

doi: 10.7690/bgdh.2013.07.009

## 一种灵巧弹药的滚转估计方法

文云<sup>1,2</sup>, 辛长范<sup>2</sup>, 杨春香<sup>3</sup>, 陈铭<sup>2</sup>

(1. 中国兵器工业第五八研究所军品部, 四川 绵阳 621000; 2. 中北大学机电工程学院, 太原 030051;  
3. 山西北方机械制造责任有限公司火炮研究所, 太原 030009)

**摘要:** 灵巧弹药的滚转估计是保证制导性能的关键。利用 GPS 数据和陀螺仪输出, 得到俯仰和偏航角速度及滚转角速度调制方程; 运用扩展卡尔曼滤波器对灵巧弹药进行滚转估计; 最后使用蒙特卡罗法进行仿真。仿真结果表明: 该方法能较好地估计弹体的滚转角姿态, 误差在允许范围内, 有一定的应用价值。

**关键词:** 陀螺仪; 角速度调制; GPS; 扩展卡尔曼滤波

中图分类号: TJ410.5 文献标志码: A

### Method of Roll Estimation on Smart Ammunition

Wen Yun<sup>1,2</sup>, Xin Changfan<sup>2</sup>, Yang Chunxiang<sup>3</sup>, Chen Ming<sup>2</sup>

(1. Department of Military Products, No. 58 Research Institute of China Ordnance Industries, Mianyang 621000, China;  
2. School of Electromechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China;  
3. Artillery Research Institute, Shanxi North Maching-Building Co., Ltd, Taiyuan 030009, China)

**Abstract:** Roll estimation is an important problem to guarantee guidance performance of smart ammunition. At first, gets the pitch and yaw rate and the angular velocity modulation equations by the use of GPS velocity and the output of gyroscope. Then, the article estimates the roll angle with the extended Kalman filter. At last, simulate it with Monte Carlo method. The simulation result shows that this method can be effectively calculate body roll angle attitude and the error is in the allowable range, it has application value.

**Key words:** gyroscope; angular velocity modulation; GPS; extended Kalman Filter

## 0 引言

灵巧弹药以低成本、高精度著称。灵巧弹药发射时转速超过 20 r/s, 在制导前依靠惯性力飞行。飞行过程中, 弹体的旋转速度稳定在 2~3 r/s, 当飞行高度达到最大值时刻, 制导系统开始工作<sup>[1]</sup>。由于弹体飞行速度快, 如果不能得到精确的滚转角, 将严重加大制导误差; 因此, 笔者使用角速度调制法进行了滚转估计, 并进行仿真研究。

## 1 角速度调制法介绍

角速度调制是使用 GPS 和陀螺仪测量值对姿态进行估计的一种方法: 在已知 GPS 数据及陀螺仪 Y 轴和 Z 轴输出时, 可以解算出灵巧弹药的俯仰和偏航角速度及滚转角。

图 1 为灵巧弹药的弹体坐标系<sup>[2]</sup>: 坐标原点 O 取在灵巧弹药的质心, OX 轴与弹体几何纵轴重合, 指向弹头方向为正, OY 轴在弹体纵向对称面内, 与 OX 轴垂直, 向上为正, OZ 轴垂直于 OXY 平面, 其方向按右手定则确定。 $(X, Y, Z)$  为滚转角为零时的弹体坐标系(简称参考系),  $(X', Y', Z')$  为滚转角为  $\phi$  时的弹体坐标系(简称弹体系), 其中  $X'$  轴与  $X$  轴

重合。假定陀螺仪与弹体系固连, 如果知道弹体系下陀螺仪的输出及参考系下的俯仰角速度( $q$ )和偏航角速度( $r$ ), 就能计算出滚转角。

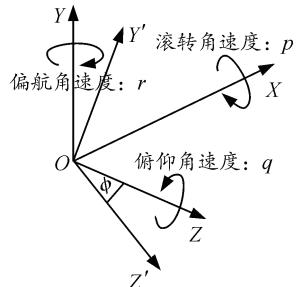


图 1 灵巧弹药弹体坐标系

设图 1 中弹体绕 X 轴旋转的滚转角为  $\phi$ , Y 轴和 Z 轴旋转到  $Y'$  和  $Z'$  轴。陀螺仪也旋转  $\phi$  角, 其 Y 轴输出的是俯仰角速度和偏航角速度相对  $Y'$  轴的投影<sup>[3-4]</sup>, 所以有:

$$\omega_y^b = q \cos \phi + r \sin \phi \quad (1)$$

同理, 其 Z 轴输出的是俯仰角速度和偏航角速度相对  $Z'$  轴的投影, 有:

$$\omega_z^b = q(-\sin \phi) + r \cos \phi \quad (2)$$

将式(1)、式(2)变换得到角速度调制方程,

收稿日期: 2013-01-14; 修回日期: 2013-02-22

作者简介: 文云(1987—), 男, 四川人, 在读硕士, 从事基于 DSP 的控制系统研究。

如式(3)、式(4)：

$$\sin \phi(t) = \frac{r\omega_y^b - q\omega_z^b}{q^2 + r^2} \quad (3)$$

$$\cos \phi(t) = \frac{q\omega_y^b + r\omega_z^b}{q^2 + r^2} \quad (4)$$

参考系下的俯仰角速度  $q$  和偏航角速度  $r$  由的 GPS 速度分解得到, 如图 2 所示。

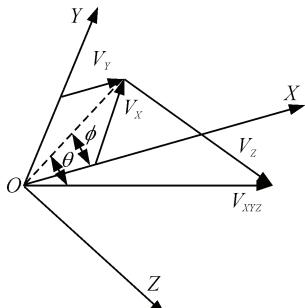


图 2 GPS 速度分解

图 2 是参考系下 GPS 速度分解的示意图, 其中  $\theta$  为俯仰角,  $\psi$  为偏航角。如果知道 GPS 速度  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ , 可通过式(4)、式(5)解算出俯仰角和偏航角<sup>[5]</sup>:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}\right) \quad (5)$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(-\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (6)$$

分别对俯仰和偏航角微分, 便能得出俯仰角速度和偏航角速度, 如式(7)和式(8)所示:

$$\dot{\theta} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad (7)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\Delta \psi}{\Delta t} \quad (8)$$

## 2 扩展滤波器设计

扩展卡尔曼滤波器包括 2 部分: 状态方程和测量方程。其状态和测量模型如式(9)、式(10)<sup>[6]</sup>:

$$X_k = \phi_{k/k-1} X_{k-1} + W_k \quad (9)$$

$$Z_k = H_k X_k + V_k \quad (10)$$

状态方程如式(11)、式(12):

$$\hat{X}_{k/k-1} = \phi_{k/k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (11)$$

$$P_{k/k-1} = \phi_{k/k-1} P_{k-1} \phi_{k/k-1}^T + Q_{k-1} \quad (12)$$

测量方程如式(13)~式(15):

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (13)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}) \quad (14)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \quad (15)$$

这里, 测量变量是灵巧弹药的滚转角速度  $p$ 、初始滚转角  $\phi$ 、陀螺仪 Y 轴和 Z 轴的偏置  $\omega_y^{\text{bias}}$  和  $\omega_z^{\text{bias}}$ 。状态方程为一个  $4 \times 4$  的单位矩阵, 假定状态变量均是不随时间变化的常数, 可得到如式(16)、式(17)的状态矢量和系统矩阵:

$$X = [p \quad \phi_0 \quad \omega_y^{\text{bias}} \quad \omega_z^{\text{bias}}]^T \quad (16)$$

$$\phi_{k/k-1} = I_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

为得到测量模型, 首先认为陀螺仪的输出是真实角速度及角速度偏置的和, 这样式(3)、式(4)可变为式(18)、式(19):

$$\begin{aligned} \sin \phi(t) &= \frac{r\hat{\omega}_y^b - q\hat{\omega}_z^b}{q^2 + r^2} = \frac{r(\omega_y^b + \omega_y^{\text{bias}}) - q(\omega_z^b + \omega_z^{\text{bias}})}{q^2 + r^2} = \\ &\sin(pt + \phi_0) + \frac{r\omega_y^{\text{bias}} - q\omega_z^{\text{bias}}}{q^2 + r^2} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \cos \phi(t) &= \frac{q\hat{\omega}_y^b + r\hat{\omega}_z^b}{q^2 + r^2} = \frac{q(\omega_y^b + \omega_y^{\text{bias}}) + r(\omega_z^b + \omega_z^{\text{bias}})}{q^2 + r^2} = \\ &\cos(pt + \phi_0) + \frac{q\omega_y^{\text{bias}} + r\omega_z^{\text{bias}}}{q^2 + r^2} \end{aligned} \quad (19)$$

滚转角速度为常数, 所以陀螺仪 Y 轴和 Z 轴的输出为正弦形式, 这样可以得到陀螺仪偏置在时间段  $N$  内的均值, 如式(20)、式(21):

$$\sum_1^N \frac{\omega_y^b}{N} = \omega_y^{\text{bias}} \quad (20)$$

$$\sum_1^N \frac{\omega_z^b}{N} = \omega_z^{\text{bias}} \quad (21)$$

由式(18)~式(21)可得测量矢量, 如式(22):

$$Z = \begin{bmatrix} \sin \phi(t) & \cos \phi(t) & \sum_1^N \frac{\omega_y^b}{N} & \sum_1^N \frac{\omega_z^b}{N} \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

测量矢量分别对状态矢量各变量求偏导, 可得到测量矩阵  $H_k$ , 如式(23):

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} t \cos(pt + \phi_0) & \cos(pt + \phi_0) & \frac{r}{q^2 + r^2} & \frac{-q}{q^2 + r^2} \\ -t \sin(pt + \phi_0) & -\sin(pt + \phi_0) & \frac{q}{q^2 + r^2} & \frac{r}{q^2 + r^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

测量噪声协方差阵为式 (24):

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \frac{N}{q^2 + r^2} & 0 & \frac{r}{q^2 + r^2} & \frac{-q}{q^2 + r^2} \\ 0 & \frac{N}{q^2 + r^2} & \frac{q}{q^2 + r^2} & \frac{r}{q^2 + r^2} \\ \frac{r}{q^2 + r^2} & \frac{q}{q^2 + r^2} & 1 & 0 \\ -\frac{q}{q^2 + r^2} & \frac{r}{q^2 + r^2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sigma^2}{N} \quad (24)$$

### 3 仿真结果分析

图 3 为灵巧弹药轨迹仿真图, 起点坐标为(0,0,0), 以小圆圈表示。初始速度为 1 000 m/s, 飞行时间为 106.1 s, 初始俯仰角为 35°, 偏航角 0°, 初始滚转角与滚转角速度为随机变量, 飞行过程中陀螺仪和 GPS 的输出伴随着噪音。使用蒙特卡罗法重复仿真 50 次, 仿真各参数条件见表 1。

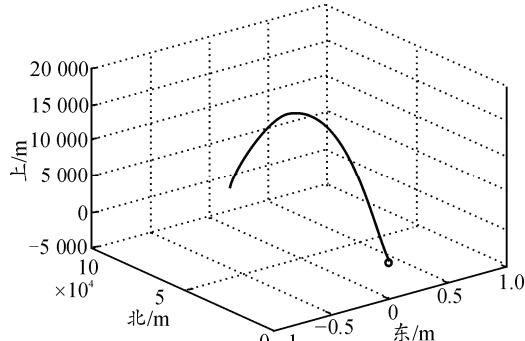


图 3 灵巧弹药的仿真轨迹

表 1 仿真参数

| 特性           | 数值    | 特性               | 数值    |
|--------------|-------|------------------|-------|
| 初速/(m/s)     | 1 000 | 噪声密度/((°)/s/√Hz) | 0.05  |
| 初始滚转角/(°)    | 0~360 | 标度因数误差/ppm       | 1 000 |
| 初始俯仰角/(°)    | 35    | 非正交角/(°)         | 3     |
| 初始偏航角/(°)    | 0     | GPS 速度噪声/(m/s)   | 0.1   |
| 滚转角速度/Hz     | 1~3   | GPS 位置噪声/m       | 10    |
| 陀螺仪采样率/Hz    | 10    | GPS 采样频率/Hz      | 1     |
| 陀螺偏置/((°)/h) | 150   |                  |       |

图 4 为全弹道 EKF 绝对滚转误差仿真图, 在灵巧弹药发射时, 弹体的初始滚转角及滚转角速度随机, 所以飞行起始阶段滚转误差较大。随着时间的推移, 绝对滚转误差不断减小, 20 s 时绝对滚转误差降至 2.5°内; 60 s 后绝对误差维持在 1°以内, 如图 5 所示。全弹道 EKF 的绝对滚转误差为 1.72°。

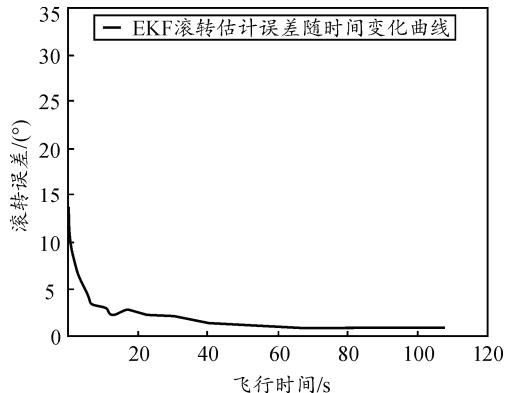


图 4 EKF 绝对滚转误差仿真

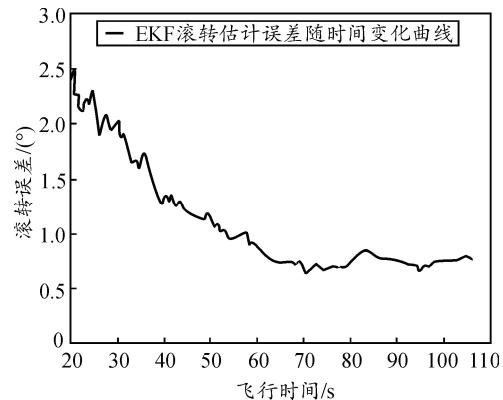


图 5 20 s 后的绝对滚转误差

### 4 结论

笔者利用陀螺仪输出, 采用角速度调制法得到滚转角的角速度调制方程; 利用 GPS 数据, 解算出俯仰和偏航角速度; 运用扩展卡尔曼滤波器对灵巧弹药进行滚转估计; 使用蒙特卡罗法进行了仿真。仿真结果表明: 该方法能较好地估计弹体的滚转角姿态, 误差在允许的范围内, 有一定的应用价值。

### 参考文献:

- [1] HeeYoung Park, KwnagJin Kim, Jang Gyu Lee, et al. Roll Angle Estimation for Smart Munitions[C]. Toulouse: IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, 2007: 25–29.
- [2] 孟秀云. 导弹制导与控制系统原理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2006: 16–17.
- [3] 邓正隆. 惯性技术[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006: 65–68.
- [4] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 43–45.
- [5] 余浩平, 杨树兴, 等. GPS/INS 组合制导弹药空中对准的初始滚转角估计新方法[J]. 兵工学报, 2011, 32(10): 1266–1269.
- [6] 秦永元, 张洪钱, 等. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998: 84–86.