

# 基于模糊支配的高维多目标进化算法 MFEA

毕晓君,张永建,陈春雨

(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院,黑龙江哈尔滨 150001)

**摘要:** 为提高高维复杂多目标优化算法的收敛性和解集分布性,提出一种基于模糊支配的高维多目标进化算法 MFEA.在第二代 Pareto 支配类高维多目标进化算法模型基础上,利用模糊理论对模型中的环境选择进行改进,提出基于模糊隶属度的支配关系,并结合 Harmonic、k 邻域法和小生境技术对其中的拥挤密度估计方法进行改进,最后根据高维多目标的特点并结合模糊理论  $\alpha$ -截集的思想提出了新的环境选择策略.将该算法与目前性能最好的 5 种多目标进化算法在标准测试函数集上进行对比试验,结果表明本文算法与其他算法相比具有明显的优势,不仅提高了算法的收敛性能,而且保证了 Pareto 最优解的均匀分布性.

**关键词:** 高维多目标优化;模糊隶属度;模糊支配; Harmonic 平均距离;  $\alpha$ -截集

**中图分类号:** TP183      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2014)08-1653-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.08.031

## A Many-Objective Evolutionary Algorithm Based on Fuzzy Dominance: MFEA

BI Xiao-jun, ZHANG Yong-jian, CHEN Chun-yu

(Department of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** In order to improve the convergence and distribution of Many-Objective Evolutionary Algorithms (MOEAs), this paper proposes a Many-Objective Fuzzy Evolutionary Algorithm (MFEA) which is based on fuzzy dominance. On the model of algorithms based on Pareto-dominance, we improve the environmental selection using fuzzy logic. We present a new dominance strategy based on fuzzy membership. Then, we propose a new estimation method of crowding distance which incorporates Harmonic-distance, k-neighborhood method and niche technique. Finally, according to the characteristics of MOPs and the idea of  $\alpha$ -cut set, we design a new environmental selection strategy which is made up of two truncations. The proposed algorithm is compared to 5 state-of-the-art MOEAs on benchmark test problems. Simulation results show that  $\alpha$ -MFEA has obvious advantages than other algorithms because MFEA could ensure good convergence while has uniform distribution, especially, applied to solving high-dimensional MOPs.

**Key words:** many-objective optimization; fuzzy membership; fuzzy dominance; Harmonic average distance

## 1 引言

无论是在科学研究还是在工程应用上,优化问题往往包含多个相互冲突的目标函数,一个子目标的改善有可能会引起另外一个或几个子目标的性能降低,通常需要对相互冲突的子目标进行综合考虑,即对各子目标进行折衷.因此,不同于单目标优化问题,多目标优化不存在绝对的或者说是唯一的最好解,而是存在一组由众多的 Pareto 最优解构成的最优解集<sup>[1]</sup>.为解决此类问题,

大量的多目标优化算法(Multi-objective Evolutionary Algorithms, MOEAs)被相继提出<sup>[2]</sup>,归纳起来主要分权重系数法<sup>[4,5]</sup>、降维法<sup>[6~8]</sup>、基于宽松支配法<sup>[9,10]</sup>、混合算法<sup>[11~13]</sup>四类,这些 MOEAs 算法在求解 2 目标和 3 目标优化问题时取得了较好的效果,但当目标的个数增加到 4 个或以上时(称为高维多目标),这些基于 Pareto 排序的 MOEAs 的性能将大大降低,这是因为随着目标数的增加,种群中个体间相互不支配的概率增加,使得用来表示 Pareto 前沿的非支配个体的数量呈指数增长,大大

削弱了算法的选择压力和搜索能力<sup>[3]</sup>. 并存在计算复杂度高、参数难以确定、易陷入局部最优等缺陷.

为此本文通过深入研究提出了一种基于模糊支配的高维多目标进化算法(Many-objective Fuzzy Evolutionary Algorithm, MFEA), 其创新点主要包括: (1) 采用模糊隶属度对环境选择中的支配关系进行改进, 加强个体间的支配能力, 从而增强选择压力; (2) 结合 Harmonic 平均距离、小生境技术和 k-th 邻域法对环境选择中的拥挤密度估计策略进行改进, 提高种群的分布性; (3) 采用改进的模糊支配和拥挤度计算方式, 并引入模糊理论中  $\alpha$ -截集的概念, 提出了新的环境选择策略, 实现在逼近 Pareto 前沿的过程中, 维持种群良好的分布性, 降低计算量.

## 2 高维多目标优化问题的数学描述

不失一般性, 一个具有  $n$  维决策变量、 $m$  维目标函数的多目标优化问题, 以最小化为例, 可表述为公式(1)的形式<sup>[14]</sup>.

$$\begin{aligned} \min y &= F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)), \\ x &= (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \subset R^n, \\ y &= (y_1, y_2, \dots, y_m) \in Y \subset R^m \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $x$  称为决策变量,  $X$  是  $n$  维的决策空间;  $y$  称为目标函数,  $Y$  是  $m$  维的目标空间; 目标函数  $F$  定义了映射函数和同时需要优化的  $m$  个目标, 当  $m > 4$  时, 称式(1)为高维多目标优化问题. 对于决策空间内的任意两点  $x, x^* \in X$ , 当  $x^*$  的目标函数都不大于并且至少存在一个小于  $x$  的目标函数时, 称  $x^*$  Pareto 支配  $x$ , 记为  $x^* > x$ . 若  $x^*$  不受种群中其它个体支配, 则称  $x^*$  为 Pareto 非支配解, 种群中所有非支配解构成的集合称为 Pareto 最优解, 对应的目标函数构成的解集称为 Pareto 前沿.

## 3 基于模糊支配的高维多目标进化算法 MFEA

为提高高维复杂多目标优化算法的收敛性和解集分布性, 本文针对高维多目标优化算法环境选择中的支配关系和拥挤度计算公式的改进, 并对环境选择整体机制进行改进, 从而实现 MOEAs 整体求解性能的进一步提升.

### 3.1 模糊支配关系的改进

现有 MOEAs 中的宽松支配策略, 大多采用变换目标函数值的方法, 目标函数值是不可预测的, 这使得算法参数难以设定, 而且目标函数值的改变, 尤其是在高维多目标优化当中, 会使寻优偏离真实的 Pareto 前沿. 对此, 2004 年 M. Farina 将模糊理论引入到高维多目标优化当中, 以个体间目标优劣的数量来衡量个体的支

配关系, 提出  $(1 - k_F)$  支配策略<sup>[8]</sup>. 其优点是使得个体间的支配关系不再受到目标函数数量纲和数值差异大小的影响, 并使支配关系的复杂程度不受目标数量的影响. 但该支配策略存在一个致命缺陷, 种群中的个体可能会陷入循环支配, 而使种群中不存在非支配解, 会导致算法中各种选择操作无法选取到优秀的个体, 迫使算法运行中断, 无法继续寻优. 以表 1 中的 3 个个体  $X_A$ 、 $X_B$ 、 $X_C$  对应的目标函数值为例,  $X_A$  有两个目标函数值小于  $X_B$ , 而  $X_B$  有两个目标值小于  $X_C$ , 而  $X_C$  又有两个目标值小于  $X_A$ , 依照  $(1 - k_F)$  宽松支配策略,  $X_A$  支配  $X_B$ ,  $X_B$  支配  $X_C$ ,  $X_C$  支配  $X_A$ , 3 个个体陷入循环支配, 不存在非支配解.

表 1 个体  $X_A$ 、 $X_B$ 、 $X_C$

个体	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$X_A$	1	3	7
$X_B$	3	5	5
$X_C$	4	2	6

针对  $(1 - k_F)$  支配易陷入循环支配的不足, 本文进行了改进, 提出了一种新的基于模糊隶属度的模糊支配策略, 主要改进措施有以下两点.

(1) 不同的目标函数的量纲不同, 不能简单地融合在一起进行比较, 而累计个体间目标函数优劣的数量成为判定支配关系的有效手段. 本文提出以较优的目标数所占的比重来表示个体间的支配程度, 称之为模糊支配隶属度  $c$ , 设  $B_i(X_1, X_2)$  表示  $X_1$  比  $X_2$  表现好的目标个数,  $E_q(X_1, X_2)$  表示  $X_1$  与  $X_2$  表现相同的目标个数,  $W_s(X_1, X_2)$  表示  $X_1$  比  $X_2$  表现差的目标个数, 则模糊支配隶属度  $c$  如公式(2)所示. 当模糊支配隶属度  $c$  大于设定的阈值时, 即较优的目标数所占的比重在可以接受的范围内, 支配关系成立; 反之, 支配关系不成立.

$$c = \frac{B_i(X_1, X_2)}{B_i(X_1, X_2) + W_s(X_1, X_2)} \quad (2)$$

(2) 为防止种群中个体陷入循环支配, 本文参考  $E$  占优策略<sup>[10]</sup>中为每个个体设置一个能量参数  $P_w$ , 作为整体衡量该个体目标函数值大小的标准, 如公式(3)所示,  $P_w$  是一个标量值, 具有传递性, 若满足  $P_w(X_1) < P_w(X_2)$  且  $P_w(X_2) < P_w(X_3)$ , 则一定可得到  $P_w(X_1) < P_w(X_3)$ , 可有效防止个体陷入循环支配. 将能量参数加入到支配关系当中, 当两个个体间满足能量约束时, 令模糊隶属度  $c$  为正数, 反之为负数, 最终得带约束的模糊支配隶属度如公式(4)所示.

$$P_w(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^m (f_i(X) - Z_i)^2} \quad (3)$$

式中  $Z_i = \min_j (F_i(X_j))$  为参考点.

$$c = \begin{cases} \frac{B_i(X_1, X_2)}{B_i(X_1, X_2) + W_s(X_1, X_2)}, & P_w(X_1) \leq P_w(X_2) \\ -\frac{B_i(X_1, X_2)}{B_i(X_1, X_2) + W_s(X_1, X_2)}, & P_w(X_1) > P_w(X_2) \end{cases} \quad (4)$$

基于以上两点改进措施,本文提出一种基于模糊隶属度的模糊支配,如定义 1 所示.

**定义 1** (模糊支配) 对于任意两点  $X_1, X_2 \in R^n$ , 当  $E_q(X_1, X_2) \neq m$ , 且由公式(4)得到的模糊隶属度  $c \geq P_r$  ( $P_r \in (0.5, 1]$  为阈值)时,  $X_1$  模糊支配  $X_2$ , 记为  $X_1 >_{fuzzy} X_2$ .

在高维多目标优化中,随着迭代次数的增加,种群中非支配个体的数量急剧增多,甚至可能超过种群的规模,此时就需要不断的放松支配的条件,增大选择的压力以降低非支配解的数量.而本文提出的模糊支配可以通过调节  $P_r$  的值来控制支配的松紧,由定义可知,当  $P_r = 1$  时,支配成立需满足  $W_s(X_1, X_2) = 0$  且  $B_i(X_1, X_2) > 0$ , 即个体  $X_1$  的所有目标函数都不差于  $X_2$ , 并且存在至少一个目标函数优于  $X_2$ , 此时该模糊支配等同于 Pareto 支配;当  $P_r = 0.5$  时,支配成立需满足  $W_s(X_1, X_2) = B_i(X_1, X_2) \neq 0$ , 个体  $X_1$  优于个体  $X_2$  的目标数多于差于  $X_2$  的目标数,此时该模糊支配等同于  $E$  支配;当  $0.5 < P_r < 1$  时,此时模糊支配等价于宽松的 Pareto 支配.由此可知,随着迭代次数的增加,阈值  $P_r$  应该由 1 向着 0.5 逐渐减小,参照差分算法参数设置其自适应调整策略如公式(5)所示.

$$P_r = 0.5 + 0.5 \times \exp(-2t/T) \quad (5)$$

其中  $t$  为当前迭代次数,  $T$  为最大允许迭代次数.

本文提出的模糊支配合理地高维多目标优化问题中个体间  $m$  个目标的比较转化成模糊隶属度和能量参数两个值的分别比较,使得即使在目标数量很多的时候,也能容易的评价个体的优劣,并在此过程中没有加入任何的偏好信息,没有改变目标函数的数值,更没有对目标进行删减,充分利用了个体目标函数的完整信息.而且可以通过  $P_r$  值来控制支配的松紧度,满足不同情况的需求.因此,该支配关系将会非常适合求解高维多目标优化问题.

### 3.2 拥挤密度估计策略的改进

目前 MOEAs 模型中常用的拥挤密度估计法并不能精确的反映个体的拥挤程度,仍存在许多的缺陷.目前效果较好、采用较多的 Harmonic 平均距离,由于考虑了种群中其他所有个体的距离,所以计算量很大,况且种群中相对距离较大的个体对所计算拥挤度的个体的影响不应考虑在内,会引入不必要的偏差,并造成资源

浪费,在高维多目标优化中尤为明显,且没有考虑距离为零的情况.为克服 Harmonic 平均距离存在的缺陷,本文利用  $k$  邻域法和小生境的思想,提出一种新的拥挤距离计算方法,具体如下.

对于种群中的第  $i$  个个体,假设目标空间中与其距离由近及远的个体距离依次为  $d_{i,1}, d_{i,2}, \dots, d_{i,N-1}$ , 则个体  $i$  的 Harmonic 平均距离如公式(6)所示.

$$d_i = \frac{N-1}{\frac{1}{d_{i,1}} + \frac{1}{d_{i,2}} + \dots + \frac{1}{d_{i,N-1}}} \quad (6)$$

公式(6)中的  $N$  为种群规模,即个体拥挤距离的计算考虑了种群中其它所有个体的距离,以精确确定个体在种群中的整体分布情况,但这样造成了计算量的增加.在不影响精度的情况下,本文提出减少参与计算平均距离的个体数量,由  $N-1$  降为  $kn$ , 而  $kn$  的取值借鉴小生境中半径的取值思想,为  $kn = \text{round}(\sqrt{N})$ , 即种群规模的平方根取整,可以得到公式(7).

$$d_i = \frac{kn}{\frac{1}{d_{i,1}} + \frac{1}{d_{i,2}} + \dots + \frac{1}{d_{i,kn}}} \quad (7)$$

种群中个体之间的距离  $d$  的值可能为任意的正数,为方便计算对  $d_{i,k}$  规范化得相对距离  $d_{i,k}/d_{\max}$ ,  $d_{\max}$  为种群中个体间的最大距离;分布越好的个体其拥挤度应该越大,为了保持  $d_i$  与  $d_{i,k}$  的一致性,得  $[1 - (d_{i,k}/d_{\max})]$ ;距离越近的个体对该个体的拥挤度影响越大,反之距离越远影响越小,为了扩大此差异对相对距离进行平方,即  $(d_{i,k}/d_{\max})^2$ , 由此可得到个体的拥挤距离,如公式(8)所示.

$$d_i = \frac{kn}{\sum_{k=1}^{kn} \left[ 1 - \left( \frac{d_{i,k}}{d_{\max}} \right)^2 \right]} \quad (8)$$

为防止拥挤适应度值过大,影响到不同支配层中个体的总适应度值,应使拥挤适应度值保持在 0 与 1 之间,借鉴 SPEA2 算法中  $k$  邻域拥挤适应度的计算方法,最终得到拥挤密度计算公式(9).

$$D_i = \frac{1}{\frac{kn}{\sum_{k=1}^{kn} \left[ 1 - \left( \frac{d_{i,k}}{d_{\max}} \right)^2 \right]} + 1} \quad (9)$$

分析公式(9)可以发现,该拥挤适应度的计算方法考虑了个体在局部区域内相邻  $kn$  个个体的距离,本文 3.4 节详细给出这种改进相比于 Harmonic 平均距离减少计算量的分析.种群中的个体会因为具有共同的相邻个体而联系在一起,所以能够在一定程度上反映出该个体在种群中的整体分布,同时,采取在该局部区域内距离不同的个体对其拥挤度的影响不同的放大策略,保证了个体具有较好的邻域分布.由此可知,该拥

拥挤适应度能够从局部和全局两方面来维持种群的分布性。

### 3.3 环境选择策略整体机制的改进

环境选择依据个体的支配关系和拥挤度来判定进化过程中哪些个体将被保留,因此它影响种群的收敛性和分布性,是多目标优化算法的关键技术.本文结合上述两个方面的改进,并引入模糊理论中  $\alpha$ -截集的思想,实现了双截断环境选择策略,在降低算法计算量的同时提高算法的性能.首先,合并归档集和子代种群,根据模糊支配隶属度建立隶属度矩阵  $C$ ,并使用阈值  $P_r$  对矩阵  $C$  进行  $\alpha$ -截断,计算个体的支配适应度;其次,根据种群规模与支配适应度对种群进行支配层的截断,得到一个新的过渡种群;最后,计算该过渡种群中个体的拥挤密度,得到每个个体的适应度值,并将适应度值好的个体保存到归档集,其具体步骤如下.

**Step1** 建立模糊隶属度矩阵.合并进化种群和归档集得混合种群  $R$ ,利用公式(4)的扩展形式计算种群  $R$  中任意个体间的模糊隶属度  $c_{i,j}$ ,如公式(10)所示,建立模糊隶属度矩阵  $C = [c_{i,j}]_{2N \times 2N}$ ,其中  $N$  表示种群规模, $c_{i,j}$ 表示个体  $j$  支配个体  $i$  的模糊程度.

**Step2**  $\alpha$ -截断并计算支配适应度值.用阈值  $P_r$  对矩阵  $C$  进行截断:若  $c_{i,j} \geq P_r$ ,则令  $c_{i,j} = 1$ ,否则  $c_{i,j} = 0$ ;累计矩阵  $C$  中第  $i$  行元素为 1 的个数,此值为第  $i$  个个体的支配适应度值,种群中模糊支配个体  $i$  的个体数量,记为  $r_i$ .

$$c_{i,j} = \begin{cases} \frac{B_i(X_j, X_i)}{B_i(X_j, X_i) + W_s(X_j, X_i)}, & i \neq j \& P_w(X_j) \leq P_w(X_i) \\ -\frac{B_i(X_j, X_i)}{B_i(X_j, X_i) + W_s(X_j, X_i)}, & i \neq j \& P_w(X_j) > P_w(X_i) \\ 0, & i = j \end{cases} \quad (10)$$

**Step3** 支配层截断.对种群中的个体以  $r_i$  值从小到大排序,找到使个体数量大于等于  $N$  的最小  $r_i$  值,以此  $r_i$  值将种群截断为两部分,保留支配适应度值小于等于此  $r_i$  值的那部分成为过渡种群.

**Step4** 计算适应度值.按照公式(9)计算过渡种群中个体的拥挤距离  $d_i$ ,以支配度  $r_i$  与拥挤距离  $d_i$  的和作为个体总的适应度值<sup>[3]</sup>.

**Step5** 更新归档集.将过渡种群中的个体以适应度值进行排序,选取适应度值小的前  $N$  个个体保存到归档集.

在环境选择中,模糊隶属度矩阵可以将种群中所有的任意两个个体间的模糊支配隶属度清晰地呈现出来,并且由公式(10)可知,隶属度矩阵具有  $c_{j,i} = -(1 - |c_{i,j}|)$  的特性,只需计算出其中一个就可确定另一个,

对模糊隶属度矩阵进行阈值截断操作就可轻易地确定支配关系,可有效避免非支配排序中反复的较个体间支配关系,减小了计算量,且阈值的自适应调整能够增大算法的选择压力,加强算法的搜索能力.同时,对种群进行支配层截断操作删除不必要个体(支配层数较高的个体),消除了种群中没用个体的影响,从而实现精确计算有用个体的适应度值.使得 MFEA 算法能通过较少的计算量收敛到真实的 Pareto 前沿,并维持种群良好的分布性.

基于上述三个方面的改进,本文提出的基于模糊支配的高维多目标进化算法 MFEA 其具体流程如图 1 所示.

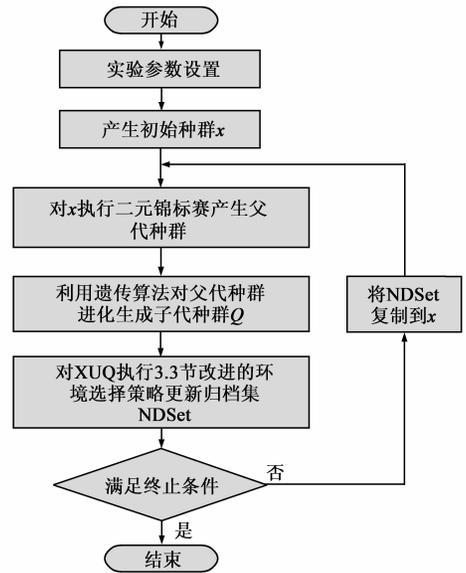


图1 MFEA算法流程图

### 3.4 算法计算复杂度分析

目标数量的增加,使用来表示 Pareto 前沿的非支配解的数量呈指数级增长,这会大大增加算法的计算复杂度.计算复杂度关系到算法的运行效率和可行性,如果复杂度低,则计算量小,算法效率高,而复杂度过高,则算法将难以实现,所以有必要从理论上对本文所提算法进行复杂度分析.由算法流程可知,本文算法区别于现有 MOEAs 的复杂度来自于改进的环境选择策略,主要包括:(1)基于  $\alpha$ -截集的截断操作;(2)拥挤密度的计算.设种群规模为  $N$ ,空间向量维数为  $V$ ,目标数为  $M$ ,计算复杂度如下.

**(1) 基于  $\alpha$ -截集的截断操作** 首先需要建立模糊隶属度矩阵,其计算复杂度为  $O(MN(N-1)/2)$ ,然后对矩阵进行阈值截断,复杂度为  $O(N^2)$ ;阈值截断之后的个体会获得支配适应度值,之后以此适应度值进行种群支配层的截断,复杂度为  $O(W)$ ,  $W$  的值大于等于  $N/2$  而小于  $N$ ,总复杂度为  $O(MN(N-1)/2) + O(N^2)$

+  $O(W)$ . 目前高维多目标优化算法中的支配分层截断操作的复杂度为  $O(MN^2) + O(W)$ , 且  $N > M > 4$ , 与此相比, 本文复杂度有所降低.

(2) 拥挤密度的计算 对截断后得到的种群计算其个体拥挤密度, 本文中的拥挤密度计算公式考虑的个体数量少于 Harmonic 平均距离方法, 所以计算复杂度小于 Harmonic 平均距离的复杂度  $O(MW \log W)$ , 减少量为  $O(N(N-1-kn))$ , 总复杂度为  $O(MW \log W) - O(N(N-1-kn))$ . 而相比于现有的循环排挤策略, 本文提出的 MFEA 算法无需循环反复的计算拥挤度, 只需计算一次, 大大降低了算法的计算复杂度.

## 4 实验仿真与结果分析

为了验证本文提出的 MFEA 算法在高维多目标优化问题上的求解性能, 将其与 DEMO、MOSAHS、OMOPSO、SDEMO 和 SPEA2 五种目前性能较优的 MOEAs 在 4、10、30 目标的 DTLZ 测试函数集上进行对比实验. 算法性能对比采用通用的两个评价标准 GD 和 SP<sup>[13]</sup>, GD 测量算法最终获得的非支配解集与理论 Pareto 最优解集的逼近程度, GD 越小说明算法的收敛性越好, SP 指标用来评价所得解集在目标空间上的分布情况, SP 越小代表所得解的分布越均匀, 算法分布性越好.

所有实验在硬件配置为 Intel Pentium、CPU: G620、4G 内存、2.6GHz 主频, win7 64 位操作系统的计算机上进行, 程序采用 MATLAB R2010b 编写.

为充分验证本文算法的优势, 分别在 DTLZ 函数集中不同的函数上测试算法的不同性能, DTLZ1 函数用来测试算法的收敛能力, DTLZ2 函数用来测试在增加目标个数时算法的运算能力, DTLZ3 函数最为复杂, 使算法容易陷入局部最优, 用来测试算法收敛到全局最优的能力, DTLZ4 函数用来测试算法保持分布性的能力, DTLZ5 函数测试算法收敛到一条曲线的能力.

为了保证比较的公平性, 所有算法的迭代次数为 1000, 种群规模设置为 100, 采用 5000 个均匀分布的 Pareto 最优解作为真实 Pareto 前沿的近似解集, 每个算法独立运行 30 次, 统计 GD 和 SP 的平均值, 实验结果如表 2~表 6 所示.

从表 2 中可以看出, 对 DTLZ1 函数当目标数为 4 时, 本文算法 MFEA 与 OMOPSO、SPEA2 的 GD 和 SP 值很接近, 且小于另外的三种算法, 说明 MFEA、OMOPSO、SPEA2 三者具有相似的收敛能力, 且强于另外三种算法. 这是因为目标数为 4 时, 种群中非支配个体的数量还不是很多, 算法只要采取适当的进化策略就可以收敛, 同时, 目标数量较少使本文算法中的模糊支配并没有发挥出其特有的优势. 当目标数为 10 和 30 时, 本文算法获得的 GD、SP 值明显小于对比算法, 说明在目标

数量较多的情况下, 本文算法的收敛能力明显强于对比算法. 对比 3 种目标数的实验结果, 可以发现, 随着目标数量的增加, 所有对比算法获得的 GD 和 SP 值都急剧增大, 说明对比算法的收敛能力受到目标数量的限制, 反观本文算法, GD 和 SP 值并没有明显的增大, 甚至 10 目标结果好于 4 目标结果, 说明本文算法的收敛能力不受目标数量的限制. 原因是当目标数达到一定的数量时, 种群中非支配个体的数量非常多, 严重削弱了对比算法的选择压力和搜索能力, 相反却使本文算法中模糊支配的优势得到了极大的发挥, 增强了算法的收敛能力. 由此可知, 在高维多目标优化当中, 本文算法的收敛能力得到了大幅度的提升.

表 2 测试函数 DTLZ1 上的实验统计结果

算法	4 目标 DTLZ1		10 目标 DTLZ1		30 目标 DTLZ1	
	GD	SP	GD	SP	GD	SP
DEMO	28.0004	2.0423	45.2192	4.3835	74.7893	9.0823
MOSAHS	11.5856	1.7251	39.3926	3.0058	87.4414	3.0153
OMOPSO	6.6173	1.0744	39.9860	3.9960	63.2091	6.8991
SDEMO	29.3878	2.1586	58.9322	5.3180	109.1564	9.2416
SPEA2	<b>5.8838</b>	<b>0.2878</b>	48.2529	6.6828	128.5847	28.3252
MFEA	6.0682	0.4295	<b>3.7687</b>	<b>0.7792</b>	<b>7.8534</b>	<b>0.2151</b>

从表 3 中可以看出, 对 DTLZ2 函数当目标数分别为 4、10、30 时, 本文算法 MFEA 获得的 GD 和 SP 值都明显小于对比算法, 说明本文算法的运算能力明显强于对比算法, 对于同一优化问题能够求得更好的解集. 同时对比各算法在不同目标数时的实验结果, 可以发现, 随着目标数量的增多, 各算法获得的 GD 和 SP 值都有所增大, 说明目标数量的增加, 加大了算法的运算量, 在一定程度上影响了算法的寻优性能, 但本文算法即使在 30 目标优化时仍能获得很小的 GD 和 SP 值, 保持明显的优势.

表 3 测试函数 DTLZ2 上的实验统计结果

算法	4 目标 DTLZ2		10 目标 DTLZ2		30 目标 DTLZ2	
	GD	SP	GD	SP	GD	SP
DEMO	0.0623	0.0117	0.1290	0.0305	0.1667	0.0456
MOSAHS	0.0303	0.0083	0.0591	0.0115	0.1417	0.0020
OMOPSO	0.0126	0.0075	0.0699	0.0211	0.1080	0.0328
SDEMO	0.0546	0.0106	0.1427	0.0311	0.2383	0.0441
SPEA2	0.0410	0.0135	0.2133	0.0444	0.4357	0.1291
MFEA	<b>4.0037e-005</b>	<b>0.0054</b>	<b>1.8732e-004</b>	<b>0.0017</b>	<b>0.0012</b>	<b>3.5006e-004</b>

从表 4 中可以看出, 对 DTLZ3 函数各对比算法获得的 GD 和 SP 值都较大, 说明这些算法都存在不同程度的陷入局部最优的情形, 而本文算法 MFEA 获得结果明

显小于对比算法,说明本文算法在寻优的过程中能够较好的保持种群的多样性,最不容易陷入局部最优.对比不同目标数时的实验结果发现,随着目标数量的增加,各对比算法的 GD、SP 值急剧增大,即陷入局部最优的情况越来越严重,当目标数达到 30 时,基本已经丧失了寻优能力,而本文算法在 30 目标时的结果虽然有所增大,但仍可接受,仍然向着真实的 Pareto 前沿逼近.由此可见,与现有的 MOEAs 相比,本文算法在处理复杂的高维多目标优化问题上具有更好全局搜索能力.

表 4 测试函数 DTLZ3 上的实验统计结果

算法	4 目标 DTLZ3		10 目标 DTLZ3		30 目标 DTLZ3	
	GD	SP	GD	SP	GD	SP
DEMO	70.0715	6.5314	138.0474	17.4438	244.7067	36.9123
MOSAHS	34.2845	3.8557	82.3603	6.6356	188.1211	0.4712
OMOPSO	23.2331	2.9061	166.9137	17.4512	231.2929	29.9935
SDEMO	67.7455	5.3308	162.1599	18.4811	299.2735	32.7869
SPEA2	10.3112	3.9673	140.7445	22.4887	326.6591	52.6056
MFEA	<b>5.9336</b>	<b>0.0628</b>	<b>5.6057</b>	<b>0.8048</b>	<b>18.4071</b>	<b>0.0131</b>

表 5 测试函数 DTLZ4 上的实验统计结果

算法	4 目标 DTLZ4		10 目标 DTLZ4		30 目标 DTLZ4	
	SP	GD	SP	GD	SP	GD
DEMO	0.0604	0.0131	0.1140	0.0338	0.1857	0.0850
MOSAHS	0.0325	0.0096	0.0765	0.0030	0.1553	0.0044
OMOPSO	0.0058	0.0035	0.0805	0.0214	0.1407	0.0645
SDEMO	0.0292	0.0119	0.1159	0.0329	0.2265	0.0623
SPEA2	0.0345	0.0345	0.2026	0.0592	0.4189	0.1439
MFEA	<b>3.0451e-004</b>	<b>0.0020</b>	<b>3.4130e-004</b>	<b>9.2987e-004</b>	<b>3.3069e-004</b>	<b>7.7078e-004</b>

表 6 测试函数 DTLZ5 上的实验统计结果

算法	4 目标 DTLZ5		10 目标 DTLZ5		30 目标 DTLZ5	
	GD	SP	GD	SP	GD	SP
DEMO	0.0198	0.0053	0.0116	0.0050	0.0081	0.0040
MOSAHS	<b>0.0100</b>	0.0031	<b>0.0077</b>	0.0059	<b>0.0049</b>	<b>0.0035</b>
OMOPSO	0.0213	0.0044	0.0139	<b>0.0037</b>	0.0079	0.0040
SDEMO	0.0249	0.0049	0.0157	0.0049	0.0075	0.0039
SPEA2	0.0402	0.0070	0.0251	0.0047	0.0189	0.0037
MFEA	0.0174	<b>0.0014</b>	0.0141	0.0045	0.0057	0.0048

从表 2~表 5 中数据还可以看出,在 DTLZ1-4 函数上,随着目标数量的增多,各对比算法的 GD 和 SP 值都随之增大,说明对比算法的性能都随目标增多而下降,而本文算法 MFEA 的 GD 和 SP 值较小且基本保持不变,说明本文算法具有更好的寻优能力,并且目标数量越多,本文算法相比于其它算法的优势就越明显,30 目标

从表 5 中可以看出,对 DTLZ4 函数本文算法 MFEA 获得的 GD 和 SP 值明显小于对比算法,说明本文算法能更好的在逼近真实 Pareto 前沿的同时保持种群的分布性.对比各算法在不同目标数时的实验结果发现,随着目标数的增多,各算法的 GD 和 SP 值有所增大,说明目标数量的增多恶化了对比算法的收敛性和分布性,而本文算法的 GD 和 SP 值基本保持不变,并不受目标数量的影响,由此可见,本文算法更适合处理高维多目标优化问题.

从表 6 中可以看出,对 DTLZ5 函数 6 种算法获得的 GD 和 SP 值很接近,说明 6 种算法在 DTLZ5 上具有相似的收敛性和分布性.这是由函数本身的特性决定的,相比于前四个测试函数,DTLZ5 中引入了一个中间变量  $\theta_i$ ,增加了目标函数值的计算复杂度,但它的标准最优前沿面中却只有一个变量,其它都为常数,为多维空间中的一条曲线,结构相对简单.综合以上两点,使得这两个函数在优化时很容易达到一定的精度,但同时又很难达到很高的精度,因此所得到的 GD 和 SP 值会比较接近.

的优势大于 10 目标,10 目标的优势大于 4 目标,说明本文算法的性能受目标数的影响很小,适合于求解高维复杂多目标优化问题.

综上实验可以看出,本文提出的 MFEA 算法具有很强的运算能力和全局寻优能力,可获得较为理想的收敛性和分布性,在解决高维复杂多目标优化问题上,大大改善了现有 MOEAs 的求解性能.

## 5 结束语

针对现有高维多目标优化算法存在的解集收敛性不佳、分布性差的问题,提出一种基于模糊支配的高维多目标进化算法 MFEA,利用模糊隶属度对支配关系进行改进,增强了个体间的选择压力;改进了 Harmonic 平均距离公式,提了高种群的分布性;依据模糊隶属度矩阵和新拥挤度估计法的特点,并结合模糊理论  $\alpha$ -截集的思想提出了新的环境选择策略,使 MFEA 能在保证收

收敛到真实 Pareto 前沿的同时,获得分布更均匀的近似 Pareto 最优解集.通过对 4、10、30 目标在测试函数集 DTLZ 上的实验证明,本文提出的 MFEA 与现有的 MOEAs 相比,在解决高维复杂多目标优化问题中收敛性和分布性上都有较大幅度的性能提升.未来的发展方向是将其应用于工程优化设计及管理决策中,以获得更大的经济效益和社会效益.

## 参考文献

- [1] 雷德明,严新平,吴智铭.多目标混沌进化算法[J].电子学报,2006,34(6):1142-1145.  
Lei De-ming, Yan Xin-ping, Wu Zhi-ming. Multi-objective chaotic evolutionary algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6): 1142-1145. (in Chinese)
- [2] 李密青,郑金华,李珂.一种非均匀分布问题分布性维护方法[J].电子学报,2011,39(4):946-952.  
Li Mi-qing, Zhang Jin-hua, Li Ke. A diversity maintenance method for non-uniform distribution problem[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(4): 946-952. (in Chinese)
- [3] 章萌,章卫国,孙勇.多目标强度 Pareto 混沌差分算法[J].控制与决策,2012,27(1):41-52.  
Zhang Meng, Zhang Wei-guo, Sun Yong. Multi-objective strength Pareto chaotic differential evolution algorithm[J]. Control and Decision, 2012, 27(1): 41-52. (in Chinese)
- [4] Zhang Qingfu, Li Hui. MOEA/D: A multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2007, 11(6): 712-731.
- [5] Ikeda K, Kita H, Kobayashi S. Failure of Pareto-based MOEAs: Does non-dominated really mean near to optimal [A]. Proc of 2001 IEEE Congress on Evolutionary Computation [C]. Seoul: IEEE Service Center, 2001. 957-962.
- [6] Deb K, Saxena D K. On finding Pareto-Optimal Solutions Through Dimensionality Reduction for Certain Large-Dimensional Multi-Objective Optimization Problems[R]. Kanpur: Indian Institute of Technology, 2005.
- [7] Jaimes A L, Coello C A C, Chakraborty D. Objective reduction using a feature selection technique[A]. Proc of the 10th Annual Conf on Genetic and Evolutionary Computation [C]. New York: ACM, 2008. 673-680.
- [8] M. Farina, P. Amato. A fuzzy definition of "optimality" for many-criteria optimization problems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2004, 34(3): 315-326.

- [9] Hernandez-Diaz A, Santana-Quintero L, Coello-Coello C, et al. Pareto-adaptive  $\epsilon$ -dominance [J]. Evolutionary Computation, 2007, 15(4): 493-517.
- [10] 郭思涵,龚小胜.正交设计的 E 占优策略求解高维多目标优化问题研究[J].计算机科学,2012,39(2):276-310.  
Guo Si-han, Gong Xiao-sheng. Research of orthogonal e-dominant (OE) strategy to solve large-dimensional objective optimization problems[J]. Computer Science, 2012, 39(2): 276-310. (in Chinese)
- [11] Qu Li, Chao Chen, Weihong Wang. An adaptive multi-phenotype GEP algorithm [A]. IEEE International Conference on Natural Computation [C]. Chongqing: IEEE, 2012. 631-634.
- [12] Hyounjin Kim, Meng-Sing Liou. New fitness sharing approach for multi-objective genetic algorithm [J]. Journal of Global Optimization, 2013, 55(3): 579-595.
- [13] L C Jiao, Handing Wang, R H Shang. A co-evolutionary multi-objective optimization algorithm based on direction vectors [J]. Information Science, 2013, 228: 90-112.
- [14] 尚荣华,胡朝旭,焦李成.多目标优化算法在多分类中的应用研究[J].电子学报,2012,40(11):2264-2269.  
Shang Rong-hua, Hu Chao-xu, Jiao Li-cheng. Research of multi-objective optimization algorithm application in multi-class classification[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(11): 2264-2269. (in Chinese)

## 作者简介



毕晓君 女,1964年11月生于黑龙江省哈尔滨.哈尔滨工程大学信息与通信工程学院教授,博士生导师.主要研究方向为智能信息处理、图像处理.

E-mail: bixiaojun@hrbeu.edu.cn



张永建(通信作者) 男,1987年生于黑龙江省嫩江.哈尔滨工程大学信息与通信工程学院博士研究生,研究方向为信息智能处理技术、高维多目标优化.

E-mail: zhangyongjian1226@163.com