

基于非刚体轨迹基的线性自标定方法

彭亚丽^{1,2}, 刘侍刚², 裴 焯², 武 杰², 汪西莉²

(1. 现代教学技术教育部重点实验室, 陕西西安 710062; 2. 陕西师范大学计算机科学学院, 陕西西安 710119)

摘 要: 为了有效地实现相机自标定, 本文提出了一种基于非刚体轨迹基的线性自标定方法, 该方法利用了非刚体的运动轨迹构成一个低维子空间, 并且该低维子空间的基可以由一组正交小波基线性表示的特性, 线性地实现相机的自标定. 由于该正交小波基可以事先定义, 因此求解的未知数大大减少, 而且使传统的相机自标定问题转化为线性求解问题, 提高了算法的鲁棒性. 模拟实验和真实实验数据结果表明, 该方法能够有效地实现相机的自标定.

关键词: 相机自标定; 非刚体; 轨迹基

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2017)01-0135-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.01.019

Linear Camera Self-Calibration Method Based on Non-Rigid Trajectory Basis

PENG Ya-li^{1,2}, LIU Shi-gang², PEI Zhao², WU Jie², WANG Xi-li²

(1. Key Laboratory of Modern Teaching Technology, Ministry of Education, Xi'an, Shaanxi 710062, China;

2. School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an, Shaanxi 710119, China)

Abstract: To calibrate the camera, a linear camera self-calibration method based on non-rigid trajectory basis is presented in this paper. Based on the fact that the trajectories of non-rigid span a low subspace which can be spanned by an orthogonality wavelet basis, the camera self-calibration can be linearly realized. Because the wavelet basis can be predefined, the solved parameters are deduced and the camera self-calibration becomes a linear optimal problem, which can improve the robustness of the algorithm. The experiments of both simulation and real data show that the presented method can efficiently realize the camera self-calibration.

Key words: camera self-calibration; non-rigid; trajectory basis

1 引言

在计算机视觉领域中, 相机标定是从二维图像信息中获取三维空间信息必不可少的步骤之一^[1]. 传统的相机标定方法主要有三类: 第一类是通过结构已知的物体(如标定块或标定板)在图像中的投影来计算相机的内参数^[2,3], 这类方法的缺点是需要一个高精度的标定块或标定板; 第二类是利用景物中的某些先验知识(如圆、平行线、对称性等)实现相机的标定^[4-6], 但在许多的情况下, 很难知道景物中的先验知识; 第三类是利用相机做特殊运动(如纯旋转、纯平稳运动等)来实现相机标定^[7], 这类方法算法实现简单, 甚至能够线性

求解, 因此鲁棒性较高, 但这类方法要求控制相机的运动, 操作非常繁琐, 只能在实验室环境下进行标定.

传统的相机标定方法一般情况下仅适合于离线标定, 为了实现在线标定, Faugeras 等人首先提出了相机自标定的概念^[8]. 自从自标定概念提出之后, 相机自标定得到了广泛深入地研究, 并提出了许多自标定方法^[9-11]. 自标定方法是在物体和相机运动参数都未知的情况下, 利用绝对二次曲线是一个欧氏不变量的特性, 实现相机的标定. 早前的自标定方法要求物体做刚体运动, 但在现实生活中, 有许多物体的运动不能当作刚体运动, 如: 手指的弯曲、旗帜的飘动等, 因此, 该方法的应用受到一定的限制. 为此, 有些学者利用非刚体可

收稿日期: 2015-07-12; 修回日期: 2016-03-14; 责任编辑: 李勇锋

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61402274, No. 41471280, No. 61501286, No. 31501228, No. 61202314); 陕西省工业科技攻关项目(No. 2016GY-081); 陕西省重点科技创新团队计划(No. 2014KTC-18); 陕西师范大学中央高校基本科研业务费(No. GK201402040); 陕西师范大学学习科学交叉学科培育计划

表示为由若干个形状基元(Shape Basis)组成的特性,对相机进行标定^[12-14],但是这类方法要求解一个非线性优化问题,它需要一个较好的初值,否则可能收敛到局部最小值.

为了克服上述方法的不足,本文提出了一种基于非刚体轨迹基的线性自标定方法,该方法利用非刚体的运动轨迹构成一个低维子空间,并且该低维子空间的基可以由一组正交小波基线性表示的特性,线性地实现相机的自标定.由于该正交小波基可以事先定义,因此求解的未知数大大减少,而且使现有的相机自标定问题转化为线性求解问题,提高了算法的鲁棒性.

2 非刚体成像模型

假定相机为针孔模型,对于第 i 幅图像,其成像过程如下:

$$\mathbf{b}\mathbf{A} = \mathbf{K}[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}][\mathbf{X}^T \quad \mathbf{1}^T]^T \quad (1)$$

式中 \mathbf{X} 为所有三维空间点非齐次坐标构成的矩阵,大小为 $3 \times n$ (n 为空间点的个数), \mathbf{b} 为图像平面点齐次坐标构成的图像矩阵,大小为 $3 \times n$; \mathbf{A} 为所有深度因子构成对角线矩阵,大小为 $n \times n$, $\mathbf{1}$ 为一个元素全部为 1 的 $1 \times n$ 向量; \mathbf{R} , \mathbf{t} 分别为相机在拍摄位置对应的旋转矩阵

和平移矩阵,即相机的外参矩阵; $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 为相

机的内参矩阵; $(u_0 \quad v_0)$ 为主点坐标, f_u 和 f_v 分别为图像 u 轴和 v 轴的尺度因子, s 为畸变因子.

对于第 i 幅图像,由式(1)可得

$$\mathbf{b}_i \mathbf{A}_i = \mathbf{M}_i [\mathbf{X}_i^T \quad \mathbf{1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

式中 $\mathbf{M}_i = (\mathbf{K}\mathbf{R}_i \quad \mathbf{K}\mathbf{t}_i)$ 表示 3×4 的投影矩阵.

将所有的图像点放入一个矩阵中,则有

$$\mathbf{\Omega}_{3m \times n} = \mathbf{M}_{3m \times 4m} \mathbf{S}_{4m \times n} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_m \mathbf{A}_m \end{bmatrix}$, $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{M}_m \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{S} = [\mathbf{X}_1^T \quad \mathbf{1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{X}_m^T \quad \mathbf{1}^T]^T.$$

当物体做刚体运动时,三维空间点矩阵 \mathbf{X}_i 在各个时刻 i 保持不变.当物体做非刚体运动时, \mathbf{X}_i 在各个时刻 i 会发生变化.

3 非刚体轨迹基的表示

在第 i 时刻,假设非刚体上所有空间点的非齐次坐标为

$$\bar{\mathbf{S}}_i = \begin{bmatrix} X_{i,1} & X_{i,2} & \cdots & X_{i,n} \\ Y_{i,1} & Y_{i,2} & \cdots & Y_{i,n} \\ Z_{i,1} & Z_{i,2} & \cdots & Z_{i,n} \end{bmatrix}_{3 \times n} \quad (4)$$

将所有时刻的三维空间点放入一个大矩阵中,则有

$$\bar{\mathbf{S}} = [\bar{\mathbf{S}}_1^T \quad \bar{\mathbf{S}}_2^T \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{S}}_m^T]^T_{3m \times n} \quad (5)$$

将上式中各元素重新调整,可得:

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} X_{1,1} & \cdots & X_{1,n} & Y_{1,1} & \cdots & Y_{1,n} & Z_{1,1} & \cdots & Z_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{m,1} & \cdots & X_{m,n} & Y_{m,1} & \cdots & Y_{m,n} & Z_{m,1} & \cdots & Z_{m,n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

从上式可以看, \mathbf{S}' 中的每一列表示某个空间点在一个坐标轴上的运动轨迹.由于非刚体上各点的运动具有连续性,因此,可以认为物体上各点的运动(即运动轨迹)是在一个低维子空间中进行,那么矩阵 \mathbf{S}' 的秩为 k .

假设矩阵 \mathbf{S}' 列生成的子空间的一个标准正交基为 $\{\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2, \dots, \boldsymbol{\gamma}_k\}$, 那么 \mathbf{S}' 的任意一列都可由 $\{\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2, \dots, \boldsymbol{\gamma}_k\}$ 线性表示,即

$$\mathbf{u}_{xi} = \sum_{j=1}^k \omega_{xi,j} \boldsymbol{\gamma}_j, \mathbf{u}_{yi} = \sum_{j=1}^k \omega_{yi,j} \boldsymbol{\gamma}_j, \mathbf{u}_{zi} = \sum_{j=1}^k \omega_{zi,j} \boldsymbol{\gamma}_j \quad (7)$$

式中, $\mathbf{u}_{xi} = [X_{1,i} \quad \cdots \quad X_{m,i}]^T$, $\mathbf{u}_{yi} = [Y_{1,i} \quad \cdots \quad Y_{m,i}]^T$,

$$\mathbf{u}_{zi} = [Z_{1,i} \quad \cdots \quad Z_{m,i}]^T, \boldsymbol{\gamma}_j = [\gamma_{1,j} \quad \cdots \quad \gamma_{m,j}]^T$$

表示基向量, $\omega_{xi,j}$, $\omega_{yi,j}$ 和 $\omega_{zi,j}$ 表示系数.

由上式可得

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{xi} \\ \mathbf{u}_{yi} \\ \mathbf{u}_{zi} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_1 & \cdots & \boldsymbol{\gamma}_k & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \boldsymbol{\gamma}_1 & \cdots & \boldsymbol{\gamma}_k & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \boldsymbol{\gamma}_1 & \cdots & \boldsymbol{\gamma}_k \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \boldsymbol{\omega}_i \quad (8)$$

式中

$$\boldsymbol{\omega}_i =$$

$$[\omega_{xi,1} \quad \cdots \quad \omega_{xi,k} \quad \omega_{yi,1} \quad \cdots \quad \omega_{yi,k} \quad \omega_{zi,1} \quad \cdots \quad \omega_{zi,k}]^T.$$

由上式可得

$$\mathbf{S}_{4m \times n} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \hat{\boldsymbol{\gamma}}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\boldsymbol{\gamma}}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \hat{\boldsymbol{\gamma}}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \hat{\boldsymbol{\gamma}}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \hat{\boldsymbol{\gamma}}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}_{4m \times (3k+1)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{W}_x \\ \mathbf{W}_y \\ \mathbf{W}_z \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{W}_{(3k+1) \times n}} \quad (9)$$

式中 $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_i = [\gamma_{i,1} \quad \cdots \quad \gamma_{i,k}]^T$, $\mathbf{W}_x = \begin{bmatrix} \omega_{x1,1} & \cdots & \omega_{xn,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{x1,k} & \cdots & \omega_{xn,k} \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{W}_y = \begin{bmatrix} \omega_{y1,1} & \cdots & \omega_{yn,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{y1,k} & \cdots & \omega_{yn,k} \end{bmatrix}, \mathbf{W}_z = \begin{bmatrix} \omega_{z1,1} & \cdots & \omega_{zn,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{z1,k} & \cdots & \omega_{zn,k} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{1} = [1 \quad \cdots \quad 1].$$

由于各点的迹可以用一组正交小波基展开,因此, \mathbf{u}_{xi} 、 \mathbf{u}_{yi} 和 \mathbf{u}_{zi} 也可以用一组正交小波基展开,即可以事先定义一组小波基,即轨迹基。

从式(9)可以看出,由于可以事先定义轨迹基,即 \mathbf{P} 可以事先给定,这样 \mathbf{S} 中原来有 $3mn$ 个未知数,现在变为 \mathbf{W} 中只有 $3kn(k \ll m)$ 个未知数,求解的未知数大大减少,提高了算法的鲁棒性。

4 基于轨迹基的相机自标定

将式(9)代入式(3)中,则有

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{MPW} = \mathbf{DW} \quad (10)$$

式中 $\mathbf{D}_{3m \times (3k+1)} = \mathbf{M}_{3m \times 4m} \mathbf{P}_{4m \times (3k+1)}$ 。

从式(10)中可以看出,矩阵 $\mathbf{\Omega}_{3m \times n}$ 为一个低秩矩阵,其秩为 $3k+1$ 。同时,式(10)中的 $\mathbf{\Omega}_{3m \times n}$ 含有深度因子 \mathbf{A}_i ,但深度因子 \mathbf{A}_i 是未知的,现有许多方法可以通过 $\mathbf{\Omega}_{3m \times n}$ 为一个低秩矩阵的特性,求解出深度因子 \mathbf{A}_i ^[15]。若已知深度因子 \mathbf{A}_i ,可以对 $\mathbf{\Omega}_{3m \times n}$ 进行奇异值分解,得到

$$\mathbf{\Omega} = \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{W}} \quad (11)$$

通常情况下, $\tilde{\mathbf{D}}$ 和 \mathbf{D} , $\tilde{\mathbf{W}}$ 和 \mathbf{W} 并不相等,它们之间相差一个可逆矩阵 $\mathbf{H}_{(3k+1) \times (3k+1)}$,即

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}^{-1}\tilde{\mathbf{W}}, \mathbf{D} = \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{H} \quad (12)$$

选取 \mathbf{H} 中的3列,组成矩阵 $\mathbf{H}_{j,111}$,由上式可得

$$\tilde{\mathbf{D}}\mathbf{H}_{j,111} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,j}\mathbf{KR}_1 \\ \gamma_{2,j}\mathbf{KR}_2 \\ \vdots \\ \gamma_{m,j}\mathbf{KR}_m \end{bmatrix}_{3m \times 3} \quad (13)$$

取上式中第 $3i-2$ 行至第 $3i$ 行的3行,则有

$$\tilde{\mathbf{D}}_{3i-2:3i}\mathbf{H}_{j,111} = \gamma_{i,j}\mathbf{KR}_i \quad (14)$$

式中 $\tilde{\mathbf{D}}_{3i-2:3i}$ 表示矩阵 $\tilde{\mathbf{D}}_{3m \times (3k+1)}$ 中的第 $3i-2$ 行至第 $3i$ 行。

由于 \mathbf{R}_i 为旋转矩阵,对式(14)两边各乘以其转置,即有

$$\tilde{\mathbf{D}}_{3i-2:3i}\mathbf{H}_{j,111}\mathbf{H}_{j,111}^T\tilde{\mathbf{D}}_{3i-2:3i}^T = \gamma_{i,j}^2\mathbf{K}\mathbf{K}^T \quad (15)$$

令 $\mathbf{\Pi}_j = \mathbf{H}_{j,111}\mathbf{H}_{j,111}^T$, $\mathbf{\Sigma} = \mathbf{K}\mathbf{K}^T$, $\mathbf{\Sigma}$ 为绝对二次曲面的像,则上式可变为

$$\tilde{\mathbf{D}}_{3i-2:3i}\mathbf{\Pi}_j\tilde{\mathbf{D}}_{3i-2:3i}^T = \gamma_{i,j}^2\mathbf{\Sigma} \quad (16)$$

由于 $\mathbf{\Pi}_j$ 和 $\mathbf{\Sigma}$ 都是对称阵,因此式(16)有 $(9k^3 + 9k^2 + 6k + 10)/2$ 个未知数,可提供 $6mk$ 个方程,当 $12mk \geq 9k^3 + 9k^2 + 6k + 10$ 时,可以实现相机的自标定。

同时,从式(16)可以看出,在求解 $\mathbf{\Sigma}$ 时,式(16)为一个线性方程组,可以通过线性方法进行求解。当 $\mathbf{\Sigma}$ 已知时,通过Cholesky分解,可以求到相机内参矩阵,实现相机的标定。

5 算法总结

通过上面分析,本文方法主要步骤如下:

- (1) 利用 $\mathbf{\Omega}$ 为低秩矩阵的特性,求取深度因子 \mathbf{A}_i ;
- (2) 利用式(11)对 $\mathbf{\Omega}$ 进行SVD分解,求到 $\tilde{\mathbf{D}}$ 和 $\tilde{\mathbf{W}}$;
- (3) 利用式(16)求到绝对二次曲面的像 $\mathbf{\Sigma}$;
- (4) 对绝对二次曲面的像 $\mathbf{\Sigma}$ 进行Cholesky分解,求到 \mathbf{K} ,实现相机的自标定。

6 实验

6.1 仿真实验

为了验证本文方法的性能,本文首先产生一个三维非刚体运动,非刚体由100个三维空间点组成,每个空间点的运动轨迹都由正交小波基的前10个基向量线性组成,组成的系数为 $[0 \ 1]$ 的随机数,再进行归一化。为了获得大小为 640×480 的图像序列且使物体的成像占整个图像1/3以上,假定相机的内参数分别为:尺度因子 $f_u = f_v = 800$,畸变因子 $s = 6$,主点坐标 $(u_0 \ v_0)$ 为 $(320 \ 240)$ 。变化相机的外参矩阵,以产生200幅图像序列。同时,在每幅图像中加入高斯噪声,利用这些图像,分别用本文方法和Ackermann方法^[14]对相机进行标定。在不同噪声水平下,分别运行100次,然后对相机每个内参数求平均值,实验结果如图1所示。

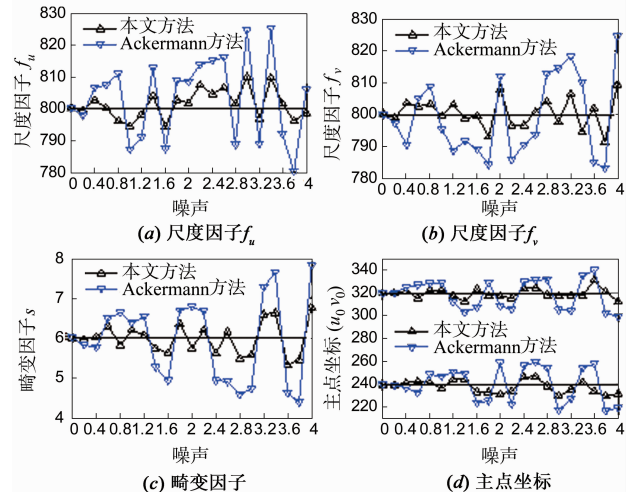


图1 相机各个内参均值随噪声分布图

从图1可以看出,在4个像素的噪声之内,本文方法和Ackermann方法^[14]求到的相机内参变化范围及误差如表1所示。

表1 相机内参对比表

相机内参	Ackermann方法		本文方法	
	变化范围	误差	变化范围	误差
尺度因子 f_u, f_v	800 ± 25	3.13%	800 ± 10	1.25%
畸变因子 s	6 ± 2	33.3%	6 ± 1	16.7%
主点坐标 u_0	320 ± 20	6.25%	320 ± 15	4.69%
主点坐标 v_0	240 ± 20	8.33%	240 ± 10	4.17%

从表 1 可以看出, Ackermann 方法比本文方法标定误差要大, 其主要原因为: Ackermann 方法利用形状基元表示非刚体的运动, 其自标定是一个非线性求解过程; 而本文方法利用轨迹基表示非刚体的运动, 而轨迹基生成的子空间的基可以事先定义, 使求解的未知数大大减少, 并且使自标定转化为线性求解. 从表 1 还可以看出, 在本文方法和 Ackermann 方法中, 尺度因子的

误差最小, 而畸变因子的误差最大, 这个结果也和文献 [3] 是一致的, 原因是由于畸变因子的值和其它参数相比, 要小近 2 个数量级, 因此, 噪声对该参数影响比较大.

同时, 为了检验本文方法的鲁棒性, 在上述实验中, 统计了在不同噪声情况下, 各参数的方差随噪声变化的情况, 如图 2 所示.

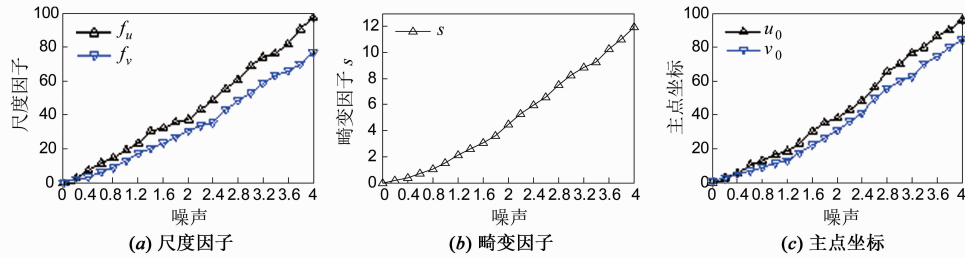


图2 相机各个内参随噪声分布均方差图

从图 2 可以看出, 相机各参数的方差随噪声的增大而增大, 而且几乎显线性增大, 说明本文方法具有良好的鲁棒性.

6.2 真实实验

为了验证本文方法的正确性, 本文获得一个用真实相机拍摄的含有 230 帧大小为 570×338 的恐龙模型运动图像序列, 其中的两帧如图 3 所示. 从图 3 中可以看出, 恐龙的身体和脚的角度在运动过程中是变化的, 因此, 恐龙的运动是非刚体运动, 而不是刚体运动. 在该图像序列中, 提取并跟踪了 49 个特征点 (如图中 * 所示). 利用这些特征点, 用本文方法对相机进行标定, 标定结果为: $f_u = 814.19$, $f_v = 811.95$, $s = 2.37$, $u_0 = 284.37$, $v_0 = 175.35$. 同时, 利用标定结果进行三维重建, 重建结果如图 4 所示.



图3 恐龙图像序列

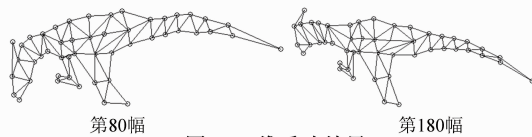


图4 三维重建结果

从图 4 可以看出, 本文方法能够较好的重建出恐龙的三维结构, 同时, 为了衡量本文方法的重建效果, 本文将重建的结果进行重投影, 重投影点如图 3 中所示. 从图 3 中可以看出, 重投影点和特征点基本重合. 同时, 计算了重投影点和特征点的平均距离为 0.462 个

像素, 具有较小的重投影误差, 说明本文方法能够有效地实现相机自标定.

7 结束语

本文利用非刚体的运动轨迹构成一个低维子空间, 并且该低维子空间的基可以由一组正交小波基线性表示的特性, 提出了一种基于非刚体轨迹基的线性自标定方法. 由于该正交小波基可以事先定义, 因此求解的未知数大大减少, 而且使传统的相机自标定问题转化为线性求解, 提高了算法的鲁棒性. 模拟实验和真实实验数据结果表明, 该方法能够有效地实现相机的自标定.

参考文献

- [1] Lee M, Choi C. Real-time facial shape recovery from a single image under general, unknown lighting by rank relaxation [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2014, 120(3): 59-69.
- [2] 王亮, 段福庆, 吕科. 基于 HEIV 模型的摄像机一维标定 [J]. 自动化学报, 2014, 40(4): 643-652.
WANG Liang, DUAN Fu-Qing, LV Ke. Camera calibration with one-dimensional objects based on the heteroscedastic error-in-variables model [J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(4): 643-652. (in Chinese)
- [3] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [4] Orghidan R, Salvi J, Gordan M, Florea C. Structured light self-calibration with vanishing points [J]. Machine Vision and Applications, 2014, 25(2): 489-500.
- [5] Shi K, Dong Q, Wu F. Euclidean upgrading from segment

- lengths; DLT-like algorithm and its variants [J]. *Image and Vision Computing*, 2014, 32(2): 155 – 168.
- [6] Ying X, Peng K, Hou Y, et al. Self-calibration of catadioptric camera with two planar mirrors from silhouettes [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(5): 1206 – 1220.
- [7] 任亮, 邱天爽. 一种基于三正交约束的摄像机标定方法 [J]. *电子学报*, 2014, 42(10): 2050 – 2054.
REN Liang, QIU Tian-shuang. Camera calibration method based on three orthogonal constraints [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(10): 2050 – 2054. (in Chinese)
- [8] Faugras O, Luong Q, Maybank S. Camera self-calibration: theory and experiments [A]. *Proceedings of the Second European Conference on Computer Vision [C]*. Italy, 1992. 321 – 334.
- [9] Wu F, Zhang M, Hu Z. Self-calibration under the cayley framework [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2013, 103(3): 372 – 398.
- [10] Akkad N, Merras M, Saaidi A, et al. Camera self-calibration with varying intrinsic parameters by an unknown three-dimensional scene [J]. *The Visual Computer*, 2014, 30(5): 519 – 530.
- [11] Zhuang Y, Yan F, Hu H. Automatic extrinsic self-calibration for fusing data from monocular vision and 3-D laser scanner [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2014, 63(7): 1874 – 1876.
- [12] Rehan A, Zaheer A, Akhter I, et al. NRSfM using local rigidity [A]. *IEEE Proceedings Winter Conference on Applications of Computer Vision [C]*. CO, USA, 2014. 69 – 74.
- [13] Lladó X, Bue A, Agapito L. Non-rigid metric reconstruction from perspective cameras [J]. *Image and Vision Computing*, 2010, 28(9): 1339 – 1353.
- [14] Ackermann H, Rosenhahn B. Non-rigid self-calibration of a projective camera [A]. *The 11th Asian Conference on Computer Vision [C]*. Daejeon, Korea, 2012. 177 – 190.
- [15] 刘侍刚, 彭亚丽, 韩崇昭, 吴成柯. 基于秩 1 的射影重建方法 [J]. *电子学报*, 2009, 37(1): 225 – 228.
LIU Shi-gang, PENG Ya-li, HAN Chong-zhao, WU Cheng-ke. Projective reconstruction based on rank 1 matrix [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(1): 225 – 228. (in Chinese)

作者简介



彭亚丽 女, 1979 年 3 月出生, 陕西石泉人. 2005 年在哈尔滨工程大学获得硕士学位, 2013 年在西安电子科技大学获得博士学位. 现为陕西师范大学讲师, 从事计算几何、相机标定等方面的有关研究.



刘侍刚 (通信作者) 男, 1973 年 11 月出生, 江西峡江人, 1997 年和 2001 年在哈尔滨工程大学分别获得学士学位和硕士学位, 2005 年在西安电子科技大学获得博士学位, 现为陕西师范大学副教授. 从事计算机视觉、三维重建等方面的有关研究.

E-mail: shgliu@gmail.com