

基于联合总变分最小化的视频压缩感知重建算法

常 侃, 覃团发, 唐振华

(广西大学计算机与电子信息学院, 广西南宁 530004)

摘 要: 在接收端进行预测和补偿的残差重建算法是一种高效的视频压缩感知重建算法. 但是, 残差重建算法没有应用当前图像的稀疏先验, 算法性能完全依赖于预测结果的准确性. 针对此问题, 本文提出了一种基于联合总变分最小化的视频压缩感知重建算法以提升重建图像质量. 为了联合应用待重建图像及对应残差值的稀疏先验, 在所建立的重建模型中, 分别计算目标图像块及其残差值的总变分范数; 为求解最小化问题, 引入新的变量, 并基于 split Bregman 方法设计了一种迭代求解算法. 实验结果表明, 与同类算法相比, 提出的重建算法可以在相同采样率下获得更高质量的重建图像.

关键词: 压缩感知; 总变分; 稀疏先验; 残差重建

中图分类号: TN919.8

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2014)12-2415-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.12.012

Reconstruction Algorithm for Compressed Sensing of Video Based on Joint Total Variation Minimization

CHANG Kan, QIN Tuan-fa, TANG Zhen-hua

(School of Computer and Electronic Information, Guangxi University, Nanning, Guangxi 530004, China)

Abstract: The residual reconstruction algorithm, which performs prediction and compensation at the receiver side, is an efficient reconstruction algorithm for compressed sensing of video. However, the residual reconstruction algorithm doesn't make use of the sparsity prior of an image, and the performance of the algorithm all relies on the accuracy of prediction. This paper proposes a reconstruction algorithm based on joint total variation (TV) minimization to improve the quality of reconstructed images. In order to jointly exploit the sparsity of images and their residual, TV norm of a target image block and TV norm of its residual are both calculated in the established reconstruction model. To solve the minimization problem, new variables are introduced, and an iterative algorithm is developed based on the split Bregman method. The experimental results show that when compared with other traditional algorithms, the proposed algorithm is able to provide higher quality of reconstructed images at the same sampling rates.

Key words: compressed sensing; total variation; sparsity prior; residual reconstruction

1 引言

压缩感知 (Compressed Sensing, CS)^[1,2] 是近年在信号处理领域得到广泛重视的新兴理论体系. 该理论指出, 若某个信号稀疏 (或在某个变换域稀疏), 那么从其有限的不相关测量值中准确恢复原始信号的可能性极高. 因为 CS 的测量过程运算量较低, 所以特别适合计算能力和电力受限的各类分布式应用, 例如无线多媒体传感器网络、无线视频监控等.

已经有一些学者提出了视频压缩感知方案, 可以将现有的重建算法大致分为两类. 在第一类重建算法中,

利用时域相关性辅助选取或设计适合的稀疏变换域, 从而提升图像的重建精度. 例如, Liu 等人^[3] 提出利用参考帧中的图像块集合估计当前重建图像块的 Karhunen-Loeve 变换基, 以获取比离散余弦变换 (Discrete Cosine Transform, DCT) 基以及离散小波变换 (Discrete wavelet transform, DWT) 基上更稀疏的表示; Ma 等人^[4] 采用三维双树复小波变换作为稀疏基, 并改进近似消息传递算法以提升算法性能; Li 等人^[5] 以连续若干帧图像为一个整体重建, 设计了联合时域 DCT 与总变分 (Total Variation, TV) 范数的正则化模型. 在第二类重建算法中, 普遍采用了“预测-补偿”的策略, 仅针对残差值进行重建. 因

为与原始图像相比,残差值在变换域上更为稀疏,所以此类算法在预测准确的前提下效果通常比第一类算法更好.例如,Mun 等人^[6]以关键帧为参考,采用运动估计/运动补偿(Motion Estimation/Motion Compensation, ME/MC)进行预测,并采用平滑投影 Landweber 算法(Smoothed Projected Landweber, SPL)进行残差重建. Tramel 等人^[7]进一步提出了基于多重假设(Multi-Hypothesis, MH)的残差重建方案,与文献^[6]相比,提高了预测准确度,也提升了重建图像质量.文献^[8]采用光流法(Optical Flow, OF)计算当前待重建图像的预测值,并基于 TV 范数最小化重建残差.文献^[9]提出基于局部自回归(Auto Regressive, AR)模型的图像预测方法,实验证明在包含快速运动的序列中预测准确度优于 MH 预测.但是,该方法中计算 AR 参数矩阵的复杂度较高,且需要递归求解多个最小化问题,运算量较大;另外,该方法要求采样端以帧为单位测量,对采样端的内存和计算能力要求较高.

事实上,在基于“预测-补偿”框架的残差重建算法中,重建模型仅强调残差值的稀疏先验,没有综合考虑待重建图像的稀疏先验.本文提出一种基于联合 TV 最小化的重建模型,在重建过程中权衡考虑了残差值的梯度稀疏性与待重建图像块的梯度稀疏性,并基于 split Bregman 方法^[10]设计了联合 TV 最小化问题的求解算法.提出的重建算法灵活性较高,一方面,该算法可与各类预测方法结合,如前述 ME/MC 预测、MH 预测、OF 预测、基于 AR 模型的预测等;另一方面,该重建算法不需要对采样端进行特殊调整,采样端既可以采用块压缩感知(Block Compressed Sensing, BCS)方法^[11]测量,也可以整帧测量.

2 传统残差重建算法流程

本节以 BCS 测量方式^[11]为例,说明基于“预测-补偿”结构的残差重建算法流程.假设每帧图像宽为 W ,高是 H ,将每帧分成 N_B 个互不重叠的 $B \times B$ 大小的图像块,在采样端逐块进行测量,即:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

其中, \mathbf{x} 是 $B^2 \times N_B$ 维矩阵,每一列代表按照一维列向量形式重排的一个图像块; Φ 是 $m \times B^2$ 维测量矩阵,将 m/B^2 定义为采样率; \mathbf{y} 是 $m \times N_B$ 维矩阵,矩阵中的每一列代表单个图像块对应的测量值.在结构上,将视频序列划分为若干图像组(Group of Pictures, GOP),每个 GOP 包含 1 个关键帧与若干非关键帧,对关键帧使用相对较高的采样率.

在接收端,对关键帧逐图像块独立重建.关键帧中第 i 个图像块的重建值是如下最小化问题的解:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^i = \arg \min_{\mathbf{x}_k^i} F_{\text{sparse}}(\mathbf{x}_k^i) \text{ s.t. } \mathbf{y}_k^i = \Phi \mathbf{x}_k^i \quad (2)$$

其中, \mathbf{x}_k^i 代表关键帧中第 i 个待重建图像块; \mathbf{y}_k^i 代表关键帧中第 i 个图像块的测量值; $F_{\text{sparse}}(\mathbf{x}_k^i)$ 表示 \mathbf{x}_k^i 的稀疏正则化函数,可取 $F_{\text{sparse}}(\mathbf{x}_k^i) = \|\Psi^{-1} \mathbf{x}_k^i\|_1$, Ψ 为某选定的稀疏基. Candès 等^[1]将 TV 范数引入 CS 图像重构,故也可取 $F_{\text{sparse}}(\mathbf{x}_k^i) = \|\mathbf{x}_k^i\|_{\text{TV}}$.

对非关键帧,采用已重建的参考帧进行预测,并计算真实测量值与预测测量值之差.假设当前非关键帧中第 i 个图像块的原始值为 \mathbf{x}_c^i ,预测值为 $\tilde{\mathbf{x}}_c^i$,真实测量值为 \mathbf{y}_c^i ,预测测量值为 $\tilde{\mathbf{y}}_c^i$,测量值之差计算如下:

$$\mathbf{y}_{\text{cr}}^i = \mathbf{y}_c^i - \tilde{\mathbf{y}}_c^i = \Phi(\mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i) \quad (3)$$

其次,对残差值 $\mathbf{x}_{\text{cr}}^i = \mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i$ 进行重建,即求解如下最小化问题:

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{cr}}^i = \arg \min_{\mathbf{x}_{\text{cr}}^i} F_{\text{sparse}}(\mathbf{x}_{\text{cr}}^i) \text{ s.t. } \mathbf{y}_{\text{cr}}^i = \Phi \mathbf{x}_{\text{cr}}^i \quad (4)$$

最后,采用重建的残差值 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{cr}}^i$ 对预测值 $\tilde{\mathbf{x}}_c^i$ 进行补偿,得到第 i 个图像块的重建值:

$$\hat{\mathbf{x}}_c^i = \hat{\mathbf{x}}_{\text{cr}}^i + \tilde{\mathbf{x}}_c^i \quad (5)$$

从上述基于“预测-补偿”的残差重建算法流程中可见,第 i 个图像块的重建误差由求解最小化问题式(4)时引入.若预测值 $\tilde{\mathbf{x}}_c^i$ 越准确,残差 \mathbf{x}_{cr}^i 在选定的稀疏基或者梯度域下也越稀疏,重建误差也越低.

3 基于联合 TV 最小化的重建算法

3.1 重建模型的建立

在最小化问题式(4)的求解过程中,仅强调了残差值 \mathbf{x}_{cr}^i 的稀疏先验,因此,求解结果的准确性在极大程度上依赖于预测值 $\tilde{\mathbf{x}}_c^i$ 的准确性.若预测值 $\tilde{\mathbf{x}}_c^i$ 准确性降低,与独立重建方式相比,基于“预测-补偿”的残差重建算法的增益会有一定程度的降低.

事实上, $\tilde{\mathbf{x}}_c^i$ 是采用接收端的已重建帧而非采样端的原始帧进行计算的,因此预测结果不可避免地会受到重建误差的影响.为了提高预测准确度,较为简单的解决方法是提高关键帧的采样率,并且缩短 GOP 的长度,但在数据传输速率受限的条件下是不可行的.另外,若序列中出现快速、复杂的运动而引起相邻帧相关性降低时,预测准确性也同样会下降.因此,在每帧图像的重建过程中,应适当降低重建算法对预测准确性的依赖.依照该思路,提出一种基于联合 TV 范数的重建模型如下:

$$\hat{\mathbf{x}}_c^i = \arg \min_{\mathbf{x}_c^i} \|\mathbf{x}_c^i\|_{\text{TV}} + \beta \|\mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i\|_{\text{TV}} \quad (6)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{y}_c^i = \Phi \mathbf{x}_c^i$$

其中, β 是用于权衡两类 TV 范数的权重参数.

从该重建模型可见,最小化问题中的目标函数同

时强调了待重建图像块 \mathbf{x}_c^i 的梯度稀疏性以及残差值 $\mathbf{x}_{cr}^i = \mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i$ 的梯度稀疏性. 通过在重建过程中同时运用两类先验信息, 在一定程度上降低了重建结果对预测值 $\tilde{\mathbf{x}}_c^i$ 准确性的依赖. 事实上, 若不断增大权重参数 β , 最小化问题式(6)将趋向于仅强调残差稀疏性, 因此, 可将最小化问题式(4)视为问题式(6)的特例. 然而, 在最小化问题式(6)中, 目标函数中存在两个 TV 范数项, 因此不易采用成熟的 CS 重建算法求解. 需要针对问题式(6), 设计快速、准确的求解算法.

3.2 联合 TV 最小化问题的求解

为便于求解问题式(6), 引入一个新的变量 \mathbf{E}_i 描述残差, 于是问题式(6)变为:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{x}}_c^i, \hat{\mathbf{E}}_i) = \arg \min_{\mathbf{x}_c^i, \mathbf{E}_i} & \|\mathbf{x}_c^i\|_{\text{TV}} + \beta \|\mathbf{E}_i\|_{\text{TV}} \\ \text{s. t. } & \mathbf{y}_c^i = \Phi \mathbf{x}_c^i, \mathbf{E}_i = \mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i \end{aligned} \quad (7)$$

讨论各向异性的 TV 范数, 将约束优化问题式(7)转化为无约束优化问题如下:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{x}}_c^i, \hat{\mathbf{E}}_i) = \arg \min_{\mathbf{x}_c^i, \mathbf{E}_i} & \|\nabla_h \mathbf{x}_c^i\|_1 + \|\nabla_v \mathbf{x}_c^i\|_1 \\ & + \beta (\|\nabla_h \mathbf{E}_i\|_1 + \|\nabla_v \mathbf{E}_i\|_1) \\ & + \frac{\lambda}{2} (\|\mathbf{y}_c^i - \Phi \mathbf{x}_c^i\|_2^2 + \mu \|\mathbf{E}_i - (\mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i)\|_2^2) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, λ 和 μ 是两个权重参数; ∇_h 和 ∇_v 分别是水平和垂直方向上的微分算子.

split Bregman^[10]是一种求解 l_1 约束问题的有效方法. 问题式(8)是一个包含多个 l_1 范数的、形式较复杂的最小化问题, 也可参照 split Bregman 方法推导出相应的迭代求解方案. 将问题式(8)变为:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{x}}_c^i, \hat{\mathbf{E}}_i, \hat{\mathbf{d}}_{1h}, \hat{\mathbf{d}}_{1v}, \hat{\mathbf{d}}_{2h}, \hat{\mathbf{d}}_{2v}) = \\ \arg \min_{\mathbf{x}_c^i, \mathbf{E}_i, \mathbf{d}_{1h}, \mathbf{d}_{1v}, \mathbf{d}_{2h}, \mathbf{d}_{2v}} & \|\mathbf{d}_{1h}\|_1 + \|\mathbf{d}_{1v}\|_1 + \beta (\|\mathbf{d}_{2h}\|_1 + \|\mathbf{d}_{2v}\|_1) \\ & + \frac{\lambda}{2} (\|\mathbf{y}_c^i - \Phi \mathbf{x}_c^i\|_2^2 + \mu \|\mathbf{E}_i - (\mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i)\|_2^2) \\ \text{s. t. } & \mathbf{d}_{1h} = \nabla_h \mathbf{x}_c^i, \mathbf{d}_{1v} = \nabla_v \mathbf{x}_c^i, \mathbf{d}_{2h} = \nabla_h \mathbf{E}_i, \mathbf{d}_{2v} = \nabla_v \mathbf{E}_i \end{aligned} \quad (9)$$

引入新的权重参数 γ 和 α , 将问题式(9)再次转化为无约束优化问题:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{x}}_c^i, \hat{\mathbf{E}}_i, \hat{\mathbf{d}}_{1h}, \hat{\mathbf{d}}_{1v}, \hat{\mathbf{d}}_{2h}, \hat{\mathbf{d}}_{2v}) = \\ \arg \min_{\mathbf{x}_c^i, \mathbf{E}_i, \mathbf{d}_{1h}, \mathbf{d}_{1v}, \mathbf{d}_{2h}, \mathbf{d}_{2v}} & \|\mathbf{d}_{1h}\|_1 + \|\mathbf{d}_{1v}\|_1 + \beta (\|\mathbf{d}_{2h}\|_1 + \|\mathbf{d}_{2v}\|_1) \\ & + \frac{\lambda}{2} (\|\mathbf{y}_c^i - \Phi \mathbf{x}_c^i\|_2^2 + \mu \|\mathbf{E}_i - (\mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i)\|_2^2) \\ & + \frac{\gamma}{2} (\|\mathbf{d}_{1h} - \nabla_h \mathbf{x}_c^i\|_2^2 + \|\mathbf{d}_{1v} - \nabla_v \mathbf{x}_c^i\|_2^2) \\ & + \alpha (\|\mathbf{d}_{2h} - \nabla_h \mathbf{E}_i\|_2^2 + \|\mathbf{d}_{2v} - \nabla_v \mathbf{E}_i\|_2^2) \end{aligned} \quad (10)$$

进一步地, 引入第 k 次迭代的 4 个中间变量 \mathbf{b}_{1h}^k 、 \mathbf{b}_{1v}^k 、 \mathbf{b}_{2h}^k 和 \mathbf{b}_{2v}^k . 则问题式(10)的第 $k+1$ 次迭代结果是如下问题的解:

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}_c^{i, k+1}, \mathbf{E}_i^{k+1}, \mathbf{d}_{1h}^{k+1}, \mathbf{d}_{1v}^{k+1}, \mathbf{d}_{2h}^{k+1}, \mathbf{d}_{2v}^{k+1}) = \\ \arg \min_{\mathbf{x}_c^i, \mathbf{E}_i, \mathbf{d}_{1h}, \mathbf{d}_{1v}, \mathbf{d}_{2h}, \mathbf{d}_{2v}} & \|\mathbf{d}_{1h}\|_1 + \|\mathbf{d}_{1v}\|_1 + \beta (\|\mathbf{d}_{2h}\|_1 + \|\mathbf{d}_{2v}\|_1) \\ & + \frac{\lambda}{2} (\|\mathbf{y}_c^i - \Phi \mathbf{x}_c^i\|_2^2 + \mu \|\mathbf{E}_i - (\mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i)\|_2^2) \\ & + \frac{\gamma}{2} (\|\mathbf{d}_{1h} - \nabla_h \mathbf{x}_c^i - \mathbf{b}_{1h}^k\|_2^2 + \|\mathbf{d}_{1v} - \nabla_v \mathbf{x}_c^i - \mathbf{b}_{1v}^k\|_2^2) \\ & + \alpha (\|\mathbf{d}_{2h} - \nabla_h \mathbf{E}_i - \mathbf{b}_{2h}^k\|_2^2 + \|\mathbf{d}_{2v} - \nabla_v \mathbf{E}_i - \mathbf{b}_{2v}^k\|_2^2) \end{aligned} \quad (11)$$

其中, \mathbf{b}_{1h}^k 、 \mathbf{b}_{1v}^k 、 \mathbf{b}_{2h}^k 和 \mathbf{b}_{2v}^k 通过 Bregman 迭代方法更新. 由于问题式(11)中的 6 个变量相互独立, 所以可将其分解为 6 个子问题依次求解. 首先求解“ \mathbf{x} ”子问题:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_c^{i, k+1} = \arg \min_{\mathbf{x}_c^i} & \frac{\lambda}{2} (\|\mathbf{y}_c^i - \Phi \mathbf{x}_c^i\|_2^2 + \mu \|\mathbf{E}_i^k - (\mathbf{x}_c^i - \tilde{\mathbf{x}}_c^i)\|_2^2) \\ & + \frac{\gamma}{2} (\|\mathbf{d}_{1h}^k - \nabla_h \mathbf{x}_c^i - \mathbf{b}_{1h}^k\|_2^2 + \|\mathbf{d}_{1v}^k - \nabla_v \mathbf{x}_c^i - \mathbf{b}_{1v}^k\|_2^2) \end{aligned} \quad (12)$$

将子问题式(12)的目标函数求导, 并令导数为 0, 可推导出其解满足如下条件:

$$\begin{aligned} (\lambda \Phi^T \Phi + \lambda \mu I + \gamma \Delta) \mathbf{x}_c^{i, k+1} = \lambda \Phi^T \mathbf{y}_c^i + \lambda \mu (\tilde{\mathbf{x}}_c^i + \mathbf{E}_i^k) \\ + \gamma \nabla_h^T (\mathbf{d}_{1h}^k - \mathbf{b}_{1h}^k) + \gamma \nabla_v^T (\mathbf{d}_{1v}^k - \mathbf{b}_{1v}^k) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\Delta = \nabla_v^T \nabla_v + \nabla_h^T \nabla_h$. 这里可采用平方根共轭梯度 (Conjugate Gradients Squared, CGS) 法^[12]求解线性方程式(13)获得更新值 $\mathbf{x}_c^{i, k+1}$. 接下来, 求解“ \mathbf{E} ”子问题:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{E}_i} & \frac{\lambda}{2} (\mu \|\mathbf{E}_i - (\mathbf{x}_c^{i, k+1} - \tilde{\mathbf{x}}_c^i)\|_2^2) \\ & + \frac{\gamma}{2} \alpha (\|\mathbf{d}_{2h}^k - \nabla_h \mathbf{E}_i - \mathbf{b}_{2h}^k\|_2^2 + \|\mathbf{d}_{2v}^k - \nabla_v \mathbf{E}_i - \mathbf{b}_{2v}^k\|_2^2) \end{aligned} \quad (14)$$

需要注意, 此时 $\mathbf{x}_c^{i, k+1}$ 已更新, 因此在子问题式(14)中可直接代入其更新结果. 类似地, 可推导出子问题式(14)的解满足如下条件:

$$\begin{aligned} (\lambda \mu I + \gamma \alpha \Delta) \mathbf{E}_i^{k+1} = \lambda \mu (\mathbf{x}_c^{i, k+1} - \tilde{\mathbf{x}}_c^i) \\ + \gamma \alpha \nabla_h^T (\mathbf{d}_{2h}^k - \mathbf{b}_{2h}^k) + \gamma \alpha \nabla_v^T (\mathbf{d}_{2v}^k - \mathbf{b}_{2v}^k) \end{aligned} \quad (15)$$

同样可采用 CGS 法求解线性方程式(15)获得更新值 \mathbf{E}_i^{k+1} . 对于剩余子问题:

$$\begin{aligned} (\mathbf{d}_{1h}^{k+1}, \mathbf{d}_{1v}^{k+1}, \mathbf{d}_{2h}^{k+1}, \mathbf{d}_{2v}^{k+1}) = \\ \arg \min_{\mathbf{d}_{1h}, \mathbf{d}_{1v}, \mathbf{d}_{2h}, \mathbf{d}_{2v}} & \|\mathbf{d}_{1h}\|_1 + \|\mathbf{d}_{1v}\|_1 + \beta (\|\mathbf{d}_{2h}\|_1 + \|\mathbf{d}_{2v}\|_1) \\ & + \frac{\gamma}{2} (\|\mathbf{d}_{1h} - \nabla_h \mathbf{x}_c^{i, k+1} - \mathbf{b}_{1h}^k\|_2^2) \\ & + \|\mathbf{d}_{1v} - \nabla_v \mathbf{x}_c^{i, k+1} - \mathbf{b}_{1v}^k\|_2^2) \\ & + \frac{\gamma}{2} \alpha (\|\mathbf{d}_{2h} - \nabla_h \mathbf{E}_i^{k+1} - \mathbf{b}_{2h}^k\|_2^2) \end{aligned}$$

$$+ \|\mathbf{d}_{2v} - \nabla_v \mathbf{E}_i^{k+1} - \mathbf{b}_{2v}^k\|_2^2) \quad (16)$$

由于 \mathbf{d}_{1h} 、 \mathbf{d}_{1v} 、 \mathbf{d}_{2h} 和 \mathbf{d}_{2v} 相互分离, 因此可将问题式 (16) 分解为 4 个典型的 l_2 - l_1 子问题, 并分别采用收缩算子 (shrinkage operation) 求解. 定义收缩算子如下:

$$F_{\text{shrink}}(x, \eta) = \frac{x}{|x|} \max(|x| - \eta, 0) \quad (17)$$

其中 x 是输入变量, η 是固定参数.

3.3 算法流程

本文提出的基于联合 TV 最小化的重建算法流程如算法 1 所示. 其中, $\mathbf{x}_c^{i,0}$ 是当前待重建信号初始值, N_{iter} 是迭代次数上限, τ 是迭代停止门限值. 在每次迭代过程中, 顺序更新 $\mathbf{x}_c^{i,k+1}$ 、 \mathbf{E}_i^{k+1} 、 \mathbf{d}_{1h}^{k+1} 、 \mathbf{d}_{1v}^{k+1} 、 \mathbf{d}_{2h}^{k+1} 、 \mathbf{d}_{2v}^{k+1} 以及中间变量 \mathbf{b}_{1h}^{k+1} 、 \mathbf{b}_{1v}^{k+1} 、 \mathbf{b}_{2h}^{k+1} 和 \mathbf{b}_{2v}^{k+1} . 当满足重建结果相对变化过小, 或者达到迭代次数上限时停止迭代, 输出重建结果 $\hat{\mathbf{x}}_c^i$.

算法 1 基于联合 TV 最小化的重建算法

输入: Φ , \mathbf{y}_c^i , $\hat{\mathbf{x}}_c^i$, $\mathbf{x}_c^{i,0}$, λ , α , β , γ , μ

初始化: $\mathbf{d}_{1h}^0 = \mathbf{d}_{1v}^0 = \mathbf{d}_{2h}^0 = \mathbf{d}_{2v}^0 = 0$, $\mathbf{E}_i^0 = \mathbf{x}_c^{i,0} - \hat{\mathbf{x}}_c^i$

$$\mathbf{b}_{1h}^0 = \mathbf{b}_{1v}^0 = \mathbf{b}_{2h}^0 = \mathbf{b}_{2v}^0 = 0, k = 0$$

While $\|\mathbf{x}_c^{i,k+1} - \mathbf{x}_c^{i,k}\|_2 / \|\mathbf{x}_c^{i,k}\|_2 \geq \tau$ and $k < N_{\text{iter}}$ Do

步骤 1 采用 CGS 方法求解 (13) 及 (15), 更新 $\mathbf{x}_c^{i,k+1}$ 与 \mathbf{E}_i^{k+1} ;

步骤 2 采用收缩算子计算 \mathbf{d}_{1h}^{k+1} , \mathbf{d}_{1v}^{k+1} , \mathbf{d}_{2h}^{k+1} 和 \mathbf{d}_{2v}^{k+1} :

$$\mathbf{d}_{1h}^{k+1} = F_{\text{shrink}}(\nabla_h \mathbf{x}_c^{i,k+1} + \mathbf{b}_{1h}^k, 1/\gamma);$$

$$\mathbf{d}_{1v}^{k+1} = F_{\text{shrink}}(\nabla_v \mathbf{x}_c^{i,k+1} + \mathbf{b}_{1v}^k, 1/\gamma);$$

$$\mathbf{d}_{2h}^{k+1} = F_{\text{shrink}}(\nabla_h \mathbf{E}_i^{k+1} + \mathbf{b}_{2h}^k, \beta/(\alpha\gamma));$$

$$\mathbf{d}_{2v}^{k+1} = F_{\text{shrink}}(\nabla_v \mathbf{E}_i^{k+1} + \mathbf{b}_{2v}^k, \beta/(\alpha\gamma));$$

步骤 3 根据 Bregman 迭代方法更新 \mathbf{b}_{1h}^k 、 \mathbf{b}_{1v}^k 、 \mathbf{b}_{2h}^k 和 \mathbf{b}_{2v}^k :

$$\mathbf{b}_{1h}^{k+1} = \mathbf{b}_{1h}^k + (\nabla_h \mathbf{x}_c^{i,k+1} - \mathbf{d}_{1h}^{k+1});$$

$$\mathbf{b}_{1v}^{k+1} = \mathbf{b}_{1v}^k + (\nabla_v \mathbf{x}_c^{i,k+1} - \mathbf{d}_{1v}^{k+1});$$

$$\mathbf{b}_{2h}^{k+1} = \mathbf{b}_{2h}^k + (\nabla_h \mathbf{x}_c^{i,k+1} - \mathbf{d}_{2h}^{k+1});$$

$$\mathbf{b}_{2v}^{k+1} = \mathbf{b}_{2v}^k + (\nabla_v \mathbf{x}_c^{i,k+1} - \mathbf{d}_{2v}^{k+1});$$

$$k = k + 1;$$

End Do

输出: $\hat{\mathbf{x}}_c^i = \mathbf{x}_c^{i,k}$

4 实验结果

4.1 实验设置

在本文实验中, 选取 4 种残差重建方案作为比较基准. 其中, 文献 [6] 采用基于块的 ME/MC 进行预测、SPL 算法进行残差重建, 记为 MC-SPL; 文献 [7] 采用 MH 预测、SPL 算法进行残差重建, 记为 MH-SPL; 文献 [8] 采用 OF 预测、通过求解 TV 范数最小化问题进行残差重建, 记为 OF-TV; 将课题组之前提出的基于联合 l_1 范数的重建模型^[13] 记为 JLI, 并将其与 MH 预测结合, 形成重

建方案 MH-JLI. 将本文算法记为 JTV, 分别采用基于块的 ME/MC、MH、OF 3 种方法预测当前图像, 相应的重建方案分别记为 MC-JTV、MH-JTV 与 OF-JTV.

MC-SPL 和 MH-SPL 均采用 Fowler 教授提供的开源代码进行实验 (网址: <http://www.ece.msstate.edu/~fowler/BCSSPL/>). 在 MC-SPL 中, ME 分块大小设为 16×16 , 搜索窗口大小设置为 ± 20 , 搜索精度设置为 $1/4$ 像素; 在 MH-SPL 中, MH 的搜索窗尺寸设定为 ± 16 像素, 求解 MH 预测系数所需的拉格朗日乘子设置为 0.25; SPL 算法基于双树复小波进行 3 级分解. 对于 OF-TV, 采用文献 [14] 对应的开源代码实现 OF 预测 (网址: <http://people.csail.mit.edu/celiu/opticalFlow/>), 为充分比较本文算法 JTV 的性能, 针对 OF-TV, 采用两种方法在梯度域重建残差值: 一种是专门用于求解 TV 范数最小化问题的 TVAL3 (TV minimization by Augmented Lagrangian and ALternating direction ALgorithms) 算法^[15] (网址: <http://www.caam.rice.edu/~optimization/L1/TVAL3/>); 另一种是用于求解普通 l_1 约束问题的 split Bregman 算法, 为便于区别, 将后者对应方案记为 OF-TVSB.

在实验本文算法和课题组之前提出的基于联合 l_1 范数的重建模型时, $\mathbf{x}_c^{i,0}$ 均采用 TVAL3 算法独立重建得到, 迭代次数上限 N_{iter} 均设置为 150, 门限 τ 均设置为 10^{-4} ; 本文算法中的权重系数 λ , α , β , γ 和 μ 分别设定为 6, 0.20, 0.55, 0.15 和 0.5.

序列选用 CIF (Common Intermediate Format) 的 “foreman” 和 “football”. 在采样端使用 BCS 测量^[11], 分块大小为 32×32 , Φ 采用随机高斯矩阵. 测试序列的前 10 帧, 仅将第 1 帧设为关键帧. 非关键帧的采样率 R_1 设为 0.1、0.2、0.3、0.4 和 0.5, 采用之前一帧已重建帧预测, 并使用不同重建方案分别重建; 关键帧的采样率 $R_2 = R_1 + 0.1$, 统一采用 TVAL3 算法进行独立重建. 实验在 matlab 平台上进行, 计算机中央处理器为 Intel i5-2300, 主频为 2.8GHz, 内存为 4GB.

4.2 实验结果分析

表 1 和表 2 分别展示了针对 “foreman” 序列和 “football” 序列, 9 种重建方案在 5 个采样率下 9 帧非关键帧平均重建峰值信噪比 (Peak Signal to Noise Ratio, PSNR). 9 种重建方案分别为 TVAL3^[15] 独立重建、MC-SPL^[6]、OF-TV^[8]、OF-TVSB、MH-SPL^[7]、MH-JLI^[13] 以及本文方案 MC-JTV、MH-JTV、OF-JTV. 根据表中结果可以分析出以下结论:

(1) 与独立重建相比, 4 种方案 MC-SPL、OF-TV、OF-TVSB 与 MH-SPL 均可大幅度地提升重建图像质量. 在预测准确性方面, MH 预测优于基于块的 ME/MC 预测, 所以在相同采样率下 MH-SPL 优于 MC-SPL. 在低采样率下, OF-TV 性能与 MC-SPL 接近; 在中高采样率下, OF-TV

性能接近甚至超越 MH-SPL. 说明 OF-TV 对参考帧的重建误差较敏感. 在低采样率下“foreman”序列中, OF-TVSB 明显差于 OF-TV, 其他情况下两者性能接近; 另根据表 3 重建时间可知, TVAL3 比 split Bregman 速度更快, 因此 TVAL3 更适合于残差重建.

(2) 虽然 MH-JL1 综合考虑了残差稀疏性及当前图像稀疏性, 但是在 BCS 的测量方式下, 小波分解层数较少, DWT 域下不够稀疏. 因此, MH-JL1 的性能差于 MH-SPL, 特别是在中高采样率下的“foreman”序列中差距较明显.

(3) 本文方案 MC-JTV、OF-JTV 和 MH-JTV 在不同序列、5 个采样率下的非关键帧平均重建 PSNR 分别超越了 3 种残差重建方案 MC-SPL、OF-TV 和 MH-SPL, 可推断出本文提出的重建算法性能优于传统的残差重建算法. 需要注意的是, 采用了 split Bregman 方法进行残差重建的 OF-TVSB 未能超越 OF-TV. 由此侧面验证了本文算法的性能提升主要依靠所提出的联合 TV 模型式(6), 而并非推导该模型的迭代求解算法时参照的 split Bregman 方法. 此外, OF-JTV 性能优于 MC-JTV, MH-JTV 性能优于 OF-JTV. 由此可知, 与残差重建算法相比, 虽然本文算法对预测值准确度的依赖性降低, 但是更精确的预测值仍能提升本文算法性能.

(4) 在运动相对平缓的“foreman”序列中, 与独立重建相比, MC-JTV、OF-JTV、MH-JTV 均有较高增益; 在包含剧烈运动的“football”序列中, 上述方案增益下降明显. 原因在于, 一方面, 剧烈运动使得预测准确度降低; 另一方面, “football”序列纹理细节丰富, 待重建图像在梯度域不够稀疏.

表 1 “foreman”序列重建图像平均 PSNR 比较 (dB)

| 重建方案 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| TVAL3 ^[15] | 23.33 | 27.50 | 31.13 | 34.31 | 37.14 |
| MC-SPL ^[6] | 27.68 | 31.27 | 34.22 | 36.61 | 38.75 |
| OF-TV ^[8] | 27.34 | 31.46 | 34.78 | 37.34 | 39.66 |
| OF-TVSB | 26.48 | 30.74 | 34.61 | 37.35 | 39.70 |
| MH-SPL ^[7] | 28.87 | 32.93 | 35.43 | 37.52 | 39.36 |
| MH-JL1 ^[13] | 28.48 | 32.32 | 34.29 | 36.23 | 38.31 |
| MC-JTV | 28.36 | 32.87 | 35.88 | 38.36 | 40.71 |
| OF-JTV | 29.50 | 33.47 | 36.33 | 38.79 | 40.96 |
| MH-JTV | 29.92 | 34.31 | 36.80 | 39.07 | 41.17 |

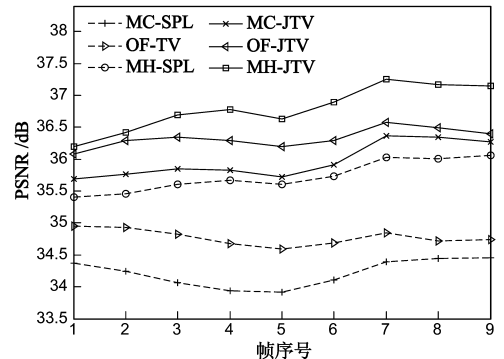
进一步地, 图 1 给出了在非关键帧采样率为 0.3 的情况下, “foreman”序列和“football”序列在不同重建方案下的非关键帧逐帧重建 PSNR 值. 从图中可见, 首先, 本文方案 MC-JTV、OF-JTV、MH-JTV 效果明显优于残差重建方案 MC-SPL、OF-TV、MH-SPL. 其次, 在“football”序列

的结果中, 随着帧序号的增大, 3 种残差重建方案的 PSNR 值均有明显下降. 主要原因是残差重建方案完全依赖于预测值的准确性, 因此在逐帧重建效果不佳的情况下, 发生了较为严重的误差传递. 相反, 本文方案由于综合应用了当前重建图像的稀疏先验, 在一定程度上抑制了误差的传递, 因此重建图像的逐帧 PSNR 较为平稳. 由此可知, 在设置长 GOP 的应用场景中, 本文方案相较于残差重建方案的优势更为明显.

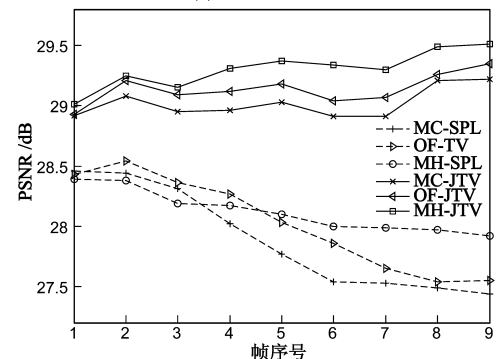
表 2 “football”序列重建图像平均 PSNR 比较 (dB)

| 重建方案 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| TVAL3 ^[15] | 21.08 | 23.74 | 26.18 | 28.58 | 30.88 |
| MC-SPL ^[6] | 21.77 | 25.31 | 27.89 | 29.85 | 31.59 |
| OF-TV ^[8] | 21.91 | 25.50 | 28.05 | 30.59 | 32.93 |
| OF-TVSB | 21.77 | 25.33 | 27.94 | 30.52 | 33.01 |
| MH-SPL ^[7] | 22.55 | 25.67 | 28.09 | 30.17 | 31.95 |
| MH-JL1 ^[13] | 22.35 | 25.36 | 27.24 | 29.50 | 31.47 |
| MC-JTV | 22.93 | 26.17 | 28.72 | 31.01 | 33.21 |
| OF-JTV | 23.19 | 26.62 | 29.19 | 31.57 | 33.53 |
| MH-JTV | 23.38 | 26.77 | 29.44 | 31.69 | 33.68 |

图 2 展示了“football”序列在非关键帧采样率为 0.3 时第 6 帧的局部重建结果主观质量比较. 从图中可以看出, 在 3 种残差重建方案 MC-SPL、OF-TV 与 MH-SPL 的重建结果中产生了较多噪声, 图像较为模糊, 并且出现



(a) “foreman”序列结果



(b) “football”序列结果

图 1 不同重建方案的逐帧 PSNR 比较 ($R_1=0.3, R_2=0.4$)

了轻微的块效应;由于重建时引入了当前图像的稀疏先验,本文方案 MC-JTV、OF-JTV 与 MH-JTV 能够有效抑制噪声的产生并减轻块效应,获得的重建图像边缘较为锐利,同时能较好地保持图像细节信息.

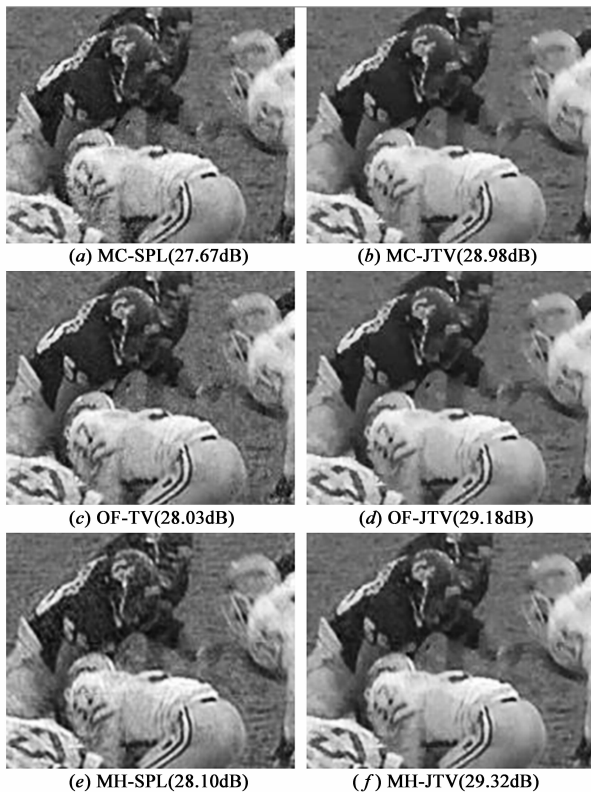


图2 $R_1=0.3, R_2=0.4$ 下“football”序列第6帧局部重建结果主观质量比较

表3 “football”序列各重建方案的非关键帧平均重建时间比较(s)

| 重建方案 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| TVAL3 ^[15] | 3.69 | 4.17 | 4.44 | 4.92 | 5.56 |
| MC-SPL ^[6] | 32.40 | 21.02 | 17.93 | 16.65 | 15.53 |
| OF-TV ^[8] | 11.06 | 11.89 | 12.76 | 14.13 | 15.14 |
| OF-TVSB | 13.94 | 15.33 | 16.93 | 19.30 | 21.56 |
| MH-SPL ^[7] | 14.23 | 13.35 | 12.94 | 11.65 | 11.01 |
| MH-JL1 ^[13] | 37.34 | 40.31 | 45.34 | 47.52 | 52.93 |
| MC-JTV | 18.87 | 21.27 | 23.14 | 24.36 | 25.87 |
| OF-JTV | 22.86 | 25.20 | 27.47 | 28.54 | 30.13 |
| MH-JTV | 26.12 | 29.47 | 32.35 | 34.69 | 37.93 |

表3列出了“football”序列下采用不同重建方案的非关键帧平均重建时间.可见,采用 TVAL3 算法进行独立重建速度最快;MC-SPL 需要在参考帧和目标帧之间进行 ME/MC 预测,并对目标帧进行迭代重建,因此复杂度升高;在 MH-SPL 中,虽然求解最优 MH 预测系数运算量较大,但由于不需要迭代重建,因此运行时间低

于 MC-SPL;OF-TV 在运行时间上与 MH-SPL 接近,快于 OF-TVSB;与残差重建算法相比,JTV 需要求解包含 2 个 TV 范数的最小化问题, JL1 需要求解包含 2 个 l_1 范数的最小化问题,因此复杂度有一定增加.此外,随着采样率的升高,除 MH-SPL 与 MC-SPL 外,其余方案的运算时间均有所增加,主要原因在于高采样率下测量值增多,导致了 MH 预测、TVAL3、split Bregman 残差重建、JL1 与 JTV 的运算量提升;相反,SPL 算法的运算时间随着采样率的升高而下降,原因在于高采样率下相邻迭代结果变化较小而使得算法提前终止,总迭代次数降低.

5 结论

本文提出了一种基于联合 TV 最小化的视频压缩感知重建算法.首先,建立了一种综合应用当前重建图像稀疏先验以及残差值稀疏先验的联合 TV 范数最小化模型;其次,通过推导设计了该模型的迭代求解算法.实验证明,提出的算法获得的图像重建结果在 PSNR 及主观质量上都优于传统残差重建算法.但是,所提出的重建模型中存在两个 TV 范数项,导致本文算法的计算复杂度有所升高.需注意的是,在实验中本文算法 5 个权重参数设定为固定的经验值,如何根据不同序列内容和采样率自适应选择最佳权重参数,是后续研究工作重点.

参考文献

- [1] Candès E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489 – 509.
- [2] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070-1081.
Shi Guang-ming, Liu Dan-hua, Gao Da-hua, et al. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070 – 1081. (in Chinese)
- [3] Liu Ying, Li Ming, Dimitris A P. Motion-aware decoding of compressed-sensed video[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2013, 23(3): 438 – 444.
- [4] Ma Jian-wei, Plonka G, Hussaini M Y. Compressive video sampling with approximate message passing decoding[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2012, 22(9): 1354 – 1364.
- [5] Li Cheng-bo, Jiang Hong, Paul W, et al. A new compressive video sensing framework for mobile broadcast[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2013, 59(1): 197 – 205.
- [6] Mun S, Fowler J E. Residual reconstruction for block-based compressed sensing of video[A]. Proceedings of the Data Compression Conference (DCC) [C]. Snowbird, USA: IEEE

- Press, 2011. 183 – 192.
- [7] Tramel E, Fowler J E. Video compressed sensing with multihypothesis[A]. Proceedings of the Data Compression Conference (DCC)[C]. Snowbird, USA: IEEE Press, 2011. 193 – 202.
- [8] Trocan M, Tramel E, Fowler J E, et al. Compressed-sensing recovery of multiview image and video sequences using signal prediction[OL]. <http://link.springer.com/article/10.1007/978-1-1042-012-1330-7>, 2013-01-15.
- [9] 李星秀, 韦志辉. 基于局部自回归模型的压缩感知视频图像递归重建算法[J]. 电子学报, 2012, 40(9): 1795 – 1800.
Li Xing-xiu, Wei Zhi-hui. Compressed sensing video images recursive reconstruction algorithm based on local autoregressive model[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(9): 1795 – 1800. (in Chinese)
- [10] Goldstein T, Osher S. The split Bregman method for l_1 regularized problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 323 – 343.
- [11] Gan Lu. Block compressed sensing of natural images[A]. Proceedings of the 15th International Conference on Digital Signal Processing (DSP)[C]. Cardiff, UK: IEEE Press, 2007. 403-406.
- [12] Sonneveld P. CGS: A fast Lanczos-type solver for nonsymmetric linear systems[J]. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 1989, 10(1): 36 – 52.
- [13] Chang Kan, Qin Tuan-fa, Xu Wen-bo, et al. A joint reconstruction algorithm for multi-view compressed imaging[A]. Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)[C]. Beijing, China: IEEE Press, 2013. 221 – 224.
- [14] Liu Ce. Beyond pixels: exploring new representations and applications for motion analysis[D]. Cambridge: Department of Electrical Engineering and Computer Science, Massachusetts Institute of Technology, 2009.

- [15] Li Cheng-bo, Yin Wo-tao, Jiang Hong, et al. An efficient augmented Lagrangian method with applications to total variation minimization[J]. Computational Optimization and Applications, 2013, 56(3): 507 – 530.

作者简介



常 侃 男, 1983 年 6 月出生于广西南宁. 2010 年于北京邮电大学信息与通信工程学院获博士学位, 现为广西大学计算机与电子信息学院副教授、硕士生导师. 已发表论文三十余篇, 主要研究方向为压缩感知、视频编码、图像处理等.
E-mail: pandack0619@163.com



覃团发 男, 1966 年 7 月出生于广西宾阳. 1997 年于南京大学获博士学位, 现为广西大学计算机与电子信息学院副院长、教授、博士生导师, 中国电子学会高级会员、中国通信学会高级会员、中国声学学会高级会员. 2002 年入选首批广西高校百名中青年学科带头人、广西“新世纪十百千人才工程”第二层次人选; 2007 年受聘广西“八桂学者”; 曾两次获得广西科技进步三等奖. 主要研究方向为多媒体通信、无线传感器网络等.



唐振华 男, 1979 年 12 月出生于广西玉林. 2009 年于华中科技大学获博士学位, 现为广西大学计算机与电子信息学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向为视频编码、图像处理等.