模及公式推导

弯曲通道雷电电磁场模型如图 1 所示.

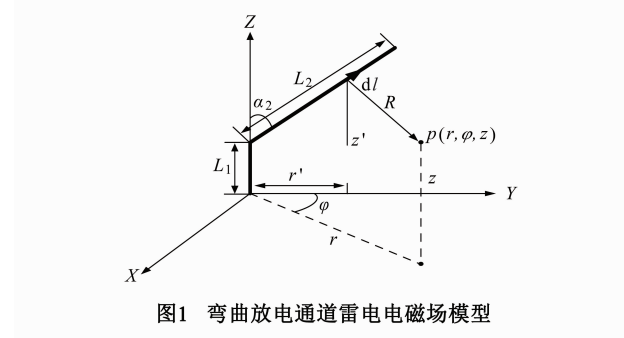


图1 弯曲放电通道雷电电磁场模型

图 1 中, (r, φ, z) 和 (r', φ', z') 分别为场点 P 与源点 dL 的坐标,为了便于计算,我们将回击通道置于 YOZ 平面,因此 $\varphi' = 0$, L_1 与 L_2 分别为底部垂直通道长度和上部倾斜通道长度, α_2 为倾斜通道与 z 轴之间的夹角, R 为场点到源点之间的距离,且:

$$R(r, \varphi, z) = \sqrt{(r \sin \varphi)^2 + (r \cos \varphi - r')^2 + (z - z')^2} \quad (1)$$

对于线性、均匀、各向同性的单一媒介,麦克斯韦方程组可以写成:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \varepsilon_0 \mathbf{E}}{\partial t}, & \nabla \cdot \varepsilon_0 \mathbf{E} = \rho \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mu_0 \mathbf{H}}{\partial t}, & \nabla \cdot \mu_0 \mathbf{H} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 分别为电场强度和磁场强度, ρ 和 \mathbf{J} 分别为电荷密度和电流密度,而 μ_0 为真空磁导率 ε_0 为真空电容率。

在恒定场中,由电场的无旋性和磁场的无源性分别引入标量电位 ϕ 和矢量磁位 \mathbf{A} ,有:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (4)$$

将式(3)、(4)代入式(2)化简可得:

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -\mu_0 \mathbf{J} \\ \nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{cases} \quad (5)$$

其中, c 为真空中光速,使用洛伦兹规范时,其辅助条件为:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

将式(6)代入式(5),可得:

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathbf{J} \\ \nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{cases} \quad (7)$$

通过求解式(7)可以得到 ϕ 的表达式,将其代入式(4),就可以得到柱坐标系下矢量电场表达式为:

$$\mathbf{E}(r, \varphi, z, t) = c^2 \int_{-\infty}^t \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) dt' - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (8)$$

为了求解弯曲通道雷电电磁场解析表达式,将电流微源偶极子 $d\mathbf{l}$ 分解为垂直于大地的分量和平行于大地的分量:

$$d\mathbf{l} = d\mathbf{l}_r + d\mathbf{l}_z \quad (9)$$

从式(9)可以看出,在推导雷电电磁场解析表达式过程中需要对 A_r 与 J_r 之间的关系进行求解,在柱坐标系下,有:

$$\begin{cases} \nabla^2 A_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} - \frac{A_r}{r^2} = -\mu J_r \\ \nabla^2 A_\phi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{A_\phi}{r^2} = -\mu J_\phi \end{cases} \quad (10)$$

如果根据上式对 A_r 计算,其求解过程将比较困难且表达式将非常复杂,为了简化计算,我们将利用 A_x 和 A_y 来表示 A_r :

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \varphi & \cos \varphi \\ -\cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

在直角坐标系下对(7)式求解可以得到 A_x 、 A_y 、 A_z 表达式为:

$$A_m(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{J_m(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dV, m = x, y, z \quad (12)$$

在本文中我们将研究重点放在地表雷电电磁脉冲场,将式(11)、(12)代入式(3)和式(8),可以得到垂直电场和角向磁场的微分表达式为:

$$\begin{aligned} dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} & \left[\left(\frac{3(r \cos \varphi - r')(z - z')}{R^5} \int_0^t i(r', t - R/c) dt \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{3(r \cos \varphi - r')(z - z')}{cR^4} i(r', t - R/c) \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(r \cos \varphi - r')(z - z')}{c^2 R^3} \times \frac{\partial i(r', t - R/c)}{\partial t} \Big) dr' \\
& + \left(\frac{3(z - z')^2 - R^2}{R^5} \int_0^t i(z', t - R/c) dt \right. \\
& + \frac{3(z - z')^2 - R^2}{cR^4} i(z', t - R/c) + \frac{(z - z')^2 - R^2}{c^2 R^3} \times \\
& \left. \frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} \right) dz' \Big] \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dB_\varphi = & \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{r - z' \cos \varphi \tan \alpha}{R^3} i(z', t - R/c) \right. \\
& + \frac{r - z' \cos \varphi \tan \alpha}{cR^2} \times \frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} \Big] dz' \\
& - \frac{\mu_0 \cos \varphi}{4\pi} \left[\frac{z - r' \cot \alpha}{R^3} i(r', t - R/c) \right. \\
& + \left. \frac{z - r' \cot \alpha}{cR^2} \frac{\partial i(r', t - R/c)}{\partial t} \right] dr' \quad (14)
\end{aligned}$$

为了对以上弯曲通道产生的电磁场表达式进行验证, 本文将在单一倾斜通道 ($L_1 = 0, \alpha_2 = \pi/6$) 条件下根据式(13)对 $r = 5\text{km}$ 处电场波形进行计算, 并将结果与文献[8]进行比较, 对比结果如图2所示。

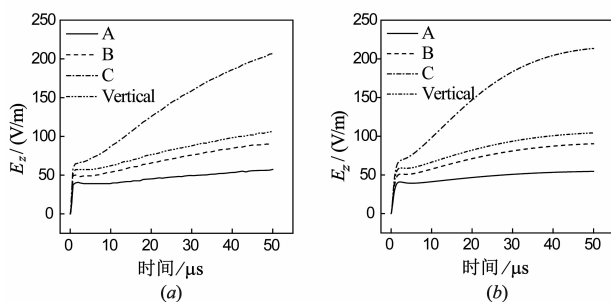


图2 参考文献计算结果 (a) 同本文计算结果 (b) 比较

从图2可以看出, 二者波形虽然存在微小差别, 但结果基本一致。需要指出的是, 图2出现偏差的主要原因是文献[8]仅给出了电流波形而没有给出电流参数, 本文所用电流是对其进行拟合的近似波形, 因此二者底部电流波形存在微小差别。

3 LEMP 场计算及结果分析

在对雷电电磁场进行计算时, 选取 TL 模型描述底部电流回击过程, 选取脉冲函数^[10]为回击通道底部电流模型。脉冲函数表达式为:

$$i(0, t) = \frac{I_0}{\xi} [1 - \exp(-t/\tau_1)]^n \exp(-t/\tau_2) \quad (15)$$

式中, I_0 为底部电流峰值, τ_1, τ_2 为电流上升、衰减时间常数, n 为电流陡度因子, ξ 为最大电流修正因子, 且 $\xi = [n\tau_2/(\tau_1 + n\tau_2)]^n [\tau_1/(\tau_1 + n\tau_2)]^{\tau_1/\tau_2}$ 。

3.1 底部通道长度对 LEMP 场影响研究

我们将基于式(13)、(14)研究底部放电通道长度

L_1 变化时对不同场区电磁场的影响。在计算过程中我们选取 $1.2/50\mu\text{s}$ 波形为回击通道底部电流波形, 此时脉冲函数参数为: $I_0 = 30\text{kA}, n = 2, \tau_1 = 4.05 \times 10^{-7}\text{s}, \tau_2 = 6.80 \times 10^{-5}\text{s}$ 。回击通道总长度 $L_1 + L_2 = 7.5\text{km}$, 回击速度 $v_f = 1.0 \times 10^8\text{m/s}$, L_2 的倾斜角度为 $\alpha_2 = \pi/6$, 观测点方位角 $\varphi = 0$ 。计算结果如图3~图5所示。由于在近场区 L_1 较小时对电磁场影响较大, 为了便于查找总结规律, 近场区 L_1, L_2 的取值配比与中场和远场区不同。

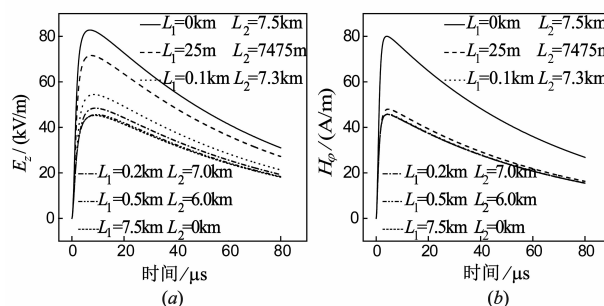


图3 $r=100\text{m}$ 处不同通道长度雷电电磁场波形比较

从图3中我们可以看出, L_1 对近场区电磁场的影响主要体现在峰值部分。当底部通道长度 $L_1 = 0$ 时, 电场和磁场峰值均为最大值, 当 $L_1 > 0$ 时, 电磁场峰值在一定范围内随着 L_1 的增加而出现下降。之所以出现这种情况是因为当 $L_1 = 0$ 时放电通道完全倾斜, 且 $\varphi = 0$, 此时放电通道与观测点处在同一平面内, 因此 $L_1 = 0$ 时电磁场峰值达到最大; 当底部通道具有一定的高度之后, 处在底部通道内的电流微源同观测点之间的距离将会比 $L_1 = 0$ 时有所增加, 由此会导致电磁场峰值出现一定程度的下降。

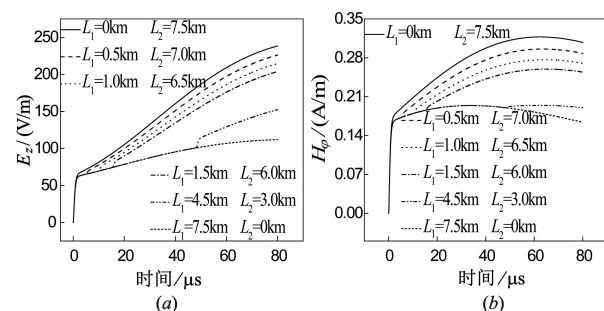


图4 $r=10\text{km}$ 处不同通道长度雷电电磁场波形比较

当 $r = 10\text{km}$ 时, 从图4中可以看出中场区电磁场峰值随 L_1 的变化规律与图3基本一致, 即 $L_1 = 0$ 时峰值最大, 当 $L_1 > 0.5\text{km}$ 时峰值保持定值, 不同之处在于电磁场波形在峰值过后的斜坡部分随着 L_1 的增加而逐一分离, 且 L_1 越小初始峰值过后的电磁场幅值上升越剧烈, 相应的电磁场幅值也越大。此外, 随着 L_1 的增加, 不同电磁场波形之间的区分度也在增加。

从图5我们可以观察到当观测点位于远场范围内

时,底部通道长度 L_1 对电磁场的影响规律与中间场区相似,在电流未到达垂直通道与倾斜通道交叉点之前电磁场波形完全重合,当电流到达交叉点之后底部通道越长对应的电磁场幅值越小.但是不同 L_1 所对应的电磁场波形之间差别较小,并不是如图 4 那样区分度十分明显.

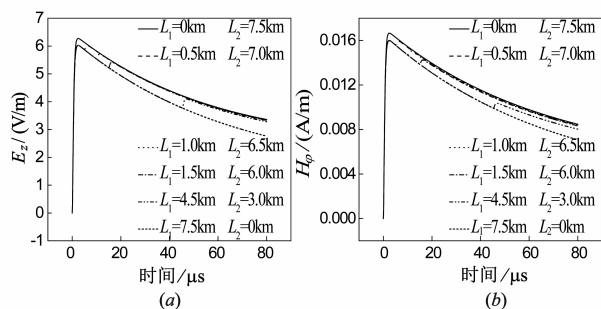


图5 $r=100\text{km}$ 处不同通道长度雷电电磁场波形比较

综合图 3 ~ 图 5 我们可以看出,不同场区的电磁场初始峰值均会随着底部通道 L_1 的增加而迅速的减小并趋于一个稳定值,出现这种现象的原因是电磁场峰值主要取决于峰值时间段内回击通道内的电流分布情况,也就是说关键看峰值时间内的回击电流是否进入通道倾斜段.文章中回击速度 $v_f = 1.0 \times 10^8 \text{m/s}$,峰值时间大约为 $2.4\mu\text{s}$,据此可以算出回击电流传播 240m 时达到峰值,若 $L_1 < 240\text{m}$,则回击电流已经进入通道倾斜段,电磁场峰值会随 L_1 的增加而减小,若 $L_1 > 240\text{m}$,则决定电磁场峰值的电流完全分布于垂直通道段内,因此当 $L_1 > 240\text{m}$ 时电磁场峰值将保持恒定,而不随 L_1 的变化而变化.综上所述,弯曲通道雷电电磁场的峰值主要取决于底部放电通道的长度.

3.2 上部通道倾斜角度对 LEMP 场影响研究

在真实的雷电放电过程中,放电通道的倾斜角度并不是一个定值,而是受到诸多因素共同影响的一个变量,因此有必要就倾斜角度对电磁场的影响进行研究.在此过程中底部电流参数保持不变,取底部通道长度 $L_1 = 1\text{km}$, $L_2 = 6.5\text{km}$,观测点与 Y 轴之间的夹角 $\varphi = 2\pi/3$,分别取上部通道倾斜角度 $\alpha_2 = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3$,来对不同场区的电磁场波形进行计算,结果如图 6 ~ 图 8 所示.

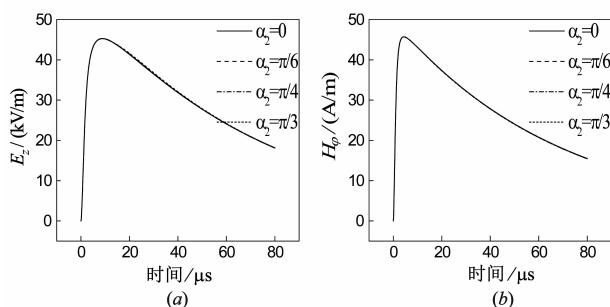


图6 $r=100\text{m}$ 时不同倾斜角度雷电电磁场波形比较

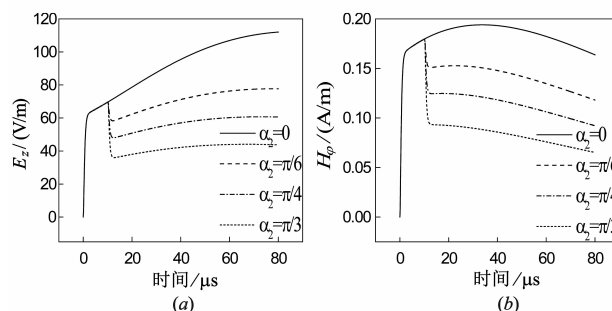


图7 $r=10\text{km}$ 时不同倾斜角度雷电电磁场波形比较

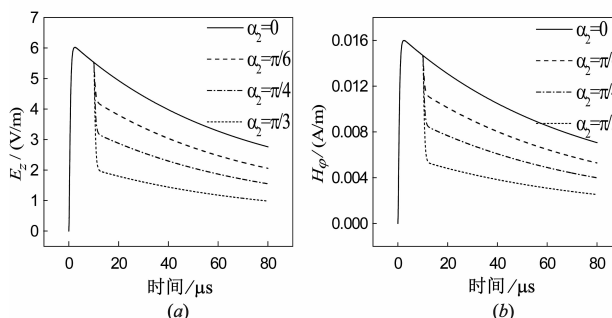


图8 $r=100\text{km}$ 时不同倾斜角度雷电电磁场波形比较

从图 6 可以看出,在近场区不同倾角对应的电磁场波形基本重合.但是随着距离的增加,不同倾角的电磁场波形差别开始逐渐显现.从图 7、图 8 中可以看到在通道基电流未到达垂直通道与倾斜通道交叉点之前,电磁场波形完全重合,但交叉点之后的电磁场幅值会随着 α_2 的增加而迅速的降低.之所以出现这种现象是因为电流沿 L_1 进行传播时其传播路径一致,当电流沿倾斜通道进行传播时, α_2 的不同将导致电流传播路径发生改变,且方位角 $\varphi = 2\pi/3$,这就使得倾斜角度越大观测点与放电通道之间的距离越大,因此电磁场幅值会在电流进入倾斜通道之后随着 α_2 的增加而减小.

综合对比图 6 ~ 图 8 还可以看出,电磁场幅值随 α_2 (对比 $\alpha_2 = 0$ 与 $\alpha_2 = \pi/3$) 的下降幅度会随 r 的不同而不同,具体变化如表 1 所示.由此可以得出,在近场区倾斜角度对弯曲通道雷电电磁场影响极小,基本可以忽略,在中间场和远场区倾斜角度对电磁场影响会随着距离的增加而加大.

表 1 不同场区雷电电磁场幅值变化率比较

	距离		
	$r = 100\text{m}$	$r = 10\text{km}$	$r = 100\text{km}$
电场变化	0	48.2%	63.9%
磁场变化	0	47.6%	63.5%

4 结论

本文利用偶极子法,通过将电流微源进行水平分解和垂直分解,对弯曲通道雷电电磁场表达式进行了

推导,在此基础上对不同底部通道长度和不同倾斜角度的电磁场进行了计算,结果显示:

(1) 弯曲通道电磁场峰值主要取决于底部放电通道的长度. 如果底部通道长度小于回击速度乘以峰值时间,则电磁场峰值会随 L_1 的增加而减小;若底部通道长度大于回击速度乘以峰值时间,电磁场峰值将会保持为定值. 在中间场区和远场区,电磁场波形在回击电流未到达通道交叉点之前完全重合,在到达交叉点之后,底部通道越长对应的电磁场幅值越小.

(2) 上部通道倾斜角度对近场区雷电电磁场影响极小,基本可以忽略,在中间场区和远场区上部通道倾斜角度越大所对应的电磁场幅值就越低,此外电磁场幅值的变化幅度还与距离有关,距离越远幅值变化越大,倾斜角度对电磁场的影响就越明显.

参考文献

- [1] Rakov V A, Uman M A. *Lightning: Physics and Effects* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 642 - 649.
- [2] Miyazaki T, Ishii T, Okabe S. A field study of lightning surges propagating into residences [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2010, 52(4): 921 - 928.
- [3] Rakov V A, Uman M A. Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 1998, 40(4): 403 - 426.
- [4] Shoory A, Moini R, Sadeghi S H H, et al. Analysis of lightning-radiated electromagnetic fields in the vicinity of lossy ground [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compat-*

ibility, 2005, 47(1): 131 - 145.

- [5] 张其林, 鄒秀书, 张廷龙, 等. 雷电流波形的观测及沿通道时空分布的数值模拟 [J]. *电子学报*. 2008, 36(9): 1829 - 1832.
Zhang Qilin, Qie Xiushu, Zhang Tinglong, et al. Observation and numerical simulation of lightning discharge current along the lightning channel [J]. *Acta Electronica Sinica*. 2008, 36(9): 1829 - 1832. (in Chinese)
- [6] 田明宏, 魏光辉, 刘尚合, 等. 基于 IEC 标准雷电后续回击电磁场的计算 [J]. *电子学报*, 2003, 31(6): 951 - 954.
Tian Minghong, Wei Guanghui, Liu Shang-he, et al. The electromagnetic fields calculation of lightning subsequent return-stroke based on IEC standards [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(6): 951 - 954. (in Chinese)
- [7] Hill R D. Analysis of irregular paths of lightning channels [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1969, 73(6): 1922 - 1929.
- [8] Moini R, Sadeghi S H H, Kordi B, et al. An antenna-theory approach for modeling inclined lightning return stroke channels [J]. *Electric Power Systems Research*, 2006, 76(11): 945 - 52.
- [9] Meredith S L, Earles S K, Kostanic I N. How lightning tortuosity affects the electromagnetic field by augmenting their effective distance [J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2010, 25: 155 - 169.
- [10] Chen Y, Wan H, Wang X. On the relationship between the lightning electromagnetic field and the channel-base current based on the TL model [J]. *Journal of Electrostatics*, 2013, 71(6): 1020 - 1028.

作者简介



王晓嘉 男, 1987 年 3 月出生于新疆塔城, 博士生. 研究方向为雷电电磁场计算与建模
E-mail: wangxiaojia0@sina.com



陈亚洲 (通信作者) 男, 1975 年 7 月出生于江苏盐城, 博士, 教授、硕士生导师. 主要研究方向为强电磁环境模拟、电磁环境效应与防护.
E-mail: chen_yanzhou@sina.com