

doi: 10.7690/bgzd.2014.01.015

## 基于合作联盟的多无人机对地攻防对抗策略

陈侠, 赵明明, 徐光延  
(沈阳航空航天大学自动化学院, 沈阳 110136)

**摘要:** 针对多无人机合作博弈问题, 对基于合作联盟的多无人机对地攻防对抗策略进行研究。通过考虑合作联盟的目标价值收益指标函数、损伤代价指标函数及航程代价指标函数, 建立多无人机联盟合作博弈模型, 构建出其博弈矩阵, 给出合作联盟特征函数与混合策略纳什均衡的定义, 采用粒子群算法 (particle swarm algorithm, PSO) 求解出混合策略的纳什均衡, 并利用 Shapley 值方法, 给出一种合作博弈的求解方法, 最终得到多无人机对地攻防最优对抗策略。仿真结果说明该方法具有很好的可行性和有效性。

**关键词:** 合作博弈; 联盟函数; 纳什均衡; 粒子群算法; Shapley 值

**中图分类号:** TJ85 **文献标志码:** A

## Multiple UAV Operation Strategy Attack-Defense Confrontation to Ground Based on Cooperative Alliance

Chen Xia, Zhao Mingming, Xu Guangyan  
(School of Automation, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

**Abstract:** Aiming at the multiple unmanned aerial vehicles (UAV) cooperative game, research on multiple UAV operation strategy attack-defense confrontation to ground based on cooperative alliance. Through considering cooperative alliance's target value income index function, damage cost index function and voyage cost index function, the multiple-UAV alliance cooperative game model is established, then its game matrix is structured. The definition of alliance characteristic function and mixed strategy Nash equilibrium are provided, the mixed strategy Nash equilibrium is obtained by using particle swarm optimization (PSO), and the cooperative game is solved by applying the Shapley method. At last, the feasibility and effectiveness of the method are presented by simulation results.

**Keywords:** cooperative game; coalitional function; Nash equilibrium; PSO; Shapley

### 0 引言

随着现代军事战争的发展与需求, 将博弈论应用到军事作战中已受到国内外学者的关注<sup>[1-2]</sup>。文献[3-4]将博弈论方法引用到离散动态无人机空战模型中, 建立多无人机空战博弈模型, 求解博弈纳什均衡, 得到最优作战策略; 文献[5]建立了多无人机协同空战的模型, 给出了求解静态博弈的最优策略方法; 文献[6]提出了基于动态博弈理论的攻防双方目标武器分配方法; 文献[7]以无人机攻防对抗为背景, 建立基于不完全信息的无人机攻防对抗动态博弈模型, 利用免疫进化算法求解出贝叶斯纳什均衡, 得到了无人机的最优策略序列; 文献[8]介绍了一种多阶段影响图<sup>[9-10]</sup>博弈的分析方法, 建立一对一空战对抗博弈模型, 提供了一种新的空战决策分析方法, 并开发了一个自动决策系统选择最优策略等。

但需要指出的是, 虽然国内外在多无人机作战博弈中已经取得了一些有价值的研究成果, 但目前已有的博弈方法考虑的是敌我双方空战的非合作博弈问题, 没有考虑到多无人机合作博弈问题。而在

实际战场环境中, 为了提高作战效能, 尤其是进攻重要目标的时候, 需要考虑多无人机如何进行联盟合作问题, 以提高编队整体的作战效益<sup>[11]</sup>; 因此, 如何在实际作战中考虑我方多无人机合作博弈问题, 求解合作博弈的纳什均衡值问题, 这是一个新的重要研究课题。

基于此, 笔者将多无人机合作联盟考虑为合作博弈问题, 为实现整体联盟最大收益, 对多无人机分为 2 组, 即 2 个联盟, 进行 2 个联盟的非合作博弈, 以获得联盟双方各自的最大收益, 以提高我方多无人机整体作战价值。根据多无人机作战信息, 建立多无人机联盟合作博弈模型, 采用粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO), 求解出混合策略的纳什均衡, 并利用 Shapley 值方法, 给出合作博弈的求解方法。

### 1 无人机对地联盟合作模型的建立

#### 1.1 合作联盟的基本概念

**定义 1**<sup>[12]</sup> 设联盟的局中人集合为  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ,

收稿日期: 2013-07-28; 修回日期: 2013-09-09

基金项目: 国家自然科学基金(61074159); 辽宁省自然科学基金资助项目(20092053)

作者简介: 陈侠(1962—), 女, 辽宁人, 博士后, 教授, 研究生导师, 从事多无人机协同控制与决策、无人机空战博弈策略、多无人机任务规划、飞行器作战效能分析研究。

则任意  $S \subseteq N$ ，称  $S$  为  $N$  的一个联盟。称为  $\Gamma = \{S | S \subseteq N\}$  联盟集合。

联盟集合  $\Gamma$  元素的个数为  $2^n$ ，特殊情况，允许取  $S = \emptyset$  和  $S = N$ ，后一种情况称为一个大联盟。

定义 2<sup>[12]</sup> 设联盟的局中人集合为  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ， $v(S)$  是定义在  $N$  的一切子集上的联盟函数，其满足： $v(\emptyset) = 0$  和  $v(N) \geq \sum_{i \in N} v(\{i\})$ ，则称  $v(S)$  为一个联盟函数。

根据给定局中人集合  $N$  和联盟函数  $v(S)$ ，所进行的联盟博弈记为： $G = [N, v]$ 。

### 1.2 对地合作联盟作战收益函数

收益是指局中人在合作联盟中最终所得或损失。考虑合作联盟收益指标为目标价值收益、损伤代价指标及航程代价指标，笔者建立了多无人机合作联盟的作战收益函数。

#### 1.2.1 目标价值收益指标函数

在多无人机作战过程中，目标价值收益是首先考虑的一个重要指标。假设我方无人机集合为  $N = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$ ，敌方高价值目标集合为  $M = \{1, 2, \dots, j, \dots, m\}$ ，第  $i$  架无人机携带  $h_i$  枚同型导弹。

假设我方第  $i$  架无人机对目标  $j$  的击毁概率为  $p_{ij}$ ，目标价值集合为  $\{v_1^d, v_2^d, \dots, v_j^d, \dots, v_m^d\}$ ， $v_{\max}^d$  为目标价值集合中的最大目标价值，即  $v_{\max}^d = \max_{1 \leq j \leq m} v_j^d$ ，则我方第  $i$  架无人机攻击敌方第  $j$  地面目标的收益指标函数

$$R_{ij}^1 = \frac{v_j^d}{\max v^d} p_{ij} \tag{1}$$

若  $q$  架无人机合作同时攻击第  $j$  个目标，则我方  $q$  架无人机攻击敌方第  $j$  地面目标的收益指标函数

$$R_j^q = \frac{v_j^d}{\max v^d} \times [1 - \prod_{i=1}^q (1 - p_{ij})^r] \tag{2}$$

其中  $r$  为合作系数，且  $r > 1$ ，它取决于  $q$  架无人机联盟作战能力和目标  $j$  的性质。

#### 1.2.2 损伤代价指标函数

损伤代价指标是指对敌方高价值目标进行攻击过程中我方无人机所遭受的损伤代价。假设敌方防空火力集合为  $G = \{1, 2, \dots, k, \dots, g\}$ ， $\delta_{ij}^k$  为敌方第  $k$  个

防空火力单元保护第  $j$  个目标时对第  $i$  架无人机的摧毁概率， $g$  为地面防空火力单元数量，则我方第  $i$  架无人机攻击敌方第  $j$  个目标时受到防空火力防御的损伤概率

$$p'_{ij} = 1 - \prod_{k=1}^g (1 - \delta_{ij}^k) \tag{3}$$

不难分析，地面防空火力对我方无人机的摧毁程度与距离有关，若无人机与地面防空火力的距离越近，则无人机被地面防空火力摧毁的概率越大。

在我方第  $i$  架无人机攻击敌方第  $j$  个目标时，第  $k$  个地面防空火力对我方第  $i$  架无人机的摧毁概率

$$\delta_{ij}^k = \begin{cases} (1 - d_{ik}^j / e^k) \theta^k, & d_{ik}^j < e^k \\ 0, & d_{ik}^j > e^k \end{cases} \tag{4}$$

其中： $d_{ik}^j$  为第  $i$  架无人机与敌方第  $k$  个防空火力单元之间的距离； $\theta^k$  为第  $k$  个地面防空火力摧毁无人机的效能， $\theta^k \in [0, 1]$ ； $e^k$  为地面第  $k$  个防空火力射程最大范围。

假设无人机价值集合为  $\{v_1^w, v_2^w, \dots, v_i^w, \dots, v_n^w\}$ ， $v_i^w$  为第  $i$  架无人机的价值信息，则我方第  $i$  架无人机攻击敌方第  $j$  个目标时损伤代价指标函数

$$C_{ij}^1 = \frac{v_i^w}{\max v^w} p'_{ij} \tag{5}$$

在无人机对地打击中，我方无人机的损伤代价指标也是敌方防空火力对我方无人机进行攻击过程中的收益。若满足式 (3)，则敌方第  $t$  个防空火力对我方第  $i$  架无人机进行攻击收益

$$D_{it}^1 = \frac{v_i^w}{\max v^w} p' \tag{6}$$

则我方  $q$  架无人机合作同时攻击敌方第  $j$  地面目标的损伤代价指标函数

$$C_j^q = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \frac{v_i^w}{\max v^w} p''_{ij} \tag{7}$$

其中  $p''_{ij} = [1 - \prod_{k=1}^s (1 - \delta_{ij}^k)]$ ，为敌方  $s$  个防空火力对我方  $q$  架无人机的摧毁概率。

则敌方  $s$  个防空火力同时对我方第  $i$  架无人机进行攻击的收益

$$D_i^s = \frac{v_i^w}{\max v^w} \times [1 - \prod_{i=1}^s (1 - p'_{ij})^r] \tag{8}$$

其中  $r$  为合作系数，且  $r > 1$ ，它取决于  $s$  个防空火力

联盟作战能力和我方无人机  $i$  的性质。

### 1.2.3 航程代价指标函数

假设  $d_{ij}$  为我方第  $i$  架无人机与敌方第  $j$  个目标的价值距离， $d_{\max}$  为我方所有无人机与目标之间的最大距离，即  $d_{\max} = \max_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} d_{ij}$ ，则我方第  $i$  架无人机的航程代价指标函数

$$H_{ij}^1 = \frac{d_{ij}}{d_{\max}} \quad (9)$$

则我方  $q$  (即  $i_1, i_2, \dots, i_q$ ) 架无人机合作同时攻击敌方第  $j$  地面目标的航程代价指标函数

$$H_j^q = \frac{\frac{1}{q} \sum_{i=1}^q d_{ij}}{\max d_{\max}} \quad (10)$$

### 1.2.4 敌我双方联盟合作收益函数

综合上述优化模型，可以得到我方第  $i$  架无人机对敌方第  $j$  个高价值目标打击总体收益函数

$$f_{ij} = (w_1 R_{ij} - w_2 C_{ij}^1 - w_3 H_{ij}^1) \quad (11)$$

其中， $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ ， $w_1$ 、 $w_2$  和  $w_3$  分别为目标价值收益指标权重、损伤代价指标权重及航程代价指标权重。

同理，敌方第  $l$  个防空火力对我方第  $i$  架无人机进行攻击收益

$$f_{li}^l = D_{mi}^l \quad (12)$$

若  $q$  (即  $i_1, i_2, \dots, i_q$ ) 架无人机合作同时攻击第  $j$  个目标，则我方  $q$  架无人机攻击敌方第  $j$  地面目标的总体收益指标函数

$$f_{j(i_1, i_2, \dots, i_q)}^q = (w_1 R_j^q - w_2 C_j^q - w_3 H_j^q) \quad (13)$$

其中， $i_1, i_2, \dots, i_k, \dots, i_q \in N$ ， $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ ， $w_1$ 、 $w_2$  和  $w_3$  分别为目标价值收益指标权重、损伤代价指标权重及航程代价指标权重。

同理，敌方  $s$  个防空火力同时对我方第  $i$  架无人机进行攻击的收益

$$f_i^s = D_i^s \quad (14)$$

假设我方无人机集合为  $N = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$ ，我方  $q$  架无人机组成联盟  $S$ ，合作同时攻击敌方地面目标，则将无人机集合  $N$  (局中人) 划分为联盟  $S$  和  $N \setminus S$ ，则在联盟  $S$  情况下无人机合作联盟矩阵如下式：

$$\mathbf{G}_{(i_1, \dots, i_q)}^{v(q)} = \begin{matrix} & y_1^{v(N) \setminus v(q)} & y_2^{v(N) \setminus v(q)} & \dots & y_t^{v(N) \setminus v(q)} \\ \begin{matrix} x_1^{v(q)} \\ x_2^{v(q)} \\ \vdots \\ x_j^{v(q)} \\ \vdots \\ x_m^{v(q)} \end{matrix} & \begin{bmatrix} f_{11}^{v(q)} & f_{12}^{v(q)} & \dots & f_{1t}^{v(q)} \\ f_{21}^{v(q)} & f_{22}^{v(q)} & \dots & f_{2t}^{v(q)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{j1}^{v(q)} & f_{j2}^{v(q)} & \dots & f_{jt}^{v(q)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{m1}^{v(q)} & f_{m2}^{v(q)} & \dots & f_{mt}^{v(q)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (15)$$

其中： $1, 2, \dots, j, \dots, m$  为我方无人机联盟  $v(q)$  同时攻击第 1 个目标、第 2 个目标  $\dots$ ，第  $j$  个目标， $\dots$ ，第  $m$  个目标； $x_1^{v(q)} x_2^{v(q)} \dots x_m^{v(q)}$  为无人机联盟  $S$  采取的策略集合， $y_1^{v(N) \setminus v(q)} y_2^{v(N) \setminus v(q)} \dots y_t^{v(N) \setminus v(q)}$  为无人机联盟  $N \setminus S$  采取的策略集合； $f_{ij}^{v(q)}$  为我方无人机联盟  $S$  采取第  $i$  种策略，同时无人机联盟  $N \setminus S$  采取第  $j$  种策略时，我方无人机联盟  $S$  所获得的收益。

当我方  $q$  (即  $i_1, i_2, \dots, i_q$ ) 架无人机进行联盟  $S$  时，则在联盟  $N \setminus S$  中，第  $i_1$  架，第  $i_2$  架， $\dots$ ，第  $i_q$  架无人机不再参与其它联盟，且当  $q$  (即  $i_1, i_2, \dots, i_q$ ) 架攻击敌方第  $j$  地面目标，则在联盟  $N \setminus S$  的策略中，将去掉第  $j$  目标的策略，否则与实际作战相矛盾。

同理可得，敌方防空火力作战合作联盟矩阵为：

$$\mathbf{G}_{(j_1, \dots, j_s)}^{v(s)} = \begin{matrix} & y_1^{v(M) \setminus v(s)} & y_2^{v(M) \setminus v(s)} & \dots & y_t^{v(M) \setminus v(s)} \\ \begin{matrix} x_1^{v(s)} \\ x_2^{v(s)} \\ \vdots \\ x_i^{v(s)} \\ \vdots \\ x_l^{v(s)} \end{matrix} & \begin{bmatrix} f_{11}^{v(s)} & f_{12}^{v(s)} & \dots & f_{1e}^{v(s)} \\ f_{21}^{v(s)} & f_{22}^{v(s)} & \dots & f_{2e}^{v(s)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{i1}^{v(s)} & f_{i2}^{v(s)} & \dots & f_{ie}^{v(s)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{l1}^{v(s)} & f_{l2}^{v(s)} & \dots & f_{le}^{v(s)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (16)$$

其中： $1, 2, \dots, i, \dots, l$  为敌方防空火力联盟  $v(s)$  同时攻击我方无人机第 1 个目标，第 2 个目标， $\dots$ ，第  $i$  个目标， $\dots$ ，第  $l$  个目标； $x_1^{v(s)} x_2^{v(s)} \dots x_m^{v(s)}$  为敌方防空火力联盟  $S$  采取的策略集合， $y_1^{v(M) \setminus v(s)} y_2^{v(M) \setminus v(s)} \dots y_t^{v(M) \setminus v(s)}$  为敌方防空火力联盟  $M \setminus S$  采取的策略集合； $f_{ji}^{v(s)}$  为敌方防空火力联盟  $S$  采取第  $j$  种策略，同时无人机联盟  $M \setminus S$  采取第  $i$  种策略时，敌方防空火力联盟  $S$  所获得的收益。

## 2 无人机对地联盟合作策略求解

### 2.1 联盟函数和联盟混合策略

笔者将无人机集合  $N$  划分为 2 个联盟  $S$  和  $N \setminus S$ ，其中联盟  $S$  由  $q$  个局中人组成，联盟  $N \setminus S$  由

$N$  中除去  $q$  个局中人之外的其它局中人组成。为实现 2 个联盟的共同最大收益, 可以认为联盟  $S$  和  $N \setminus S$  进行一种 2 人零和非合作博弈, 进行混合策略的纳什均衡求解, 以获得联盟双方各自的最大收益, 进而实现整体联盟的最大收益。

**定义 3** 假设  $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ , 对于给定  $N$  的子集  $q$ , 组成联盟  $v(i_1, i_2, \dots, i_k, \dots, i_q)$ , 在混合策略下,  $G_{(i_1, \dots, i_q)}^{v(q)} = [N, \{M\}, \{P\}]$ , 则联盟函数定义为

$$v_{(i_1, \dots, i_q)}(q) = \max_{i \in X_q} \min_{j \in X_{N/q}} E(i, j) \quad (17)$$

其中  $x \in X_q = \{x_1^{v(q)}, x_2^{v(q)}, \dots, x_m^{v(q)}\}$ ,  $y \in X_{N/q} = \{y_1^{v(N) \setminus v(q)}, y_2^{v(N) \setminus v(q)}, \dots, y_l^{v(N) \setminus v(q)}\}$   $E(i, j) = p_i \times f_{ij}$ 。

**定义 4** 设  $N$  为参与博弈局中人的集合, 对于给定  $N$  的子集  $q$ , 组成联盟  $S$ , 即第  $i_1$  架、第  $i_2$  架、 $\dots$ 、第  $i_q$  架无人机组成联盟, 若组成联盟  $S$  对每一个目标  $k$  以概率  $x_k^{v(q)}$  进行打击, 则  $X_q = \{x_1^{v(q)}, x_2^{v(q)}, \dots, x_m^{v(q)}\}$  称为  $S$  的一个联盟混合策略。其中,  $x_k^{v(q)} \geq 0$ ,

$$\sum_{k=1}^m x_k^{v(q)} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, m。$$

### 2.2 基于粒子群算法的联盟函数值求解

设联盟  $S$  的混合策略为  $X = \{x_1^{v(q)}, x_2^{v(q)}, \dots, x_m^{v(q)}\}$ , 可得纳什均衡值  $v_1$ , 如下式:

$$v_1 = \max_{x_i \in X} \min_{1 \leq j \leq l} \sum_{i=1}^m f_{ij}^{v(q)} x_i^{v(q)} \quad (18)$$

单矩阵纳什均衡可转化为线性规划问题求解<sup>[13]</sup>, 将式 (17) 转换为下列数学规划问题, 如下式:

$$\begin{aligned} v &= \max u(x) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \sum_{i=1}^m f_{ij}^{v(q)} x_i^{v(q)} \succ u(x), & (j = 1, 2, \dots, m) \\ x_1^{v(q)} + x_2^{v(q)} + \dots + x_m^{v(q)} = 1 \\ x_i^{v(q)} > 0, & (i = 1, 2, \dots, m) \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

求解单矩阵的纳什均衡就是求解线性规划式 (18) 的最优解。笔者用粒子群算法进行博弈纳什均衡求解。

粒子群算法是通过模拟鸟群觅食行为而发展起来的一种基于群体协作的随机搜索算法<sup>[13-14]</sup>。该算法具有种群多样性、收敛速度快等优点。目前采用粒子群算法求解纳什均衡已引起了国内外学者的高度重视<sup>[15-17]</sup>。在文中, 每个粒子代表 2 人零和博弈中的一个混合局势, 在混合联盟组合的空间内不断搜索最优位置。该算法通过不断迭代, 粒子会根据

观察到的博弈结果向个体自身的最优解学习, 且向群体中表现更优的粒子学习。粒子之间通过不断学习, 来调整自己的策略, 并且在博弈的混合策略组合的空间内不断发生移动, 最终趋向博弈的均衡点。

应用粒子群算法求解联盟值的步骤如下:

步骤 1, 在混合联盟组合的空间中随机产生粒子群, 初始化位置和速度;

步骤 2, 以当前粒子为个体最优, 求出每个粒子对应的适应度, 求出全局最优;

步骤 3, 对当前联盟混合局势的粒子进行更新, 得到新一代粒子;

步骤 4, 求出每个联盟混合局势中的粒子对应的适应度, 对当前每个粒子和其对应的个体最优粒子进行排序, 得到新的个体最优粒子, 将所有的个体最优粒子进行排序得到新的全局最优粒子;

步骤 5, 重复步骤 3 和步骤 4 操作直到达到最大迭代次数, 直到循环结束, 输出全局最优联盟混合局势的粒子。

### 2.3 联盟合作的 Shapley 值求解

Shapley 值方法<sup>[18-19]</sup>是由 Shapley 提出了基于公理化的求解合作博弈方法。由于该方法在求解局中人较多和纳什均衡值不唯一时具有独特的优势, 笔者根据联盟  $S$  和  $N \setminus S$  中求出的 2 人零和博弈的纳什均衡值及联盟函数, 采用该方法进行合作博弈求解, 给出一种对局中人参与博弈计算价值方法。

**定义 5**<sup>[18-19]</sup> 对于联盟博弈  $[N, v]$ , 如果有联盟  $T \in 2^N$ , 满足

$$v(S) = v(S \cap T), \forall S \in 2^N$$

则称  $T$  为博弈  $[N, v]$  的载体。

**定义 6**<sup>[19]</sup>  $n$  人合作博弈的 Shapley 值是指满足如下 3 条公理的向量  $\Psi(v) = (\Psi_1(v), \Psi_2(v), \dots, \Psi_n(v))$ , 其中,  $\Psi_i(v)$  称为参与人  $i$  的 Shapley 指数。

3 条公理分别为:

1) 有效性公理, 对于  $v$  的任何承载  $T$ , 有  $\sum_{i \in T} \Psi_i(v) = v(T)$ ;

2) 对称性公理, 如果存在  $N$  的某个排列  $\pi$ , 使得  $v(\pi S) = v(S), \forall S \in 2^N$ ;

3) 可加性公理, 设  $u$  和  $\omega$  是合作  $n$  人对策, 则  $\Psi_i(u + \omega) = \Psi_i(u) + \Psi_i(\omega), \forall i \in N$ 。

**定理 1**<sup>[19]</sup> 对每个具有有限载体的博弈, 存在满足公理 1~公理 3 唯一的 Shapley 值为

$$\psi_i(v) = \sum_{S \in N} \gamma_n(S) [v(S) - v(S - \{i\})], (i \in U) \quad (20)$$

其中： $\gamma_n(S) = \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$ ； $U$  为博弈所有局中人组成的集合； $N$  是  $v$  的任意有限载体， $|S|=s, |N|=n$ 。

### 3 算例仿真

#### 3.1 作战假定

假设我方有 3 架无人机执行对敌方地面高价值目标打击作战任务，每架飞机具有相同类型的传感器和火力能力，以相同的 10 km 高度和 0.8 马赫速度飞行。设定我方 3 架飞机组成等边的三角形编队，间距为 40 km。敌方作战群中 3 个地对空导弹防御阵地保护 2 个高价值目标，我方编队中心与敌方作战群中心之间相对位置为 40 km。我方第 1 架和第 2 架无人机携带同型空对地导弹 3 枚，第 3 架无人机携带另一种型号 2 枚空对地导弹。

我方无人机的价值分别为： $v_a = [70 \ 65 \ 70]$ ，其携带的武器和雷达分别为 JDAM 武器和 SAR 雷达。而敌方防御阵地由近程地对空导弹系统组成，其中 3 个防空火力与 1 个高价值目标价值信息分别为  $v_i = [20 \ 15 \ 15 \ 60]$ ，敌方 3 个防空火力阵地最大射程分别为  $e_m = [50 \ 60 \ 60]$ ，火力摧毁效能信息为  $\theta = [0.47 \ 0.60 \ 0.47]$ 。敌我双方攻防作战态势图见图 1，我方无人机与敌方目标间的打击系数信息见表 1。

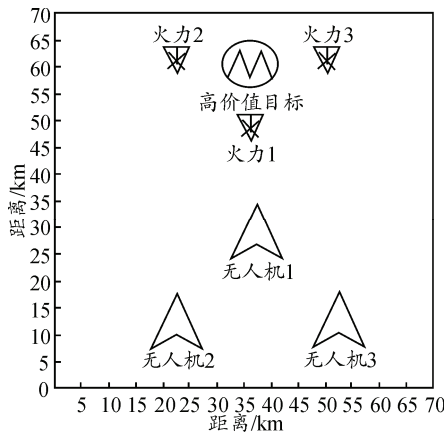


图 1 敌我双方作战态势

表 1 我方无人机与敌方目标之间的打击系数

敌方目标	无人机		
	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>
防空火力 F <sub>1</sub>	0.33	0.32	0.32
防空火力 F <sub>2</sub>	0.30	0.30	0.28
防空火力 F <sub>3</sub>	0.30	0.28	0.30
高价值目标 T	0.31	0.30	0.30

#### 3.2 混合策略的联盟函数值求解

根据作战假定，建立多无人机合作博弈模型为

$G = [N, v]$ ，其中  $N = (1, 2, 3)$  为我方无人机数量，可组成  $2^3 = 8$  种联盟，每架无人机均有 4 种策略可以选择，分别为攻击防空火力 1、攻击防空火力 2、攻击防空火力 3 及攻击高价值目标，根据表 1，由式 (10)，不考虑合作联盟时，我方每架无人机单独作战对地面目标打击收益值见表 2。

表 2 我方单架无人机单独作战收益值

无人机	收益值			
	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	T
U <sub>1</sub>	-0.000 9	0.024 6	0.124 6	0.219 6
U <sub>2</sub>	0.092 5	-0.152 3	0.172 1	0.260 5
U <sub>3</sub>	-0.076 2	0.102 7	0.175 9	0.316 8

敌方每个防空火力单独作战对我方无人机打击收益值见表 3。

表 3 敌方每个防空火力单独作战收益值

防空火力	收益值		
	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>
F <sub>1</sub>	0.201 0	0.034 0	0.040 1
F <sub>2</sub>	0.086 7	0.122 0	0.142 2
F <sub>3</sub>	0.068 1	0.112 7	0.135 6

考虑合作联盟时，由式 (12)，可求得我方无人机合作联盟打击敌方地面目标的收益值见表 4。

表 4 我方多架无人机合作作战收益值

无人机联盟	收益值			
	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	T
[U <sub>1</sub> , U <sub>2</sub> ]	0.079 2	0.103 2	0.216 5	0.399 5
[U <sub>1</sub> , U <sub>3</sub> ]	0.030 1	0.119 7	0.028 4	0.423 4
[U <sub>2</sub> , U <sub>3</sub> ]	0.129 0	0.126 8	0.160 8	0.509 3

考虑合作联盟时，由式 (13)，可求得敌方防空火力合作联盟打击我方无人机的收益值见表 5。

表 5 敌方防空火力合作作战收益值

防空火力合作联盟	收益值		
	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>
[F <sub>1</sub> , F <sub>2</sub> ]	0.266 2	0.143 2	0.146 0
[F <sub>1</sub> , F <sub>3</sub> ]	0.230 1	0.116 7	0.158 5
[F <sub>2</sub> , F <sub>3</sub> ]	0.139 1	0.130 8	0.150 3

在表 4 的 3 种联盟中，不妨设我方无人机联盟  $S = \{1, 2\}$ ， $M \setminus S = \{3\}$ ，则  $S$  和  $M \setminus S$  进行 2 人零和博弈支付矩阵为：

$$G^{[1,2]} = \begin{bmatrix} 0.122 6 & 0.182 4 & 0.202 2 & -0.230 4 \\ 0.312 2 & 0.372 0 & 0.391 8 & -0.040 8 \\ 0.064 1 & 0.123 9 & 0.143 7 & -0.288 9 \\ 0.315 9 & 0.375 9 & 0.395 5 & -0.037 1 \end{bmatrix}$$

无人机联盟  $S = \{1, 2\}$  的混合策略均衡值为  $P = [0.076 \ 9, 0.048 \ 2, 0.825 \ 0, 0.049 \ 9]$ ，混合策略值 0.186 7 即  $v(\{1, 2\}) = 0.186 7$ 。而无人机联盟  $S = \{3\}$  混合策略均衡值为  $P = [0.026 \ 9, 0.048 \ 2, 0.875 \ 0, 0.049 \ 9]$ ，混合策略期望值 0.087 7，即联盟  $\{3\}$  的值为  $v(\{3\}) = 0.087 7$ 。

同理可得：无人机联盟  $S=\{1,3\}$  的混合策略均衡值为  $P=[0.776\ 9,0.048\ 2,0.125\ 0,0.049\ 9]$ ，混合策略期望值 0.283 4，即  $\{1,3\}$  联盟值为  $v(\{1,3\})=0.283\ 4$ 。无人机联盟  $S=\{2\}$  混合策略均衡值为  $P=[0.076\ 4,0.048\ 7,0.825\ 8,0.049\ 1]$ ，混合策略值 0.086 7，即联盟  $\{2\}$  的值为  $v(\{2\})=0.086\ 7$ 。联盟无人机  $S=\{2,3\}$  的混合策略均衡值为  $P=[0.875\ 7,0.069\ 4,0.127\ 3,0.027\ 6]$ ，混合策略期望值 0.159 2，即  $\{2,3\}$  联盟值为  $v(\{2,3\})=0.159\ 2$ ，无人机联盟  $S=\{1\}$  混合策略均衡值为  $P=[0.056\ 9,0.068\ 2,0.826\ 3,0.048\ 6]$ ，混合策略值 0.024 1，即联盟  $\{1\}$  的值为  $v(\{1\})=0.024\ 1$ 。

由表 5 的 3 种联盟中，可得防空火力联盟为： $S=\{1,3\}$  的混合策略均衡值为  $P=[0.321\ 5,0.423\ 0,0.255\ 5]$ ，混合策略值 0.231 6 即  $\{1,2\}$ ，联盟值为  $v(\{1,2\})=0.231\ 6$ 。而防空火力联盟  $S=\{3\}$  混合策略均衡值为  $P=[0.063\ 1,0.682\ 6,0.254\ 3]$ ，混合策略期望值 0.130 1，即联盟  $\{3\}$  的值为  $v(\{3\})=0.130\ 1$ 。防空火力联盟  $S=\{1,3\}$  的混合策略均衡值为  $P=[0.632\ 5,0.134\ 0,0.233\ 5]$ ，混合策略期望值 0.260 2，即  $\{1,3\}$  联盟值为  $v(\{1,3\})=0.260\ 2$ 。防空火力联盟  $S=\{2\}$  混合策略均衡值为  $P=[0.316\ 9,0.409\ 5,0.273\ 6]$ ，混合策略值 0.163 1，即联盟  $\{2\}$  的值为  $v(\{2\})=0.163\ 1$ 。防空火力联盟  $S=\{2,3\}$  的混合策略均衡值为  $P=[0.629\ 0,0.103\ 6,0.267\ 4]$ ，混合策略期望值 0.168 0，即  $\{2,3\}$  联盟值为  $v(\{2,3\})=0.168\ 0$ ，防空火力联盟  $S=\{1\}$  混合策略均衡值为  $P=[0.503\ 9,0.273\ 8,0.222\ 3]$ ，混合策略值 0.109 6，即联盟  $\{1\}$  的值为  $v(\{1\})=0.109\ 6$ 。

### 3.3 联盟合作的 Shapley 值求解与分析

根据式 (10)，可计算得到我方无人机联盟值： $v(N)=0.521\ 4$ ， $v(\emptyset)=0$ ， $v(\{1\})=0.024\ 1$ ， $v(\{2\})=0.086\ 7$ ， $v(\{3\})=0.087\ 7$ ， $v(\{1,2\})=0.168\ 7$ ， $v(\{1,3\})=0.283\ 4$ ， $v(\{2,3\})=0.159\ 2$ 。

根据式 (13)，可计算得到我方无人机合作联盟 Shapley 值：

$$\begin{aligned} \varphi_1(v) &= \frac{1}{3}(0.024\ 1-0) + \frac{1}{6}(0.168\ 7-0.086\ 7) + \\ &\quad \frac{1}{6}(0.283\ 4-0.087\ 7) + \frac{1}{3}(0.521\ 4-0.159\ 2) = 0.175\ 1 \\ \varphi_2(v) &= \frac{1}{3}(0.086\ 7-0) + \frac{1}{6}(0.168\ 7-0.024\ 1) + \\ &\quad \frac{1}{6}(0.159\ 2-0.087\ 7) + \frac{1}{3}(0.521\ 4-0.283\ 4) = 0.144\ 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_3(v) &= \frac{1}{3}(0.087\ 7-0) + \frac{1}{6}(0.283\ 4-0.086\ 7) + \\ &\quad \frac{1}{6}(0.159\ 2-0.024\ 1) + \frac{1}{3}(0.521\ 4-0.168\ 7) = 0.191\ 7 \end{aligned}$$

该博弈的 Shapley 值为： $\Phi(v) = (0.175\ 1, 0.144\ 3, 0.191\ 7)$ 。

根据式 (10)，可计算得到敌方防空火力联盟值： $v(N)=0.475\ 1$ ， $v(\emptyset)=0$ ， $v(\{1\})=0.109\ 6$ ， $v(\{2\})=0.163\ 1$ ， $v(\{3\})=0.130\ 1$ ， $v(\{1,2\})=0.231\ 6$ ， $v(\{1,3\})=0.260\ 2$ ， $v(\{2,3\})=0.168\ 0$ 。

根据式 (13)，可计算得到敌方防空火力打击合作联盟 Shapley 值：

$$\begin{aligned} \varphi_1(v) &= \frac{1}{3}(0.109\ 6-0) + \frac{1}{6}(0.231\ 6-0.163\ 1) + \\ &\quad \frac{1}{6}(0.260\ 2-0.130\ 1) + \frac{1}{3}(0.475\ 1-0.168\ 0) = 0.172\ 0 \\ \varphi_2(v) &= \frac{1}{3}(0.163\ 1-0) + \frac{1}{6}(0.231\ 6-0.109\ 6) + \\ &\quad \frac{1}{6}(0.168\ 0-0.130\ 1) + \frac{1}{3}(0.475\ 1-0.168\ 0) = 0.167\ 0 \\ \varphi_3(v) &= \frac{1}{3}(0.130\ 1-0) + \frac{1}{6}(0.260\ 2-0.163\ 1) + \\ &\quad \frac{1}{6}(0.168\ 0-0.109\ 6) + \frac{1}{3}(0.475\ 1-0.231\ 6) = 0.150\ 5 \end{aligned}$$

该博弈的 Shapley 值为： $\Phi(v) = (0.172\ 0, 0.167\ 0, 0.150\ 5)$ 。

可见，我方 3 架无人机组成联盟后，每架无人机所获得的收益要比没合作之前所获得的收益大。当联盟  $S=\{1,3\}$  时， $v(\{1,3\})=0.283\ 4$ ，故采用此种合作方式，以采用策略概率  $P=[0.776\ 9,0.048\ 2,0.125\ 0,0.049\ 9]$  对地面目标进行打击，即我方无人机联盟  $S=\{1,3\}$  以概率 0.776 9 对目标  $F_1$  进行打击，以概率 0.048 2 对目标  $F_2$  进行打击，以概率 0.125 0 对目标  $F_3$  进行打击，以概率 0.049 9 对目标  $T$  进行打击。无人机 2 独自作战，以策略采取概率  $P=[0.076\ 4,0.048\ 7,0.825\ 8,0.049\ 1]$ ，对地面目标打击，即我方无人机 2 以概率 0.076 4 对目标  $F_1$  进行打击，以概率 0.048 7 对目标  $F_2$  进行打击，以概率 0.825 8 对目标  $F_3$  进行打击，以概率 0.049 1 对目标  $T$  进行打击。

同样可以看出，敌方防空火力组成联盟后，各自所获得的收益要比没合作之前所获得的收益大。当联盟  $S=\{1,3\}$  时， $v(\{1,3\})=0.260\ 2$ ，故采用此种合作方式，以采用策略概率  $P=[0.632\ 5,0.134\ 0,0.233\ 5]$  对我方无人机进行打击，即敌方防空火力联盟  $S=$

{1,3}以概率 0.632 5 对无人机 1 进行打击, 以概率 0.134 0 对无人机 2 进行打击, 以概率 0.233 5 对无人机 3 进行打击。防空火力 2 独自作战, 以策略采取概率  $P=[0.316\ 9, 0.409\ 5, 0.273\ 6]$ 对我方无人机进行打击, 即敌方防空火力 2 以概率 0.316 9 对无人机 1 进行打击, 以概率 0.409 5 对无人机 2 进行打击, 以概率 0.273 6 对无人机 3 进行打击。

这样敌我双方所有联盟可以达到一种均衡状态, 任何一种联盟形式打破这种均衡状态, 都会受到损失, 使得自己的收益减小。

#### 4 结束语

多无人机联盟合作博弈问题是一个新的研究课题。我方多无人机通过进行联盟合作, 可以提高我方多无人机整体作战价值。笔者运用合作博弈方法, 为研究多无人机联盟合作攻防策略问题提供了一种可行的解决方法, 并通过粒子群算法和 Shapley 值方法, 给出了多无人机合作博弈的求解方法, 并验证了方法可行性及有效性。

#### 参考文献:

- [1] Jirka P, Kai V. Game-Theoretic Validation and Analysis of Air Combat Simulation Models[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans. Sep, 2010, 40(5): 1057-1070.
- [2] James S, McGrew, Jonathan P, et al. Air-Combat Strategy Using Approximate Dynamic Programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2010, 33(5): 1641-1654.
- [3] Cruz J, Marwan J R, Simaan. A. Game- theoretic modeling and control of a military air operation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2001, 37(4): 1393-1405.
- [4] Cruz J, Marwan J R, Simaan. A. Moving horizon Nash strategies for a military air operation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2002, 38(3): 989-998.
- [5] 姚宗信, 李明, 陈宗基. 基于博弈论模型的多级协同对抗多目标任务决策方法[J]. 航空计算技术, 2007, 3(37):

\*\*\*\*\*  
(上接第 31 页)

- 7-10.
- [6] 马飞, 曹泽阳, 刘晖. 基于纳什均衡的动态目标分配策略研究[J]. 现代防御技术, 2010, 38(6): 81-84.
- [7] 惠一楠, 朱华勇, 沈林成. 无人机攻防对抗不完全信息动态博弈方法研究[J]. 兵工自动化, 2009, 28(1): 4-7.
- [8] Gal A. Game theoretic target assignment strategies in competitive multi-team systems[D]. University of Pittsburgh, 2004: 1-9.
- [9] Kai V, Janne K, Tuomas R. Modeling air combat by a moving horizon influence diagram game[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2006, 29(5): 1080-1091.
- [10] Howard, R. A, Matheson J. E. Influence Diagrams[J]. The Principles and Applications of Decision Analysis, edited by R. A. Howard, R.A. , Matheson, J. E., "Influence Diagrams", Decision Analysis, 2005, 2(3): 127-147.
- [11] 陈侠, 鹿振宇. 风场干扰下基于一致性卡尔曼滤波的 UAV 编队控制算法[J]. 兵工自动化, 2012, 32(10): 20-24.
- [12] 汪贤裕, 肖玉明. 博弈论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 19-54.
- [13] 贾文生, 向淑文, 杨剑锋, 等. 基于免疫粒子群算法的非合作博弈 Nash 均衡问题求解[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(1): 29-31.
- [14] 瞿勇, 张建军, 宋业新. 多重纳什均衡解的粒子群优化算法[J]. 运筹与管理, 2010, 19(2): 53-55.
- [15] 余谦, 王先甲. 基于粒子群优化求解纳什均衡的演化算法[J]. 武汉大学学报, 2006, 52(1): 25-29.
- [16] Eberhart R C, Shi Y. Particle swarm optimization: Developments, Applications and Resources[C]. Proc IEEE Int 'l Conf on Evolutionary Computation, Seoul, Korea, 2001: 81-86.
- [17] Jose B. Cruz, Jr. Particle Swarm Optimization for Resource Allocation in UAV Cooperative Control[C]. AIAA Guidance Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2004.
- [18] Shapley. A value for n-person games[J]. in Kuhn and Tucker editors, Contributions to the Theory of Game. 1953, volum 2 of Annals of Mathematics Studies, 28. Princeton University Press, 1953: 307-317.
- [19] 蒋鹏飞, 胡发胜. 合作博弈解及其应用研究[D]. 济南: 山东大学, 2007.
- Hoboken, 2008: 3-20.
- [15] 孟进明, 刘镇, 张麟. 396 系列船用柴油机[M]. 北京: 海潮出版社, 2004: 1-20.
- [16] 周平. 舰用柴油机测试性设计与诊断技术研究[D]. 武汉: 海军工程大学, 2011: 78-79.
- [17] 林雪原, 王杰, 骆卉子. 基于小波辅助的 GPS/SINS 组合导航系统故障检测与信息融合算法[J]. 兵工自动化, 2012, 31(2): 52-56.
- [18] 纪少波. 基于柴油机缸盖振动加速度信号提取缸内燃烧过程信息的研究[D]. 济南: 山东大学, 2008: 21-25.
- [19] Doug W. Pounders marine diesel engines[M]. London: Butterworth Heinemann, 2009: 247-289.