

## 高斯谢尔模型光束在 EIT 原子气体中的传输特性研究

许森东<sup>1</sup>, 徐弼军<sup>1</sup>, 陆璇辉<sup>2</sup>

(1. 浙江科技学院 理学院, 浙江 杭州 310023; 2. 浙江大学 光学所, 浙江 杭州 310027)

**摘要:** 为了研究高斯-谢尔模型(GSM)光束在电磁感应透明(EIT)材料中的传输特性, 利用矩阵光学理论、衍射积分理论、相干偏振统一理论推导了 GSM 光束通过 EIT 材料的传输交叉谱密度方程的解析表达式。该表达式可以用于计算和研究 GSM 光束通过 EIT 原子气体的谱密度和相干度的变化。分析显示 GSM 光束的谱密度和相干度都可以通过控制光的拉比频率调控。此研究结果提供了一种新的调控光传输的方法和技术, 同时该发现也为控制部分相干光的谱密度和相干度提供了一种新方法。

**关键词:** 电磁感应透明; 拉比频率; 谱密度; 谱相干度

中图分类号: O439 文献标志码: A 文章编号: 1007-2276(2013)12-3223-05

## Propagation of Gaussian Schell-model beam in electromagnetically induced transparency atomic vapor

Xu Sendong<sup>1</sup>, Xu Bijun<sup>1</sup>, Lu Xuanhui<sup>2</sup>

(1. School of Science, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China;

2. Institute of Optics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** In order to study the propagation characteristics of Gaussian Schell-model (GSM) beams in electromagnetically induced transparency atomic vapor, the analytical expression was obtained for the cross-spectral density function of a Gaussian Schell-model beam passing through the electromagnetically induced transparency atomic vapor based on the matrix optics theory, diffraction integral theory and unified theory of coherence and polarization. The formula can be used in the study of the changes in the spectral density and spectral degree of coherence of the beam through the EIT atomic vapor. Numerical examples show that both the spectral density and the spectral degree of coherence of the GSM beam can be modulated by the Rabi frequency of the control light. The results have been provided a new method and technique for modulation the beam propagation. The findings indicate a new technique for controlling the spectral density and the spectral degree of coherence of the partially coherent light beam.

**Key words:** electromagnetically induced transparency; Rabi frequency; spectral density; spectral degree of coherence

收稿日期: 2013-04-07; 修订日期: 2013-05-21

基金项目: 国家自然科学基金(51005212); 浙江省教育厅科研项目(Y201120062); 全国教育信息技术研究“十二五”规划 2013 年度青年课题(136241261); 2013 年度浙江省公益性技术应用研究计划(2013C31103)

作者简介: 许森东(1981-), 男, 工程师, 硕士, 主要从事人工复合电磁介质方面的研究。Email: xusendong@163.com

导师简介: 陆璇辉(1956-), 男, 教授, 主要从事激光与物质相互作用方面的研究。Email: xhlu@zju.edu.cn

## 0 引言

最近十年来,设计和制造人工复合电磁介质吸引了科学和技术领域大量的关注。人工复合电磁介质最显著的特点就是介质中的光传输性质和量子性质都可以被外部参数所控制。近年来,人们对研究多能级原子系统的相位相干性产生了极大的兴趣,大量理论与实验工作都表明多能级原子系统相位相干性可产生许多引人入胜的效应与现象<sup>[1-2]</sup>。其中一个最吸引人们研究的效应就是电磁感应透明(EIT)<sup>[3]</sup>。研究表明,电磁感应透明原子气体的光学性质可以被外部控制光的强度所控制<sup>[4]</sup>,EIT也可以用来实现光束聚焦。EIT材料的折射率可以被控制光的拉比频率所调控,这个性质可以用于调控光子晶体的能带结构。人们已对EIT介质进行了大量研究,哈佛大学的Harris等人于1999年成功地利用EIT介质使光速减慢至17 m/s<sup>[1]</sup>。Mompart等人在2000利用EIT实现了无反转激光器<sup>[5]</sup>;Chien Liu等人在2001年实现量子信息储存和处理<sup>[2]</sup>。EIT介质也可用于调控光子晶体禁带结构<sup>[6]</sup>。

另外,科研人员对激光光束的传输特性已经进行了大量研究<sup>[7-8]</sup>。但无论是自然界还是实验室所碰到的光束从严格意义上讲都是部分相干的,而高斯-谢尔模型光束(GSM)被认为是典型的部分相干光束,人们对其已进行了大量的研究<sup>[9-10]</sup>。标量部分相干光束和矢量部分相干随机电磁束通过傍轴ABCD光学系统的光学性质也已经被广泛研究<sup>[11-15]</sup>。其中,最有价值的就是对部分相干光束在传输过程中的谱密度和相干度的研究。

文中,研究了GSM光束通过EIT原子气体的传输性质,得到了高斯-谢尔模型光束(GSM)通过电磁感应透明材料(EIT)的传输交叉谱密度方程的解析表达式。并且通过这个派生公式计算了GSM光束的谱密度和相干度,结果表明光束的谱密度和相干度都可以被控制光的拉比频率所调控。

## 1 EIT原子气体的介电常数

文中考虑四能级系统中的电磁感应透明特性,如图1所示。该系统包含三个低能级 $|1\rangle, |2\rangle, |2'\rangle$ 和一个激发态的高能级 $|3\rangle$ 。其中 $|2\rangle-|3\rangle, |2'\rangle-|3\rangle$ 能级之间的

跃迁受强控制光(control light)激发, $|1\rangle-|3\rangle$ 能级之间的跃迁受弱探针光(probe light)激发。 $\Delta_c=\omega_{32}-\omega_c$ 和 $\Delta_c'=\omega_{32'}-\omega_c$ 为控制光的频率失谐量, $\Delta_p=\omega_{31}-\omega_p$ 为探针光的频率失谐量。 $\omega_{32}, \omega_{32'}$ 和 $\omega_{31}$ 为原子能级间的跃迁频率, $\Delta_c, \Delta_c'$ 和 $\Delta_p$ 分别为控制光和探针光的角频率。

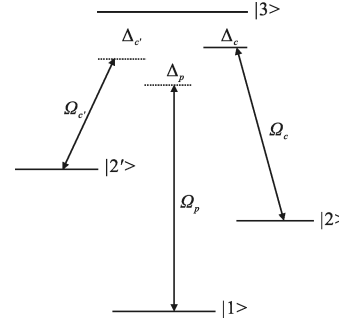


图1 双控制光四能级原子系统示意图

Fig.1 Schematic diagram of the double-control four-level atomic system

EIT介质的相对折射率 $n_r=\sqrt{\varepsilon}$ ,其中介电系数 $\varepsilon$ 为:

$$\varepsilon=1+\frac{N\beta_e}{1-N\beta_e/3} \quad (1)$$

式中: $N$ 为EIT介质原子数密度; $\beta_e$ 为原子的电极化率, $\beta_e$ 的表达式为:

$$\beta_e=\frac{i|D_{13}|^2}{\varepsilon_0\hbar D}\left[\frac{\gamma_2}{2}+i(\Delta_p-\Delta_c)\right]\left[\frac{\gamma_2'}{2}+i(\Delta_p-\Delta_c')\right] \quad (2)$$

式中: $D_{13}$ 是 $|3\rangle-|1\rangle$ 跃迁电偶极矩阵元, $D$ 由下式定义:

$$D=\left(\frac{\Gamma_3}{2}+i\Delta_p\right)\left[\frac{\gamma_2}{2}+i(\Delta_p-\Delta_c)\right]\times\left[\frac{\gamma_2'}{2}+i(\Delta_p-\Delta_c')\right]+ \frac{1}{4}\Omega_c^*\Omega_c\left[\frac{\gamma_2}{2}+i(\Delta_p-\Delta_c)\right]+\frac{1}{4}\Omega_c^*\Omega_c\left[\frac{\gamma_2'}{2}+i(\Delta_p-\Delta_c')\right] \quad (3)$$

式中: $\Gamma_3$ 为跃迁的粒子数衰减速率; $\gamma_2$ 和 $\gamma_2'$ 为跃迁的相干失相速率; $\Omega_c, \Omega_c'$ 为两个控制光的拉比频率。

## 2 GSM光束通过EIT原子气体的传输特性

如图2所示,考虑一束标量GSM光束沿着Z方

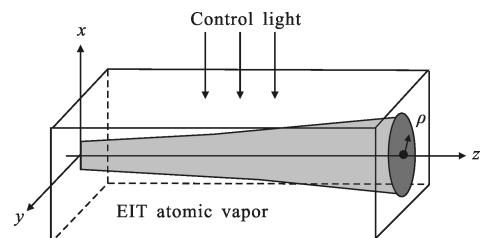


图2 GSM光束进入EIT示意图

Fig.2 Propagation of GSM beam through EIT atomic vapor

向进入  $Z>0$  的 EIT 原子气体空间。介质中,  $r_1$  和  $r_2$  两点的交叉谱密度方程可写为<sup>[16-17]</sup>:

$$W(r_1, r_2, \omega) = \langle E^*(r_1, \omega) E(r_2, \omega) \rangle \quad (4)$$

式中:  $\omega$  为 GSM 光束的频率; 可以很方便的设置  $r = (\rho, z)$ , 其中  $\rho$  为垂直于传输方向的二维矢量。GSM 光束在初始平面  $z=0$  的交叉谱密度方程可写为:

$$W(\rho_1, \rho_2, z=0, \omega) = \exp\left(-\frac{\rho_1'^2 - \rho_2'^2}{4\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{|\rho_2' - \rho_1'|^2}{2\delta^2}\right) \quad (5)$$

式中:  $\sigma$  为强度分布的变化;  $\delta$  为相互关系的变化;  $\rho_1'$  和  $\rho_2'$  为在初始平面的二维位置矢量。

EIT 原子气体的折射率可以被控制光的拉比频率所调控。通过 EIT 原子气体一个传播距离为  $z$  的傍轴光束的 ABCD 矩阵表示如下:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

其中折射率  $n = \sqrt{\varepsilon}$ , 相对介电常数  $\varepsilon$  可以由方程(1)给出。这样, GSM 光束在输出平面的交叉谱密度可表示为<sup>[12,15]</sup>:

$$W(\rho_1, \rho_2, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi B}\right)^2 \int \int \int \int W(\rho_1', \rho_2', 0, \omega) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2B}[A(\rho_1'^2 - \rho_2'^2) - 2(\rho_1' \cdot \rho_1' - \rho_2' \cdot \rho_2') + D(\rho_1'^2 - \rho_2'^2)]\right\} d^2\rho_1' d^2\rho_2' \quad (7)$$

其中,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  为真空当中的波数,  $\lambda$  为真空当中的波长;  $\rho_1$  和  $\rho_2$  为在输出平面的二维位置矢量。

在这里引进变量:

$$\xi_+ = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}, \xi_- = \rho_2 - \rho_1, \xi_+ = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}, \xi_- = \rho_2 - \rho_1 \quad (8)$$

方程(7)即可写为:

$$W(\xi_+, \xi_-, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi B}\right)^2 \exp\left(\frac{ikD}{B} \xi_+ \cdot \xi_-\right) \times \int \int \int \int W(\xi_+', \xi_-' , 0, \omega) \exp\left\{\frac{ik}{B}[A\xi_+' \cdot \xi_-' - (\xi_+' \cdot \xi_+' + \xi_-' \cdot \xi_-' )]\right\} d^2\xi_+' d^2\xi_-' \quad (9)$$

方程(5)可以改写为:

$$W(\xi_+', \xi_-' , 0, \omega) = \exp\left(-\frac{\xi_+'^2}{2\sigma^2} - \frac{\xi_-'^2}{8\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{\xi_-'^2}{2\delta^2}\right) \quad (10)$$

把方程(6)和(10)代入方程(9), 同时应用如下关系式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-p^2x^2 \pm qx) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{p} \exp\left(\frac{q^2}{4p^2}\right) \quad (11)$$

即可得到 GSM 光束通过电磁感应透明材料 (EIT) 的传输交叉谱密度方程的解析表达式:

$$W(\xi_+', \xi_-' , z, \omega) = \frac{1}{\Delta} \exp\left(-\frac{4\alpha\xi_+'^2}{\Delta}\right) \times \exp\left[\frac{ikn}{z} \left(-\frac{1}{\Delta}\right) \xi_+' \cdot \xi_-' \right] \exp\left(-\frac{\eta\xi_-'^2}{\Delta}\right) \quad (12)$$

其中:

$$\alpha = \frac{1}{8\sigma^2}, \eta = \alpha + \frac{1}{2\delta^2}, \Delta = 1 + \frac{2\eta}{\sigma^2} \left(\frac{z}{kn}\right)^2 \quad (13)$$

方程(12)可以写为如下的形式:

$$W(\rho_1, \rho_2, z, \omega) = \frac{1}{\Delta} \exp\left[-\frac{\alpha(\rho_1 + \rho_2)^2}{\Delta}\right] \times \exp\left[\frac{ikn}{2z} \left(1 - \frac{1}{\Delta}\right) (\rho_2^2 - \rho_1^2)\right] \times \exp\left(-\frac{\eta|\rho_2 - \rho_1|^2}{\Delta}\right) \quad (14)$$

方程(14)可以用于计算 GSM 光束通过 EIT 材料的传输的谱密度和相干度。此外, 在点  $(\rho, z)$  的谱密度可以按下列公式计算:

$$S(\rho, z, \omega) = W(\rho, \rho, z, \omega) \quad (15)$$

谱相干度可以按下列公式计算:

$$\mu(\rho_1, \rho_2, z, \omega) = \frac{W(\rho_1, \rho_2, z, \omega)}{\sqrt{S(\rho_1, z, \omega)} \sqrt{S(\rho_2, z, \omega)}} \quad (16)$$

### 3 用控制光的拉比频率调控 GSM 光束的谱密度和相干度

通过计算, 得到通过控制控制光的拉比频率就可以调控 GSM 光束通过 EIT 材料的传输的谱密度和相干度。EIT 原子蒸汽参数选取以下值:

$N = 0.75 \times 10^{21}$ ,  $\Delta_p = 2.5 \times 10^7$ ,  $\Delta_c = 2.0 \times 10^7$ ,  $\Delta_c' = 1.0 \times 10^7$ ,  $\Omega_c' = 2 \times 10^7$ ,  $\gamma_2 = 10^5$ ,  $\gamma_2' = 2 \times 10^5$ ,  $\Gamma_3 = 2 \times 10^7$ ,  $P_{13} = 1.2 \times 10^{-29}$ 。GSM 光束的参数选取如下值:  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $\sigma$  选取  $1.0 \text{ mm}$ 。其他参数为:  $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$  和  $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ 。

当 GSM 光束进入 EIT 原子气体, 在  $z = 500 \text{ mm}$  处, 在电场中心位置  $\rho = 0$  的 GSM 光束的谱密度随拉比频率变化计算结果如图 3 所示。从图中可以看出, GSM 光束在该处的谱密度可以通过拉比频率来调控, 随着拉比频率的增加, 谱密度也逐渐增加。当选择不同参数  $\delta$  (分别为  $0.8 \text{ mm}$ ,  $1.0 \text{ mm}$ ,  $1.2 \text{ mm}$ ) 时谱密度会具有不同值。

点  $\rho_1$  和  $\rho_2$  之间的谱相干度随拉比频率的改变而改变的计算结果如图 4 所示, 选取  $|\rho_1| = 1$  和  $\rho_2 = -\rho_1$ , 传输距离同样为  $z = 500 \text{ mm}$ 。参数  $\delta$  的取值同图 3

一致,发现谱相干度可以被控制光的拉比频率所调控。

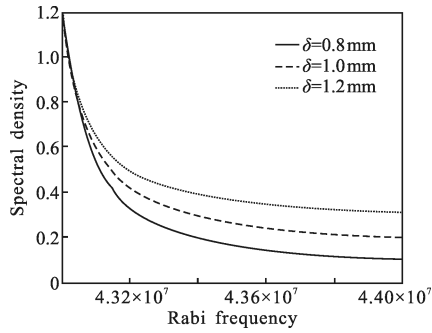


图 3 谱密度随拉比频率变化计算结果

Fig.3 Changes in the central spectral density versus the Rabi frequency

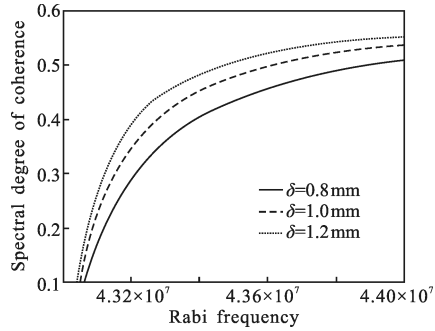


图 4 谱相干度随拉比频率变化计算结果

Fig.4 Changes in the spectral degree of coherence between the points  $\rho_1$  and  $\rho_2$ , versus the Rabi frequency

GSM 光束通过 EIT 材料的传输谱密度和谱相干度随着传输位置  $z$  的变化关系计算结果如图 5 和图 6 所示。选取拉比频率  $\Omega_c=4.31 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$  计算,从图 5 和图 6 可以看出,随着传输距离的不断增大,谱密度是不断减小的,而谱相干度是不断增大的。同时选取  $\delta$  为 0.8 mm, 1.0 mm 和 1.2 mm 从图中可以看出,谱密度和谱相干度在不同参数下具有不同的特点。

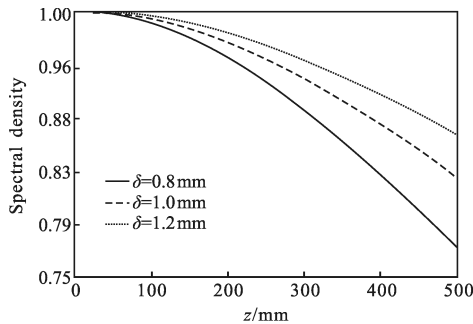


图 5 谱密度随传输位置  $z$  的变化计算结果

Fig.5 Changes in the central spectral density versus the propagation distance  $z$

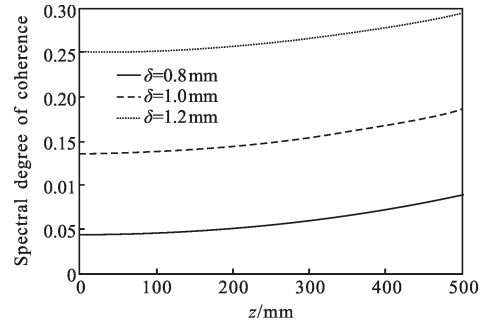


图 6 谱相干度随  $z$  变化

Fig.6 Changes in the central degree of coherence versus the propagation distance  $z$

### 4 结论

通过分析文中得到了 GSM 光束通过 EIT 材料的传输交叉谱密度方程的解析表达式。该表达式可以用于计算和研究光束通过电磁感应透明原子气体的谱密度和相干度的变化。分析显示 GSM 光束的谱密度和相干度都可以通过控制光的拉比频率调控。这些发现为人们提供了一种调控部分相干光束的谱密度和相干度的新方法和新技术。

### 参考文献:

- [1] Hau L V, Harris S E, Dutton Z. et al. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas [J]. *Nature*, 1999, 397: 594-598.
- [2] Liu C, Dutton Z, Behroozi C H, et al. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses[J]. *Nature*, 2001, 409: 490-493.
- [3] Kocharovskaya, Khaninyi. Coherent amplification of an ultrashort pulse in a 3-level medium without a population-inversion[J]. *JETP Letters*, 1988, 48: 630-634.
- [4] Shen J Q. Negative refractive index in gyrotropically magneto electric media[J]. *Physical Review B*, 2006, 73: 045113-045116.
- [5] Mompert J, Corbalan R. Lasing without inversion[J]. *Journal of Optics B*, 2000, 2: R7-R24.
- [6] Zhuang F, Shen J, Ye J. Controlling the photonic bandgap structures via manipulation of refractive index of electromagnetically induced transparency vapor[J]. *Acta Phys Sin*, 2007, 56: 541-545.
- [7] Xu Bijun. Propagation properties of elliptical symmetry anomalous hollow beams through a circular aperture [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(10): 1985-1987.

- (in Chinese)  
徐弼军. 椭圆对称奇异空心光束通过硬边光阑的传输特性 [J]. 红外与激光工程, 2011, 40(10): 1985–1987.
- [8] Gao Ming, Wang Fei. Depolarization characteristics of polarized and partially coherent laser beam propagated in turbulent atmosphere [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(4): 994–998. (in Chinese)  
高明, 王菲. 偏振部分相干激光在大气传输中的退偏特性 [J]. 红外与激光工程, 2012, 41(4): 994–998.
- [9] Friberg A T, Sudol R J. Propagation parameters of Gaussian Schell-model beams[J]. *Opt Commun*, 1982, 41: 383–387.
- [10] Friberg A T, Tervonen E, Turunen J. Interpretation and experimental demonstration of twisted Gaussian Schell-model beams[J]. *Opt Soc Am A*, 1994, 11: 1818–1826.
- [11] Lin Q, Cai Y. Tensor ABCD law for partially coherent twisted anisotropic Gaussian-Schell model beams [J]. *Opt Lett*, 2002, 27: 216–218.
- [12] Lü B, Pan L Z. Propagation of vector Gaussian-Schell model beams through a paraxial optical ABCD system [J]. *Opt Commun*, 2002, 205: 7–16.
- [13] Roychowdhury H, Agrawal G P, Wolf E. Changes in the spectrum, in the spectral degree of polarization, and in the spectral degree of coherence of a partially coherent beam propagating through a gradient-index fiber [J]. *Opt Soc Am A*, 2006, 23: 940–948.
- [14] Du X, Zhao D. Propagation of random electromagnetic beams through axially nonsymmetrical optical systems [J]. *Opt Commun*, 2006, 281: 2711–2715.
- [15] Zhu Y, Zhao D. Generalized Stokes parameters of a stochastic electromagnetic beam propagating through a paraxial ABCD optical system[J]. *Opt Soc Am A*, 2008, 25: 1944–1948.
- [16] Mandel L, Wolf E. *Optical Coherence and Quantum Optics* [D]. England: Cambridge University Press, 1995.
- [17] Roychowdhury H, Agrawal G P, Wolf E. Changes in the spectrum, in the spectral degree of polarization, and in the spectral degree of coherence of a partially coherent beam propagating through a gradient-index fiber[J]. *J Opt Soc Am A*, 2006, 23: 940–948.