8-5 磁场对电流的作用

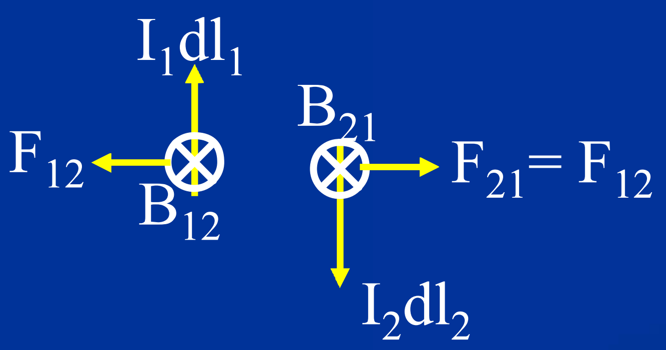
一、安培定律

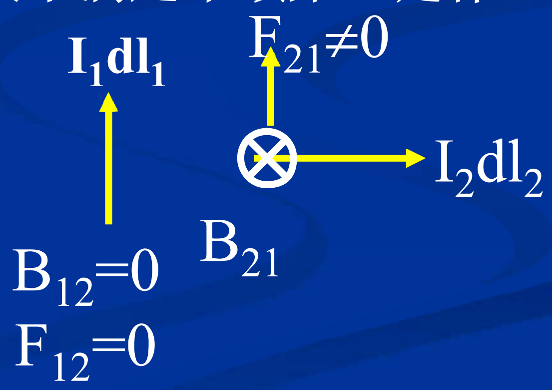
磁场对载流导线的作用—安培力

$$\boxed{d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}} \longrightarrow \text{安培定律}$$

任意载流导线在磁场中所受的合力为：$\vec{F} = \int_0^L (Id\vec{l} \times \vec{B})$

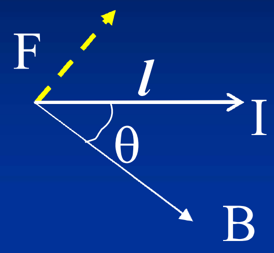
注：一对电流元之间的相互作用力一般不满足牛顿第三定律

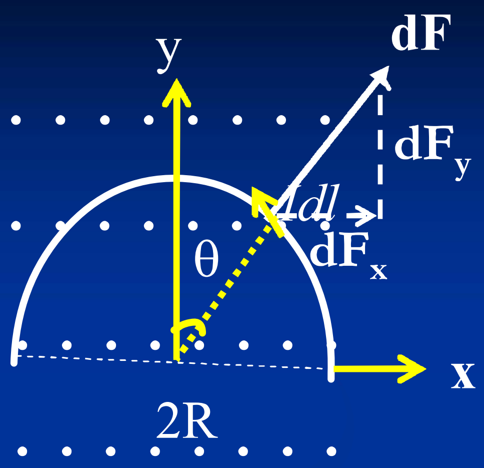




* 匀强磁场中载流导线所受安培力

直导线 $F = IlB\sin\theta$





例8.11 半径为**R**的半圆形载流导线，电流强度为**I**，放在磁感应强度为**B**的均匀磁场中，求它所受的磁力

解；任取电流元**Idl** $\quad dF = IdlB\sin 90^\circ = IBRd\theta$

$$dl = Rd\theta$$

由对称性知： $F_x = 0$

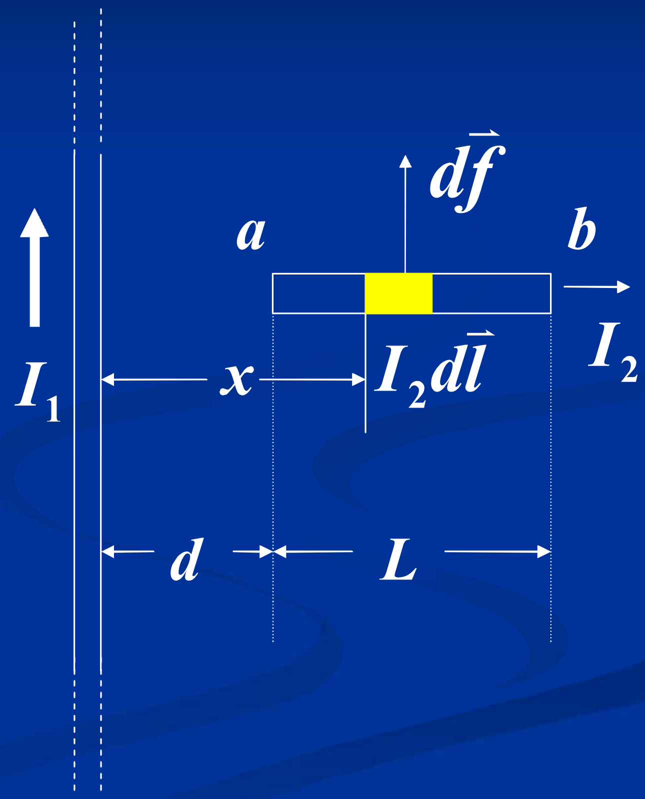
$$F = F_y = \int dF\cos\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} IBR\cos\theta d\theta = IB\cdot 2R$$

例：求一无限长直载流导线的磁场对另一直载流导线ab的作用力。

已知：I_1、I_2、d、L

解：$df = BI_2dl$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}dx$$



$$f = \int_L df = \int_d^{d+L} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}dx$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}$$

二、载流线圈在磁场中所受力

1、均匀磁场对载流线圈的作用

刚性矩形线圈abcd载流为I，
边长各为l_1、l_2，置于匀强磁场B中，
磁场与线圈平面法线夹角φ，

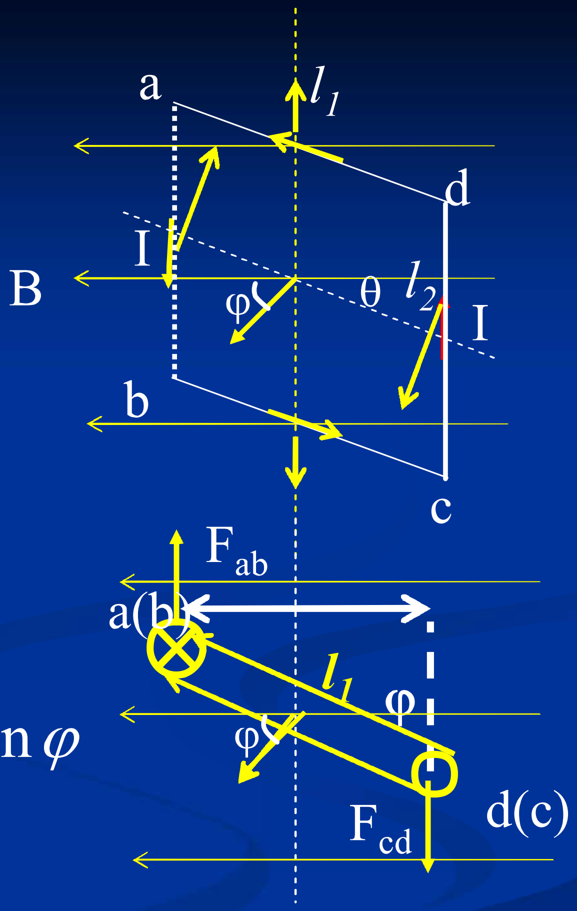
$$F_{ad} = -F_{bc} = BIl_1 \sin\theta = BIl_1 \cos\varphi$$

$$F_{ab} = F_{cd} = BIl_2$$

$$M = F_{ab} l_1 \sin\varphi = BIl_1 l_2 \sin\varphi = BIS \sin\varphi$$

$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{p}_m \times \overrightarrow{B}$$

$$\overrightarrow{p}_m = IS\overrightarrow{e_n}$$



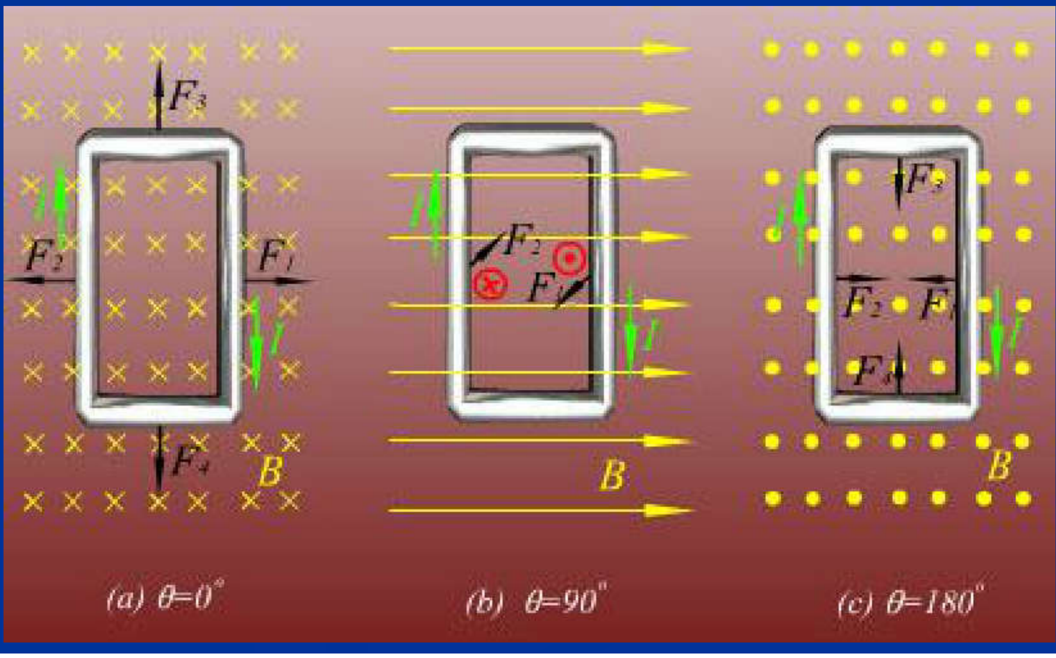
均匀磁场对闭合线圈作用一磁力矩.

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

φ=0时，M=0 φ=π时，M=0

φ=π/2时，M最大

磁力矩总是使线圈或偶极子转向外磁场方向。



试验线圈在磁场中受力矩定义磁场

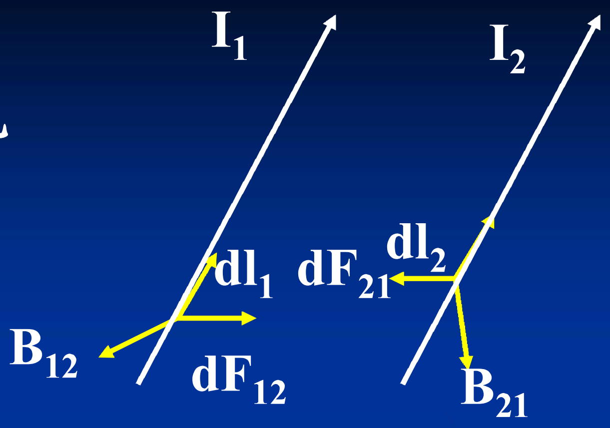
磁场方向：试验线圈在磁场中受力矩为零时线圈平面法线方向

磁场大小：试验线圈受到的最大力矩与线圈磁矩大小的比值

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}$$

磁场指向 $$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{p_m} \times \overrightarrow{B}$$

三、平行电流间的相互作用



两无限长载流导线通以同向电流

$$dF_1 = I_1 dl_1 \cdot B_2 \cdot \sin(I_1 dl_1, B_2)$$

$$= \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \cdot I_1 dl_1$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{dF_1}{dl_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

$$dF_2 = I_2 dl_2 \cdot B_1 \cdot \sin(I_2 dl_2, B_1)$$

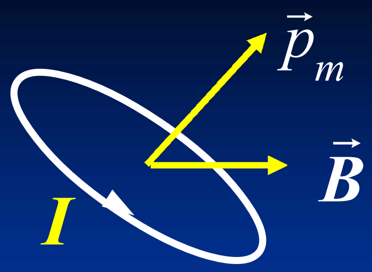
$$= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \cdot I_2 dl_2 \qquad \frac{dF_2}{dl_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

相互平行的直导线通以同方向电流时，相互吸引，
反之相互排斥且每单位长度的受力相等。

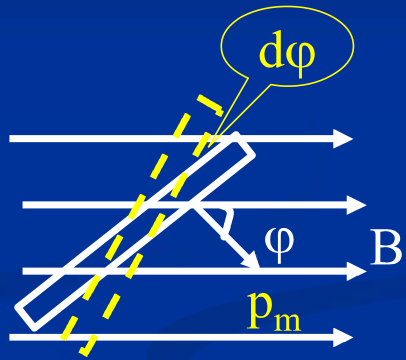
“安培”定义:真空中两无限长平行导线通以相等稳恒电流,相距1米且每米受力为$2\times10^{-7}N$时,各导线电流为1A;

四、磁力的功

$$\boxed{\vec{M}=\vec{p}_m\times\vec{B}}$$



载流线圈在磁力矩作用下转动，
磁力矩作功



$$dA=-Md\varphi=-p_mB\sin\varphi d\varphi$$

$$=-ISB\sin\varphi d\varphi$$

$$=Id(BS\cos\varphi)\ =Id\Phi_m$$

磁力作功的表示 $A=\int dA=\int Id\Phi_m$

说明：1、任一闭合回路在磁场中改变位置或形状时均可用上式计算磁力的功。

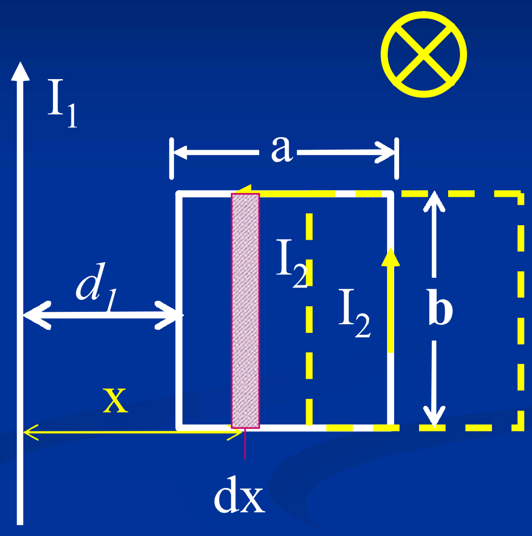
2、ϕ_m指穿过以闭合回路为边界的任意曲面的磁通量

例8.14 一通有电流I_1的长直导线，旁边有一个与它共面通有电流I_2的矩形线圈，线圈的一对边和长直导线平行，求矩形线圈的近边与直电流的距离从d_1平移到d_2过程中磁力对线圈所作的功。

$$d\Phi = \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}b\,dx$$

$$\Phi_1 = \int_{d_1}^{d_1+a} d\Phi = \int_{d_1}^{d_1+a} -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}b\,dx$$

$$= -\frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi}\ln\frac{d_1+a}{d_1}$$



$$\Phi_2 = \int_{d_2}^{d_2+a} d\Phi = \int_{d_2}^{d_2+a} -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}b\,dx = -\frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi}\ln\frac{d_2+a}{d_2}$$

$$A = I_2(\Phi_2-\Phi_1) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi}\ln\frac{d_2(d_1+a)}{d_1(d_2+a)}$$

磁场对线圈做正功

8.6 带电粒子在磁场中的运动

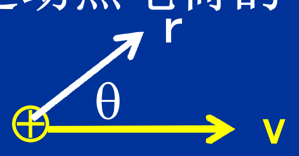
一、电荷间的相互作用

1、静止电荷间相互作用 $\vec{F} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_r} = q_2\vec{E_1}$

2、静止电荷对运动电荷作用 $\vec{F} = q\vec{E_e}$

3、运动电荷对静止电荷作用 $\vec{F} = q\overrightarrow{E_{e动}}$

匀速运动点电荷的电场 $\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\dfrac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\theta)^{3/2}}\vec{e_r}$



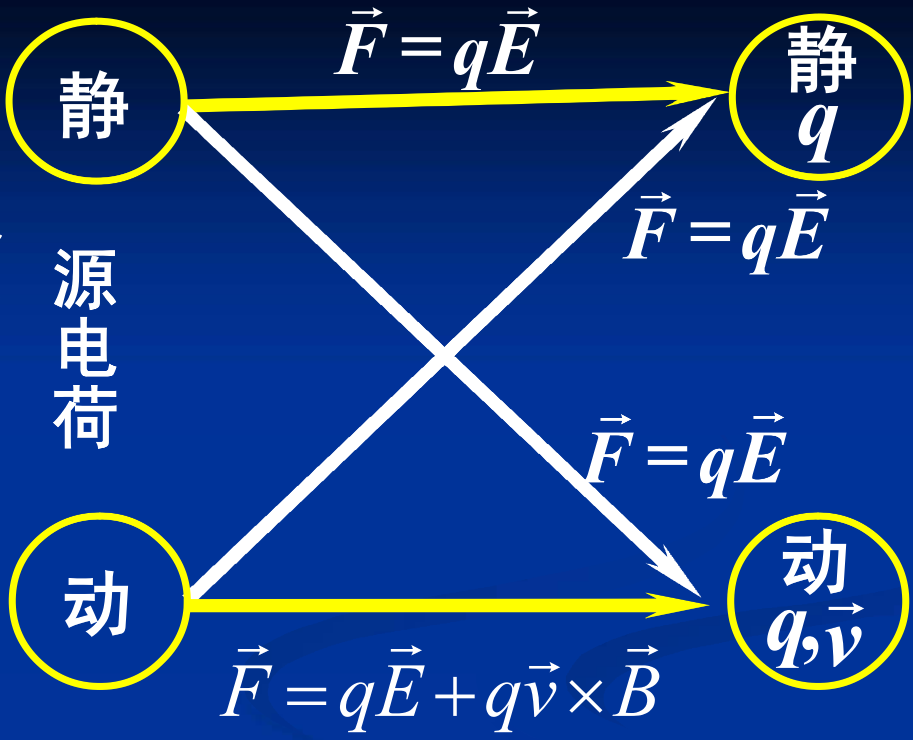
$\beta = \dfrac{v}{c}$

4、运动电荷对运动电荷作用 $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}$

磁力产生原因

磁体中：分子电流

导线中：定向运动的电荷

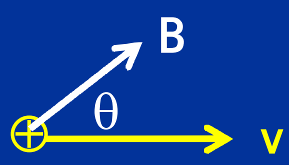


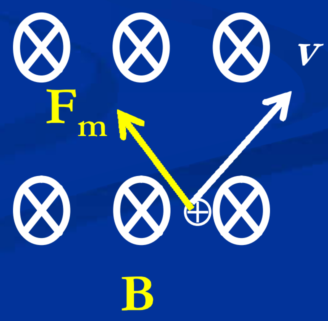
磁力是运动电荷间的相互作用。

二、洛仑兹力

$$\vec{F}_m=q\vec{v}\times\vec{B}$$

大小：$F_m=qvB\sin\theta$



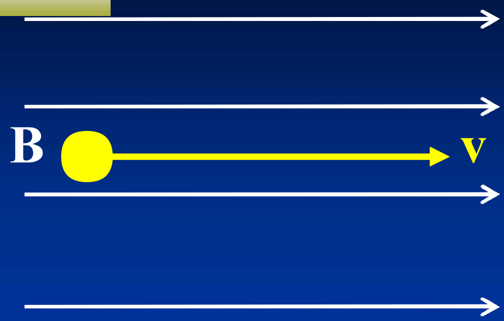


方向：由速度方向转到磁场方向的右手螺旋前进方向

二、带电粒子在磁场中的运动

1、速度方向与磁场方向平行

F=0，粒子作直线运动。



2、速度方向与磁场方向垂直

洛仑兹力的大小 $f = qvB$

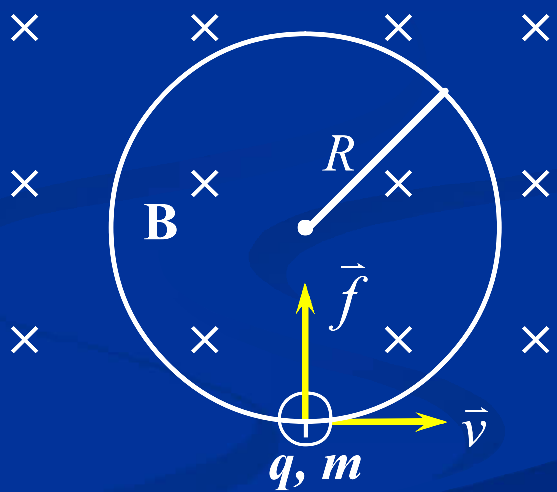
方向：垂直于速度及磁场方向

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

半径 $R = \dfrac{mv}{qB}$

周期 $T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi}{v}\dfrac{mv}{qB} = \dfrac{2\pi m}{qB}$

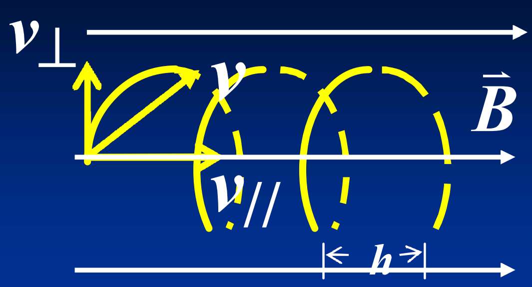
频率 $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{qB}{2\pi m}$



特点：周期或频率与粒子速度无关。

3、速度方向与磁场方向有夹角

速度分解 $\begin{cases} v_{//} = v\cos\theta \\ v_{\perp} = v\sin\theta \end{cases}$



平行于磁场的方向： $F_{//}=0$， 匀速直线运动

垂直于磁场的方向： $F_{\perp}=qvB\sin\theta$， 匀速圆周运动

粒子作螺旋线向前运动，轨迹是螺旋线。

回旋半径 $R = \dfrac{mv_{\perp}}{qB} = \dfrac{mv}{qB}\sin\theta$

回旋周期 $T = \dfrac{2\pi R}{v_{\perp}} = \dfrac{2\pi m}{qB}$

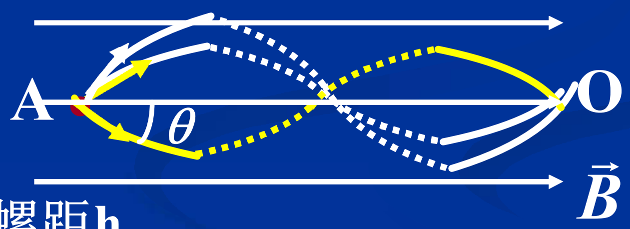
螺距——粒子回转一周所前进的距离 $h = v_{//}T = \dfrac{2\pi m}{qB} v\cos\theta$

应用（1）磁聚焦

带电粒子q以速度v进入均匀磁场后，作螺旋线运动：

半径：$R=\dfrac{mv_{\perp}}{qB}$ 螺距：$h=v_{//}T=\dfrac{2\pi m v_{//}}{qB}$

一束发散角θ不太大，速度大致相同的带电粒子，从A点进入，磁场则：



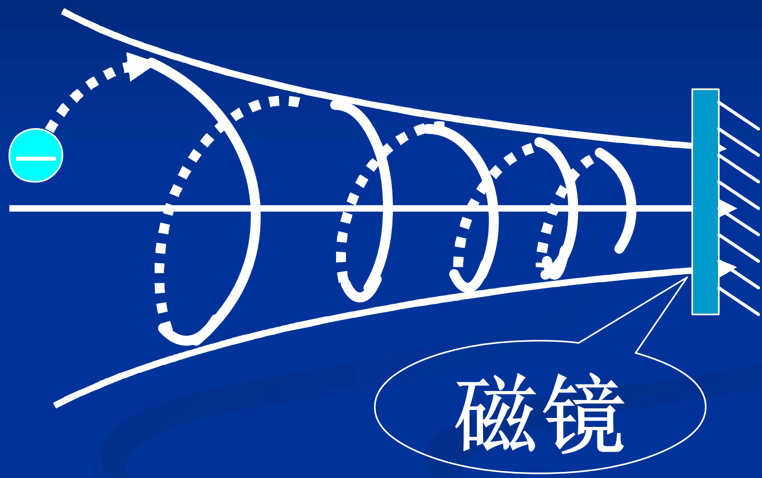
$$\left.\begin{aligned} v_{\parallel} &= v\cos\theta \approx v \\ v_{\perp} &= v\sin\theta \end{aligned}\right\}$$ 各粒子的螺距h相等，R不相等

各粒子经历一个回旋周期后会聚到O点 —磁聚焦

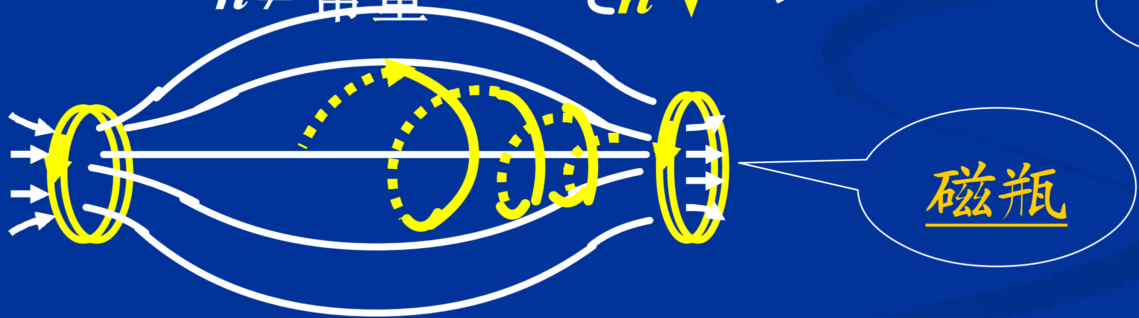
$$R=\frac{mv_{\perp}}{qB} \qquad h=\frac{2\pi m v_{//}}{qB}$$

(2) 磁约束

一般带电粒子在非均匀磁场也作螺旋线运动：



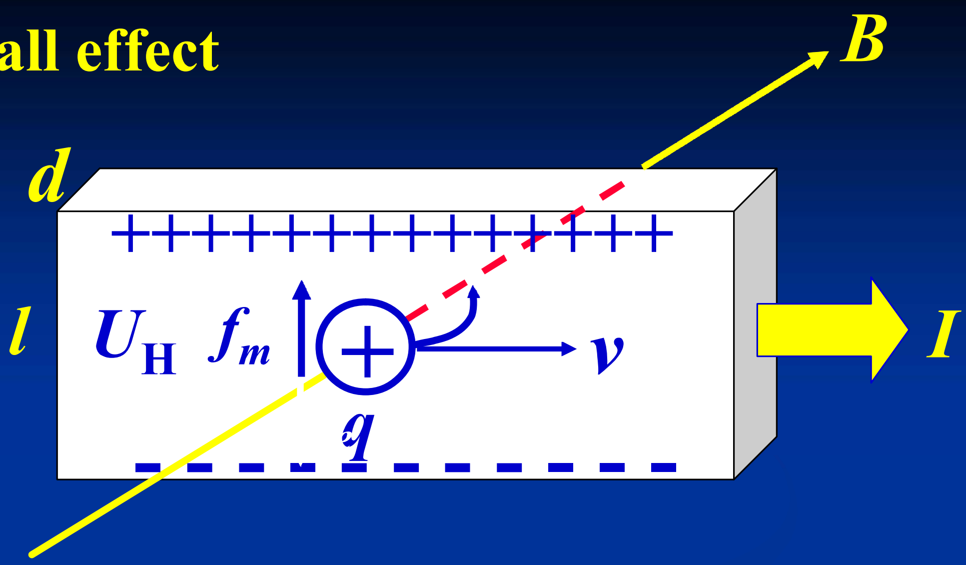
但是：$\begin{array}{l} R \neq \text{常量} \\ h \neq \text{常量} \end{array}$ $\quad B\uparrow \begin{cases} R\downarrow \\ h\downarrow \end{cases}$



注：平行磁场方向的速度分量较大的粒子，可能从两端逃逸出去

（3） 霍耳效应 Hall effect

当导体处在磁场中，导体中的运动电荷将受到磁场力作用，从而建立横向电场~霍耳效应。



在无外场时：$I=vqnld$

加上外磁场后载流子同时受到两个力

- 向上 $q\vec{v}\times\vec{B}$
- 向下 $q\vec{E}_H$ 横向电场

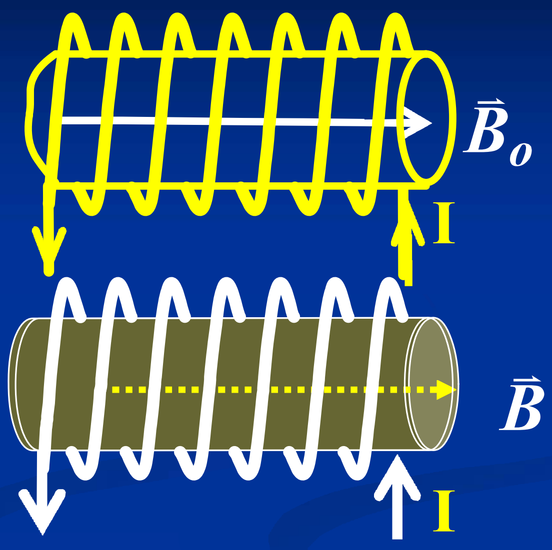
达到平衡时 $E_H = vB$

$$E_H = \frac{U_H}{l} \qquad U_H = vBl = \frac{IB}{nqd} \quad \text{霍尔电压}$$

霍尔系数K_H：$U_H = K_H \dfrac{IB}{d} \Rightarrow K_H = \dfrac{1}{nq}$

8.7 磁介质及其极化

一. 相对磁导率



磁介质对螺线管内的场有影响

磁介质内总磁场是：

$$\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}'$$

定义：$\mu_r = \dfrac{B}{B_o}$ 相对磁导率

μ_r不同的磁介质在磁场中所表现出的特性不同；

定义μ为磁导率$\mu = \mu_r \mu_0$

二、磁介质的分类

$\mu_r \geq 1$ →顺磁质（Paramagnetic medium）

如：氧、铝、钨、铂、铬等。

$\mu_r < 1$ →抗磁质（diamagnetic medium）

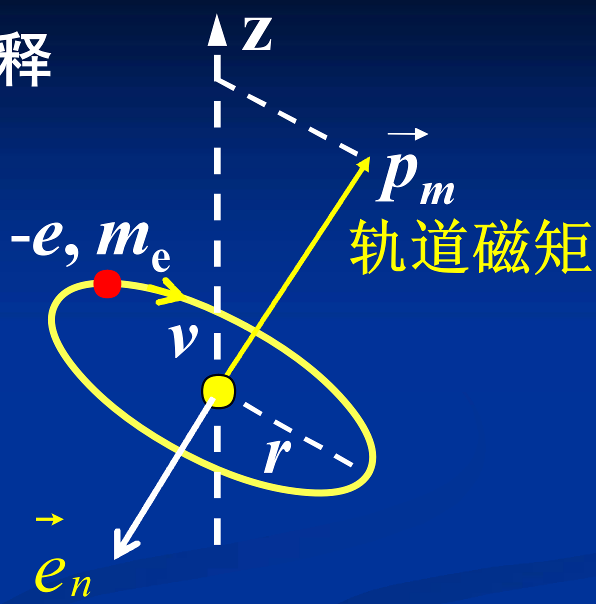
如：氮、水、铜、银、金、铋等。

$\mu_r >> 1$ →铁磁质（Ferromagnetic material）

如：铁、钴、镍等

三、顺磁性和抗磁性的微观解释

1、分子磁矩



原子的核外电子绕核作圆周运动形成环形电流，因而具有磁矩

$$I=\frac{-e}{T}=-\frac{ev}{2\pi r}$$

$$\boxed{\vec{p}_m=IS\vec{e}_n=-\frac{ev}{2\pi r}\cdot\pi r^2\vec{e}_n=-\frac{1}{2}evr\vec{e}_n}$$

经典电磁学：用圆电流等效固有磁矩

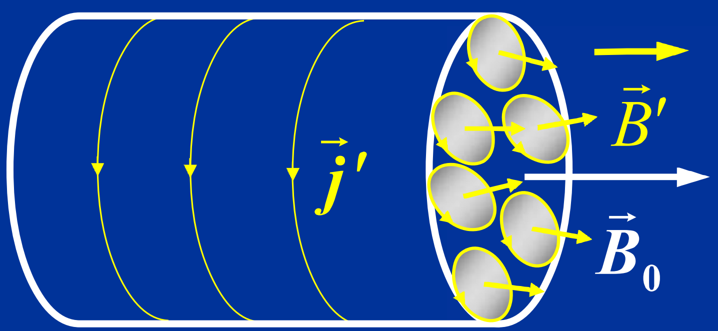
—“分子电流模型”

2. 磁介质的磁化

1)顺磁介质

分子具有固有磁矩

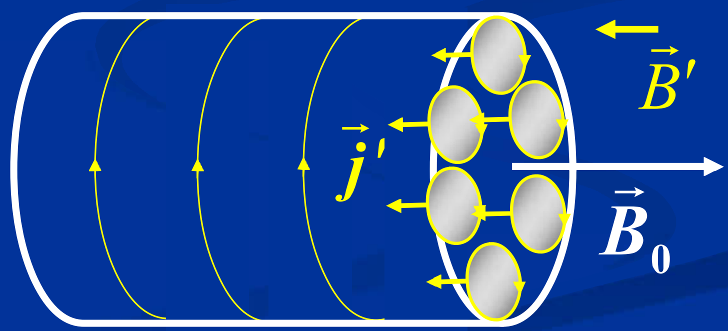
固有磁矩趋向外磁场方向
表面出现束缚(磁化)
电流 → 加强磁场



2、抗磁介质

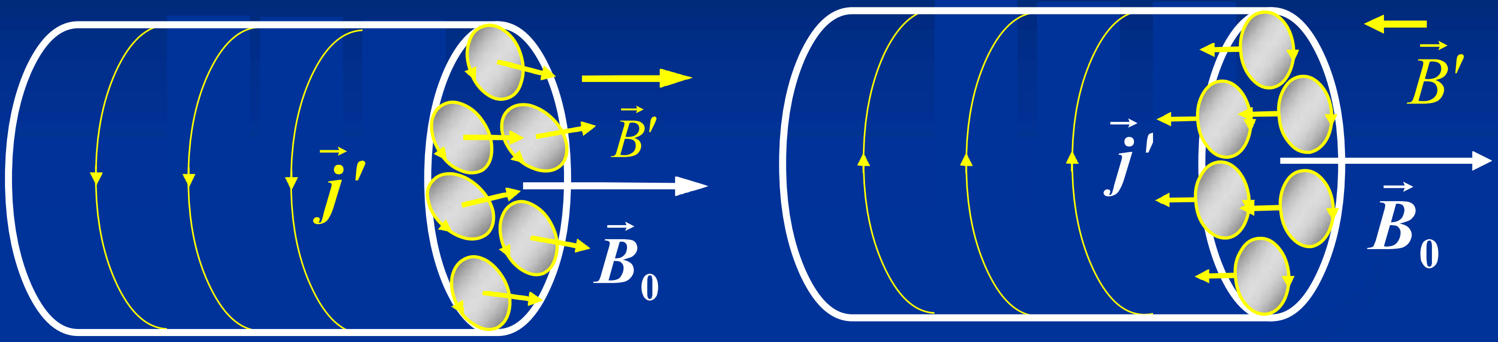
分子固有磁矩为零。
但是，电子磁矩在外磁场力矩作用下进动产生和外磁场反向的感生磁矩。

出现反向的表面束
缚电流→减弱磁场



8.8 有磁介质时的安培环路定理 磁场强度

一.磁化电流



❍**磁介质中的磁场：** $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

长直螺线管中： $\mathbf{B=B_0+B'}$

单位长度的束缚电流密度

$\mathbf{B=\mu_r B_0}$ $\quad$ $\mathbf{B_0=\mu_0 nI}$ $\quad$ $\mathbf{B'=\mu_0 j'}$

$$j' = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} nI = (\mu_r - 1) nI$$

二、有介质时的安培环路定理

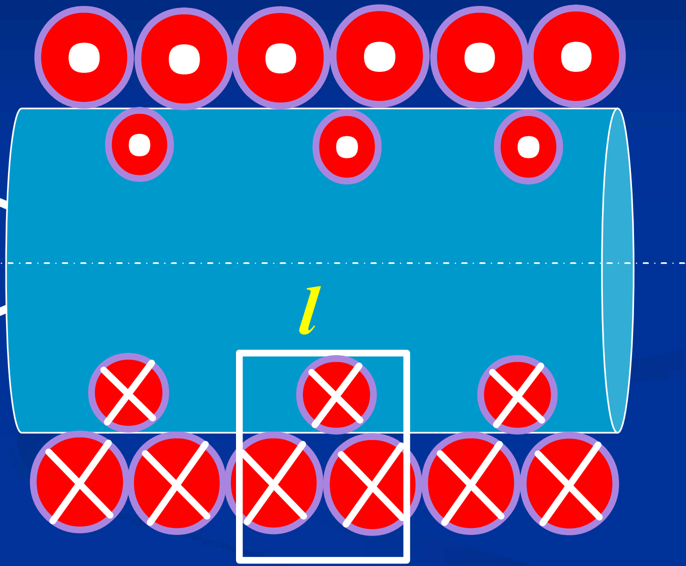
在有介质的空间，传导电流与磁化电流共同产生磁场：

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o \sum I + \mu_o \sum I_s$$

磁介质内总场

传导电流

束缚电流



选取矩形回路如图

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o (nlI + j'l)$$

$$j' = (\mu_r - 1)nI$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o nIl[1+(\mu_r - 1)]$$

$$= \mu_o \mu_r nIl = \mu nIl$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu n I l$$

即： $$\oint_L \frac{\vec{B}}{\mu}\cdot d\vec{l} = nIl = \sum I_{内}$$

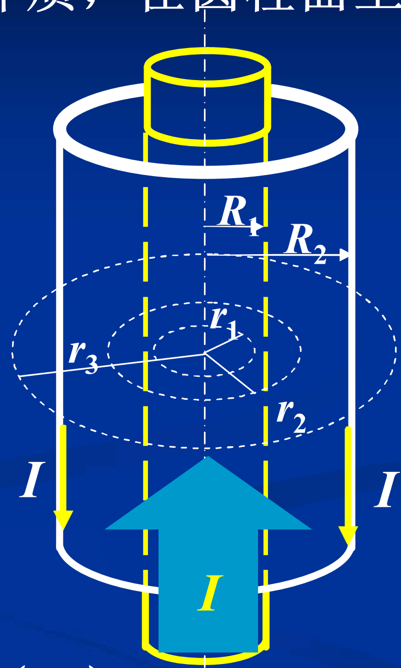
定义：$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu}$ —磁场强度单位：安培/米(A/m)

则有： $$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_i$$

→有介质时的安培环路定理

沿任一闭合路径磁场强度的环流等于该闭合路径所包围的传导电流的代数和。

例　如图所示，一半径为R_1的无限长圆柱体（导体$\mu \approx \mu_0$）中均匀地通有电流I，在它外面有半径为R_2的无限长同轴圆柱面，两者之间充满着磁导率为μ的均匀磁介质，在圆柱面上通有相反方向的电流I。试求空间各处磁场。



解　（1）$R_1<r_2<R_2$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = H\oint dl = 2\pi r_2 H = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r_2} \qquad B = \mu H = \frac{\mu I}{2\pi r_2}$$

（2）$r_1<R_1$ $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = H\int_0^{2\pi r_1} dl = H 2\pi r_1$

$$= I\frac{\pi r_1^2}{\pi R_1^2} = \frac{r_1^2}{R_1^2}$$

$$H = \frac{I r_1}{2\pi R_1^2} \qquad B = \mu_0 H = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I r_1}{R_1^2}$$

（3）$r_3>R_2$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$$

$$H = 0 \quad B = 0$$

三、铁磁质

与弱磁质相比，铁磁质具有以下特点：

(1) 在外磁场的作用下能产生很强的附加磁场。

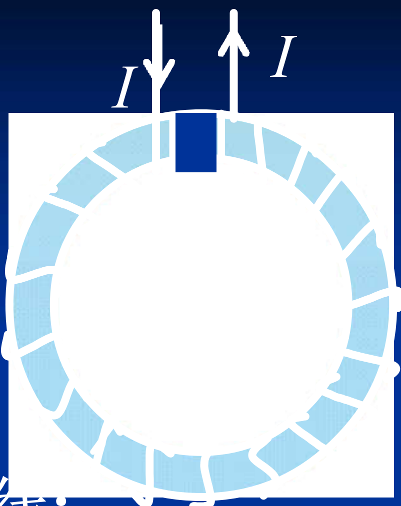
(2) 外磁场停止作用后，仍能保持其磁化状态。

(3) 相对磁导率和磁化率不是常数，而是随外磁场的变化而变化；具有磁滞现象，$\vec{B}$、$\vec{H}$ 之间不具有简单的线性关系。

(4) 具有临界温度 T_c。在 T_c 以上，铁磁性完全消失而成为顺磁质，T_c 称为居里温度或居里点。纯铁：770°C，纯镍：358°C。

1.磁化曲线

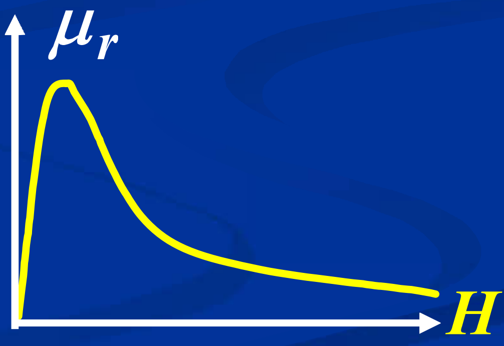
装置：环形螺绕环，用铁磁质充满环内空间。



原理：根据安培定理得：$H = \dfrac{NI}{2\pi R}$

实验测量B：在螺绕环磁隙处测量

由 $\mu_r = \dfrac{B}{B_o} = \dfrac{B}{\mu_o H}$ 得出 $\mu_r \sim H$ 曲线：

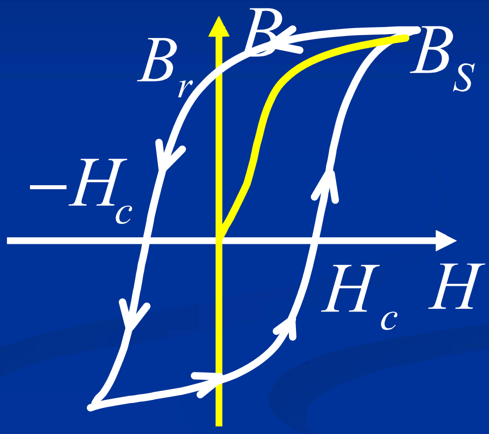


结论

铁磁质的μ_r 不是个常数，它是H 的函数。

2.磁滞回线 hysteresis loop

B的变化落后于**H**的变化的现象，叫做磁滞现象，简称磁滞

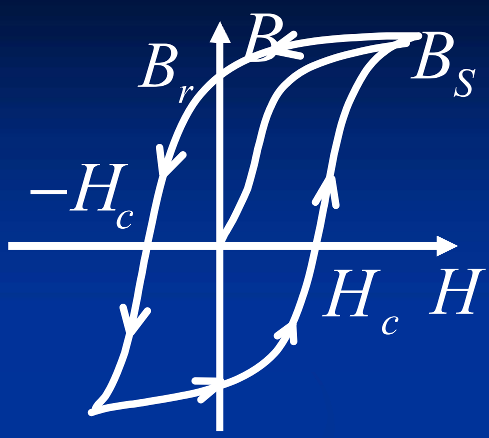


饱和磁感应强度B_S:

所有磁畴都与外场方向一致。相应的磁场强度称为饱和磁场强度，磁感应强度称为饱和磁感应强度。

剩磁B_r:

当磁场强度减小到零时，磁感应强度并不等于零，而是仍有一定的数值B_r， B_r叫做剩余磁感应强度，简称剩磁。

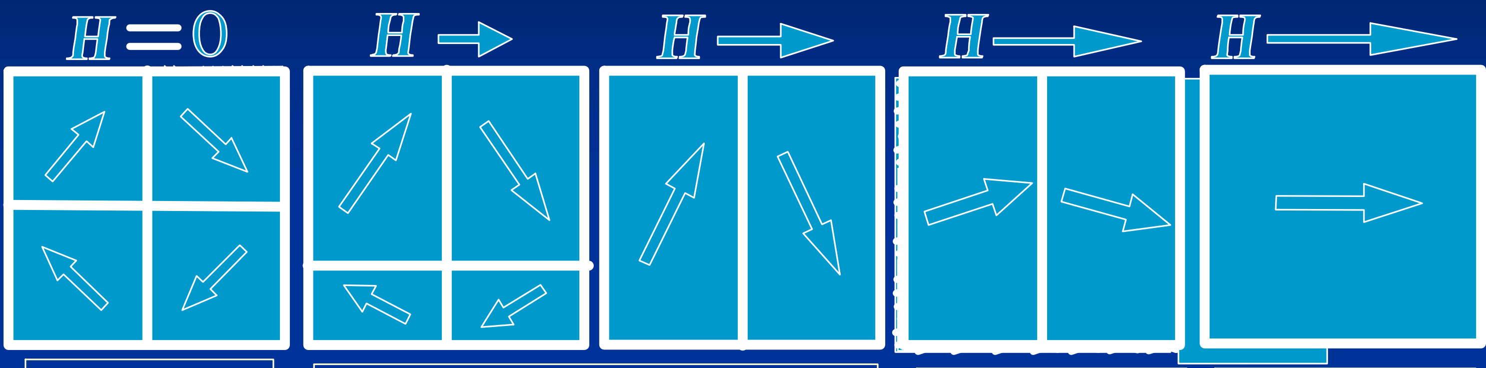


矫顽力H_C:

当H=-H_c时，铁磁质的剩磁就消失了，铁磁质不显磁性。通常把H_c叫做矫顽力。

•铁磁质在交变电流的励磁下反复磁化使其温度升高的，要损失能量，称为磁滞损耗，磁滞损耗与磁滞回线所包围的面积成正比。

3.铁磁质磁化微观机制



各磁畴磁化方向混乱，整体不显磁性.

畴壁运动

磁畴的自发磁化方向与外场方向相同或相近的磁畴体积扩大，反之缩小.磁畴壁发生运动.

磁畴转向

磁畴的自发磁化方向转向外场方向.

饱和

全部磁畴方向均转向外场方向.

说明：

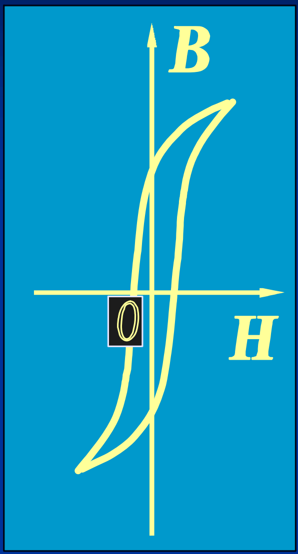
1º 当全部磁畴都沿外磁场方向时，铁磁质的磁化就达到饱和状态。饱和磁化强度M_S等于每个磁畴中原来的磁化强度，该值很大。 ——这就是铁磁质磁性 μ_r大的原因。

2º 磁滞现象是由于材料有杂质和内应力等的作用，当撤掉外磁场时，磁畴的畴壁很难恢复到原来的形状而表现出来。

3º 当温度升高时，热运动会瓦解磁畴内磁矩的规则排列。在临界温度（相变温度T_c ）时，铁磁质完全变成了顺磁质。居里点 T_c（*Curie Point*）

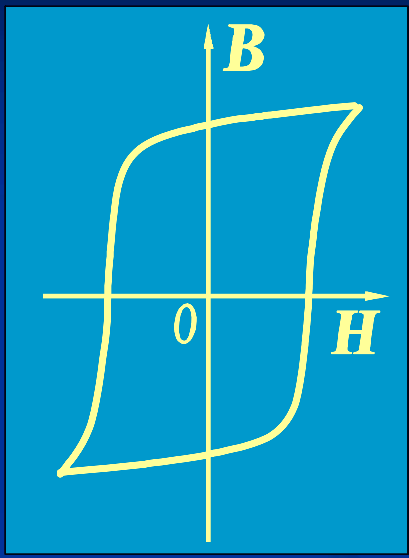
如：铁为 1040K，钴为 1390K， 镍为 630K

软磁材料



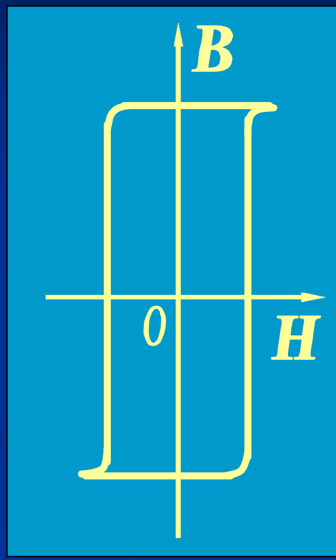
矫顽力小, 易充、退磁.
如纯铁、硅钢等.
用于电机、变压器、
继电器等的铁芯.

硬磁材料



矫顽力大, 剩磁也大.
如碳钢、钡铁氧体等.
用于电磁仪表、扬声
器等的永久磁铁.

矩磁材料



剩磁值接近饱和值.
如锰镁铁氧体等
两剩磁态可控翻转,
用于计算机储存元件.