

稀疏共形阵列天线方向图综合

李龙军^{1,2}, 王布宏¹, 夏春和²

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 陕西西安 710077; 2. 北京航空航天大学, 北京 100191)

摘要: 提出一种基于多任务学习的共形阵列天线稀疏优化方法. 该方法在考虑单元方向图的全局旋转变换和单元极化状态差异的情况下, 建立了共形阵列天线导向矢量模型, 结合多任务学习框架, 以均匀分布共形阵列天线同一平面上阵元的方向图作为目标任务进行学习, 通过稀疏向量支撑区的识别, 将欠定的阵列流形矩阵方程转换为超定的特征矩阵方程进行求解, 在实现阵列方向图逼近的前提下, 建立了共形阵列天线阵元激励与位置联合稀疏优化的多任务学习模型. 通过分块坐标下降法对稀疏共形阵列天线多任务学习模型进行求解, 实现了共形阵列天线的稀疏优化布阵. 理论分析与实验仿真证明, 该方法能有效减少共形阵的单元数量, 简化共形阵列天线结构, 获得与均匀分布的共形阵列天线性能一致的天线方向图, 解决了稀疏共形阵列天线方向图综合优化设计难题.

关键词: 共形阵; 稀疏布阵; 多任务学习; 方向图综合

中图分类号: TN820 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)01-0104-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.01.015

Synthesis of Sparse Conformal Array Antennas Pattern

LI Long-jun^{1,2}, WANG Bu-hong¹, XIA Chun-he²

(1. School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China;

2. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A new method based on multi-task learning for the design of sparse conformal array is presented. Considering the different orientations of antennas and variable curvature radius of the platform, array manifold model for 3D conformal array is established. Combined with the framework of multi-task learning (MTL), the pattern of uniform conformal array antenna scattering on a cone aperture is studied. In accordance with the identified sparse vector supporting area, the under-determined steering vector matrix equation is transformed into the over-determined conversion feature matrix equation. The synthesis performance comparisons with matrix pencil method and genetic algorithm are performed to demonstrate the superiority of the proposed algorithm over traditional algorithm in the literature. And a sparse conformal array antennas design with favorable pattern matching is obtained by MTL method.

Key words: conformal array; sparse array antennas; MTL (multi-task learning); pattern synthesis

1 引言

随着电磁分析理论,特别是高频绕射理论和曲面载体辐射单元电磁建模及其全波分析方法的深入研究,数字计算能力和天线单元、单片微波集成电路设计制造技术的迅猛发展,以及共形阵列天线在星载、机载、舰载和弹载雷达、航空航天飞行器、临近空间飞行器以及移动通信、声呐等许多重要领域需求的不断提升,共形阵列天线获得了人们的广泛关注. 相对于线阵和面

阵,共形阵列天线能够和载体平台相融合,不会带来额外负担,避免了外界环境带来的空气阻力对空气动力学造成的影响,且共形阵列天线在被敌方雷达发射机发射的微波照射时不会产生后向散射,易于隐身. 共形阵列天线能够在使用全向波束、多波束,或者可调窄波束时实现360°覆盖范围. 但是,由于载体曲率的变化,单元指向和极化状态的差异,共形阵列天线方向图不再满足阵因子和单元方向图的乘法定理,常用于对线阵和面阵稀疏优化布阵的成熟、经典的方法(如差集方

法,智能寻优方法等)已经不再适用.如何解决共形阵列天线稀疏优化布阵,从而简化共形阵列天线结构,减少载体平台空间,降低系统成本和抑制单元之间的互耦效应是当前迫切需要解决的难点和热点问题.

目前,国内外在共形阵列天线方面的研究工作主要集中在宽频带、低剖面共形阵列天线单元的研制及其辐射特性的全波分析^[1]、共形阵列天线散射截面积计算^[2]等电磁计算分析领域.文献[3]利用虚拟阵列实现了共形阵列幅相误差校正,它能省去谱峰搜索过程,运算复杂度较低.文献[4]提出基于响应矢量优化的共形阵列稳健波束形成方法,克服了传统线性约束最小方差(LCMV)自适应波束形成方法旁瓣高的缺点.文献[5]通过定义有效性和稳定性两个性能指标,从统计的角度对粒子群算法在共形阵列天线低副瓣的方向图综合中的性能进行了评价.文献[6]提出了一种改进的互耦修正投影法,并成功用于某类共形阵的方向图综合.以上方法都只是对共形阵的天线性能进行了探讨研究,而如何对其进行稀疏优化设计却没有涉及.稀疏阵列天线的优化设计主要针对的是线阵和平面阵列,文献[7]通过子孔径天线划分的方法,在满足全向辐射单元假设的前提下,实现了线阵的稀疏优化布阵.文献[8]利用最小二乘方法拟合不同多普勒通道主特征矢量的绝对相位特征来获得相位中心的估计,从如何实现机翼共形阵列的阵元位置估计.常用的遗传算法^[9,10]和粒子群算法^[11]在稀疏阵列设计中都获得了广泛的应用.但由于方向图函数的复杂性,特别是对于共形阵列天线优化设计,其单元个数较多,自由度较大,导致这些方法的运算量庞大,运算时间久,很难获得最优的结果.

由于多任务学习(Multi-Task Learning, MTL)能够对多个任务目标同时学习的特征学习方法^[12-16],本文将共形阵列天线稀疏优化问题转换为稀疏矩阵的线性回归问题.通过欧拉旋转定理,建立共形阵列天线导向矢量模型,以同一平面上阵元天线的方向图作为目标任务进行稀疏学习,建立了基于多任务学习的共形阵列天线稀疏优化模型.利用分块坐标下降法对模型进行求解,实现了共形阵列天线的优化设计.该方法能够有效减少均匀共形阵列天线的阵元个数,在阵元激励幅度比(current taper ratios)较小的前提下,对共形阵列天线单元激励与位置进行联合优化,使稀疏优化后的共形阵列天线方向图与优化前的均匀分布的共形阵列天线基本一致.

$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha_x & \cos\alpha_y & \cos\alpha_z \\ \cos\beta_x & \cos\beta_y & \cos\beta_z \\ \cos\alpha_y \cdot \cos\beta_z - \cos\alpha_z \cdot \cos\beta_y & \cos\alpha_z \cdot \cos\beta_x - \cos\alpha_x \cdot \cos\beta_z & \cos\alpha_x \cdot \cos\beta_y - \cos\alpha_y \cdot \cos\beta_x \end{bmatrix} \quad (3)$$

2 基于多任务学习的共形阵列天线稀疏优化模型

锥面几何结构是现代飞机、卫星及导弹等飞行器头部的基本形状,当天线镶嵌在锥面载体上时,阵列天线能够和锥面载体平台相融合,不会带来额外负担,避免了外界环境带来的空气阻力对空气动力学造成的影响.由于载体本身具有一定的抗高温、高压的能力,能够较好的保护天线,使其尽量不受外界高温、高压及等离子体的影响,因此以锥面为载体对基于共形阵列的稀疏优化方法进行研究具有广泛的普适性和代表性.图1为圆锥共形阵列天线的结构和坐标设置.

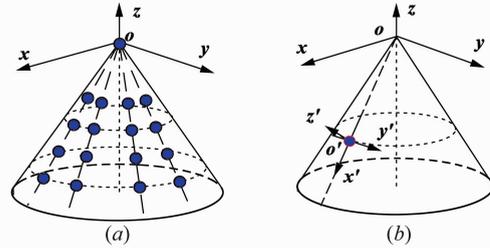


图1 锥面共形阵列天线结构和坐标设置

局部坐标系的 x' 轴和 y' 轴分别与交叉电偶极子对的两个短偶极子平行,若已知圆锥的顶角为 ϑ ,圆锥上一阵元的坐标为 (a, b, c) ,则可以计算出局部坐标与全局坐标的角度关系.令 $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ 为局部坐标 x' 轴与全局坐标 x, y, z 轴的夹角, $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ 为局部坐标 x' 轴与全局坐标 x, y, z 轴的夹角,则有

$$\begin{cases} \alpha_x = \arccos(a \cdot \cos\vartheta / \sqrt{a^2 + b^2}) \\ \alpha_y = \arccos(b \cdot \cos\vartheta / \sqrt{a^2 + b^2}) \\ \alpha_z = \pi - \vartheta \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} a < 0, b < 0 & \beta_x = \arccos(-b / \sqrt{a^2 + b^2}) \\ & \beta_y = \pi/2 + \arccos(-b / \sqrt{a^2 + b^2}) \\ & \beta_z = \pi/2 \\ a \geq 0, b < 0 & \beta_x = \pi/2 + \arcsin(b / \sqrt{a^2 + b^2}) \\ & \beta_y = \arcsin(b / \sqrt{a^2 + b^2}) \\ & \beta_z = \pi/2 \\ a \geq 0, b \geq 0 & \beta_x = \pi/2 + \arccos(a / \sqrt{a^2 + b^2}) \\ & \beta_y = \arccos(a / \sqrt{a^2 + b^2}) \\ & \beta_z = \pi/2 \end{cases} \quad (2)$$

令旋转矩阵为 T ,根据欧拉旋转定理可知

由于矩阵 \mathbf{T} 是一个正交矩阵, 所以存在 $\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{T}^T$, 可以得出全局坐标与局部坐标存在以下关系

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} = \mathbf{T}^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x'} \\ \mathbf{e}_{y'} \\ \mathbf{e}_{z'} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 \mathbf{e}_i 为相应坐标轴上的单位向量, 不失一般性, 单元方向图^[17]可以设置为

$$\mathbf{f}_n = \cos^2(\arccos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_{zn'})) \mathbf{e}_{zn'} \quad (5)$$

其中, \mathbf{k} 为来波信号波数矢量, $\mathbf{e}_{zn'}$ 为第 n 个阵元局部坐标系 zn' 轴上的单位向量, 单元方向图方向平行于局部坐标系 zn' 轴, 因此, N 元锥面共形阵列天线的导向矢量可以表示为

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = \left[\mathbf{f}_1 \exp\left(\frac{j2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1}{\lambda}\right), \mathbf{f}_2 \exp\left(\frac{j2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2}{\lambda}\right), \dots, \mathbf{f}_N \exp\left(\frac{j2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_N}{\lambda}\right) \right] \quad (6)$$

其中, \mathbf{r}_1 为圆锥共形阵第一个阵元的坐标矢量, λ 为来波信号的波长. 均匀锥面共形阵列天线分为两种, 一种是等栅格(不同圆环上阵元个数相同)分布; 另一种是等间隔分布, 一般为 $\lambda/2$. 当圆锥曲面阵列工作在圆极化方式下时, 由文献[18]的式(24)可以得到圆锥曲面共形天线阵列的右旋圆极化分量 F_{rhc} 和左旋圆极化分量 F_{lhc} , 其中 $F_{\text{rhc}}(\theta, \phi) = (F_\theta(\theta, \phi) - jF_\phi(\theta, \phi))/\sqrt{2}$ 为主极化分量, $F_{\text{lhc}}(\theta, \phi) = (F_\theta(\theta, \phi) + jF_\phi(\theta, \phi))/\sqrt{2}$ 为交叉极化分量, $F_\theta(\theta, \phi)$ 和 $F_\phi(\theta, \phi)$ 为方向图在坐标系下 θ 和 ϕ 方向上的分量, 因此天线总的方向性增益可以表示为^[18]

$$D = 10 \log \left\{ \frac{4\pi |F_{\text{rhc}}(\theta_T, \phi_T)|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |F(\theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi} \right\} \quad (7)$$

其中, (θ_T, ϕ_T) 为目标波束指向, $|F(\theta, \phi)|^2 = |F_{\text{rhc}}(\theta, \phi)|^2 + |F_{\text{lhc}}(\theta, \phi)|^2$, $|\cdot|$ 表示复数求模. 等栅格分布的锥面共形阵列天线由于不同平面圆环半径不同, 会导致靠近顶角的圆环上阵元的间距太小, 而靠近底端圆环上的阵元间距较大, 阵元间的互耦和栅瓣难以控制, 因此本文选择等间距分布均匀圆锥共形阵作为研究对象. 以圆环阵元个数为 (6, 12, 18, 25, 31) 为例, 其对应的阵列单元分布如图 2(a) 所示, 其对应的方向图如图 2(b) 所示, 从图 2(b) 中可以看出, 均匀锥面共形阵的方向图规则对称.

多任务学习方法能对共享同一个信息的特征体的多个训练数据进行联合学习, 其示意图如图 3 所示. 其数学模型可表示为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}} F(\mathbf{W}) &= \min_{\mathbf{W}} \Gamma(\mathbf{W}) + \Omega(\mathbf{W}) \\ &= \min_{\mathbf{W}} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \frac{1}{n_i} \|\mathbf{W}_i^T X_i - Y_i\|_F^2 + \rho \|\mathbf{W}\|_{1,2} \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\Gamma(\mathbf{W})$ 称为损失函数, $\Omega(\mathbf{W})$ 为正则化项, ρ 为正

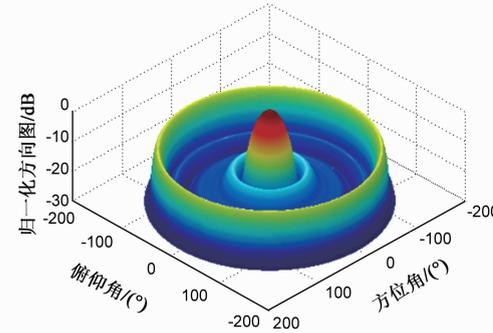
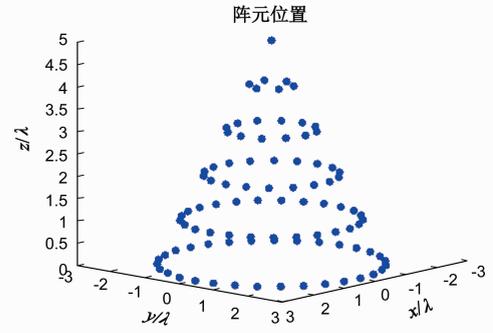


图2 均匀锥面共形阵列天线单元位置及其方向图

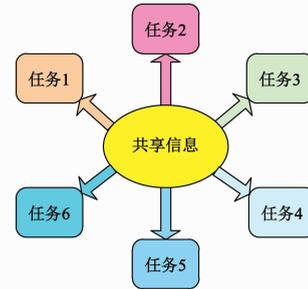


图3 多任务学习示意图

则化参数用以控制权值矩阵的稀疏度.

多任务学习是线性稀疏回归的一个过程, 具有收缩和选择两种基本功能, 即能收缩待估计参数的范围, 每一步只对入选的少数参数进行估计, 并且能够自动地选择很少一部分变量进行线性回归, 因此, 若要对 M 元锥面共形阵列天线进行稀疏后的方向图拟合, 需要将不同平面圆环均分为 P ($P \gg M$) 等分的栅格, 即每个栅格的弧度角为 $2\pi/P$. 对于均匀分布的锥面共形阵列天线, 不同平面圆环上的阵元个数不同, 可以将同一平面圆环上阵元天线方向图的采样值作为目标数据进行学习, 学习的任务数与圆锥圆环数相同, 为确保稀疏后的阵列天线的方向图主瓣宽度保持不变, 保留顶点阵元. 对单个圆环上阵元天线方向图进行 D 点采样, 则此时共形阵列天线单个圆环阵列天线方向图的综合问题可以表示如下:

$$\sum_{d=1}^D \left| F_{\text{REF}}(u_d) - \sum_{p=1}^P w_p f_p e^{j2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{p,d}} \right|^2 \leq \nu \quad (9)$$

其中, v 为容忍度, w_p 和 x_p (单位为波长 λ) 为第 p 个阵元的激励与位置, f_p 为第 p 个阵元的阵因子, \mathbf{F}_{REF} 为期望方向图的 D 点采样值. 式(9)可以等价

$$\min_{\mathbf{W}} \frac{1}{P} \|\mathbf{F}_{\text{REF}} - \mathbf{X}\mathbf{W}\|_2^2 \quad (10)$$

式(10)为最小二乘优化问题, 其中 $\|\cdot\|_2$ 为 l_2 范数, P 为天线孔径划分的栅格点数. $\mathbf{F}_{\text{REF}} = \mathbf{F}_{\text{REF}}(u_d)$ ($d = 1, 2, \dots, D$) 为期望方向图的 D 点样本值. \mathbf{X} 为导向矢量构成的矩阵, 也可以称之为阵列天线的特征矩阵.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} f_1 e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{k}_1}{\lambda}} & f_2 e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{k}_1}{\lambda}} & \dots & f_p e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_p \cdot \mathbf{k}_1}{\lambda}} \\ f_1 e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{\lambda}} & f_2 e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{k}_2}{\lambda}} & \dots & f_p e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_p \cdot \mathbf{k}_2}{\lambda}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1 e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{k}_{p-1}}{\lambda}} & f_2 e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{k}_{p-1}}{\lambda}} & \dots & f_p e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_p \cdot \mathbf{k}_{p-1}}{\lambda}} \\ f_1 e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{k}_p}{\lambda}} & f_2 e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{k}_p}{\lambda}} & \dots & f_p e^{\frac{j2\pi \mathbf{r}_p \cdot \mathbf{k}_p}{\lambda}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{r}_1 = (x, y, z)$ 表示第一个栅格点处在全局坐标系下的位置向量, $\mathbf{k}_1 = (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$, ϕ 为来波信号在全局坐标系下的方位角, θ 为俯仰角. 根据线性代数的相关定理, $\mathbf{X}\mathbf{W} = \mathbf{F}_{\text{REF}}$ 有解的充分必要条件是导向矢量矩阵 \mathbf{X} 的秩等于增广矩阵 $\mathbf{B} = [\mathbf{X}, \mathbf{F}_{\text{REF}}]$ 的秩, 且当 $R(\mathbf{X}) = R(\mathbf{B}) = D$ 时方程组有唯一的解, 当 $R(\mathbf{X}) = R(\mathbf{B}) < D$ 时方程组有无限多个解. 为了使线性方程组含有多个解且解中包含零值, 设置的 P 值一般大于 D .

3 基于多任务学习的共形阵列天线稀疏优化模型的求解

稀疏共形阵列天线方向图综合问题是一个非凸的线性回归问题, 本文采用分块坐标下降法对其进行求解. 由文献[16]可知, 天线阵列在满足方向图要求的情况下, 其最小数目可通过下式得到:

$$P = \min \left\{ q; \left\lceil \frac{\sqrt{\sum_{i=q+1}^m \delta_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}} \right\rceil < \xi \right\} \quad (12)$$

其中, δ_i 为阵列导向矢量构成的 Hankel 矩阵的奇异值, 当 ξ 确定, 阵元数相应确定. 也可在已知稀疏率要求的情况下, 得到阵元数 M 的值, 初始化 ρ 的值, 令 $\mathcal{L}(\mathbf{W}) = \frac{1}{P} \|\mathbf{F}_{\text{REF}} - \mathbf{X}\mathbf{W}\|_2^2$, 则共形阵列天线的方向图综合问题可以等价表示成以下非凸多任务特征学习的问题:

$$\mathbf{W}^l = \arg \min_{\mathbf{W} \in \mathcal{R}^m} \left\{ \mathcal{L}(\mathbf{W}) + \sum_{i=1}^d \rho_i^{(l-1)} \|\mathbf{W}^i\|_2 \right\} \quad (13)$$

$$\rho_i^l = \rho I(\|\mathbf{W}^i\|_2 < \varepsilon), \quad i = 1, 2, \dots, d \quad (14)$$

式(13)是加权 LASSO 问题^[19], 式(14)为加权系数. ε 为约束系数, 用于控制阵列电流激励的极限幅度, 因为

激励电流过大的话必然会产生非常大的欧姆损耗, 这对工程中应用的天线是非常不利的, 所以要尽量避免此类情况的出现.

$$h: \mathcal{R}^{d \times l} \rightarrow \mathcal{R}_+^d, \quad (15)$$

$$h(\mathbf{w}) = [\|\mathbf{w}^1\|_2, \|\mathbf{w}^2\|_2, \dots, \|\mathbf{w}^d\|_2]^T$$

$$\mathbf{g}: \mathcal{R}_+^d \rightarrow \mathcal{R}_+, \quad (16)$$

$$g(u) = \sum_{i=1}^d \min(u_i, \theta)$$

将式(15)和式(16)代入式(9)中, 则原优化问题可以表示为:

$$\min_{\mathbf{W} \in \mathcal{R}^{d \times l}} \{ \mathcal{L}(\mathbf{W}) + \rho g(h(\mathbf{W})) \} \quad (17)$$

$$\partial g(v) = \{ \mathbf{S}; \mathbf{g}(u) \leq g(v) + \langle \mathbf{S}, u - v \rangle \} \quad (18)$$

将式(18)代入式(17)中, 可知:

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\mathbf{W}) + \lambda g(h(\mathbf{W})) \\ & \leq \mathcal{L}(\mathbf{W}) + \rho g(h(\mathbf{W}^l)) + \rho \langle \mathbf{S}^l, h(\mathbf{W}_0) - h(\mathbf{W}^l) \rangle \end{aligned} \quad (19)$$

其中次梯度为:

$$\mathbf{S}^l = [I(\|\mathbf{W}^l\|_2 < \rho), I(\|\mathbf{W}^l\|_2^2 < \rho), \dots, I(\|\mathbf{W}^l\|_2^d < \rho)]^T \quad (20)$$

对 g 函数做共轭, 可以得出:

$$g^*(v) = \inf_u (v^T u - g(u)) \quad (21)$$

原优化目标函数式(19)等价于:

$$\min_{\mathbf{W}, \mathbf{V}} \{ f(\mathbf{W}, \mathbf{V}) = \mathcal{L}(\mathbf{W}) + \rho \mathbf{V}^T h(\mathbf{W}) - \rho g^*(\mathbf{V}) \} \quad (22)$$

可利用分块坐标下降法对式(22)进行求解:

$$\text{Fix } \mathbf{W} = \hat{\mathbf{W}}^{(l)} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{(l)} &= \arg \min_{\mathbf{V}} \{ \mathcal{L}(\mathbf{W}^{(l)}) + \lambda \mathbf{V}^T h(\mathbf{W}^{(l)}) - \lambda g^*(\mathbf{V}) \} \\ &= \arg \min_{\mathbf{V}} \{ \langle \mathbf{W}^{(l)}, \mathbf{V} \rangle - g^*(\mathbf{V}) \} = \mathbf{S}^l \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^{l+1} &= \arg \min_{\mathbf{W}} \{ \mathcal{L}(\mathbf{W}) + \lambda (\mathbf{V}^l)^T h(\mathbf{W}) - \lambda g^*(\mathbf{V}^l) \} \\ &= \arg \min_{\mathbf{W}} \{ \mathcal{L}(\mathbf{W}) + \lambda (\mathbf{V}^l)^T h(\mathbf{W}) \} \end{aligned} \quad (25)$$

其中式(24)为加权系数, 式(25)为一个加权 Lasso 问题. 可以对目标函数的上界进行最小化:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^{l+1} &= \arg \min_{\mathbf{W}} \{ \mathcal{L}(\mathbf{W}) + \lambda g(h(\mathbf{W}^l)) + \rho \langle \mathbf{S}^l, h(\mathbf{W}_0) - h(\mathbf{W}^l) \rangle \} \\ &= \arg \min_{\mathbf{W}} \{ \mathcal{L}(\mathbf{W}_0) + \rho (\mathbf{S}^l)^T h(\mathbf{W}_0) \} \end{aligned} \quad (26)$$

将式(20)代入式(10)可知:

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\mathbf{W}^{l+1}) + \rho g(h(\mathbf{W}^{l+1})) \\ & \leq \mathcal{L}(\mathbf{W}^{l+1}) + \rho g(h(\mathbf{W}^l)) + \rho \langle \mathbf{S}^l, h(\mathbf{W}^{l+1}) - h(\mathbf{W}^l) \rangle \\ & \leq \mathcal{L}(\mathbf{W}^l) + \rho g(h(\mathbf{W}^l)) + \rho \langle \mathbf{S}^l, h(\mathbf{W}^l) - h(\mathbf{W}^l) \rangle \\ & = \mathcal{L}(\mathbf{W}^l) + \rho g(h(\mathbf{W}^l)) \end{aligned} \quad (27)$$

则以下参数估计误差的界以不小于 $1 - \eta$ 的概率成立.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{W}^l - \mathbf{W}_0\|_{2,1} &= 0.8^{l/2} O(P \sqrt{r \ln(P/\eta)/D}) \\ &+ O(P \sqrt{r/D + \ln(1/\eta)/D}) \end{aligned} \quad (28)$$

其中, r 是 \mathbf{W} 中的非零行数, ρ 为方向图综合多任务模型的输入参数, 用以控制天线阵列的稀疏. P 划分的栅格点数, D 为方向图总体采样的次数, $O(\cdot)$ 表示高阶无穷小, \mathbf{W}_0 为权值真值, 对于均匀共形阵列天线, \mathbf{W}_0 为单位矩阵. 从式(28)可知, 当 r 确定时, 模型输出的精度相应确定, 且整个求解过程, 求解精度是一个指数衰减和逐步改善的过程. 本文算法的具体流程如图 4 所示.

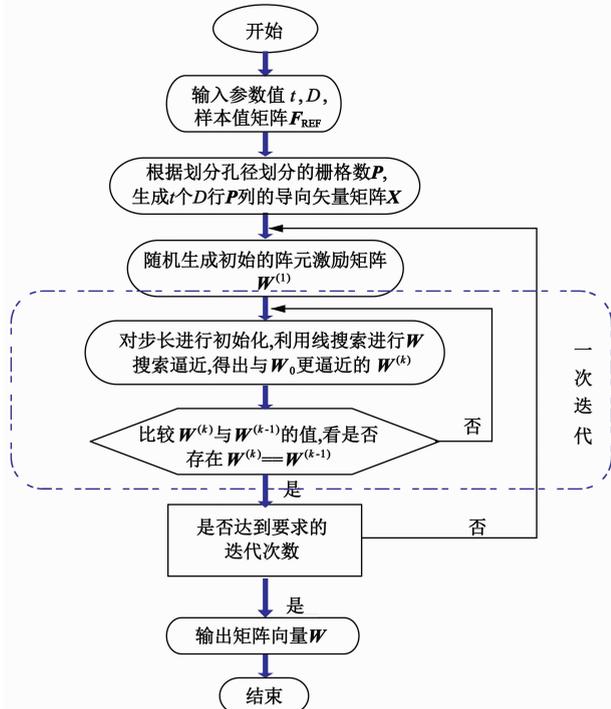


图4 稀疏共形阵列天线多任务学习方法流程图

(1) 确定圆锥共形阵列天线的圆环个数 t 以及同一平面圆环阵列天线方向图的样本数 D , 根据要求对需要学习的期望方向图进行采样, 得到期望方向图矩阵 \mathbf{F}_{REF} , 根据圆环栅格点数 P , 确定圆锥共形阵列天线导向向量矩阵 \mathbf{X} .

(2) 在满足稀疏率的情况下, 根据拉格朗日算子与权值矩阵非零个数的关系曲线得到相应的 ρ 输入.

(3) 通过式(25)得到预估的 \mathbf{W} 值, 输出稀疏后阵列天线单元的激励值并计算其对应的方向图.

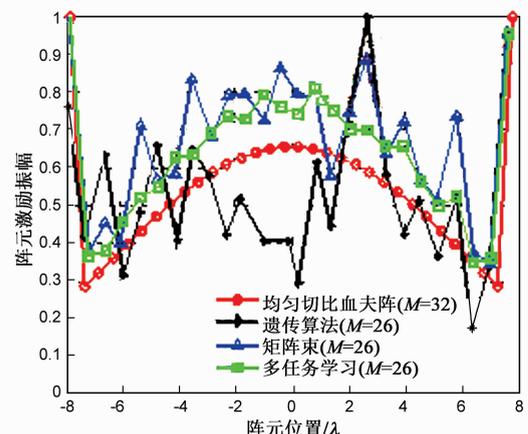
(4) 分析输出的稀疏共形阵列天线的方向图, 比较均匀共形阵列天线和稀疏共形阵列天线方向图性能, 对模型的准确性和有效性进行评估.

4 实验仿真与分析

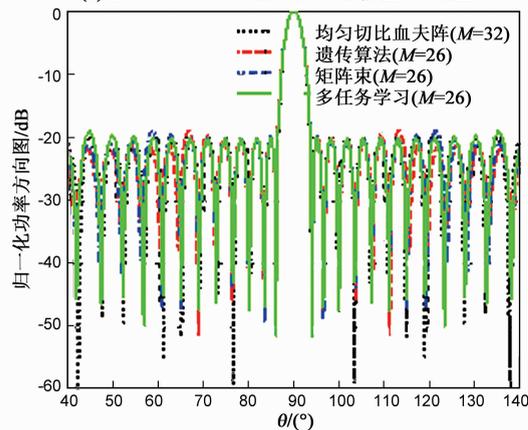
4.1 多任务学习方法优越性的实验验证

目前常用的稀疏布阵方向图综合的优化算法有遗传算法^[20], 矩阵束方法^[21]. 这两类方法都是通过对非均匀阵列进行阵元相位和位置的优化, 利用少量单元

实现对特定方向图的综合, 其实质都是对包含多个未知量的高度非线性问题进行求解. 但这两类方法的局限性是都只能用于一维稀疏线阵的方向图综合, 无法有效实现对三维曲面共形阵列天线的稀疏优化设计. 因此, 为了验证本文提出方法的优越性, 不失一般性, 首先考虑的对象是理想点源构成的 32 元等间距的切比雪夫阵, 阵元的间距为半个波长, 切比雪夫阵的旁瓣约束值为 -20dB , 将分别利用三种方法对均匀分布的直线阵列进行稀疏后的切比雪夫波束方向图综合, 稀疏优化后的阵列单元激励及方向图分布如图 5 所示.



(a) 基于不同方法切比雪夫阵激励幅值及其位置



(b) 基于不同方法切比雪夫阵方向图

图5 基于不同方法切比雪夫阵列天线阵元激励及其方向图

以期望方向图和稀疏线阵的方向图的相关度 ξ 为评估变量.

$$\xi = \text{Cov}(\mathbf{F}_{\text{REF}}, \mathbf{XW}) / \sqrt{\text{Cov}(\mathbf{F}_{\text{REF}}, \mathbf{F}_{\text{REF}}) * \text{Cov}(\mathbf{XW}, \mathbf{XW})}$$

$$\begin{cases} \text{Cov}(\mathbf{F}_{\text{REF}}, \mathbf{XW}) = \text{E}\{[\mathbf{F}_{\text{REF}} - \text{E}(\mathbf{F}_{\text{REF}})][\mathbf{XW} - \text{E}(\mathbf{XW})]\} \\ \text{Cov}(\mathbf{F}_{\text{REF}}, \mathbf{F}_{\text{REF}}) = \text{E}\{[\mathbf{F}_{\text{REF}} - \text{E}(\mathbf{F}_{\text{REF}})][\mathbf{F}_{\text{REF}} - \text{E}(\mathbf{F}_{\text{REF}})]^T\} \end{cases}$$

(29)

其中 Cov 表示两矩阵的协方差阵. $\xi \in [-1, 1]$, 1 表示最大的正相关, -1 表示绝对值最大的负相关. 图 5 分别为基于遗传算法, 矩阵束方法及多任务学习的方法

稀疏优化线阵后的阵元位置激励及其相应的方向图. 从图中可以看出, 三种方法都能对直线阵列进行稀疏优化后的方向图综合, 且都有较好的拟合效果, 其中利用多任务学习进行稀疏优化的直线阵列拟合效果最好, 期望方向图和稀疏线阵得到的方向图的主瓣宽度和副瓣电平基本重合, 尤其是在波谷与波峰位置处, 综合效果相对于遗传算法和矩阵束方法而言, 更为精确. 基于遗传算法、矩阵束方法及多任务学习的方法稀疏后的线阵方向图与期望的切比雪夫方向图的相关度分别为 0.798, 0.844 以及 0.923, 这也说明利用多功能学习方法稀疏的线阵赋形效果最好.

4.2 基于多任务学习方法的共形阵列天线稀疏优化布阵

为了验证共形阵列天线稀疏优化模型的准确性和有

效性, 选择顶角为 45° , 圆环之间的间距为 λ , 不同平面圆环上的阵元个数分别为 12、25、37 的圆锥共形阵列天线作为研究对象, 以圆锥底面圆环圆心作为原点建立全局坐标系, 其阵列天线结构及其方向图如图 6 所示. 由图 6(a) 可知, 阵元是等间隔分布在锥面上的, 其中小圆锥轴线指向为单元方向图的指向, 小圆锥的高度为单元激励幅值, 均匀锥面共形阵上单元激励都为 1, 所以从图 6(a) 可以看出各个小圆锥的高度是相等的. 图 6(b) 为单个天线单元远场方向图分布. 由图 6(c) 可知, 均匀锥面共形阵列天线方向图规则对称, 均匀锥面共形阵的第一副瓣值为 -18dB , 旁瓣峰值为 -11.57dB , 主瓣宽度为 0.39, 在波束指向 $(0^\circ, 0^\circ)$ 即圆锥轴线方向时天线方向性增益为 25.82dB . 对其进行稀疏学习, 得出的稀疏共形阵列天线结构及其方向图如图 7 所示.

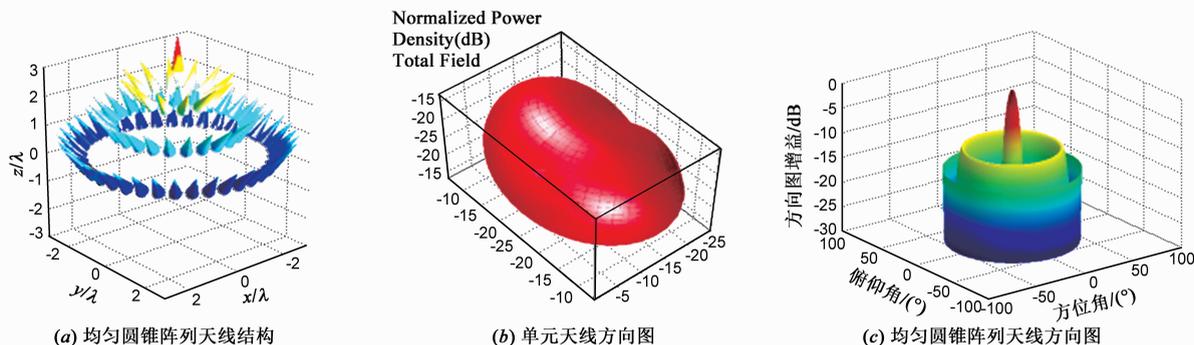


图6 均匀圆锥阵列天线机构及其方向图

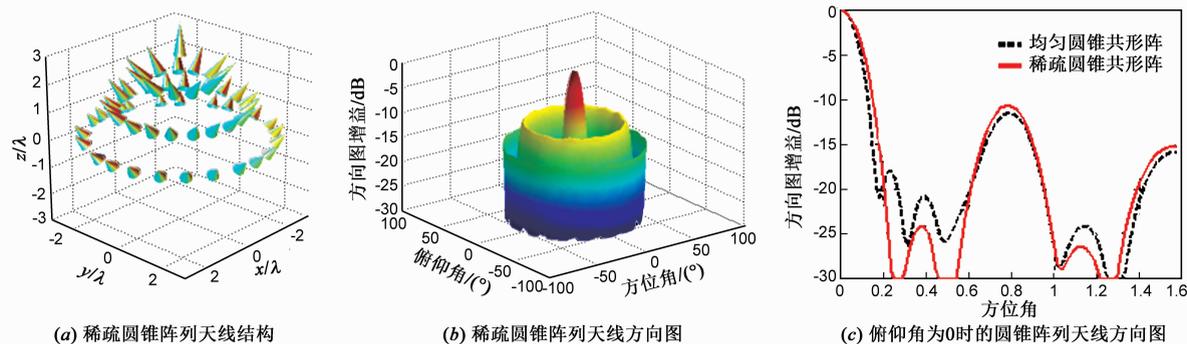


图7 稀疏圆锥阵列天线结构及其方向图

从图 7(a) 可知, 经过稀疏优化后的阵元分布变为 $(11, 20, 23)$, 阵元个数从原先的 75 变为了 55, 且阵元上的激励值不再为 1, 靠近顶点圆环上阵元的激励值较大, 而地面阵元的激励值较小. 从图 7(b) 可知, 稀疏后的锥面共形阵列天线的方向图与均匀锥面阵列天线的方向图在形状上基本一致, 稀疏后的共形阵列天线在旁瓣峰值边缘区域存在少量误差, 没有均匀圆锥阵列天线方向图那么规则和平滑, 从图 7(c) 可以看出, 稀疏圆锥阵列天线方向图第一副瓣电平为 -24.91dB , 比均匀圆锥阵列天线方向图电平值低, 主瓣宽度为 0.52, 旁瓣电平为 -10.71dB , 在波束指向 $(0^\circ, 0^\circ)$ 即圆锥轴线

方向时天线方向性增益为 25.73dB , 可以得出, 稀疏优化后的圆锥阵列天线在方向图形状, 主瓣宽度, 天线最大辐射方向性增益和峰值旁瓣电平上与均匀锥面共形阵列天线基本一致, 达到了方向图拟合的效果.

表 1 为均匀圆锥阵列天线和稀疏圆锥阵列天线方向图主要性能参数之间的详细对比. 锥度比 CTR 定义为阵元激励最大值与最小值的比值, 它是衡量系统设计复杂度的一个关键因素, 工程设计中常常要求阵列天线的锥度比不超过 20dB , 使阵列天线馈电网络不会过于复杂. 从表 1 可知, 稀疏后的圆锥共形阵列天线单元激励的锥度比为 8.13dB , 低于设计要求的 20dB . 表 2

详细列出了稀疏后的圆锥阵列天线单元坐标及其激励振幅和相位,从表 2 可知,稀疏圆锥阵列天线单元在顶点处的激励值最大,离顶点越远激励值越小.这说明靠近顶点的阵元对圆锥阵列天线方向图影响更大,与同心圆阵内环单元对天线方向图贡献更大的原理一致.

表 1 均匀圆锥共形阵列天线与稀疏圆锥共形阵列天线方向图性能参数对比

	均匀圆锥阵列天线	稀疏圆锥阵列天线
阵元个数	75	55
第一副瓣电平	-18.00dB	-24.91dB
主瓣宽度	0.39	0.52
峰值旁瓣电平	-11.57dB	-10.71dB
锥度比 CTR	0dB	8.13dB
方向性增益 D	25.82dB	25.73dB

表 2 稀疏圆锥阵列天线阵元位置坐标与阵元激励

X 坐标 ($\lambda/2$)	Y 坐标 ($\lambda/2$)	Z 坐标 ($\lambda/2$)	激励振幅	激励相位 (弧度)
0.00	0.00	3.00	1.96	3.14
1.00	0.00	2.00	1.77	3.14
0.84	0.54	2.00	1.81	3.14
0.42	0.91	2.00	1.81	3.14
-0.14	0.99	2.00	1.81	3.14
-0.65	0.76	2.00	1.79	3.14
-0.96	0.29	2.00	1.80	3.14
-0.96	-0.27	2.00	1.78	3.14
-0.66	-0.75	2.00	1.84	3.14
-0.14	-0.99	2.00	1.82	3.14
0.42	-0.91	2.00	1.83	3.14
0.85	-0.53	2.00	1.80	3.14
2.00	0.00	1.00	1.20	3.14
1.90	0.62	1.00	1.33	3.14
1.62	1.17	1.00	1.26	3.14
1.18	1.62	1.00	1.27	3.14
0.62	1.90	1.00	1.30	3.14
0.01	2.00	1.00	1.28	3.14
-0.62	1.90	1.00	1.31	3.14
-1.18	1.61	1.00	1.30	3.14
-1.63	1.16	1.00	1.30	3.14
-1.91	0.60	1.00	1.28	3.14
-2.00	0.00	1.00	1.21	3.14
-1.91	-0.59	1.00	1.26	3.14
-1.63	-1.16	1.00	1.33	3.14
-1.18	-1.61	1.00	1.28	3.14
-0.64	-1.89	1.00	1.24	3.14
-0.02	-2.00	1.00	1.37	3.14
0.67	-1.88	1.00	1.49	3.14
1.24	-1.57	1.00	1.08	3.14
1.61	-1.18	1.00	1.27	3.14
1.91	-0.59	1.00	1.34	3.14
3.00	0.00	0.00	0.80	0.00
2.89	0.81	0.00	0.87	0.00
2.56	1.56	0.00	0.88	0.00
2.04	2.20	0.00	0.88	0.00
1.37	2.67	0.00	0.85	0.00
0.59	2.94	0.00	0.88	0.00
-0.24	2.99	0.00	0.85	0.00

续表 2

X 坐标 ($\lambda/2$)	Y 坐标 ($\lambda/2$)	Z 坐标 ($\lambda/2$)	激励振幅	激励相位 (弧度)
-1.00	2.83	0.00	0.86	0.00
-1.76	2.43	0.00	0.91	0.00
-2.36	1.85	0.00	0.89	0.00
-2.78	1.14	0.00	0.80	0.00
-2.97	0.42	0.00	0.86	0.00
-2.96	-0.46	0.00	0.85	0.00
-2.77	-1.15	0.00	0.82	0.00
-2.32	-1.91	0.00	0.97	0.00
-1.65	-2.50	0.00	0.89	0.00
-0.96	-2.84	0.00	0.77	0.00
-0.22	-2.99	0.00	0.91	0.00
0.71	-2.92	0.00	0.86	0.00
1.37	-2.67	0.00	0.78	0.00
2.06	-2.18	0.00	0.92	0.00
2.59	-1.52	0.00	0.91	0.00
2.91	-0.73	0.00	0.82	0.00

5 结论

由于共形阵列天线曲率的变化和单元极化方向图差异的特殊性,针对线阵和平面阵广泛使用的稀疏优化方法已无法继续使用.本文以圆锥共形阵作为研究对象,根据圆锥的几何形状,确定了阵元位置坐标与阵列导向矢量的关系,结合多任务学习的框架,建立了基于多任务学习的共形阵列天线稀疏优化模型,利用分块坐标下降法对模型的非凸优化问题进行求解和分析,得出在整个优化过程中,模型的输出精度是一个指数衰减和不断改善的过程.通过实验仿真对 75 阵元的均匀圆锥共形阵列天线进行了稀疏优化,结果表明,稀疏优化后的圆锥阵列天线方向图与均匀圆锥阵列天线方向图性能基本一致,阵元激励锥度比符合工程应用要求,靠近顶点部分的阵元对阵列天线方向图贡献更大,证明了利用多任务学习共形阵列天线稀疏优化模型稀疏共形阵列天线并对其方向图进行拟合是可行的.

参考文献

- [1] Person P. Modeling conformal array antennas of various shapes using UTD [J]. ACES Journal, Special Issue on Computation and Modeling Techniques for Phased Array Antenna, 2006, 21(3): 305-317.
- [2] Bjorn Thors, Lars Josefeon, et al. The RCS of a cylindrical array antenna coated with a dielectric layer [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(7): 1851-1858.
- [3] 张学敬,等. 共形阵列天线幅相误差校正快速算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(5): 1100-1105.
Zhang Xuejing, et al. A fast method for gain-phase error

- calibration in conformal array [J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2014, 36(5): 1100 – 1105. (in Chinese)
- [4] 徐艳红, 等. 基于响应矢量优化的共形阵列稳健波束形成方法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(9): 2220 – 2226. Xu Yanhong, et al. Robust beamforming based on response vector optimization for conformal array [J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2014, 36(9): 2220 – 2226. (in Chinese)
- [5] 杨永建, 樊晓光, 王晟达. 共形阵列低副瓣方向图综合性能分析[J]. *电波科学学报*, 2013, 28(6): 1116 – 1121. Yang Yongjian, Fan Xiaoguang, Wang Shengda. Performance analysis of conformal array antennas low lobe-side beam pattern synthesis [J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2013, 28(6): 1116 – 1121. (in Chinese)
- [6] 赵菲, 齐会颖, 肖科. 考虑互耦修正的共形阵列天线方向图综合研究[J]. *国防科技大学学报*, 2011, 33(6): 84 – 88. Zhao Fei, Qi Huiying, Xiao Ke. The study of the conformal array pattern synthesis including mutual coupling [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2011, 33(6): 84 – 88. (in Chinese)
- [7] Asim Ali Khan, Anthony Keith Brown. Null steering in irregularly spaced sparse antenna arrays using aperture distributed subarrays and hybrid optimizer [J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2014, 8(2): 86 – 92.
- [8] 杨志伟, 贺顺, 廖贵生, 等. 机翼共形阵列的阵元位置估计方法[J]. *电子学报*, 2013, 41(10): 1969 – 1974. Yang Zhiwei, He Shun, Liao Guisheng, et al. Sensor position estimation for wing conformal antenna array [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(10): 1969 – 1974. (in Chinese)
- [9] Oliveri G, Massa A. Genetic algorithm enhanced almost difference set based approach for array thinning [J]. *IET Microwaves, Antennas Propagation*, 2011, 52(3): 305 – 315.
- [10] Wang G G, Guo L, Duan H, et al. A new improved firefly algorithm for global numerical optimization [J]. *Journal of Computer Theory Nonsocial*, 2014, 11(2): 477 – 485.
- [11] 李岳衡, 王莉, 崔磊, 等. 基于粒子群算法的分布式 MIMO 系统圆形小区天线位置优化研究 [J]. *电子学报*, 2015, 43(6): 1144 – 1151. Li Yueheng, Wang Li, Cui Lei, et al. Antenna port placement optimization of distributed MIMO system in circular cell based on particle swarm optimization [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(6): 1144 – 1151. (in Chinese)
- [12] Ando R, Zhang T. A framework for learning predictive structures from multiple tasks and unlabeled data [J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2005, 6(1): 1817 – 1853.
- [13] Abernethy J, et al. A new approach to collaborative filtering: Operator estimation with spectral regularization [J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2009, 10(1): 803 – 826.
- [14] Argyriou A, Evgeniou T, Pontil M. Multi-task feature learning [J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2007, 19: 39 – 44.
- [15] Zhang Y, Yeung D. A convex formulation for learning task relationships in multi-task learning [A]. *Proceedings of the 26th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence [C]*. Catalina Island, CA, United States: UAI, 2010. 733 – 742.
- [16] Obozinski G, Taskar B, Jordan M. Joint covariate selection and joint subspace selection for multiple classification problems [J]. *Statistics and Computing*, 2010, 20(2): 231 – 252.
- [17] Bregains J C, Garcia-Naya J A, Dapena A, et al. A matlab tool for visualizing the 3D polar power patterns and excitations of conformal arrays [J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2010, 52(4): 127 – 133.
- [18] 齐飞林, 刘铮, 刘俊, 等. 制导武器共形阵列天线的配置方式 [J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(2): 269 – 274. Qi Feilin, Liu Zheng, Liu Jun, et al. Configuration of conformal phased array with guided weapons [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(2): 269 – 274. (in Chinese)
- [19] Osborne M R, Presnell B, Presnell B, et al. On the lasso and its dual [J]. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 2000, 9(2): 319 – 327.
- [20] Bucca O M, Mazzarella G, Panariello G. Reconfigurable arrays by phase-only control [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1991, 39(7): 919 – 925.
- [21] Liu Yanhui, Nie Zaiping, Liu Qinghuo. Reducing the number of elements in a linear antenna array by the matrix pencil method [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2008, 56(9): 2955 – 2961.

作者简介



李龙军 男, 1988 年 11 月出生, 江西南昌人. 分别于 2010 年、2012 年在空军工程大学获得工学学士和工学硕士学位. 现为空军工程大学博士研究生, 从事阵列天线布阵和阵列信号处理方面的研究.



王布宏 男, 1975 年 12 月出生, 山西太原人, 教授、博士生导师、IEEE 天线与传播协会会员. 2003 年于空军工程大学毕业并获得博士学位. 主要从事阵列天线布阵和阵列信号处理方面的研究.

E-mail: wbhyl@aliyun.com