

基于 DFP 的二阶 Volterra 模型及其对 Rössler 混沌序列的预测

张玉梅^{1,2}, 吴晓军^{1,2}, 白树林³

(1. 陕西师范大学计算机科学学院, 陕西西安 710062; 2. 西北工业大学自动化学院, 陕西西安 710072;
3. 西北工业大学电子信息学院, 陕西西安 710072)

摘要: 为克服最小二乘法或归一化最小二乘法在二阶 Volterra 建模时参数选择不当引起的问题, 在最小二乘法基础上, 应用一种基于后验误差假设的可变收敛因子技术, 构建了一种基于 Davidon-Fletcher-Powell 算法的二阶 Volterra 模型 (DFPSOVF). 给出参数估计中自相关逆矩阵估计的递归更新公式, 并对其正定性、有界性和 $\tau(n)$ 的作用进行了研究. 将 DFPSOVF 模型应用于 Rössler 混沌序列的单步预测, 仿真结果表明其能够保证算法的稳定性和收敛性, 不存在最小二乘法和归一化最小二乘法的发散问题.

关键词: 二阶 Volterra 模型; Davidon-Fletcher-Powell 算法; DFPSOVF; Rössler 混沌序列预测

中图分类号: TN713 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)09-1801-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.09.021

A DFP-Based Second-Order Volterra Model with Applications to Rössler Chaotic Series Prediction

ZHANG Yu-mei^{1,2}, WU Xiao-jun^{1,2}, BAI Shu-lin³

(1. School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an, Shaanxi 710062, China;

2. School of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China;

3. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: To overcome problems caused by improper parameters selection when least mean square (LMS) or normalized LMS (NLMS) method is applied to model second-order Volterra, based on the LMS method, a novel Davidon-Fletcher-Powell (DFP)-method-based second-order Volterra filter (DFPSOVF) was proposed, which is based on a posteriori error assumption and is characteristic of a variable convergence factor. Recursive update formulation positive definiteness and bounded property of the inverse autocorrelation matrix estimation, role of $\tau(n)$ of DFPSOVF model are studied. Simulations, which apply DFPSOVF model to single step predictions for Rössler chaotic time series, illustrate that the proposed algorithm can guarantee its stability and convergence and there haven't divergence problems using LMS and NLMS algorithms.

Key words: second-order Volterra model; Davidon-Fletcher-Powell algorithm; DFPSOVF; Rössler chaotic series prediction

1 引言

在某些限定条件下, Volterra 模型是 NARMAX 模型^[1,2]的一种简化形式. 由于 Volterra 模型既考虑了线性因素, 也考虑了非线性因素, 因此其在非线性时间序列预测、系统辨识及回声消除中得到了广泛使用^[3~9]. 文献[3~5]研究了混沌时间序列的 Volterra 自适应预测, 并提出多种非线性 Volterra 预测模型. 文献[6~8]对

LMS、NLMS 及 RLS 等多种算法在 Volterra 模型系统辨识中的应用进行了研究. 文献[9]研究了一种基于 NLMS 算法的二阶 Volterra 滤波器, 并将其应用于通信系统的回声消除. 尽管 LMS 算法已经在 Volterra 模型系数更新中得到广泛应用, 但其收敛速度对于输入信号频谱^[6~8]的依赖是算法的固有缺点. 同时, LMS 算法也存在收敛因子合理选择问题, 增加了其在 Volterra 模型应用时的困难. 虽然 NLMS 算法可以克服 LMS 算法的一些缺点,

但其本身也存在收敛因子和辅助常数^[3]的选择问题. RLS算法在输入信号相关性较高时已经成为可供替代 LMS 算法的首选方案^[10],但其同样存在参数的选择问题.因此,参数的合理选择问题成为制约 LMS、NLMS 及 RLS 算法在 Volterra 模型应用中的瓶颈.

基于上述分析,本文在对 Volterra 模型应用 LMS 算法进行系数更新的基础上,构建了一种基于 Davidon-Fletcher-Powell 算法并具有可变收敛因子技术的二阶 Volterra 模型(DFPSOVF).DFPSOVF 模型避免了在 Volterra 模型中应用 LMS 或 NLMS 算法调整模型系数时参数选择不当引起的模型发散问题.同时,给出参数估计算法中自相关逆矩阵估计的递归更新公式,并对其正定性、有界性进行了研究.随后,研究了 DFPSOVF 模型中 $\tau(n)$ 的作用.最后,将提出的 DFPSOVF 模型应用于 Rössler 混沌序列 x 分量的预测,并与将 LMS 和 NLMS 应用于 Volterra 模型的性能进行比较,验证了模型的有效性.

2 DFPSOVF 模型

2.1 Volterra 模型

二阶 Volterra 模型^[6]定义如下:

$$\hat{y}(n) = h_0 + \sum_{i=0}^{m-1} h_1(i; n-1)x(n-i) + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} h_2(i, j; n-1)x(n-i)x(n-j) \quad (1)$$

其中, $x(n)$ 为 n 时刻输入信号, $\hat{y}(n)$ 为自适应输出, h_0 为常数项, m 为模型记忆长度, $h_1(i; n-1)$ 为 n 时刻需要更新的线性项系数, $h_2(i, j; n-1)$ 为平方项系数. 记:

$$\mathbf{H}(n-1) = [h_1(0; n-1), h_1(1; n-1), \dots, h_1(m-1; n-1), h_2(0, 0; n-1), h_2(0, 1; n-1), \dots, h_2(m-1, m-1; n-1)]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{X}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-(m-1)), x^2(n), x(n)x(n-1), \dots, x^2(n-(m-1))]^T \quad (3)$$

其中, $(\cdot)^T$ 表示向量转置. 将式(2)和式(3)代入式(1), 得到:

$$\hat{y}(n) = \mathbf{H}^T(n-1)\mathbf{X}(n) \quad (4)$$

令 $e(n)$ 为 n 时刻的先验误差信号, $y(n)$ 为 n 时刻的期望输出, 则 n 时刻的误差平方为:

$$e^2(n) = (y(n) - \hat{y}(n))^2 \quad (5)$$

应用 LMS 算法对式(4)描述的二阶 Volterra 模型(LMS-Volterra)的系数向量 $\mathbf{H}(n)$ 的更新公式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(n) &= \mathbf{H}(n-1) - \mu \nabla_{\mu} e^2(n) \\ &= \mathbf{H}(n-1) - \mu \frac{\partial e^2(n)}{\partial \mathbf{H}} \\ &= \mathbf{H}(n-1) + 2\mu e(n)\mathbf{X}(n) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, μ 为收敛因子. 为保证算法收敛, 取 $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$,

λ_{\max} 是输入向量 $\mathbf{X}(n)$ 的自相关逆矩阵最大特征值^[7,8].

2.2 DFPSOVF 模型推导

为消除输入信号频谱对 LMS-Volterra 模型系数更新收敛速度影响, 使用拟 Newton 法^[10]. 将拟 Newton 法应用至 LMS-Volterra 系数更新式(6), 得到:

$$\mathbf{H}(n) = \mathbf{H}(n-1) + 2\mu e(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n) \quad (7)$$

其中, $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)$ 表示输入向量 $\mathbf{X}(n-1)$ 的自相关逆矩阵, 即:

$$\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1) = (\mathbf{X}(n-1)\mathbf{X}^T(n-1))^{-1} \quad (8)$$

另外, 考虑在 Volterra 系数更新公式中引入可变收敛因子 $\mu(n)$. 将式(7)改写为:

$$\mathbf{H}(n) = \mathbf{H}(n-1) + 2\mu(n)e(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n) \quad (9)$$

为简单起见, 对式(9)中符号进行简化:

$$\mathbf{D}_{n-1} = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)$$

$$\mathbf{X}_n = \mathbf{X}(n)$$

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{H}(n)$$

$$\mu_n = \mu(n)$$

$$e_n = e(n)$$

因此, 将式(9)改写为:

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{H}_{n-1} + 2\mu_n e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \quad (10)$$

式(10)中, 应用 DFP 方法^[10]对自相关逆矩阵进行估计的递归更新公式为:

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{p}_{n-1}\mathbf{p}_{n-1}^T}{\mathbf{p}_{n-1}^T \mathbf{q}_{n-1}} - \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{q}_{n-1} \mathbf{q}_{n-1}^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{q}_{n-1}^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{q}_{n-1}} \quad (11)$$

式中:

$$\mathbf{p}_{n-1} = \mathbf{H}_n - \mathbf{H}_{n-1} \quad (12)$$

$$\mathbf{q}_{n-1} = \hat{\nabla}_n - \hat{\nabla}_{n-1} = 2\mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{p}_{n-1} \quad (13)$$

将式(13)代入式(11), 得到:

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{p}_{n-1}\mathbf{p}_{n-1}^T}{2|\mathbf{p}_{n-1}^T \mathbf{X}_n|^2} - \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \quad (14)$$

对可变收敛因子 μ_n 的推导如下.

引入后验误差并定义为:

$$\epsilon(n) = y_n - \mathbf{H}_n^T \mathbf{X}_n \quad (15)$$

取后验误差平方对收敛因子 μ_n 的导数, 得到:

$$\frac{\partial \epsilon^2(n)}{\partial \mu_n} = 2[y_n - \mathbf{H}_n^T \mathbf{X}_n] \cdot [-2e_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n] \quad (16)$$

令该式为 0, 得到:

$$y_n - \mathbf{H}_n^T \mathbf{X}_n = 0 \quad (17)$$

将式(10)带入式(17)左边并进行化简:

$$\begin{aligned} y_n - \mathbf{H}_n^T \mathbf{X}_n &= y_n - (\mathbf{H}_{n-1} + 2\mu_n e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n)^T \mathbf{X}_n \\ &= e_n (1 - 2\mu_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

得到:

$$\mu_n = \frac{1}{2\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \quad (19)$$

令 $\tau(n) = \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n$, 由式(19)得到:

$$\mu_n = \frac{1}{2\tau(n)} \quad (20)$$

将式(19)代入式(10), 得到:

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{H}_{n-1} + 2\mu_n e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n = \mathbf{H}_{n-1} + \frac{e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \quad (21)$$

由式(21)得到:

$$\mathbf{H}_n - \mathbf{H}_{n-1} = \frac{e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \quad (22)$$

因此, 将式(22)代入式(12), 得到:

$$\mathbf{p}_{n-1} = \mathbf{H}_n - \mathbf{H}_{n-1} = \frac{e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \quad (23)$$

将式(23)代入式(14), 得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n &= \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \left(\frac{1}{2\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} - 1 \right) \\ &= \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} (\mu_n - 1) \end{aligned} \quad (24)$$

因此, DFP SOVF 模型的更新如下:

初始化 分别给定记忆长度 m 和序列长度 N , 给定输入信号 $x(n)$ 和期望值 $y(n)$, 令

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{H}(1) = \cdots = \mathbf{H}(m-1) = \mathbf{0},$$

$$\hat{\mathbf{R}}^{-1}(0) = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(1) = \cdots = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(m-1) = \mathbf{I}, \text{ 其中 } \mathbf{0} \text{ 和}$$

\mathbf{I} 分别为 $\frac{m^2+3m}{2}$ 维零向量和 $\left(\frac{m^2+3m}{2}\right) \times \left(\frac{m^2+3m}{2}\right)$ 维单位矩阵。

计算 令 $n = m$,

步骤 1 构造向量:

$$\mathbf{X}(n) = [x(n), x(n-1), \cdots, x(n-(m-1)), x^2(n), x(n)x(n-1), \cdots, x^2(n-(m-1))]^T$$

步骤 2 $\hat{\mathbf{y}}(n) = \mathbf{H}^T(n-1)\mathbf{X}(n)$;

步骤 3 $e(n) = y(n) - \hat{\mathbf{y}}(n)$;

步骤 4 $\mu(n) = \frac{1}{2\mathbf{X}^T(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n)}$;

步骤 5 $\mathbf{H}(n) = \mathbf{H}(n-1) + 2\mu(n)e(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n)$;

步骤 6 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n) = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1) +$

$$\frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^T(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)}{\mathbf{X}^T(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n)}(\mu(n) - 1);$$

步骤 7 $n = m + 1$. 如果 $n \leq N$, 转到步骤 1, 否则结束。

2.3 特性分析

2.3.1 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 的正定性

本文提出的 DFP SOVF 模型的稳定性取决于输入信号自相关逆矩阵估计 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 的正定性. 以下分析将表

明, 如果 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 的初始值正定, 其正定性将保持不变, 从而保证了 DFP SOVF 模型的稳定性。

为分析 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 的正定性, 给出如下定理^[11].

定理 如果矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{C} 的维数相同, 并且其特征值分别为 λ_i 和 λ'_i . 同时, 如果同维数的矩阵 \mathbf{B} 为秩 1 矩阵, 即 $r(\mathbf{B}) = 1$, 并且其非 0 特征值为 ρ , 那么对于 $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, 有以下结论:

$$\lambda_1 \leq \lambda'_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda'_2 \leq \cdots \leq \lambda_M \leq \lambda'_M, \rho > 0$$

$$\lambda'_1 \leq \lambda_1 \leq \lambda'_2 \leq \lambda_2 \leq \cdots \leq \lambda'_M \leq \lambda_M, \rho < 0$$

根据式(24), 定义矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}' &= \mathbf{D}_{n-1} + \frac{-\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \\ &= \mathbf{D}_{n-1} + \frac{-\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n (\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n)^T}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \end{aligned} \quad (25)$$

这里假定 \mathbf{D}_{n-1} 为对称正定矩阵. 根据矩阵秩的性质 $r(\mathbf{AB}) \leq \min(r(\mathbf{A}), r(\mathbf{B}))$ 和 $\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n$ 为一数值项可知, 式(25)后一项矩阵秩为 1.

下面给出 \mathbf{X}_n 为矩阵 \mathbf{D}' 的某一特征向量的证明.

等式(25)两边同时右乘 \mathbf{X}_n , 得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}'\mathbf{X}_n &= \left(\mathbf{D}_{n-1} + \frac{-\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \right) \mathbf{X}_n \\ &= \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n + \frac{-\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n (\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n)}{(\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n)} \\ &= \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n + (-\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n) \\ &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (26)$$

由式(26)可知, 矩阵 \mathbf{D}' 对应于特征向量为 \mathbf{X}_n 的特征值为 0. 另外, 根据 \mathbf{D}_{n-1} 为正定矩阵的假设, 其最小特征值 λ_1 满足: $\lambda_1 > 0$. 对于式(25)的后一项, 其对应的非 0 特征值 $\rho = -\lambda_1 < 0$. 所以根据上述定理, 对于 \mathbf{D}' 来说, 其存在两个特征值 λ'_1 和 λ'_2 , 并满足关系式:

$$\lambda'_1 \leq \lambda_1 \leq \lambda'_2 \quad (27)$$

因为由式(26)已知矩阵 \mathbf{D}' 的一个特征值为 0. 假如矩阵 \mathbf{D}' 还有一个 0 特征值, 那么就与式(27)相矛盾, 所以矩阵 \mathbf{D}' 仅有一个最小特征值 $\lambda'_1 = 0$. 再将式(25)代入式(24), 得到:

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}' + \mu_n \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \quad (28)$$

将式(19)代入式(28), 得到:

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}' + \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{2|\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n|^2} \quad (29)$$

再次应用定理, 可以得到 \mathbf{D}_n 的最小特征值大于或等于 \mathbf{D}' 的最小特征值 0. 等于的情况仅仅发生在 \mathbf{D}' 和 $\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n$ 正交的情况下. 然而, 如果这一条件成立, 就有 $\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n = 0$, 而这又和 \mathbf{D}_{n-1} 为正定矩阵的假设矛盾. 因此, \mathbf{D}_n 的最小特征值大于 0, 也就证明了 \mathbf{D}_n , 即

$\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 的正定性.所以,若假定 $\mathbf{D}_0 = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(0) = \mathbf{I}$,那么对于所有的 $n > 0$,均有 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 的最小特征值大于 0 的结论,即 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 为正定矩阵.在 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 为正定矩阵的条件下,保证了 DFPSOVF 模型的稳定性.

2.3.2 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 的有界性

等式(24)的两边同时左乘 \mathbf{X}_n^T 右乘 \mathbf{X}_n ,得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_n \mathbf{X}_n &= \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n + \frac{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n (\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n)}{(\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n)} (\mu_n - 1) \\ &= \mu_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \\ &= \frac{1}{2 \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \cdot \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (30)$$

因此,当输入信号 \mathbf{X}_n 有界时,自相关逆矩阵的估计 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 是有界的.同时,注意到在算法收敛时, $\mathbf{D}_{n-1} \rightarrow \mathbf{D}_n$,将其代入式(30)左边,得到 $\tau(n) = \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \approx 1/2$.

2.3.3 $\tau(n)$ 分析

将 $\tau(n) = \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n$ 分别代入式(21)和式(24),得到:

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{H}_{n-1} + \frac{e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}{\tau(n)} \quad (31)$$

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\tau(n)} \left(\frac{1}{2\tau(n)} - 1 \right) \quad (32)$$

由式(31)和式(32)可以看出,参数 $\tau(n)$ 在 DFPSOVF 模型中具有重要的作用.如式(18)至(20)所示,在可变收敛因子 μ_n 的推导中,使用 $\tau(n)$ 作为归一化因子使得后验误差为 0.另外,文献[12]认为, $\tau(n)$ 是 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 正定性的一个非常适当的指示.因为当 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 不为正定矩阵时,可将其假设为一负值.

比较 RLS 算法^[7,10]和 DFPSOVF 模型的 $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n)$ 更新公式,可以看到,RLS 算法中的调整参数为 λ ,其取值在实际操作中具有一定的随意性,当然也可以根据经验选择,这就增加了 RLS 算法参数选取的困难性.而且,RLS 算法的性能在很大程度上依赖于参数 λ 的选择.特别在非平稳环境时,如果 λ 选择不当,可能引起算法的不稳定.同时,对于 RLS 算法来说,并没有非常确定的 λ 选择准则.同样,在经典 LMS 算法中,收敛因子 μ 的取值也具有一定的经验性和随意性.而在本文提出的 DFPSOVF 模型中,采用的是一种根据输入信号变化而实时调整收敛因子的方法,如式(19)所示.另外,本文提出的 DFPSOVF 模型的计算复杂度^[13]与将 RLS 算法应用于二阶 Volterra 滤波器^[7]时的计算复杂度相当.

3 仿真

3.1 DFPSOVF 模型对 Rössler 序列 x 分量预测

实验中混沌映射按设定初始值直接迭代,Rössler 序列的积分步长取 0.05,积分初始条件取为 $[-1 \ 0 \ 1]$.利用四阶 Runge-Kutta 积分法计算出包含 2000 个数据点的仿真序列,前 1000 个数据点作为训练数据,后 1000 个作为测试数据.Rössler 混沌序列的数学描述如下:

$$\text{Rössler 映射: } \begin{cases} \dot{x} = -(y + z) \\ \dot{y} = x + dy \\ \dot{z} = e + z(x - f) \end{cases}$$

其中, $d = 0.15$, $e = 0.2$, $f = 10$.

本文对 DFPSOVF 模型的记忆长度分别取 3 到 8 时的情况进行研究.其均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)分别为 0.183%, 0.0882%, 0.252%, 0.0766%, 0.197% 以及 0.265%.说明对于 Rössler 序列的 x 分量,以预测 RMSE 作为评价标准,当记忆长度取 6 时,其预测性能最佳.采用 DFPSOVF 模型对 Rössler 序列的 x 分量单步预测的误差如图 1 所示.图中横坐标表示预测样本数,纵坐标采用对数坐标表示预测的绝对误差.这里需要说明的是,图中仅给出了 1000 个测试数据的第 401 至 700 数据的预测绝对误差.

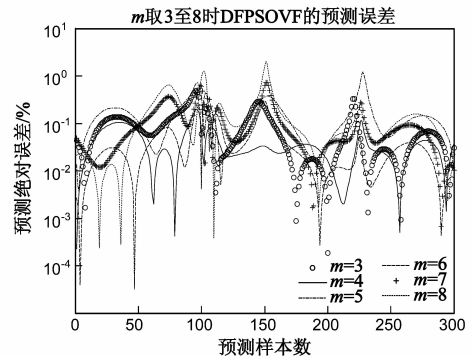


图1 记忆长度不同时DFPSOVF模型对Rössler序列的 x 分量单步预测误差

3.2 DFPSOVF 模型与 LMS-SOVF 预测比较

当记忆长度取 6, μ 分别取 0.01, 0.03 和 0.05 时,应用于二阶 Volterra 滤波器的 LMS 算法^[11]和 DFPSOVF 算法对于 Rössler 序列 x 分量的单步预测误差曲线如图 2 所示,其 RMSE 分别为 4.29%, 2.37%, 1.54% 和 0.0766%.在仿真时,特别注意到,当收敛因子 μ 取 0.07 时,LMS 算法发散.从结果看出,DFP 方法明显优于 LMS 方法.而且,DFP 方法不存在收敛因子的合理选择问题及将 LMS 算法应用于二阶 Volterra 模型时存在的发散问题.

3.3 DFPSOVF 模型与 NLMS-SOVF 预测比较

图 3 给出了当记忆长度取 6, μ 分别取 0.01, 0.05 和 0.1 时,应用于二阶 Volterra 滤波器的 NLMS 算法^[7,11]

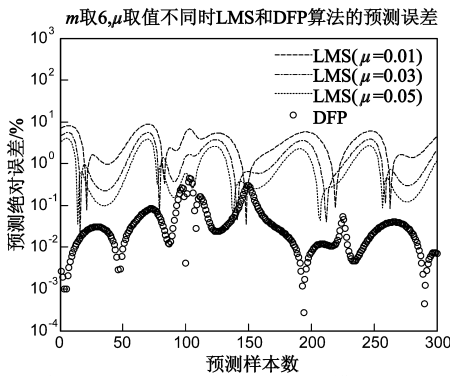


图2 记忆长度为6,LMS-SOVF与DFPSOVF模型对Rössler序列的 x 分量单步预测误差

和 DFPSOVF 算法对于 Rössler 序列 x 分量的单步预测误差曲线,其 RMSE 分别为 0.93%, 0.29%, 0.25% 和 0.0766%。在应用 NLMS 算法时,辅助常数^[7]取 0.001。从结果可以看出,DFP 方法明显优于 NLMS 方法。而且,DFP 方法不存在收敛因子与辅助常数的合理选择问题。

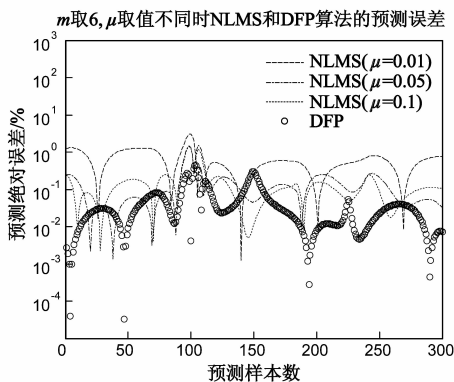


图3 记忆长度为6,NLMS-SOVF与DFPSOVF对Rössler序列 x 分量单步预测误差

4 结论

本文在对 Volterra 模型应用 LMS 算法进行系数更新的基础上,构建了一种具有可变收敛因子特性的 DFP 算法的二阶 Volterra 模型 (DFPSOVF)。给出参数估计算法中自相关逆矩阵估计的递归更新公式,并对其正定性、有界性进行了研究。随后,研究了 $\tau(n)$ 的作用。最后,将提出的 DFPSOVF 模型应用于 Rössler 混沌序列 x 分量的单步预测,并与将 LMS 和 NLMS 应用于 Volterra 模型的性能进行比较。结果表明,DFP 算法克服了 LMS 算法和 NLMS 算法存在的参数选择困难,并避免了因参数选择不当引起的算法发散问题;DFPSOVF 模型不存在初始值选择问题,其能够始终保证稳定性和收敛性;DFPSOVF 模型能够较好地 对 Rössler 混沌时间序列进行单步预测。

参考文献

- [1] Lang Z Q, Billings S A, Yue R, et al. Output frequency response function of nonlinear Volterra systems[J]. Automatica, 2007, 43(5): 805 – 816.
- [2] Aguirre L A, Billings S A. Identification of models for chaotic systems from noisy data: implications for performance and nonlinear filtering[J]. Phys D, 1995, 85(1 – 2): 239 – 258.
- [3] 张家树,肖先赐.用于混沌时间序列自适应预测的一种少参数二阶 Volterra 滤波器[J].物理学报,2001, 50(7): 1248 – 1254.
- Zhang J S, Xiao X C. A reduced parameter second-order Volterra filter with application to nonlinear adaptive prediction of chaotic time series[J]. Acta Phys Sin, 2001, 50(7): 1248 – 1254. (in Chinese)
- [4] 张家树,肖先赐.混沌时间序列的 Volterra 自适应预测[J].物理学报,2000, 49(3): 403 – 408.
- Zhang J S, Xiao X C. Prediction low-dimensional chaotic time series using Volterra adaptive filters[J]. Acta Phys Sin, 2000, 49(3): 403 – 408. (in Chinese)
- [5] 杜杰,曹一家,刘志坚,徐立中,等.混沌时间序列的局域高阶 Volterra 滤波器多步预测模型[J].物理学报,2009, 58(9): 5997 – 6005.
- Du J, Cao Y J, Liu Z J, et al. Local higher-order Volterra filter multi-step prediction model of chaotic time series [J]. Acta Phys Sin, 2009, 58(9): 5997 – 6005. (in Chinese)
- [6] Sigrist Z, Grivel E, Alcoverro B. Estimating second-order Volterra system parameters from noisy measurements based on an LMS variant or an errors-in-variables method [J]. Signal Processing, 2012, 92(4): 1010 – 1020.
- [7] Mathews V J. Adaptive polynomial filters[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1991, 8(3): 10 – 26.
- [8] 魏瑞轩,韩崇昭,张宗麟.非线性 Volterra 系统的总体全解耦自适应滤波[J].电子学报,2005, 33(4): 656 – 659.
- Wei R X, Han C Z, Zhang Z L. Total fully decoupled adaptive filter for nonlinear Volterra system[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(4): 656 – 659. (in Chinese)
- [9] Guerin A, Faucon G, Le Bouquin-Jeannes R. Nonlinear acoustic echo cancellation based on Volterra filters [J]. IEEE Trans Speech Audio Proc, 2003, 11(6): 672 – 683.
- [10] De Campos M L R, Antoniou A. A new quasi-Newton adaptive filtering algorithm[J]. IEEE Trans Circuits and Systems-II, 1997, 44(11): 924 – 934.
- [11] M S Bazaraa, H D Sherali, C M Shetty. Nonlinear Programming: Theory and Algorithms [M]. 3rd ed. Hoboken: Wiley, 2006. 408 – 416.
- [12] G E Bottomley, S T Alexander. A novel approach for stabilizing recursive least squares filters[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1991, 39(8): 1770 – 1779.

- [13] 张玉梅, 吴晓军, 白树林. 基于 DFP 的二阶 Volterra 滤波器及其在混沌序列预测中的应用[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43(4): 530 – 537.

Zhang Y M, Wu X J, Bai S L. A DFP-method-based second-order Volterra filter and its application to chaotic time series prediction [J]. Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica, 2013, 43(4): 530 – 537. (in Chinese)

作者简介



张玉梅 女, 1977 年 10 月出生于陕西绥德, 陕西师范大学计算机科学学院讲师, 从事非线性动力学、混沌理论与应用研究.

E-mail: zym0910@snnu.edu.cn



吴晓军(通讯作者) 男, 1970 年 12 月出生于陕西凤翔, 陕西师范大学计算机科学学院教授, 从事复杂系统, 模式识别与智能系统方面的研究.

E-mail: wythe@snnu.edu.cn



白树林 男, 1978 年 3 月出生于陕西大荔, 西安电子工程研究所高级工程师, 西北工业大学博士研究生, 从事雷达总体工程、混沌理论及其在雷达中的应用研究.

E-mail: bsl78@tom.com