

一种测量 1/4 波片相位延迟量的新方法

谭巧^{1,2}, 徐启峰¹, 谢楠¹

(1. 福州大学 电气工程与自动化学院, 福建 福州 350108;

2. 福建信息职业技术学院 电子工程系, 福建 福州 350012)

摘要: 提出了一种通过软件计算输出椭圆偏振光矢的长短轴来测量 1/4 波片相位延迟量的新方法, 其测量光路简单易行, 仅由光源、起偏器、待测 1/4 波片、检偏器和光功率计组成, 测量结果通过 Mathcad 进行分析运算, 得到波片的相位延迟量。文中详细论证了新方法的原理过程, 给出了应用实例与误差分析, 结果表明: 新方法的绝对测量误差小于 0.26° 。该方法的主要优点是光学器件少, 操作简单, 易于实现, 引入误差小, 测量精度高。

关键词: 测量; 1/4 波片; 琼斯矩阵; 相位延迟; 椭圆偏振

中图分类号: O432.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0717002

New method for retardance measurement of a quarter-wave plate

Tan Qiao^{1,2}, Xu Qifeng¹, Xie Nan¹

(1. College of Electric Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;

2. Department of Electronic Engineering, Fujian Polytechnic of Information Technology, Fuzhou 350012, China)

Abstract: A new method for retardation measurement of a quarter-wave plate was proposed. It was realized by calculating the long and short axes' values of the output elliptical polarized light based on computer simulations. The optical measuring system was simply composed of a laser, a polarizer, the quarter-wave plate to be measured, an analyzer and an optical detector. The real retardation can be obtained by a data processing with Mathcad. The principle of this new method was theoretically analyzed and an application example and its error analysis were demonstrated in this paper. The experiment results show that the absolute error is less than 0.26° . Therefore the main advantages of the method are a few optical devices required, very easy to run and a big improvement in measuring accuracy.

Key words: measurement; quarter-wave plate; Jones matrix; retardation; elliptical polarization

收稿日期: 2015-11-24; 修订日期: 2015-12-27

基金项目: 国家自然科学基金(51177016)

作者简介: 谭巧(1981-), 女, 副教授, 博士生, 主要从事光学电流、光学电压传感器方面的研究。Email: tqfeiji@163.com

导师简介: 徐启峰(1959-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事智能电网新技术方面的研究。Email: fx9687@126.com

0 引言

基于电光效应的光学电压互感器,其光学传感器一般包括电光晶体、1/4 波片和两个偏振器,其中 1/4 波片用来提供的光偏置,以实现电压的线性传感、扩大线性测量范围和提高测量灵敏度。因此,对 1/4 波片的实际相位延迟量标定的准确性直接影响着光学电压互感器的测量精度。1/4 波片也是普通光学测量中常用的重要器件,对其相位延迟量的测量方法已多有报道,如移相法^[1]、直角棱镜法^[2]、椭圆偏测量法^[3]、傅里叶分析法^[4]、白光干涉色法^[5]等。以上这些方法的缺点是需要用到多个光学器件,如移相法和傅里叶分析法都需用到一个高精度的标准波片进行相位补偿;白光干涉法中需使用相位延迟量已知的 Soleil-Babinet 补偿器;直角棱镜法的优点是借助直角棱镜能够判定波片的快慢轴,缺点是引入了反射相移的误差;椭圆偏测量法能测量波片在一定波长范围内的相应相位延迟量,但需要借助椭圆偏仪和单色仪。由于以上这些方法需要用到多个光学器件,容易引入额外的测量误差,实验条件也缺乏普适性。

文中提出了一种基于 Mathcad 软件仿真的 1/4 波片相位延迟量的测量新方法,通过仿真计算输出椭圆偏振光矢的长短轴而获得被测波片的相位延迟。搭建了实际测量光路,并进行了实验分析和结果验证。结果表明:采用该方法可以实现对 1/4 波片的快速准确测量。

1 测量原理

当 1/4 波片的相位延迟量 δ 不为 $\pi/2$,一束线偏振光通过后,输出光矢变为椭圆偏振光,如图 1 所示。在 xy 坐标系下,其椭圆方程可以描述^[6]为:

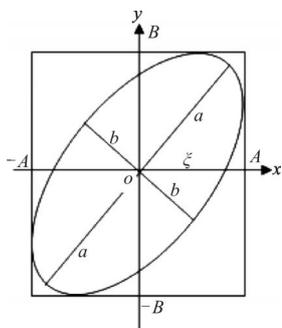


图 1 椭圆偏振光示意图

Fig.1 Schematic diagram of the elliptically polarized light

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \delta = \sin^2 \delta \tag{1}$$

式中: A 、 B 分别为椭圆偏振光在 x 、 y 方向上的振幅; δ 为输出光 xy 分量的相位差,即 1/4 波片的相位延迟量。

如已知输出椭圆偏振光轨迹的长短轴 a 、 b 和倾角 ξ ,则以 a 、 b 和 ξ 表示的椭圆方程为:

$$\left(\frac{x \cos \xi + y \sin \xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{x \sin \xi - y \cos \xi}{b}\right)^2 = 1 \tag{2}$$

对比公式(1)和公式(2),可以得到 A 、 B 、 δ 和 a 、 b 、 ξ ,6 个参量之间的相互关系式(3),并得到 A 、 B 、 δ 的值。

$$\begin{cases} A = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2 \xi}{a^2} + \frac{\sin^2 \xi}{b^2} - \left[\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) \frac{\sin^2 \xi}{2}\right] \frac{\sin^2 \xi + \cos^2 \xi}{a^2 + b^2}}} \\ B = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sin^2 \xi}{a^2} + \frac{\cos^2 \xi}{b^2} - \left[\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) \frac{\sin^2 \xi}{2}\right] \frac{\cos^2 \xi + \sin^2 \xi}{a^2 + b^2}}} \\ \cos \delta = \frac{\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) \sin \xi \cos \xi}{\sqrt{\left(\frac{\cos^2 \xi}{a^2} + \frac{\sin^2 \xi}{b^2}\right) \left(\frac{\sin^2 \xi}{a^2} + \frac{\cos^2 \xi}{b^2}\right)}} \end{cases} \tag{3}$$

令 $\xi = \pi/4$,则可以得到关于相位延迟量 δ 的简化函数式。

$$\cos \delta = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \tag{4}$$

用 Mathcad 计算出该输出椭圆偏振光的长短轴 a 、 b ,便可以得到 1/4 波片的相位延迟量 δ 的值。

2 测量光路及仿真过程

该方法的原理光路如图 2 所示。激光光源发出的

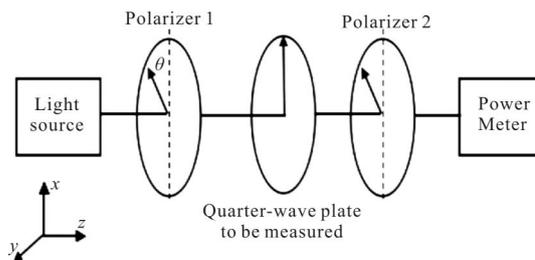


图 2 1/4 波片相位延迟量的测量光路图

Fig.2 Schematic diagram of the set-up for the retardation measurement of a quarter-wave plate

光束经过起偏器后形成偏振化方向与 x 坐标轴夹角为 θ 的线偏光。线偏光垂直射入待测 1/4 波片后,沿 z 轴方向传输,再垂直入射至检偏器后到达光功率计。

出射光矢用琼斯矩阵可以表示为^[7]:

$$E_{in}=A \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

经整个光路传输后,由检偏器出射的光矢可以表示为:

$$E_{out}=P2(\beta)W(\delta)E_{in} \quad (6)$$

式中: $W(\delta)$ 为待测 1/4 波片的琼斯矩阵,其中 δ 为 1/4 波片的相位延迟角; $P2(\beta)$ 为检偏器的矩阵; β 为检偏器透光轴与 x 坐标轴的夹角。

1/4 波片的琼斯矩阵如下^[8]:

$$W(\delta)= \begin{bmatrix} e^{i\delta} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha & (e^{i\delta} - 1) \sin \alpha \cos \alpha \\ (e^{i\delta} - 1) \sin \alpha \cos \alpha & e^{i\delta} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: α 为 1/4 波片快轴与 x 轴方向的夹角。

检偏器的琼斯矩阵如下:

$$P2(\beta)= \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & \sin \beta \cos \beta \\ \sin \beta \cos \beta & \sin^2 \beta \end{bmatrix} \quad (8)$$

光功率计接收到的光强表达式为:

$$I_{out}=E_{out}^+ E_{out} \quad (9)$$

式中:光矢上标“+”表示对光矢的厄米运算。

当 1/4 波片的快轴与 x 轴方向相同时,即 $\alpha=0$,输出光强为:

$$I_{out}=A^2[1/2\sin(2\theta)\sin(2\beta)\cos \delta + \cos^2 \beta - \sin^2 \theta \cos(2\beta)] \quad (10)$$

为讨论该方法的可行性,令 $\theta=\pi/4$,假定 1/4 波片的相位延迟量为 $4/9\pi$ (角度为 80°),则输出光强变为:

$$I_{out}=A^2[1/2\sin(2\beta)\cos(4/9\pi) + \cos^2 \beta - 1/2\cos(2\beta)] \quad (11)$$

利用 Mathcad 软件对该琼斯矩阵运算过程进行仿真,得到如图 3 所示的归一化输出光强分布图(即令输入光振幅 $A=1$),为一个 xy 分量之间相位延迟量为 $4/9\pi$ 的椭圆偏振光。

该椭圆的倾角为 $\xi=\pi/4$,利用 Mathcad 软件的“Trace points”功能可以得到该椭圆长短轴 a 、 b 在 xy 坐标系上的 4 个坐标点 $A1(x1,y1)$ 、 $B1(x2,y2)$ 、 $A2(x3,y3)$ 、 $B2(x4,y4)$,如图 4 所示。并根据公式(12)求解得到长短轴 a 、 b 的值。

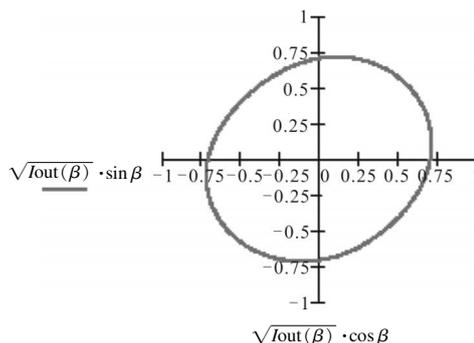


图 3 $\delta=80^\circ$ 时的仿真光矢分布图

Fig.3 Optical vector distribution with the simulation angle of $\delta=80^\circ$

$$\begin{cases} a = \sqrt{x1^2 + y1^2} \\ b = \sqrt{x2^2 + y2^2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a = \sqrt{x3^2 + y3^2} \\ b = \sqrt{x4^2 + y4^2} \end{cases} \quad (12)$$

因为 $x1=y1, x2=y2, x3=y3, x4=y4$,所以公式(12)可以简化为:

$$\begin{cases} a = \sqrt{x1^2 + y1^2} = \sqrt{2} \cdot x1 \\ b = \sqrt{x2^2 + y2^2} = \sqrt{2} \cdot |x2| \end{cases} \quad (13)$$

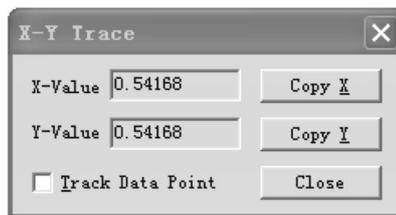
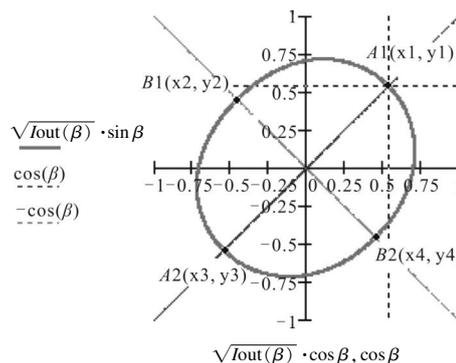


图 4 椭圆长短轴的坐标

Fig.4 Coordinate values of the ellipse axes

举例来说,如果波片相位延迟量为 80° ,则 $A1$ 点坐标为 $(0.54168, 0.54168)$,如图 4 所示, $B1$ 点坐标为 $(-0.45452, 0.45452)$,根据公式(4)和(13),可以得到相位延迟量 δ 的值。

$$\delta = \arccos\left(\frac{0.54168^2 - 0.45452^2}{0.54168^2 + 0.45452^2}\right) = \arccos(0.174) = 80.0^\circ$$

可见通过计算输出椭圆偏振光矢的长短轴,即可得到光路中待测波片的相位延迟量,且用图形分

析法不会引入额外误差。

3 实验验证

3.1 实验测试结果

测量光路如图 1 所示，其中所有器件均由 Thorlabs 公司生产。采用带温控的 DFB 激光光源，波长为 980 nm，典型线宽为 2 MHz，对应波长带宽为 6.4×10^{-6} nm；起偏器、检偏器为格兰泰勒棱镜，消光比为 10^{-5} ，调节角度精度为 0.1° ；待测波片为石英零级波片，波长为 980 nm，相位延迟精度为 $\lambda/300$ ，调节角度精度为 0.1° ；接收端光功率计的灵敏度为 1 nW。整个系统产生的光路误差见下文误差分析。

整体光路在光学平台上搭建，各个光学器件的调节都通过 Thorlab 公司的 TXP 型偏振态测定仪(测量精度为 0.01°)进行测定和校准。实验时设定起偏器的起偏角为 $\theta = \pi/4$ ；待测 1/4 波片的快轴方向和整个实验系统的 x 方向平行；检偏器 P2 每隔 5° 旋转一次，在光强极大极小值附近则每隔 1° 调节，并用光功率计实时采集光强数据，得到如图 5 所示的输出光矢 $(E1_y, E1_x)$ 。图中 $(E1_x, E1_x)$ 和 $(E1_x, -E1_x)$ ，所对应的曲线为输出椭圆光矢的长短轴。

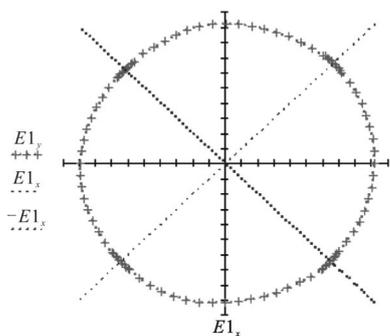


图 5 实验测试得到的输出光矢

Fig.5 Optical vector distribution by the experiment

利用 Mathcad 软件进行坐标点跟踪，得到输出光矢与长短轴的 4 个交点坐标。

$A1(19.813, 19.813), B1(-18.628, 18.628),$

$A2(-19.315, 19.315), B2(-19.231, 19.231)。$

从该 4 个交点坐标可以得知，实际测得的光强分布不是完全对称，因而利用公式(4)进行计算时，长短轴 a, b 的值应该为整个椭偏光的长短轴长度，即为 $2a, 2b$ 。公式(13)可以改为：

$$\begin{cases} 2a = \sqrt{x1^2 + y1^2} + \sqrt{x3^2 + y3^2} = \sqrt{2} \cdot (|x1| + |x3|) \\ 2b = \sqrt{x2^2 + y2^2} + \sqrt{x4^2 + y4^2} = \sqrt{2} \cdot (|x2| + |x4|) \end{cases} \quad (14)$$

令 $2a=C, 2b=D$ ，公式(4)则变为：

$$\cos \delta = \frac{C^2 - D^2}{C^2 + D^2} \quad (15)$$

带入坐标点数值，得到： $\delta_{测} = 88.12^\circ$ 。

文中采用的光源中心波长为 980 nm，带宽 $\Delta\lambda = 6.4 \times 10^{-6}$ nm，因而 $\frac{\Delta\delta_\lambda}{\delta} \approx 0$ ，可以忽略不计。

实验要求入射光垂直入射，如果发生倾斜，产生的相对误差为^[9]：

$$\frac{\Delta\delta_{\theta_i}}{\delta} = \pm \frac{\theta_i^2}{2n^2} \quad (16)$$

式中： θ_i 为入射角的倾斜度； n 为波片内的平均折射率。

实际测量时，系统在光学导轨平台上搭建，长度为 40 cm；旋转检偏器一圈的过程中，光点偏离正中心的距离小于 0.5 mm，得到入射角倾斜度约为 0.10° ，而石英波片的平均折射率 $n = 1.4505$ ，则有 $\frac{\Delta\delta_{\theta_i}}{\delta} = \pm 0.24\%$ 。

当起偏器未能实现 $\pi/4$ 起偏，结合公式(4)和(10)，令 $V = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ ，则其引起的相对误差为：

$$\frac{\Delta\delta_{\theta}}{\delta} = \frac{2V \cdot \cos(2(\pi/4 \pm \Delta\theta))}{\sqrt{\sin^2(2(\pi/4 \pm \Delta\theta)) - V^2 \cdot \sin^2(2(\pi/4 \pm \Delta\theta))}} \quad (17)$$

测量中所用偏振器件的精度为 0.1° ，取 $\Delta\theta = 0.5^\circ$ ，则有 $\frac{\Delta\delta_{\theta}}{\delta} = \pm 0.12\%$ 。

同理，可求得波片方位角的偏差所带来的相对误差为 $\frac{\Delta\delta_{\alpha}}{\delta} = \pm 0.12\%$ 。

综合以上各个影响因素，得到待测波片相位延迟量的总相对误差为：

$$\frac{\Delta\delta}{\delta} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\delta_\lambda}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\delta_{\theta_i}}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\delta_{\theta}}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\delta_{\alpha}}{\delta}\right)^2} = 0.29\% \quad (18)$$

则待测波片的最终测量结果为： $\delta = 88.12^\circ \times (1 \pm 0.29\%) = 88.12^\circ \pm 0.26^\circ$ ，系统测量误差为 $\pm 0.29\%$ 。

3.2 实验结果验证

为了验证该测量结果的正确性和准确性，利用 Mathcad 仿真给出了波片实际测量光矢分布 $(E1_y, E1_x)$ 和波片相位延迟量为计算值 $\delta_{测} = 88.12^\circ$ 时的输出光矢分布 $(E2_y, E2_x)$ 的比较，如图 6 所示，可见两个

椭圆偏光的分布曲线拟合度很高。

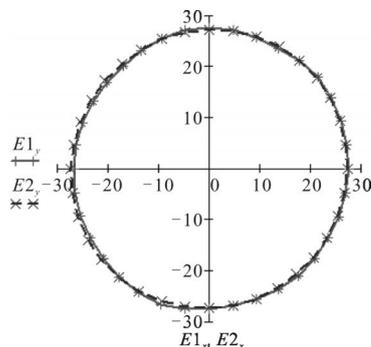


图 6 实际测量与仿真计算的光矢分布对比

Fig.6 Contrast of the optical vector distribution between experiment and simulation

对该待测波片用光偏振态测定仪 (其精度为 0.01°) 测定, 得到如图 7 所示的测量结果。

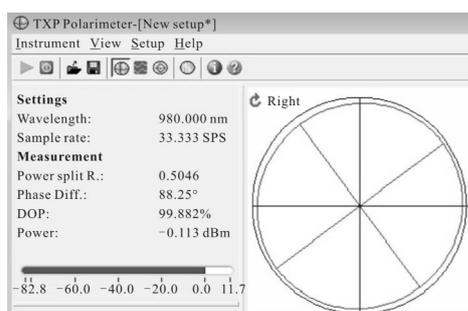


图 7 用偏振态测定仪测得的结果

Fig.7 Measurement result by polarimeter

图 7 中 Power Split Ratio, PSR 定义为两个正交偏振方向上的光功率比, Phase Difference, PD 定义为线偏光经两个正交偏振方向传输后产生的相位延迟量, 即待测波片的相位延迟角, 为 88.25° 。与文中方法所测得的 88.12° 相比, 误差仅为 0.15% 。

综上所述, 该方法大大提高了波片相位延迟量的测量精度。

4 结 论

文中提出了一种在已知波片快轴方向的情况下, 只需两个偏振片即可利用 Mathcad 仿真软件实

现对波片相位延迟量的高精度测量。文中采用琼斯矩阵对该方法的原理进行了理论推导, 给出了应用实例及其误差分析, 误差分析表明该方法对波片相位延迟量的测量精度为 0.26° 。最后给出了仿真图像验证, 并用光偏振态测定仪验证了测量结果, 表明该方法是可行的。该方法光学器件少, 引入误差小, 测量精度高, 操作简单, 实用性好。

参考文献:

- [1] Yan Ming, Gao Zhishan. Phase shifting method for measuring the phase retardation of wave plates [J]. *J Optoelectronics Laser*, 2005, 16(2): 183-187. (in Chinese)
- [2] Wang Zhengping, Li Qingbo, Tan Qiao, et al. Method of measuring the practical retardance value and judging the fast or slow axis of a quarter-wave plate [J]. *Chinese J Lasers*, 2005, 32(4): 523-528. (in Chinese)
- [3] Zhao Pei, Wu Fuquan, Hao Dianzhong, et al. Measurement of the delay of the quarter-wave plate by phase-modulated ellipsometry[J]. *Acta Optic Sinica*, 2006, 26(3): 379-382. (in Chinese)
- [4] Zhao Tingsheng, Li Guohua, Peng Handong, et al. Phase shift measurement of a retarder based on Fourier analysis[J]. *Acta Optic Sinica*, 2008, 28(1): 105-109. (in Chinese)
- [5] Wang Jun, Chen Lei, Liu Zhaodong, et al. Method of measuring retardation of zero-order wave plate based on hue value of white-light interference color[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(9): 1784-1788. (in Chinese)
- [6] Liao Yanbiao. Polarization Optics[M]. Beijing: Science Press, 2003: 48-49. (in Chinese)
- [7] Jones R C. A new calculation for the treatment of optical systems: I;II;III[J]. *JOSA*, 1941, 31(7): 488-503
- [8] Theocaris P S, Gdoutos E E. Matrix Theory of Photoelasticity [M]. Yang Jihui Transl. Beijing: Science Press, 1987: 49-85. (in Chinese)
- [9] Bo Feng, Zhu Jianqiang, Kang Jun. Precise measurement and factors analysis for phase retardation of wave plate [J]. *Chinese J Lasers*, 2007, 34(6): 851-856. (in Chinese)